

Thomas Salwey L.L.D.
of Richard's-Castle
SALOP

Digitized by the Internet Archive
in 2018 with funding from
Wellcome Library

https://archive.org/details/b30411282

81032

JOANNIS KEILL, M. D.

Regiæ Soc. Lond. Socii, In Acad. Oxon. Aſtronomiæ Profeſſoris Saviliani

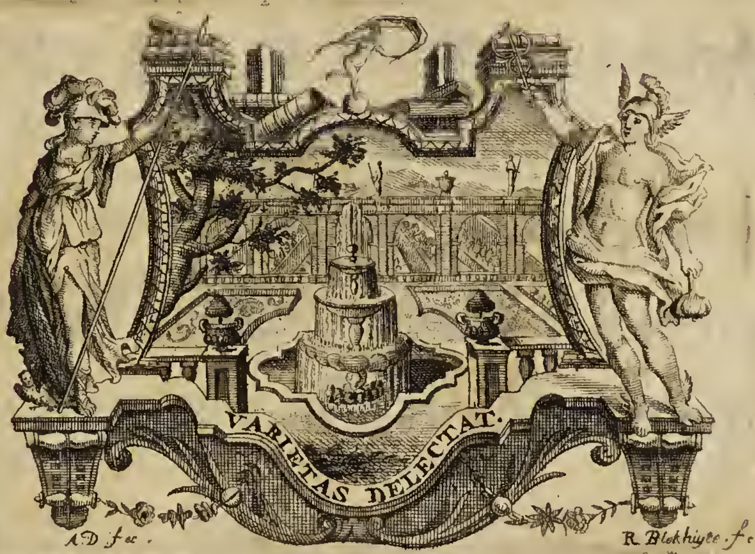
INTRODUCTIONES
AD VERAM
PHYSICAM
ET VERAM
ASTRONOMIAM.

Quibus accedunt

TRIGONOMETRIA.

DE VIRIBUS CENTRALIBUS.

DE LEGIBUS ATTRACTIONIS.



LUGDUNI BATAVORUM,

Apud JOH. ET HERM. VERBEEK. Bibliop.

MDCCXXV.

WELLCOME
HISTORICAL
MEDICAL
LIBRARY

L. S.

QUam grata, quæ de Phyſica & Aſtronomia conſcripſit, ſummo jure inter primos referendus Mathematicos, JOHANNES KEILL, *fuere Philoſophis, variæ horum ſcriptorum teſtantur editiones.*

Ne hæc cæteris poſtponenda foret, ſchedas ab alio cum anterioribus editionibus collatas, & juxta haſce correctas, ipſe cum cura examinavi, & variis, quæ in præcedentes irrepſerant, mendis hanc editionem purgavi.

Laborem hunc in me ſuſcepi, cum operum utilitas mihi nota eſſet, & perſuaſum haberem, Mathematici curam in edendis talibus ſcriptis deſiderari.

Meam autem denegare nolui ſcriptis viri, quo mihi, dum in vivis eſſet, familiariter uti, & hîc & in Anglia contigit.

G. J. 's GRAVESANDE.

IN-

INTRODUCTIO
AD
VERAM PHYSICAM:
SEU
LECTIONES PHYSICÆ

Habitæ in Schola Naturalis Philoſophiæ Academiæ OXONIENSIS An. Dom. 1700.

Quibus accedunt Theorematum Hugenianorum de Vi Centrifuga & Motu Circulari demonſtrationes.

Authore

JOANNE KEILL, M. D.

Aſtronomiæ Profeſſore Saviliano. R. S. S.

NOBILISSIMO ET HONORATISSIMO

D^NO. D^NO. THOMÆ

COMITI

PENBROCHIÆ,

ET

MONTGOMERIÆ, &c.

Nobiliſſimi Ordinis Periſcelidis Equiti,

SUMMO

CLASSIUM BRITANNICARUM

PRÆFECTO.

TIBI, Vir Honoratiſſime, Exercitationes haſce deſtinantem, merito me deterreret Dignitatis Tuæ ſplendor & amplitudo, niſi illis aditum aperire præ ſe ferret ea, quam Tu foves & ornas, Philoſophia. Cum enim graviſſimis Reipublicæ negotiis ingenua literarum ſtudia admiſcere ſoleas, eum ad Te haud ægre ſines accedere, qui tantas quidem curas Tuas interpellare minime audet, otio tamen aliquid liberalis oblectamenti offerre magnopere cupit. Hoc enim cum paucis commune habes, ut idem & in literis optime verſatus ſis, & in Republica; idem tam philoſophorum ſcholis, quam Regum conciliis præeſſe merearis.

 Dum

Dum itaque in idoneis conſiliis adhibendis quam ſapiens ſis, Regum ſapientiſſimus; in fœderibus ſanciendis quam prudens ſis, univerſa loquitur *Europa*; quam interim de literis meritus es laudem, ab Academico ne recuſes.

Liceat etiam & nobis, Tibi de noviſſimis Tuis honoribus gratulari, liceat nobis cum patria una gaudere, id Tibi deferri munus, quod non modo virum in rebus gerendis fidum fortemque, ſed reconditiore matheſeos ſcientia optime inſtructum deſiderat. Hiſce ſtudiis ita animum imbuiſti Tuum, ut in Tuis manibus Præfectura Claſſium & Oceani Imperium, hoc eſt, populi *Anglicani* ſalus & tutela tuto poſſit deponi. Dum itaque eo in munere verſaris, ut ejuſmodi literaturæ ſepoſitam olim apud Te ſupellectilem reviſere denuo & in lucem proferre liceat; ſinas Vir Nobiliſſime, ut hoſce in re phyſica conatus mathematicis argumentis potiſſimum innixos, ad Te haud importunus deducam, qui quidem quocunque rationis pondere fulciri videantur, ad judicium Tuum non appellant, ſed implorant Patrocinium.

Illuſtriſſimæ Meritiſſimæque Dignitatis,

Nobilitatis, & Magnitudinis Tuæ

Oxoniæ,
Feb. 14. 1701.

Obſervantiſſimus Cultor

Jo. Keill.

PRÆFATIO.

QUAMVIS nunc dierum celebretur Philoſophia Mechanica, & inſignes in hoc ævo obtineat ſui cultores; in pleriſque tamen phyſicorum ſcriptis, vix quicquam mechanicæ præter ipſius nomen inveniri poteſt. In cujus locum ſubſtituunt philoſophi corpuſculorum quæ nunquam viderunt, figuras, vias, poros & interſtitia, partium inteſtinum motum, pugnas & conflictus Alkali & Acidi, & quid boni malive exinde oritur ita ad amuſſim narrant, ut nihil in hiſtoria naturali præter fidem deſideretur, quoties materiæ ſubtilis miracula prædicant; miracula dico, nam illud proculdubio miraculi inſtar eſt, quod contra paſſim notas naturæ leges, & ſtabilita mechanicæ principia evenit; qualia futura eſſent omnia naturæ phænomena, ſi à materia ſubtili & methodo operandi à Phyſicis tradita producerentur.

Ad ipſam naturam explicandam poſtulata adhibent quæ nec concedi poſſunt, nec intelligi; & quæ magis implicata ſunt, quam illa ipſa phænomena quorum cauſas inveſtigant. Quod ſi ipſis ſua concedantur poſtulata, non tamen exinde orientur effectus iſti, quorum rationes & origines ſe enucleaſſe gloriantur.

Ne vero quiſquam hoc gratis & malevole à nobis dictum ſuſpicetur, Theoriam illam, quam ad explicandam affectionem corporum terreſtrium omnium maxime univerſalem condiderunt, examini ſubjiciamus; Gravitatem intelligo, quam ex legibus mechanicis per materiæ ſubtilis actionem ſe deduxiſſe maxime jactitant.

Carteſiani gravitatem ab actione materiæ cœleſtis oriri volunt, quæ in vortice agitata circa terram defertur, & proinde quantum poſſit à terra recedit, & corpora terreſtria minus agitata verſus terram propellit. Vel, ut clarius recentiores mentem ſuam explicant, cum materia ætherea continuos circa terram gyros perficiat, corporum in circulo moventium ritu, co-

natum à centro motûs recedendi habebit, adeoque corpora terreſtria minorem vim habentia verſus centrum protrudet; ut aqua verſus terram gravitans corpora minoris pro mole ponderis demerſa ſurſum ſeu ad circumferentiam pellit.

Hæc utcunque ſpecioſa prima facie videantur, ſi ad examen revoces, omnibus fere naturæ legibus adverſari invenies. Nam primo Carteſiani poſtulant materiam ætheriam circa terram in circulis deferri; at qua ratione motus iſte oriatur, aut quo pacto conſervetur, æque arduum eſſet exponere, ac ipſius gravitatis rationem reddere: Qui igitur gravitatem exinde ortum ſuum ducere contendunt, ignotum per ignotius explicare ſuſcipiunt; præſertim cum non pauca adduci poſſunt argumenta quibus iſtiuſmodi rotatio penitus evertitur. Verum Carteſianis concedamus illud poſtulatum, & videamus utrum exinde ſequetur quod volunt Phænomenon. Cum neceſſe ſit ut vorticis terram circumrotantis velocitas ad terræ ſuperficiem, ſit æqualis ipſius terrenæ rotationis velocitati (nam ſi major eſſet, aliqua motus pars in terram impenderetur, quo fieret ut ipſius velocitas ſemper minueretur & terræ augeretur donec ad æqualitatem pervenirent,) unde ex notis Terræ magnitudine & tempore rotationis, dabitur ſpatium, quod corpus, urgente vi centrifuga materiæ cœleſtis, percurrere poteſt, in dato tempore; æquale ſcil. arcus interea deſcripti quadrato ad circuli diametrum applicato. Per Lem. 2. ad demonſtrationes Theorematum Hugenii *de Vi Centrifuga & Motu Circulari. Ex quo principio ſi calculus ineatur, inveniretur ſpatium, tempore unius ſcrupuli ſecundi à corpore vi centrifugâ ætheris agitato percurrendum, non excedere pedem dimidium: Si igitur mechanicè produceretur effectus gravitatis, tempore unius ſcrupuli ſecundi gravia non ultra dimidium pedem deſcenderent: At gravia in motu ſuo deorſum pedes* 15 *in eo tempore percurrunt; adeoque ſi hoc modo æther gravitatis cauſa eſſet, contra mechanicæ leges ageret, efficiendo ut corpus per pedes* 15. *in ſcrupulo ſecundo deſcendat.*

Ut hujus objectionis vim effugiant, ſupponunt materiæ ætheræ vertiginem

nem vertigine terræ multo celeriorem. Quod licet fieri non poſſit, illud tamen ſi denuo iis concedamus, nec inde ſequetur mechanica gravitatis actio. Nam cum materia vorticis ſemper defertur in circulis æquatori parallelis, & virium centrifugarum directiones ſecundum lineas in planis horum circulorum jacentes ſemper fiant, oportet ut corpora omnia in hiſce planis deſcendant, & perpendiculariter ad axem, non ad ipſam terram tendant. Si igitur materia ſubtilis mechanice ageret, corpora ad axem rectà pelleret; unde cum ſecundum hos Theoriſtas ad centrum terræ tendere cogit, effectum à veris mechanicæ legibus abhorrentem producit.

Ut hanc difficultatem tollant, ulterius ſupponunt materiam ætheriam non in circulis æquatori parallelis, ſed in magnis ſphæræ circulis deferri: At quo pacto hoc concipi poſſit, plane neſcio; cum enim quivis circulus maximus alios omnes infinitos bis ſecet, oportet ut motus particulæ cujuſvis ab aliis infinitis ſecundum diverſas vias pergentibus impediatur, atque tandem motus ejus ſiſtatur, ſi primò in omnes partes æqualis impreſſa fuerit motus quantitas; vel ut ultima in circulis parallelis omnis deferatur, ſi major fuit ab initio motus verſus unam partem quam aliam. Quin & illud etiam quæri poteſt, unde fit ut materia ætherea in ſuperficie ſphæræ extimæ moveatur; cum vim centrifugam habeat, videtur ipſam debere inde recedere; quid igitur eſt quod ipſam inhibeat? Dicunt alia corpora ambientia materiam in extima ſuperficie coarctare & ejus receſſum impedire. Cum autem oporteat ut materia hæc alia corpora ipſam ambientia premat, neceſſe eſt ut motum ipſis communicet; & hæc corpora aliis ipſa ambientibus motum pariter impriment, atque ſic in infinitum propagabitur motus materiæ ſubtilis, unde neceſſe eſt ut celeritas ipſius paulatim langueſcat.

Aliæ quam plurimæ difficultates, mechanicas haſce gravitatis explicationes urgent, quarum unam ad omnes iſtiuſmodi ipſius Theorias ſe extendentem libet proponere. Scilicet ſi corpus deorſum à materia ſubtili, quovis modo pellatur, vis qua pellitur neceßario erit ut numerus particularum, quibus ſimul agentibus verſus terram truditur: Sed numerus parti-

cu-

cularum eſt ut corporis ſuperficies; quare erit vis quâ corpus deorſum premitur ut ejuſdem ſuperficies, & non ut ipſius quantitas materiæ, quod experientiæ contradicit. Nec minus cæteras pleraſque omnes, quas de aliis rebus condunt hypotheſes, ſi ad examen reducantur, naturæ legibus repugnantes inveniemus.

Omnes errores ex hoc fonte promanaſſe videntur, quod homines ignari Geometriæ philoſophari auſi ſunt, & rerum naturalium cauſas reddere. Quid enim aliud præter hallucinationes ab iis exſpectandum, qui Geometriam totius phyſicæ fundamentum neglexerunt; & ignotis naturæ viribus per Geometriam tantum æſtimandis, ipſius tamen operationes, methodo regulis mechanicis minime congruâ explicare ſunt agreſſi?

Inter hujuſmodi philoſophos Carteſius *agmen ducit, qui etiamſi Geometra fuerit inſignis, ignavo tamen & deſidi ut placeret philoſophantium populo, nullum Geometriæ uſum in philoſophia adhibuit: Et quamvis profiteatur ſe omnia mechanice per materiam & motum explicaturum, Philoſophiam tamen excogitavit, quæ à veris Mechanicæ legibus tantum abhorret quantum quæ longiſſime. Illius ſectæ nomina dant, quicunque recte, hoc eſt Geometrice, philoſophandi laborem refugiunt: Magna equidem turba per orbem terrarum longe lateque diffuſa.*

At licet tanta philoſophantium pars umbram philoſophiæ, non ipſam ſubſtantiam amplexa ſit; non tamen deſunt (nec ut ſpero unquam deerunt) qui in veris naturæ legibus perſcrutandis, & rerum cauſis per principia mechanica exinde inveſtigandis, haud inanem poſuerunt operam.

Inter antiquos phyſicos præcipue eminuit Divinus Archimedes, *qui præter illa Geometrica ſui monumenta, Mechanicæ & Staticæ principia duobus libris* De Æquiponderantibus *&* De Humido Inſidentibus *nobis demonſtrata reliquit. Poſt hunc per longam annorum ſeriem delituit mechanica philoſophia, nec niſi paucis quibuſdam accuratioris ingenii viris exculta eſt. Inter quos* Rogerus Bacon Oxonienſis *&* Hieronymus Cardanus *meritò nominandi ſunt. Tandem ſub initio ſeculi ultimo elapſi, nobilis*

bilis ille Lynceus philoſophus Galileus, *clave Geometrica rurſus reſeratis naturæ clauſtris, novam condidit de Motu ſcientiam, & methodum monſtravit, qua rerum cauſæ mechanicæ ſint indagandæ. Ejus veſtigiis inſiſtentes, inſignes viri* Torricellius *&* Paſchalius *philoſophiam novis ſpeculationibus adauxerunt. Poſtquam vero à duobus potentiſſimis Regibus, ſocietates* Londinenſis *&* Pariſienſis *ad philoſophiam excolendam inſtitutæ fuerint; miris inventis ampliata eſt rerum naturalium ſcientia, non iis ſolum quæ in nuda ſpeculatione verſantur, ſed aliis quamplurimis quæ hominum utilitatibus inſerviunt. Arduum eſſet negotium innumera illa recenſere beneficia, quæ ex utriuſque ſocietatis laboribus humano generi provenerunt: Nec facile eſt oſtendere, quantum debebit omnis poſteritas illuſtris* Hugenii *Geometricis de motu Pendulorum demonſtrationibus, aut egregiis nobilis* Boylei *experimentis, quibus ille admiranda plurima retegit naturæ arcana.* Walliſii *Geometriam de Motu, Opus in ſuo genere perfectiſſimum, grato animo revolvent ſeri nepotes. Non ulterius torquebunt philoſophos fluviorum & ventorum cauſæ ab acutiſſimo Geometra* Halleio *in Actis Philoſoph. traditæ, ante ipſum fruſtra tentatæ.*

Ad aliorum erga rempublicam philoſophicam merita commemoranda pergerem, niſi circa Newtoni *præclara inventa non ſubſiſtere nefas ducerem, cujus ſagaciſſimum ingenium plura & abſtruſiora patefecit naturæ myſteria quam ſperare mortalibus fas erat; cumque illius inventa intra anguſtos hujus præfatiunculæ limites non ſunt coarctanda, ſufficiat hoc ſolum indicaſſe; quod quæcunque Patres noſtri ab omni temporum memoria de philoſophia mechanica nobis tradiderunt, ea ne ad decimam eorum aſſurgunt partem, quæ proprio Marte, per ſummam in Geometria peritiam, adinvenit* Newtonus. *Quam facile autem ad rerum à nobis longe diſſitarum affectiones explicandas, Planetarum ſcil. motus ipſorumque inæqualitates, adhiberi poſſint principia Mechanica, nuper literato orbi innotuit per Elementa Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometricæ à* D. Gregorio *Aſtronomiæ Profeſſore Saviliano Edita: Opus cum Sole & Luna duraturum.*

Cum vero talis ſit philoſophiæ mechanicæ ſtatus, ut nulla alia ratione quam per Geometriam aditus ad ipſam pateat; id a me efflagitabant amici mei ut ipſius principia faciliora à primis tantum Geometriæ Elementis pendentia, & quæ exinde fluunt phænomena, Juventuti Academicæ exponenda ſuſciperem; quod etiam à me non iniquo jure poſtulavit Vir Clariſſimus & omni literarum genere ornatus Dominus Thomas Millington *Eques M. D. Philoſophiæ Naturalis in hac Academia Profeſſor* Sidleianus, *& Collegii Medicorum apud* Londinenſes *Præſes, cum me ad munus hoc obeundum in ſcholis publicis ſuffecit. Illius conſilio ſequentes in Academia lectiones habui: In quibus id præcipue mihi curæ fuit, ut diſcentium conceptus de generalibus corporum affectionibus rite & diſtincte formarentur; ab obſcuris enim & falſis de rebus ideis, omnes in re phyſica errores originem ducunt; ideoque corporis extenſionem, ſoliditatem, & diviſibilitatem à pleriſque ſatis obſcure traditas, quantum potui, dilucide expoſui: Deinde motus naturam & proprietates, ab omnibus præterquam quibuſdam philoſophis ſatis clare concipiendas, explicui, & leges naturæ exinde deduxi; vim gravitatis ſeu pondera corporum quantitatibus materiæ in iiſdem proportionalia eſſe, & principium quo per machinas magna pondera elevantur oſtendi. Motus deinde leges, & cauſam accelerationis gravium ab iiſdem pendentem, & qua proportione creſcunt vel decreſcunt ſpatia à gravibus pro variis temporum intervallis percurſa monſtravi. Hiſce ſuccedunt regulæ congreſſuum tam in corporibus duris quam elaſticis, & modus quo ictus magnitudo æſtimanda eſt: Quibus adjunxi motuum compoſitiones & reſolutiones, & alia quædam Theoremata, quorum haud exiguus eſt in philoſophia uſus: Et ut ulterius videant philoſophi, quouſque ſe extendat in ſcientia rerum naturalium Geometriæ etiam elementaris uſus, pulcherrima illa* Hugenii *Theoremata de Vi Centrifuga & Motu Circulari ex Elementis demonſtravi.*

INTRO-

INTRODUCTIO AD VERAM PHYSICAM.

Lectio I.

De Methodo Philoſophandi.

QUandoquidem Muneris Noſtri inſtitutum poſtulat, ut coram vobis, Academici, corporum naturas & affectiones explicandas ſuſcipiamus, neceſſarium duximus, priuſquam rem ipſam aggrediamur, quædam, de Phyſicorum ſectis, principiis, & methodis præfari; eamque rationi exponere, quam amplexuri ſumus in ſcientia corporum naturalium inveſtiganda.

Philoſophorum, qui de rebus phyſicis ſcripſerunt, quatuor præ cæteris genera inclaruerunt. Primum eſt eorum, qui rerum naturas per numerorum & figurarum Geometricarum proprietates illuſtrarunt, dicam? An occulerunt? Quales ſcil. fuere Pythagorici & Platonici, quippe qui dogmata ſua temere in profanum vulgus effundere non ſuſtinuerunt, ideoque larvis & Hieroglyphicis ex Geometria & Arithmetica petitis Phyſicam ſuam velarunt, nec quiſquam eorum diſcipulus, niſi poſt plures exactos probationis annos, ad veram Phyſicam atque arcanam illorum Philoſophiam perdiſcendam admiſſus fuit. Quamvis hoc modo ſua Philoſophiæ dignitas conſervata fuerit; peſſime tamen nobis horum Philoſophorum poſteris conſultum eſt; exinde enim adeo larvata atque tenebris involuta ad noſtras pervenere manus eorum dogmata, ut, quales fuerint veræ de rebus atque rerum naturis ſententiæ, parum conſtet: quantumvis autem obſcuram accepimus hujus ſectæ Philoſophiam, certius tamen ex ea liquet Philoſophos illos Geometriam & Arithme-

ticam ad ſolvenda naturæ phænomena neceſſarias duxiſſe, atque in hunc finem eas adhibuiſſe.

Secunda Phyſicorum gens à Schola Peripatetica originem duxit; hæc ſecta per materiam & formas, privationes, virtutes elementares, qualitates occultas, Sympathias & Antipathias, facultates, attractiones & id genus alia, Phyſicam ſuam explicavit. Verum, ut opinor, hujus nominis philoſophi non tam rerum cauſas indagaſſe viſi ſunt, quam idonea rebus ipſis impoſuiſſe nomina, atque terminos adinveniſſe, quibus Actiones naturales rite deſignare poſſumus.

Tertium Philoſophantium genus per experimenta procedit, atque in id ſolum incumbit, ut corporis cujuſque proprietates, & actiones omnes, per ſenſuum repræſentamina nobis innoteſcant. Hujus ſectæ laboribus haud exigua debet philoſophia incrementa; plura fortaſſe exinde receptura, ſi methodi experimentalis ſectatores nullas ſibi ipſis finxiſſent Theorias, ad quas confirmandas experimenta ſua peſſime detorſerunt.

Quarta denique Phyſicorum claſſis Mechanica dici ſolet, & qui huic ſectæ nomina dant, omnia naturæ phænomena, per materiam & motum, partium figuram atque texturam, particulas ſubtiles, atque effluviorum actiones, ſe poſſe enodare putant, atque horum operationes ſecundum notas atque ſtabilitas mechanicæ leges fieri contendunt.

Ex variis hiſce philoſophandi methodis, uti nulla eſt in qua omnia placent, ita in omnibus quædam probare poſſumus; quocirca ut delectus habeatur oportet, ea eligendo quæ uſui maxime futura ſunt, & rationem ex hiſce omnibus compoſitam ſequendo.

Et primo, cum antiquis Pythagoricis & Platonicis, Geometriam & Arithmeticam, tanquam artes ad rite philoſophandum neceſſarias, in auxilium accerſemus, ſine quibus parum admodum certi de cauſis naturalibus conſtabit. Cum enim omnis actio phyſica à motu dependeat, aut ſaltem non fiat abſque motu, motûs quantitas & proportio, corporum motorum magnitudines, figuræ, numerus, colliſiones, & vires ad alia corpora movenda, inveſtiganda erunt. Verum hæc

hæc omnia, niſi ex notâ quantitatis & proportionis natura, determinari non poſſunt: adeoque opus erit iis artibus, quæ harum proprietates demonſtrant: & proinde Geometria & Arithmetica neceſſariæ ad rite philoſophandum cenſendæ ſunt.

Secundo cum Peripateticis non verebimur uſurpare terminos Qualitatis, Facultatis, Attractionis, & ſimilium; non quod his vocibus veram cauſam ſeu rationem phyſicam, & modum actionis definimus; ſed quia actiones hæ poſſunt intendi & remitti; adeoque cum illâ qualitatum proprietate gaudeant, jure poſſunt earum titulo inſigniri, & ſub hoc nomine, virium ſeu intenſionis & remiſſionis rationes expendi poſſunt. *v. g.* poſſumus gravitatem qualitatem dicere, qua corpora omnia deorſum feruntur, ſive ejus cauſa à virtute corporis centralis oriatur, ſive ſit corporibus innata, ſeu ab actione ætheris vi centrifuga agitati & altiora petentis procedat; ſive demum alio quocunque producatur modo. Sic etiam corporum conatus ad ſe mutuo accedendi Attractiones vocabimus, qua voce non determinamus actionis iſtius cauſam, ſive fiat ab actione corporum vel ſe mutuo petentium, vel per effluvia emiſſa ſe invicem agitantium, ſeu ab actione ætheris, aut aëris, aut medii cujuſcunque corpora innatantia ad ſe invicem utcunque impellentis, poſſumus, inquam, has actiones illis vocibus denotare. Et ſi veræ illarum cauſæ nos lateant, quidni etiam qualitates occultæ dici mereantur? Eodem ſane jure, quo in æquatione Algebraica incognitas quantitates literis x vel y deſignamus, & methodo haud multum abſimili, harum qualitatum intenſiones & remiſſiones, quæ ex poſitis quibuſcunque conditionibus ſequuntur, inveſtigari poſſunt. Libet hanc rem exemplo illuſtrare.

Utcunque ignota ſit qualitatum natura, utcunque nos lateat operandi modus, poſſumus tamen de earum intenſione & remiſſione ſequens demonſtrare Theorema; ſcil. quod Qualitas ſeu virtus omnis, quæ undique à centro per rectas lineas propagatur, remittitur in ratione diſtantiæ duplicata.

TAB. I. fig. 1.

Sit A punctum, à quo undique diffunditur qualitas quæcunque, ſecundum rectas A B, A C, A D, & cæteras innumeras per totum ſpatium indefinite protenſas. Dico intenſionem iſtius qualitatis decreſcere in ratione ejus, qua creſcunt diſtantiæ, duplicatâ; ſeu quod idem eſt, intenſionem ejus in diſtantia æquali ipſi A B eſſe ad illius intenſionem in diſtantia æquali rectæ A E, reciproce in duplicata ratione diſtantiæ A B ad diſtantiam A E, hoceſt, ut quadratum ipſius A E ad quadratum ipſius A B. Cum ex hypotheſi qualitas per rectas lineas undique in orbem propagatur, erit ejus intenſio, in quavis à centro diſtantia, ſpiſſitudini radiorum in ea diſtantiâ proportionalis; per radios hîc intelligimus vias rectilineas per quas diffunditur qualitas; at radii, qui ad diſtantiam A B diffunduntur per ſuperficiem ſphæricam B C D H, ad diſtantiam A E per totam ſuperficiem ſphæricam E F G K ſeſe diſpergunt; ſed datorum radiorum ſpiſſitudines ſunt reciproce ut ſpatia quæ ab iis occupantur; nempe ſi ſuperficies E F G K ſit dupla B C D H, erunt radii ad ſuperficiem B C D H duplo confertiores, quàm iidem radii ſunt ad ſuperficiem E F G K, & ſi ſuperficies E F G K ſit tripla ſuperficiei B C D H, erunt quoque radii ad ſuperficiem B C D H triplo denſiores quàm iidem radii ſunt ad ſuperficiem E F G K: & univerſaliter quamcunque proportionem habet ſuperficies E F G K ad ſuperficiem B C D H, eandem habebit reciproce denſitas radiorum ad ſuperficiem B C D H, ad denſitatem eorundem ad ſuperficiem E F G K. Sed ut conſtat ex *Archimedis libris de ſphæra & cylindro*, ſuperficies ſphæricæ ſunt in duplicata ratione diametrorum vel ſemidiametrorum; eſt igitur ſpiſſitudo ſeu denſitas radiorum per quos propagatur qualitas ad diſtantiam æqualem diſtantiæ A B, ad eorundem denſitatem in diſtantia æquali A E, reciproce in duplicata ratione ſemidiametri ſeu diſtantiæ A B ad ſemidiametrum ſeu diſtantiam A E. Sed ut hactenus dictum eſt, intenſio qualitatis in quavis data diſtantia eſt ſemper ut ſpiſſitudo radiorum per quos propagatur in ea diſtantia; quare erit etiam intenſio qualitatis ad diſtantiam æqualem ipſi A B ad ejuſdem intenſionem ad diſtantiam æqualem ipſi A E, recipro-

ce

ce in duplicata ratione diſtantiæ A B ad diſtantiam A E.

Theorema hoc univerſaliter demonſtravimus, quæcunque ſit Qualitatis natura, modo ſecundum rectas lineas agat; atque hinc ſequitur luminis, caloris, frigoris, odorum, & iſtiuſmodi qualitatum intenſiones eſſe reciproce ut quadrata diſtantiarum à puncto unde procedant. Hinc etiam comparari inter ſe poſſunt actiones Solis in diverſos Planetas, ſed hæc non ſunt præſentis inſtituti.

Poſt notas virium rationes in datis conditionibus ſeu ſuppoſitionibus, conferendæ ſunt rationes illæ cum naturæ phænomenis, ut innoteſcat quænam virium conditiones ſingulis corporum generibus competant. Verum ut hoc fiat, plurima in ſubſidium advocanda ſunt experimenta, qualia ſcilicet tertiæ ſectæ Philoſophi nobis tradiderunt: haud ſine cautela tamen illa adhibenda ſunt, quæ non niſi à *Theoriſta* aliquo ad ſuam probandam hypotheſin adducuntur; novimus enim hoc hominum genus, quam impenſe ſuis faveant Theoriis, quam vellent eſſe veras, quam facile vel alios decipiant, vel ſeipſos in experimentis perficiendis decipi patiantur; quæ autem ab omnibus afferuntur, quæ quotieſcunque tentata ſuccedunt, ea tanquam indubitata principiorum ſeu axiomatum loco habebimus, ſimpliciſſimis tamen & monſtratu facillimis plus eſt fidendum, quam magis compoſitis & exploratu difficilioribus.

Denique, Academici, cum antiquis Atomiſtis, & novæ philoſophiæ ſectatoribus, experiemur, quæ & qualia phænomena per materiam & motum, & notas atque ſtabilitas Mechanicæ leges explicari poſſunt.

Ut vero tutius in hoc negotio progrediamur, & quantum poſſumus erroris periculum evitemus, ſequentes regulas nobiſmet obſervandas proponimus. Primo, ſecundum Geometrarum methodum Definitiones ad rerum notitiam neceſſariæ ponendæ ſunt: Nolim tamen ut à me exſpectetis definitiones Logicas ex genere & differentia conſtantes, vel eas quæ intimam rei definitæ eſſentiam & ultimam cauſam prodant: Has aliis diſputandas relinquo. Ut ingenue fa-

tear

tear ignorantiam; me latent intimæ rerum naturæ & cauſæ; quicquid mihi de corporibus eorumque actionibus compertum eſt, illud vel à ſenſibus hauſi, vel ex aliqua eorum proprietate mihi per ſenſus notâ, deduxi. Sufficiat ergo, ſi loco iſtiuſmodi definitionis (quam afferunt Logici) deſcriptionem adhibeamus; qua ſcilicet res deſcripta clare & diſtincte concipiatur, & ab omni alia diſcernatur. Res igitur per proprietates definiemus, unam aliquam ſimplicem aſſumendo, vel etiam plures, quas experientiâ rebus ipſis competere certiſſime novimus, atque ex illis, alias earundem proprietates methodo geometrica deducemus. Contra hanc regulam peccant plerique Philoſophiæ novæ magiſtri, qui res definiunt non quidem per proprietates rebus ipſis certo competentes, ſed per eſſentias & naturas quas ineſſe rebus ſupponunt. Supponunt quidem, at minime interim conſtat an quales illi definiunt naturas rebus ipſis revera inſint, *e.g.* Carteſiani dicunt fluidum eſſe, cujus partes in continuo motu verſantur; verum nec ſenſu, nec experientiâ, nec ratione proditum eſt, talem eſſe fluidi naturam: imo, quod illi afferunt argumentum ad hypotheſin ſuam ſtabiliendam, hoc ipſum demonſtratione Geometrica evertemus. Volunt enim corporis in fluido moventis minorem eſſe reſiſtentiam, ſi partes fluidi motu inteſtino cieantur, quam ſi nullus talis adeſſet fluidi motus; cujus contrarium, cum de fluidorum reſiſtentia agetur, demonſtrabimus.

Quanto rectius philoſophiæ Mathematicæ ſcriptores, qui ex notiſſima fluidi proprietate illius deſumunt definitionem: fluidum dicunt eſſe corpus cujus partes vi cuicunque illatæ cedunt, & cedendo facile moventur inter ſe: ex qua definitione pulcherrima condunt Theoremata ad uſus humanos maxime accommoda, cum interea philoſophi Carteſiani nihil certum aut ſolidum, nedum utile, ex ſua protulerunt.

2do. In veritate phyſica inveſtiganda, utile erit conditiones ſolum primo poſitas conſiderare, & ab omnibus aliis interea temporis abſtrahere. Mens enim humana, finita cum ſit, ſi nimia rerum multitudine implicita diſtrahatur, parum habilis ad Theoremata detegenda reddetur. Hanc regulam

gulam obſervant ſcriptores Mechanici in ſpatiis comparandis à duobus mobilibus percurſis: corpora enim mota in illo caſu tanquam puncta conſiderant, ab illorum magnitudine, figura, & colore abſtrahentes, quæ longitudinem percurſam nullo modo variant.

3*tio*. Neceſſe erit à ſimpliciſſimis caſibus ordiri, atque illis ſemel ſtabilitis, exinde ad magis compoſitos progredi licebit; ſic iidem Mechanici corporum motus in vacuo ſeu medio non reſiſtente fieri ſupponunt, atque motus legibus in illo caſu indagatis, exinde ad medii reſiſtentiæ leges inveſtigandas procedunt, & quales mutationes ex eâ corporibus motis oriri debeant, deinde contemplantur. Quo vero minus corporum motibus reſiſtit medium, eo minus recedunt corporum in eo medio motorum leges à legibus prius inventis. Sic etiam in Hydroſtatica, ſupponitur nullam eſſe fluidi tenacitatem, ſeu partium cohærentiam, ſed eas poſſe minima qualibet vi à ſe invicem divelli; ex qua ſuppoſitione corporum demerſorum preſſiones & poſitiones determinantur. Verum fortaſſe nullum eſt in natura fluidum, cujus partes omni cohæſione deſtituuntur, adeoque variatio, ſeu à legibus prius inventis diſcrepantia inveſtiganda erit; & ſi parva admodum ſit partium cohærentia, parva erit etiam & vix ſenſibilis à prædictis legibus diſcrepantia.

Contra hanc methodi legem peccant plerique *Theoriſtæ*, qui, primis & ſimplicioribus Mechanicæ philoſophiæ neglectis vel non ſatis intellectis principiis, ardua & difficillima problemata ſtatim aggrediuntur, & quo pacto mundus aut planeta aut animal fabricari poſſint, temerario auſu oſtendere conantur; quibuſdam in Geometria ſciolis haud abſimiles, qui cum elementa Geometriæ vix primis labiis tetigerunt, Quadraturam circuli, anguli Triſectionem per rectas lineas & circulares, Cubi Duplicationem & id genus alia ſtatim adoriuntur. Ita noſtri Theoriſtæ, haud bene jactis fundamentis, inſanum exſtruunt ædificium; unde nil mirum erit, ſi tantæ molis opus ſtatim collabatur, haud ſine ingenti fabricantium dedecore. At rite philoſophantibus alia tentanda eſt via, alia progrediendum eſt methodo, &

quamvis nec Mundum, nec Terram, nec alium quemvis Planetam condituri ſunt, efficere tamen poſſunt, ut Philoſophiæ Mechanicæ principia & fundamenta firmiter ſtabiliantur, &, quæ exinde conſequi poſſint phænomena, explicentur.

Lectio II.
De Corporis Soliditate & Extenſione.

Corporis definitionem non hic afferemus ex ejus intima natura ſeu eſſentia deſumptam, qualem non ſatis perſpectam habemus; nec fortaſſe ad ejus cognitionem unquam ſumus perventuri: verum ſecundum regulam in priore lectione nobis propoſitam, per notas quaſdam illius proprietates, illud ab omni alio entis genere diſtinguendo, definiemus: idque *Corpus* dicimus *quod extenſum eſt*, *ſolidum & mobile.*

Nemo, ut opinor, adeo hebeti eſt ingenio, quin facile percipiat omnis corporis finiti aliquos eſſe terminos, quos ſuperficies vocamus, harumque unam aliquam ab oppoſita diſtare: quin & hujus rurſus ſuperficiei, (cum infinita non ſit) dantur extrema, quæ lineas dicimus, quarum neceſſe eſt aliquam eſſe à ſe invicem diſtantiam. Etiam & harum linearum erunt aliqui termini, quos puncta nominamus, inter quæ denique aliquod intervallum poni oportet: Ex hiſce omnibus diſtantiis ſimul junctis, claram extenſionis in trinam dimenſionem ideam percipimus. Etenim diſtantia inter duas oppoſitas ejuſdem corporis ſuperficies, illius craſſities ſeu profunditas dicitur; diſtantia inter binas oppoſitas ejuſdem ſuperficiei lineas, latitudo vocatur; & diſtantia inter utramque lineæ extremitatem, corporis longitudo nominari poteſt. Nullum eſt corpus cui trina hæc dimenſio non congruit, & quantulumcunque corpus eſſe ſupponamus, neceſſe tamen erit ut craſſitiem, latitudinem & longitudinem habeat: quod autem in corpore eſt, hiſce omnibus deſtitutum, illud non corpus, ſed punctum eſt, nec ipſa magnitudo ſed magnitudinis initium aut finis.

Soli-

Soliditas eſt ea corporis proprietas, per quam omnibus aliis corporibus undequaque prementibus reſiſtit, & quamdiu aliquem occupat locum, alia corpora omnia, quantacunque cum vi illud urgeant, in eundem intrare prohibet. Sic *v. g.* ſi corpus aliquod intra manus teneatur, quantumvis magna vi prematur, manus tamen ad mutuos contactus pervenire non patietur.

Hæc eſt illa proprietas, quam plerique Peripatetici Impenetrabilitatem vocant, qua ſcil. duo corpora non poſſunt eſſe ſimul in eodem loco, vel ſe mutuo penetrare; ego tamen cum illuſtri hujus ætatis Philoſopho, ſoliditatem malui appellare. Hæc etiam proprietas ita omnibus corporibus eſſentialis videtur, ut nihil aliud in rerum natura ſit, cui ea competere poſſit: Etſi enim dantur aliæ magnitudinis ſpecies, ſola tamen magnitudo corporea ſoliditatem admittit; reliqua quanta, vel etiam non quanta ſeu puncta, poſſunt ſeſe mutuo penetrare, uniri, & in eodem eſſe loco: quippe ſi duo globi ſibi mutuo occurrant, in concurſu punctum unius unietur cum puncto alterius, ſeu congruent vel in eodem erunt ſpatii puncto. Similiter ſi ſint duo cubi æquales, poteſt eorum unus ſuper alterum imponi, ita ut duæ eorum ſuperficies quadratæ congruant, latera nempe unius quadrati cum alterius quadrati lateribus coincident; & anguli unius cum alterius angulis unientur, quæ proinde quantitates ſeſe penetrabunt & in eodem erunt loco, quod ut ipſis contingat corporibus impoſſibile eſt.

Hinc facile perſpicitis, Academici, quam diverſo ſenſu *Soliditatis* vocem uſurpamus, ab eo qui apud Geometras habetur, qui ſolida ſeſe mutuo penetrare poſſe, ſupponunt; *v. g.* cum demonſtrat Euclides (Elemento undecimo) duo ſolida parallelepipeda ſuper eadem baſi, inter eadem parallela plana conſtituta, eſſe inter ſe æqualia; cum autem duo diverſa parallelepida ſic conſtituta ſeſe penetrare neceſſe eſt, liquet Geometras ſua ſolida tanquam penetrabilia ſupponere. Soliditatis igitur vocem, diverſo prorſus ſenſu accipiunt Geometræ, quam Philoſophi, nec ſua ſolida magnitudini penetrabili opponunt, ſed planæ ſeu ſuperficiebus, angulis

planis, & lineis; omne enim illud apud eos ſolidum eſt, quod trina dimenſione conſtat.

At alterius generis eſt corporum ſoliditas, quam ut ad corpora ſolummodo pertinere diximus, ita etiam omnibus corporum generibus ineſt, ſive fluida ſint ſive dura, ſive firma & fixa ſint, ſeu facile mobilia & ictui cedentia, ſeu gravia admodum ſint, ſive parum habeant ponderis vel ſi omnino levia fuerint, ſi modo talia darentur corpora: non enim minus prohibet duorum quorumvis corporum contactum gutta aquæ, vel aëris particula inter duo illa corpora immota manens, quam duriſſimum ferrum aut adamas.

Per hanc denique proprietatem, diſtinguitur corpus ab alio extenſionis genere, quod penetrabile concipimus, & *Spatium* vocamus, in quo omnia corpora locari & moveri cernimus, illud ipſum ut immobile ſpectantes.

Carteſiani, qui corpus per ejus naturam (quam in ſola extenſione conſiſtere volunt) definiunt, nullum agnoſcunt ſpatium, ſeu extenſum, quod non ſit corporeum: verum cum nos ſpatii ideam, à corporis idea diſtinctam habemus, vel ſaltem nos habere imaginamur; peccant contra bonæ methodi leges, qui corporis naturam ſeu eſſentiam intimam, in aliquo ejus attributo ponunt, quod an illi ſoli competat non certe conſtat.

At dicunt Carteſiani Corporis naturam in alio nullo illius attributo conſiſtere poſſe, cum nec durities, nec colores, nec pondus, nec figuræ, nec ſapores, nec quælibet iſtiuſmodi qualitatum ſenſum afficientium, illius eſſentiam conſtituere poſſunt. Omnia quippe hæc attributa poſſunt à corpore tolli, integra tamen manente corporis natura; ſublata tamen extenſione, ſtatim tolletur Ens corporeum, adeoque in ſola extenſione corporis naturam ſitam eſſe neceſſe eſt.

Hoc eſt ipſius Carteſii argumentum, philoſopho prorſus indignum: nihil enim exinde ſequitur, niſi quod ſenſibiles illæ, quas affert, qualitates non ſunt de eſſentia corporis, extenſionem tamen eſſe attributum corpori neceſſarium & *eſſentiale*. At quid inde? poteſtne unum univerſale attributum

butum duabus diverſis rerum ſpeciebus convenire? An neceſſe eſt ut res omnes, quæ idem habent attributum, eandem habeant etiam naturam & eſſentiam? Si verum hoc ſit, nulla erit rerum diſtinctio, nulla diverſitas. Quamvis igitur ſpatium & corpus, unum & idem habeant eſſentiale attributum utrique commune, ſunt tamen res omnino diverſæ; & alia dantur etiam eſſentialia attributa, ſingulis propria, per quæ ſatis diſtinguuntur.

In primis ſupra deſcripta ſoliditas ſolis corporibus propria eſt, & illis omnibus ita eſſentialis, ut eam ab iis ne vel cogitatione divellere poſſis, quin ſimul ſuſtuleris ipſam, quam aſſumpſiſti, corporis ideam; adeoque ſi in uno aliquo attributo, corporis eſſentia & intima natura ponenda ſit, multo potiore jure hanc ſibi vindicabit ſoliditas quam extenſio; præſertim cum aliud videtur eſſe entis genus à corpore diverſum, quod ſpatium dicimus, cui etiam congruit extenſio; ſaltem contrarium nondum conſtat.

Præterea, hujus ſpatii ideam à corporis idea omnino diſtinctam habemus; utrumque vindicare videtur attributa non diverſa ſolum & ſibi propria, ſed ita contraria ut impoſſibile ſit, illa tanquam uni & eidem inhærentia ſubjecto concipere: Corpus nempe, tanquam ſolidum ſeu impenetrabile, mobile, & diviſibile apprehendimus, cujus partes disjungi, ſeparari, & ad quamlibet à ſe invicem diſtantiam poni poſſunt. Poteſt unum corpus alteri corpori moventi obſtare; poteſt ipſius motum ſiſtere, vel ſaltem diminuere; poteſt etiam corpus alteri quieſcenti, vel minori cum vi ad eandem vel contrarias partes moventi, motum ſuum communicare, atque illud ſecum abripere.

E contra, Spatium concipimus, tanquam illud in quo corpus omne locatur, ſeu ſuum habet *Ubi*; quod omnino penetrabile ſit, omnia in ſe recipiens corpora, nec ullius rei refugiens ingreſſum; quod immobiliter fixum eſt, nullius actionis, formæ, ſeu qualitatis capax; cujus partes à ſe invicem ſeparari nulla vi poſſunt, ſed ſpatium ipſum immobile manens, mobilium ſucceſſiones excipit, motuum velo-

 cita-

citatem determinat, & rerum diſtantias metitur: hæc ſpatii & corporis tam diſſona & repugnantia attributa eidem ſubjecto competere impoſſibile eſt.

Reſpondebunt forte Carteſiani, ideam illam, qualem nos dedimus ſpatii à corpore diſtincti, imaginariam prorſus eſſe & chimæricam, cui ſcil. aliquid ſimile, in rerum natura, nullâ potentiâ exiſtere poteſt. Verum contra Carteſianos in promptu eſt demonſtrare, revera dari ſpatium à corpore diſtinctum, vel ſpatium & corpus non eſſe prorſus idem: ſed primo advertendum eſt, nos realem ſpatii corporis vacui exiſtentiam in hoc loco non eſſe evicturos; illud in alia lectione præſtandum erit: ſufficiet in præſentia illius poſſibilitatem adſtruere.

Ponamus ergo vas quodcunque, & aëre primo repleatur, deinde exhauriatur intra vas contentus aër, vel per divinam potentiam annihiletur, & omne aliud corpus in illius locum ingredi prohibeatur; quæro jam an in tali rerum conditione, ſpatium futurum ſit à corporibus vacuum? Corpus omne quod in vaſe continebatur, deſtructum eſt, omnis alterius corporis ingreſſus prohibetur, & vas ſuam figuram conſervare ſupponitur, certe neceſſarium eſſe videtur, ut Vacuum ſeu ſpatium corpore non repletum detur: Reſpondent Carteſiani hiſce ſuppoſitis, vaſis latera corruitura, & ad ſe invicem neceſſario acceſſura. At cum ſecundum ipſos Carteſianos nullum corpus poteſt ſeipſum movere, cumque ex hypotheſi, nullum aliud eſt corpus quod vaſis latera ad ſe invicem pellat, nullus etiam ſequetur eorum ad ſe invicem acceſſus, dicent forſan aërem undequaque diffuſum & vaſis latera circumcirca prementem, iſtius motus cauſam fore. Verum cum preſſio aëris ſit vis finita, talis poteſt eſſe vaſis firmitas, quæ iſti preſſioni æquipollere poſſit, adeoque vas ſuam conſervabit figuram: ſed demus illis vaſis latera corruitura, quæro quodnam corpus in illorum locum ſucceſſurum erit? (reſpondebunt) aër; quodnam corpus locum ab eo aëre derelictum poſſidebit? Alius (fortaſſe dicent) aër ſucceſſurus erit; at tandem ſubſiſtere oportet, & ad corpus aliquod pervenire neceſſe eſt, in cujus locum nullum

lum aliud corpus ingreditur; abſurdum enim eſt dari progreſſum in infinitum: Vacuum igitur in illo caſu neceſſario dabitur.

Sed & alia invicta demonſtratione ex Geometria petita, ſpatii corporis vacui poſſibilem ſaltem exiſtentiam oſtendemus: ad quod præſtandum præmittimus duo ſequentia effata tanquam axiomata a nemine philoſophorum in dubium vocanda. Primum eſt, quod corpus nullum, aut nulla materiæ pars, alterius corporis exiſtentiâ indigeat, ad ſuam exiſtentiam, *v. g.* Poteſt ſphæra exiſtere ſive aliud quodcunque corpus exiſtat aut non exiſtat; hoc ex natura ſubſtantiæ clare ſequitur. *2do.* Poteſt corpus aliquod, ſaltem ſi durum ſit, ſuam conſervare figuram, ſi nulla ſint corpora externa, vel nulla agentia quæ ei mutationem inferre conantur. Certe agnoſcendum eſt, Deum poſſe corpus quodlibet in eodem ſtatu atque ſitu conſervare, & quæcunque extrinſecus accidant, poteſt nihilominus figura corporis immutata manere.

Cum igitur ſphæra una vel etiam plures poſſunt exiſtere, nullis aliis exiſtentibus corporibus; ponamus omnia alia corpora à Deo annihilari, præter duas ſphæras; vel potius fingamus omnem materiam mundanam in duas ſphæras coacervari, quæ exponantur per duos circulos, quorum centra ſint A & B, cumque ſupponitur nullum aliud exiſtere corpus, poſſunt corpora illa ſphærica ſuam conſervare figuram, cum nullum ponitur agens externum quod figuram ſphæricam deſtruat vel mutet: duæ igitur illæ ſphæræ, vel contiguæ ſunt vel disjunctæ: Disjunctæ ſi ſint, erit ſpatium aliquod intermedium, nullo corpore repletum; adeoque omne ſpatium non erit corpus. Si vero ſphæræ ſeſe mutuo tangant; illas ſphæras in unico puncto ſeſe tangere neceſſe eſt, per demonſtrata in Elementis; inter alia igitur ſphærarum puncta eſt aliqua diſtantia, hoc eſt ſpatium aliquod interjacebit. Sumantur enim duo quæcunque extra contactum puncta puta D & E, ſi inter illa nullum interveniat ſpatium, hoc eſt nulla diſtantia, ſphæræ illæ in eiſdem punctis ſeſe contingent, quod eſt impoſſibile.

TAB. 1. *fig.* 2.

Vel

Vel ulterius ſic oſtenſive demonſtrari poteſt ſpatium ab omni corpore vacuum. Ponamus duas ſphæras, in quibus omnis materia mundana cumulari ſupponitur, eſſe æquales; in utraque accommodentur rectæ C D, C E ſemidiametro utriuſvis ſphæræ æquales, jungatur D E; erit hæc recta ſemidiametro ſphæræ æqualis, ducantur enim A D, B E, & quia in triangulis æquilateris A C D, B C E anguli A C D, B C E ſunt utervis duorum rectorum pars tertia, erit angulus D C E duorum rectorum etiam pars tertia, omnes enim anguli ad punctum C conſtituunt duos rectos; unde cum D C, C E æquales ſunt, erunt anguli C D E & C E D etiam æquales, & ſimul ſumpti conficient duorum rectorum duas partes tertias; quare utervis erit duorum rectorum una pars tertia, æquiangulum igitur erit triangulum D C E; adeoque erit D E æqualis ſemidiametro utriuſvis ſphæræ, nec in hoc caſu major vel minor eſſe poteſt. Similiter inter alia quæcunque ſphærarum puncta, extra contactum ad C, erit diſtantia quædam ad ſphærarum diametrum determinabilem habens rationem, adeoque erit inter eas ſphæras ſpatium certum & determinatum, nullo corpore repletum; verum in eo ſpatio poteſt admitti corpus, cujus dimenſiones dictis congruunt diſtantiis, quod vero majores habet dimenſiones, nullâ potentiâ poteſt in prædicto ſpatio locari; unde cum proprietates tales prædicto ſpatio demonſtrative congruant, & nemine cogitante poteſt tale ſpatium revera exiſtere, clare ſequitur contra Carteſianos, ideam quam de ſpatio habemus non eſſe Chimæricam aut imaginariam; quod enim Chimæricum eſt, nullam habere poteſt extra intellectum exiſtentiam.

Statuendum igitur eſt revera eſſe ſpatium ab omni corpore diſtinctum; quod ſit quaſi vas univerſale intra quod omnia corpora continentur & moventur. At qualis ſit hujus ſpatii natura, num ſit quid poſitivum, actu per ſe extenſum, & reali dimenſione præditum; ſive ejus extenſio oriatur ex relatione corporum in eo exiſtentium, adeo ut ſit mera capacitas, *ponibilitas*, ſeu *interponibilitas*, ut nonnullis loqui placet, & in eadem entium claſſe ponendum, qua mobilitas

tas & contiguitas; Sive ſpatium noſtrum ſit ipſa divina immenſitas, quæ eſt per omnia & in omnibus, ſive ſit creatum aut increatum, finitum vel infinitum, à Deo dependens vel independens, hic non diſquiremus; hæc omnia Metaphyſicis diſputanda relinquimus. Noſtro negotio ſufficiet quaſdam illius proprietates expoſuiſſe, & ejus diſtinctionem ſeu naturam à corporis natura diverſam adſtruxiſſe & demonſtraſſe; qui plura velit, Philoſophos conſulat.

Lectio III.

De Magnitudinum Diviſibilitate.

Quamvis, Academici, ſpatium à corpore realiter diſtinctum eſſe plurimis demonſtrari poteſt argumentis, & hactenus quædam attulimus quæ inſolubilia eſſe videntur; in eo tamen conveniunt ambo, quod extenſio univerſale ſit attributum ad utrumque neceſſario & eſſentialiter pertinens. Priusquam igitur ulterius progrediamur, non à re alienum erit, generalem quandam extenſionis affectionem, illius nempe diviſibilitatem exponere.

Hæc extenſionis proprietas omni magnitudinis ſpeciei, tam lineis quam ſuperficiebus, tam ſpatio quam corpori competit, & neceſſario ineſt. Per diviſibilitatem autem non hic loci intelligimus actualem partium à ſe invicem ſeparationem, quæ motum ſupponit, qualem quidem ſpatii natura non admittit, nec talem ſeparationem demonſtrationes ex Geometria accerſitæ probant; verum noſtra, quam hic evincere conabimur, diviſibilitas, eſt ſolum magnitudinis cujuſvis in ſuas partes reſolutio, ſeu earum diſtinctio & aſſignabilitas, *v.g.* Cum docet Euclides, in propoſitione nona Elementi primi, angulum quemvis rectilineum bifariam ſecare, non in ea methodum oſtendit, qua una anguli pars media ab altera divulſa recedat, & ad datam ab eâ diſtantiam ponatur, ſed methodum tantum tradit quâ linea ducatur, ita angulum in duos alios angulos dividens, ut qui ab una iſtius lineæ par-

te jacet angulus, æqualis ſit ei qui ad alteram partem exiſtit: Sic etiam cum, in propoſitione ſequenti, docet rectam quamvis biſecare, docet tantum aſſignare punctum medium datam rectam in duas partes æquales dirimens, quod ſit utriuſque partis communis terminus, ubi ſcilicet deſinit una partium æqualium, & incipit altera. Hæc magnitudinis in partes reſolutio ita ei intima & eſſentialis eſt, ut illud quod partes non habet, ſcil. punctum, non magnitudo, ſed magnitudinis initium dicatur vel finis; nec magnitudo quævis ex punctis poteſt conflari, licet numero infinitis; omnis verò magnitudo non ex punctis, ſed partibus, aliis nempe ejuſdem generis magnitudinibus componitur, quarum unaquæque ex aliis etiam conflatur partibus, & rurſus quælibet harum partium alias adhuc in ſe continet partes, & ſic in infinitum: nec unquam ad magnitudinem tam parvam pervenire poſſumus, quin adhuc in plures dividi poſſit partes, nullumque datur in quacunque magnitudinis ſpecie abſolutè minimum, ſed quicquid dividitur, dividitur in partes adhuc etiam diviſibiles. Hæc ſemper ulterior materiæ in partes reſolutio, illius *Diviſibilitas in infinitum* à philoſophis nuncupatur; & recte ſane, cum nulla aſſignari poteſt quantitas materiæ adeo minuta, & numerus finitus adeo magnus, quin numerus partium eam quantitatem componentium, in quas ſcil. reſolvi poteſt illa quantitas, major ſit numero illo utcunque magno; nam *illud infinitum vocamus quod omni finito majus eſt.*

Quoniam autem infinita hæc materiæ diviſibilitas rationibus ex Geometria petitis demonſtranda ſit, & cum hodie exſtent quidam Philoſophi, qui Geometriam ex Phyſica exulare cupiunt, eo quod ipſi Divinæ illius Scientiæ imperiti ſint; & dum inter doctiſſimos haberi ſatagunt, nullum non movent lapidem, quo harum demonſtrationum vim irrito utcunque convellant conatu; neceſſe erit, priuſquam argumenta noſtra Geometrica proferamus, eorum vim ſtabilire, & objectionibus quibuſdam reſpondere.

Cum itaque, inter hujus generis Philoſophos, emineat Vir Clar. *Joannes Baptiſta Du Hamel*, Philoſophiæ *Burgun-*

gun-

gundicæ ſcriptor, libet illius ſententiam ſuper hac re proferre. Dicit igitur Hypotheſes Geometricas nec veras eſſe nec poſſibiles, cum ſcil. nec puncta, nec lineæ, nec ſuperficies, prout à Geometris concipiuntur, vere in rerum natura exiſtant; adeoque demonſtrationes, quæ ex his afferuntur, ad res actu exiſtentes applicari non poſſe, cum ſcil. nihil eorum vere exiſtit niſi in ideis noſtris: jubet igitur Geometras ſibi ſuas ſervare demonſtrationes, nec eas ad phyſicam transferre, quæ non lucem, ſed majores huic ſcientiæ offundant tenebras.

Miror ego hujus viri alias doctiſſimi in hacce re imperitiam; potuit ſane eodem jure ſuppoſitiones etiam quaſcunque phyſicas ſuſtuliſſe, cum hypotheſes Geometricæ æquè certæ & æquè poſſibiles ſunt & reales, ac illæ ſunt quas phyſicas dicit: imo ſi exiſtat corpus, neceſſario etiam exiſtent vera puncta, veræ lineæ, & veræ ſuperficies, prout à Geometris concipiuntur; quod facile oſtendemus. Nam ſi detur corpus, illud cum infinitum non ſit, ſuos habebit terminos; corporis vero termini ſunt ſuperficies, & termini illi nullam habent profunditatem; ſi enim haberent, eo ipſo quod profunditatem haberent corpora eſſent, haberentque illa corpora alios rurſus terminos qui ſuperficies eſſent, adeoque eſſet ſuperficiei ſuperficies. Vel igitur ſuperficies illa omni deſtituta eſt profunditate, vel etiam profunditatem habebit: Si prius, habemus quod petimus; ſin poſterius, ad aliam rurſus pervenimus ſuperficiem; atque ſic progrederemur in infinitum, quod eſt abſurdum: quare dicendum eſt terminos illos omni profunditate privari, ac proinde veræ erunt ſuperficies, & prout à Geometris concipiuntur abſque profunditate, ſeu quæ longitudinem & latitudinem tantum habent ad ſuam eſſentiam conſtituendam.

Rurſus, cum ſuperficies illa infinita non eſt, ſuis etiam claudetur terminis; termini vero illi lineæ dicuntur, quæ revera nullam habent latitudinem, aliàs enim ſuperficies eſſent, & ſuos etiam haberent terminos, quos ſaltem concipere oportet omni latitudine deſtitutos; non enim (ut prius dictum

 ctum

ctum eſt) dari poteſt progreſſus in infinitum, unde ſequitur dari lineas, quæ ſunt tantum longæ abſque omni latitudine: eodem prorſus modo & lineis ſui etiam competunt termini, qui puncta vocantur, quibus nec longitudo, nec latitudo, nec profunditas convenit. Quare ſi corpus exiſtere ſupponatur, neceſſario tam ſuperficies, quam lineæ & puncta Geometrica, non tantum ut poſſibilia, ſed etiam ut verè exiſtentia ponentur.

Sed reſpondebunt puncta illa, lineas & ſuperficies non eſſe materialia. Quid inde? Quis unquam dixit punctum Mathematicum materiam eſſe? Quis ſuperficiem materialem agnoſcit? Si materialis eſſet, ſuam haberet etiam ſuperficiem ſive terminum: ſuperficiei autem ſuperficiem quis unquam imaginatus eſt? Verum etiamſi nec ſuperficies, nec lineæ, nec puncta ſunt ipſa materia, in ea tamen exiſtunt vel exiſtere poſſunt, tanquam illius modi, termini ſeu accidentia; eodem prorſus modo, quo figura non eſt ipſum corpus, ſed ejus tantum affectio, qua corpus ſub datis terminis comprehenditur, habetque hæc proprietates reales à corporis proprietatibus omnino diſtinctas.

Sed rurſus objiciunt noſtri ἀγεωμέτρητοι Philoſophi, nullam eſſe in rerum natura ſuperficiem perfecte planam, nullum corpus perfecte ſphæricum, quale ſibi fingunt Geometræ; nec curvam ullam perfecte circularem. At quo pacto hoc illis innotuit? An omnia viderunt quotquot ſunt in mundo corpora, & per microſcopia ea contemplati ſunt? Dicent fortaſſe, corporum ſuperficies planas vel ſphæricas eſſe non poſſe, quia in harum figurarum naturis eſt contradictio quædam & impoſſibilitas. At, ut contradictionem oſtendant velim; corpus omne aliqua ſaltem figura terminari neceſſe eſt; ſuperficies planæ vel ſphæricæ ſunt omnium conceptu facillimæ & ſimpliciſſimæ: Qualis igitur eſt in illis repugnantia, ut impoſſibile ſit corpus ſub iſtiuſmodi ſuperficiebus comprehendi? Credo neminem eſſe, qui Geometriam vel primis labiis tetigerit, quin harum figurarum naturam & proprietates magis perſpectas habeat, & plures earum affectiones nôrit, quam omnes iſtiuſmodi Philoſophi intelligunt,

gunt, vel fortaſſe unquam ſunt intellecturi: At horum nemo talem deprehendit in hiſce figuris repugnantiam; nullus Geometra iſtiuſmodi contradictiones in figurarum naturis unquam ſuſpicatus eſt: è contra, harum poſſibilitatem evincunt tot pulchræ earum proprietates à Geometris detectæ atque demonſtratæ; nam rei impoſſibilis nulla eſt vera proprietas, nulla demonſtratio. Reſtat igitur, ut has figuras tanquam poſſibiles agnoſcant; & ſi poſſibiles ſunt, poteſt Deus corpora iſtiuſmodi ſuperficies habentia è materiâ formare. Ponamus igitur duo corpora, quorum unum planis, alterum ſphæricâ terminatur ſuperficie; ſi igitur corpus ſphæricum ſuper plano conſtituatur, illud vere continget: at continget in unico tantum & indiviſibili puncto, ſeu in puncto quod partes non habet, (per Cor. Prop. 2. El. 3tii) & proinde erit in illo caſu verum punctum. Sed ulterius, ponamus corpus ſphæricum ſuper plana ſuperficie moveri, ſeu progredi abſque omni circa axem aliquem rotatione, ita ſcil. ut punctum ſphæræ planum contingens ſemper in eodem plano inveniatur; eritque via, quam punctum illud motu ſuo deſcribit, linea vere mathematica abſque omni latitudine: & ſi quidem ſit via breviſſima inter duo quælibet puncta in illo plano, orietur ex motu illo linea recta, ſin alias, curva vel ex pluribus rectis compoſita, vel partim ex his partim ex illis conflata. Puncta igitur, lineæ, & ſuperficies, prout à Geometris concipiuntur vel finguntur, ſunt poſſibilia, quod oſtendi oportebat. Aliis etiam innumeris modis poteſt eorum poſſibilitas demonſtrari, verum piget hiſce ineptiis diutius immorari. Hoc tantum libet admonere, quod inter duo quælibet duorum corporum puncta, erit diſtantia data & determinata; *v. g.* inter Solis & ſtellæ fixæ centra, eſt determinata diſtantia, quæ per rectam lineam menſuratur duo illa puncta interjacentem; quæ erit omnium linearum quæ à puncto uno ad alterum duci poſſunt, brevisſima, & minimo tempore data velocitate peragranda; hæc inquam diſtantia eadem manet, qualiſcunque futura ſit corporis intermedii figura, ſive planis claudatur, ſive ſphæricis contineatur ſuperficiebus, ſive demum abſit omne cor-

pus medium, & nihil interſit præter ſpatium; eadem manebit linea magnitudine & poſitione, quamdiu corporum centra immota manent.

Stabilitis jam principiis, ad propoſitum redeo, ut ſcil. demonſtretur extenſionem omnem, tam corpoream, quam incorpoream, in infinitum eſſe diviſibilem, ſeu partes habere numero infinitas; quod pluribus invictis rationibus probare conabimur. Prima ſit hæc; exponatur linea quævis A B; dico illam diviſibilem eſſe in partes numero omni finito numero dato majores.

TAB. I. fig. 3. Ducatur per A recta quævis A C, & huic per punctum B parallela ducatur B D, & in A C capiatur punctum quodvis C. Si igitur recta A B non eſt diviſibilis in infinitum partium numerum, diviſibilis tantum erit in numerum partium finitum; ſit ille numerus qualiſcunque *v. g.* ſenarius: In linea B D ad partes puncto C oppoſitas capiantur quotcunque puncta plura quam ſex *v. g.* puncta E, F, G, H, I, K, L, & ducantur per poſtulatum primum *Euclidis* CE, CF, CG, CH, CI, CK, CL: hæ ductæ divident rectam A B in tot partes quot ſunt rectæ: ſi enim non divident, ergo plures rectæ in uno aliquo puncto rectam A B interſecabunt; ſed omnes ſe interſecant in communi puncto C, quare duæ aliquæ rectæ ſeſe bis ſecabunt, & proinde vel ſpatium comprehendent, vel habebunt idem ſegmentum commune: quorum utrumque eſt contra axiomata in Elementis poſita. Dividitur igitur A B in tot partes diverſas, quot ſunt rectæ; ſed tot ſunt rectæ, quot puncta in recta B D ſumpta fuerint: quare cum ſumpta fuerint plura puncta quam ſex, erit linea A B in plures partes quam ſex diviſibilis. Eodem modo, quantumvis magnus ponatur numerus, oſtendi poteſt lineam A B eſſe diviſibilem in partes numero majores illo numero, majorem ſcil. aſſumendo in recta B D punctorum numerum (quod facile fieri poteſt, cum nullus ſit numerus finitus ita magnus, quin major ſumi poſſit, ideoque in data quavis ratione majoris inæqualitatis) atque ducendo rectas à puncto C ad puncta in recta B D aſſumpta; hæ quippe rectæ rectam A B divident in tot partes, quot ſunt rectæ, adeoque in plures

par-

partes quam numerus primo poſitus, qui (utcunque magnus ſit) conſtat unitatibus; erit itaque recta A B diviſibilis in plures partes quam per ullum numerum finitum exprimi poteſt, adeoque erit diviſibilis in infinitum: Q. E. D.

Argumentum ſecundum. Exponatur recta quæcunque A B, dico illam diviſibilem eſſe in infinitas numero partes; TAB. I. *fig.* 4. ſi enim non eſt diviſibilis in partes numero infinitas, diviſibilis erit in partes numero finitas; ſit ille numerus quivis *v. g.* quinarius; ducatur recta quævis A K angulum utcunque cum A B continens, in eaque, quantum opus eſt producta, capiantur quot volueris puncta plura quam quinque: ſint *v. g.* C, D, E, F, G, H, K; jungatur K B; perque puncta C, D, E, F, G, H ducantur rectæ ipſi K B parallelæ, divident hæ neceſſario rectam A B in tot partes quot ſunt rectæ: ſi enim non dividant, ergo plures rectæ in uno puncto concurrent: at non concurrent, cum parallelæ ponantur, quare unaquæque recta in diverſo puncto rectam A B interſecabit, & omnes in tot partes rectam A B divident, quot ſunt rectæ parallelæ ductæ. At ductæ ſunt plures quam quinque, ergo diviſa erit recta A B in plures partes quam quinque: idem de alio quovis numero dicendum erit. Quare nullus eſt numerus tam magnus, quin numerus partium, in quas recta A B eſt diviſibilis, erit illo numero major, adeoque recta A B eſt diviſibilis in infinitum.

3*tio*. Si quantitas non eſt diviſibilis in infinitum, diviſibilis erit in partes ulterius non diviſibiles; at nulla eſt pars quæ ulterius dividi non poteſt: quia nulla datur quantitas tam parva, quin adhuc minor accipi poſſit, idque in data ratione minoris inæqualitatis. Sit enim recta A B, & ejus TAB. I. *fig.* 5. pars quantumvis parva ſit A C, dico ipsâ A C minorem lineam accipi poſſe, in ratione quacunque minoris inæqualitatis, *v. g.* ut unum ad tria. Ducatur à puncto A recta quævis A D, inque ea capiantur rectæ A E, E F, F G æquales: jungatur G C & per E agatur E H ipſi G C parallela, erit recta A H ipſius A C pars tertia: demonſtratio conſtat ex *nona propoſitione Elementi ſexti*. Adeoque recta A C non erit minima quæ accipi poteſt. Idem de alia quavis recta demonſtrari poteſt,

poteſt, ac proinde nulla eſt in natura quantitas minima.

Præterea, ſi quantitas ex indiviſibilibus componeretur, multa exinde ſequerentur abſurda; ſint enim *v. g.* duo circuli A B C D, E F G H concentrici, dividaturque circumferentia major in partes ſuas indiviſibiles, & ducantur à centro Q ad ſingulas haſce partes rectæ, Q O M, Q P N quæ circumferentiam utramque in æquales numero partes divident, & circumferentia major A B C D in partes ſuas minimas diviſa erit; quare & circumferentia minor E F G tot partibus minimis ſeu indiviſibilibus conſtabit, quot conſtat A B C circumferentia: adeoque cum indiviſibile indiviſibili æquale ſit, erit circumferentia E F G H æqualis circumferentiæ A B C D; minor majori: quod fieri non poteſt.

TAB. I. *fig.* 6.

Ultimo, ex hac quantitatis ex indiviſibilibus compoſitione ſequitur nullas dari magnitudines incommenſurabiles, contra quod à Geometris paſſim demonſtratur. Nam ſi magnitudo omnis ex indiviſibilibus conſtaret, indiviſibile illud eſſet omnium magnitudinum ejuſdem generis adæquata & communis menſura: in omnibus enim aliquoties exacte continebitur, adeoque omnes magnitudines communem menſuram habebunt, & latus quadrati illius diagonio eſſet commenſurabile; contra *ultimam Propoſitionem Elementi decimi.*

Innumeræ aliæ poſſunt adduci demonſtrationes, quibus continui infinita diviſibilitas oſtendatur, & indiviſibilium hypotheſis funditus evertatur. Sed quid opus eſt pluribus? Cum hactenus allata argumenta non minorem habeant vim ad aſſenſum cogendum, quam demonſtratio quævis in Elementis *Euclidis*; imo impoſſibile eſt ut ea convellantur, quin ſimul Geometriæ fundamenta corruant; quæ tamen nulla unquam ætas, nulla Philoſophorum hæreſis labefactare poterit.

Ut igitur argumentorum vim devitent Philoſophi, diſtinguunt inter corpus Mathematicum & corpus Phyſicum; Corpus ſcil. Mathematicum diviſibile eſſe in infinitum, demonſtrationum vi coacti, lubenter agnoſcunt; at Corpus Phyſicum in partes ulterius diviſibiles ſemper reſolvi poſſe negant. Sed quid quæſo eſt corpus mathematicum, niſi quid-

dam

dam in trinam dimenſionem extenſum? Nonne corpori mathematico competit diviſibilitas eo quod extenſum eſt? At eodem etiam modo extenditur corpus Phyſicum; quare cum diviſibilitas ab ipſius extenſionis natura & eſſentia dependeat, & inde ortum ſuum trahat, illam omnibus extenſis tam Phyſicis quam Mathematicis convenire neceſſe erit. Ut enim Logicorum phraſi utar, quicquid prædicatur de genere, prædicatur de omnibus ſpeciebus ſub eo genere contentis.

Eſt & alia apud Philoſophos haud abſimilis diſtinctio, qua corpus quodvis mathematice diviſibile eſſe in infinitum concedunt; diviſibile autem eſſe phyſice negant. Si ullus ſit horum verborum ſenſus, hic erit: Corpus eſſe Mathematice, hoc eſt, realiter & demonſtrative diviſibile in infinitum concedunt; Phyſice autem ſeu ſecundum falſam ſuam hypotheſin negant; atque ſic habebunt diſtinctionem, contra quam nihil urgeri poteſt.

Quoniam Philoſophi, contra quos diſputamus, demonſtrationibus Geometricis non ſatis aſſueti ſunt, & proinde earum evidentiam non facile perſpiciant; priuſquam huic lectioni finem imponemus, libet unum argumentum Phyſicum ex motu petitum, pro infinita continui diviſibilitate proferre; ſcil. ſi continuum ex indiviſibilibus conſtaret, ſequeretur omnes motus æquiveloces fore, nec minus in eodem tempore conficiet ſpatium ſegniſſima teſtudo, quam πόδας ὠκὺς Achilles. Ponamus enim Achillem velociſſime curſurum & teſtudinem ſegniſſime repturam: ſi continuum ex indiviſibilibus conſtaret, non poteſt teſtudo in aliquo dato tempore minus conficere ſpatium quam Achilles; nam ſi Achilles in uno temporis inſtanti, indiviſibile pertranſit ſpatium, non poteſt teſtudo minus ſpatium in eodem temporis momento tranſire, quia ex hypotheſi non datur minus. Indiviſibile enim alio indiviſibili minus non erit, ergo pertranſibit æquale: idem de alio quovis temporis momento dicendum eſt: ergo ſemper ab utroque percurrentur ſpatia æqualia; & proinde Achilles velociſſimus non plus conficiet ſpatii quam teſtudo lentiſſima; quod eſt abſurdum. Alia ejuſ-

dem generis abſurda ex eadem indiviſibilium hypotheſi deduci poſſunt; verum quæ dicta ſunt ſufficiant.

Lectio IV.

In qua reſpondetur objectionibus contra materiæ diviſibilitatem afferri ſolitis.

HActenus, Academici, argumenta expoſuimus, quibus continuam materiæ in infinitas numero partes diviſionem clare ſatis demonſtravimus; reſtat ut objectionibus ſeu Philoſophorum argutiis reſpondeamus. Sunt enim Philoſophi haud pauci, qui neſcio qua idearum obſcuritate laborantes, & demonſtrationum, quas attulimus, evidentiam non ſatis perſpicientes, contra rem tam manifeſtè veram argumenta ſua proferre non audeant tantum, verum & confidant ſpecioſo demonſtrationum titulo ea inſignire. At ego, qui plures illorum evolvi libros, nunquam incidi in quicquam ab iis de hacce re ſcriptum, quod rationis quidem ſpeciem haberet; adeo equidem ſunt demonſtrationibus deſtituti, ut ne minimam demonſtrationis umbram in iis quiſquam Geometra, etſi Lynceis donatus fuerit oculis, perſpicere queat. Fateor tamen eſſe aliquid in natura infiniti, quod humano intellectui haud adæquate comprehenſibile eſſe videtur; adeoque non mirum erit, ſi ex ea quædam ſequuntur, quæ hominum mentes denſa caligine involutæ concipere non poſſunt: & ſpeciatim in hac, quam nunc proſequimur, quæſtione, multa ſunt, quæ quibuſdam Philoſophis hiſce rebus minus aſſuetis paradoxa & incredibilia videntur: nihil tamen exinde ſequitur, quod vel contradictionem implicat, vel cuivis axiomati aut demonſtrationi repugnat. Sed videamus, quas afferunt Philoſophi Atomiſtæ, argutias. Prima eſt ea Epicuri; ſi continuum diviſibile eſſet in infinitum, contineret infinitas numero partes, adeoque finitum contineret infinitum, quod eſt abſurdum. At rogo ut terminos ſuos explicent, & dicant quid per has voces intelligunt, *infini-*

finitum non poſſe contineri in finito; ſi dicant infinitam magnitudinem non poſſe in magnitudine finita contineri, hoc lubenter concedam; at hujus contrarium non ſequitur ex ea, quam propoſuimus, doctrinâ; nec unquam illud neceſſariâ conſequentiâ exinde deducere poſſunt. Si dicant partes numero infinitas, & infinite exiguas, non poſſe finitâ magnitudine contineri, hoc illud ipſum eſt quod iis probandum incumbit. Non, ut opinor, dicent ipſis abſque ratione credendum eſſe; nec illud tanquam propoſitionem per ſe claram inter axiomata reponent, cujus contrarium tot validis rationibus demonſtrari poteſt. Urgeant itaque partes numero infinitas infinitam magnitudinem componere; ſed hoc rurſus eſt Principium petere; illud enim ipſum eſt de quo diſputamus, utrum ſcil. finita magnitudo poteſt habere partes numero infinitas? Certum enim eſt, quotcunque partes habeat, ſive finitas, ſive infinitas, eas ſuo toti æquari: ſicut enim decem partes decimæ unitatis efficiunt unitatem, centum centeſimæ unitatis partes ſimul ſumptæ etiam unitatem component, & mille partium milleſimarum in unum collectarum ſumma toto non major erit; ita etiam partes infinitæ infiniteſimæ alicujus magnitudinis ipſam magnitudinem adæquant. Vel ſic: ſit linea A B diviſa in partes centum; erunt omnes hæ ſimul ſumptæ ipſi A B æquales: & eodem modo, ſi recta A B dividi intelligatur in mille partes, harum partium mille ſimul ſumptæ magnitudinem nec majorem nec minorem ipſa A B component. Vel etiam, ſi divideretur recta A B in milliones, partes hæ rurſus ſimul ſumptæ toti A B erunt æquales; & univerſaliter, ſi ſint duæ magnitudines A B & C, habeatque C eandem rationem ad A B quam habet unitas ad numerum quemvis N, erit quantitas C per numerum N multiplicata ipſi A B æqualis. Cum enim quantitates C. A B, unitas & numerus N ſint proportionales, erunt extremæ in ſe invicem ductæ mediis in ſe invicem ductis æquales; at cum A B per unitatem multiplicata ipſi A B eſt æqualis (unitas enim nec multiplicatione auget, nec diviſione minuit) erit quantitas C per N numerum

TAB. I. *fig.* 7.

multiplicata ipſi A B æqualis: Quantumvis igitur magnus ſive parvus ſit numerus N, hic multiplicans quantitatem C faciet ſemper productum ipſi A B æqualem, modo C talis ſit quantitas ut ad A B eandem habeat proportionem quam habet unitas ad dictum numerum N. Adeoque ſi N ſit numerus infinitus, & C pars rectæ A B infiniteſima, hoc eſt, ſi eandem habeat quantitas C rationem ad A B quam habet unitas ad numerum infinitum N, eſt etiam quantitas C per numerum infinitum N multiplicata, hoc eſt infinities ſumpta, quantitati A B æqualis, nec eâ major, ſicut nec minor eſſe poteſt. Si igitur partium magnitudo eadem ratione diminuatur, qua earum numerus augetur, totum ex hiſce omnibus partibus conflatum idem manebit; nec æſtimanda eſt quantitas aliqua ex partium numero, ſed ex earum numero & magnitudine conjunctim; adeoque ſi partes infinite parvæ ſint, neceſſe erit ut earum multitudo ſit infinite magna, priuſquam quantitatem quamvis dabilem exſuperare poſſunt. Sed præterea, plura poſſumus proferre exempla tam ex Arithmetica, quam ex Geometria, ubi, ipſis fatentibus adverſariis, partium numerus erit infinitus, at ipſa magnitudo ex partibus iſtis infinitis compoſita finita erit. Sit primum exemplum ſeries infinita numerorum in ratione quavis decreſcentium, quæ finito adæquatur numero *v. g.* $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{64}$ &c. Hujus ſeriei in infinitum continuatæ ſumma erit unitati æqualis; at cum in infinitum extenditur ſeries, erunt ejus termini numero infiniti; quare in hoc caſu partes quantitatis numero infinitæ finitam efficiunt quantitatem. Similiter & hujus ſeriei ſumma $\frac{1}{3}\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{27}\ \frac{1}{81}$, &c. cum in infinitum continuatur æqualis erit parti uni ſecundæ ſeu unitatis dimidio, ut in Arithmetica demonſtratur; at nemo negabit ſeriem hanc in infinitum continuatam infinitas partes habere; quare poſſunt dari partes quantitatis numero infinitæ, quæ tamen unitatis partem dimidiam non exſuperant. Similiter in Geometria, notum eſt ſpatium poſſe dari infinite longum, quod tamen ſpatio finito perfecte adæquatur; hoc enim infinitis fere exemplis demonſtraverunt Clariſſimi Geometræ *Torricellius*, *Walliſius*, *Barovius* & alii, ex quibus

bus libet exempla quædam proferre. Et primo ſit Curva A B C D talis naturæ ut ſi ſumptæ fuerint in Aſymptoto E H rectæ E F, F G, G H, æquales, ſeu poſitis rectis E F, E G, E H in proportione Arithmetica; & ad puncta E, F, G, H ordinatim applicentur rectæ A E, B F, C G, D H, ſint ordinatæ hæ in proportione Geometricâ: curva A B C D dicitur curva Logarithmica, & ſpatium interminabile inter Aſymptoton & curvam infinite productas contentum, æquale erit ſpatio finito, ut à Clariſſimo *Barovio* in Lectionibus Geometricis demonſtratur; ex qua poteſt colligi ſupra nominata proprietas numerorum in proportione quavis Geometrica decreſcentium. Sed ut hoc ad propoſitum noſtrum applicemus; nemo non agnoſcet in ſpatio interminabili HGFEABCD, quod infinite longum eſt, eſſe partes numero infinitas; at omnes illas ſpatii partes eſſe ſpatio finito æquales demonſtrant Geometræ; quare ſunt aliquæ partes ſpatii numero infinitæ, quæ non ſpatium infinitum ſed finitum conficere poſſunt. Eodem modo, in Hyperbolis omnibus, Apollonianâ exceptâ, erit area inter curvam & Aſymptoton infinite protenſas perfecte quadrabilis, & areæ finitæ æqualis; ſed in areis hiſce omnibus ſunt partes numero infinitæ, quare erunt partes numero infinitæ æquales quantitati finitæ. Præterea, in Hyperbola Apolloniana C A B, etſi area interminabilis inter curvam A B & Aſymptoton E F in infinitum protenſas contenta, ſit area infinita, ſeu qualibet finitâ major; ſi tamen area illa infinita circa Aſymptoton ſuam revolvatur, generabitur ſolidum ſeu corpus vere infinite longum, quod tamen æquale erit ſolido ſeu corpori finito; ut elegantiſſime à *Torricellio* demonſtratum eſt, qui ſolidum hoc Hyperbolicum acutum nominavit: at in hoc ſolido ſunt partes numero infinitæ, cum ſcil. infinitè longum eſt; ergo partes corporis numero infinitæ finitum component corpus. Alia innumera proferre poſſumus hujus rei exempla, ſed diutius fortaſſe, quam par eſt, huic objectioni refellendæ immorati ſumus.

TAB. I. *fig.* 8.

TAB. I. *fig.* 9.

2*do.* Objiciunt Atomiſtæ; ſi quantitas omnis eſt diviſibilis in infinitum, magnitudo quævis minima æquabitur maximæ,

mæ, cum ſcil. tot partes habet minima quot maxima. Qualis, quæſo, eſt hæc conſequentia? An quia ulna *Anglicana* dividi poteſt in centum partes, & pes Anglicanus etiam dividi poteſt in centum partes, ideo ſequitur pedem ulnæ æquari? At ovum ovo non ſimilius invenietur, quam eſt hæc argumentatio illorum objectioni; quæ falſiſſima innititur hypotheſi, qua magnitudines volunt ſolum per partium numerum, non item per earum quantitates eſſe menſurandas.

Ulterius objiciunt; ſi pes dividatur in infinitas partes æquales, & ulna etiam ita dividatur, ut pars unaquæque ulnæ ſit æqualis parti cuivis pedis, erit numerus partium in ulna triplus numeri partium in pede; unde cum numerus partium in pede ſit infinitus, erit numerus partium in ulna iſtius numeri infiniti triplus, & inde daretur infinitum triplo majus. At unde notum eſt illis hoc eſſe abſurdum? An contradicit axiomati alicui vulgo recepto? Nequaquam mehercule; nullum enim eſt axioma quod omnia infinita æqualia ponit. Nec infiniti naturæ repugnat ut ab alio infinito ſuperetur: nam ſi detur infinitum, infinita *v. g.* linea, erunt in ea infinita milliaria, plura ſtadia & multo plures pedes. Sic in ſpatio, quod undique extenſum imaginamur, ſi duæ lineæ parallelæ in infinitum producantur, erit area ab hiſce rectis comprehenſa reverà area infinita, eo quod omnem aream finitam ſeu undique clauſam ſuperat; erunt igitur in eâ infinita jugera, plures perticæ quadratæ, & multo plures pedes quadrati; rurſus, ſi intra has lineas ducatur recta utrivis earum parallela, dividet hæc linea priorem aream in duas areas etiam infinitas; quæ igitur ſimul ſumptæ priori infinito adæquantur. Non igitur naturæ infiniti repugnat, illud poſſe ab alio infinito excedi, per aliud multiplicari, & in alia etiamnum infinita dividi; hæc, inquam, nullo modo repugnant, ſed ex ipſius rei natura facillime ſequuntur; imo nemo eſt, qui infinitum ſpatium concedit, quin ſimul agnoſcere cogatur iſtius ſpatii in alia infinita diviſibilitatem.

Aliud petunt argumentum contra infinitam materiæ diviſibilitatem ex omnipotentia divina. Dicunt enim Deum poſ-

ſe

ſe continuum quodvis in partes ſuas infiniteſimas reſolvere, atque partes haſce à ſe invicem ſeparare: ſed ſi hoc fiat, daretur pars ultima, & diviſibilitas continui tandem exhauriretur; ergo continuum non in infinitum ſectile eſt. Reſpondeo proculdubio Deum poſſe quicquid eſt poſſibile, aut quod immutabili ipſius naturæ non repugnat; at cum hactenus demonſtravimus nullam dari poſſe materiæ particulam utcunque parvam, quæ non iterum ſecari poteſt in infinitas alias etiam particulas; liquet exinde Deum non poſſe ita ſecare materiam, ut detur pars ultima indiviſibilis. Si enim ad hoc ſe extenderet potentia Divina, poſſet Deus aliquid quod contradictionem involveret, vel quod immutabili ipſius Eſſentiæ repugnaret. Sed ulterius urgent, ſi quantitas omnis ſit diviſibilis in infinitum, & partes actu ſint in continuo, dabitur actu pars infinitè parva, adeoque ulterius non diviſibilis. Reſpondeo primo; poſſum cum *Ariſtotele* negare eſſe partes actu in continuo, & inde corrueret eorum argumentum quod ut demonſtrationem invictam tantopere prædicant. *2do.* Concedamus illis partes eſſe actu in continuo, concedamus eſſe partes infinitè parvas & indiviſibiles, concedamus denique argumentum, nihil tamen exinde infertur contra quantitatis non infinite parvæ continuam & in infinitum diviſibilitatem; hæc in argumento ſupponitur, at non refellitur; an quia pars continui infinite parva non eſt ulterius diviſibilis, ideo ſequitur partem datam, ſeu partem non infinitè parvam, etiam non eſſe ulterius diviſibilem? Si aliquid exinde ſequatur, ſequitur continuam omnem quantitatem in partes infinitè parvas poſſe reſolvi, adeoque continuum eſſe in infinitum diviſibile. Sed tertia & vera reſponſio ſit; negando eſſe partes in continuo adeo minutas ſeu parvas, ut nequeant eſſe ulterius diviſibiles; & quamvis darentur partes infinitè exiguæ, vel tales quæ eandem habent proportionem ad ſua tota quam numerus finitus ad infinitum, vel ſpatium finitum ad infinitum; negamus tamen haſce partes non eſſe ulterius diviſibiles: ſed cum ipſæ ſunt extenſæ, erunt etiam diviſibiles non tantum in duas, tres vel plures partes, ſed etiam quælibet poteſt in infinitum ſecari: quan-

titatis infinite parvæ partes numero infinitæ, infiniteſimæ infiniteſimarum ſeu Fluxiones Fluxionum à Geometris dici ſolent, à quibus adhibentur ad plura problemata aliàs intricatiſſima ſolvenda. Præterea, & harum Fluxionum dantur & aliæ Fluxiones ſeu partes ſuis totis infinite minores, & harum rurſus partium erunt aliæ partes, atque ſic quouſque libet progredi licebit. Non diſſimulo ob humani ingenii imbecillitatem hoc conceptu eſſe difficillimum; non ideo tamen deſerenda eſt veritas validiſſimis ſuffulta argumentis, præſertim cum quædam ſunt, quæ à tenui noſtro intellectu difficulter admodum capiuntur, quæ tamen eſſe certiſſime novimus. Exempla poſſumus comparare plurima, at ea tantum adducemus quæ ad rem propoſitam illuſtrandam inſerviunt; quibus oſtendemus eſſe quantitates infinite minores aliis datis quantitatibus, quæ tamen erunt aliis infinite majores; ita, ſi dentur quædam quantitates infinite parvæ, erunt quædam etiam quantitates his infinite minores, & rurſus his ultimis fieri poſſunt aliæ infinite minores, & ſic ſemper deinceps uſque ad infinitum.

TAB. 1. *fig.* 10. Primo igitur, ſic probamus dari quantitates, quæ quantitatibus infinitè parvis ſunt infinitè minores; ſit circulus A B F, cujus diameter A B, ſitque B F pars peripheriæ infinitè parva, cujus proinde chorda erit etiam infinitè parva, hoc eſt, chorda B F, ad magnitudinem quamvis determinatam, *v. g.* ad circuli diametrum A B, eam habebit proportionem, quam habet magnitudo quævis finita ad infinitam. Demiſſa intelligatur à puncto F ad A B, perpendicularis F G; erit B G rectâ B F infinitè minor. Ducatur enim A F, eritque angulus A F B in ſemicirculo rectus. Adeoque in triangulo A F B rectangulo ad F, ob demiſſam in baſim A B perpendicularem F G, erit, per 8^{vam} 6^{ti} El. A B ad B F ut B F ad B G. Sed, ex hypotheſi, A B infinitè major eſt quam B F, quare erit & B F infinitè major quam B G; erit igitur quantitas, quæ, etſi aliâ datâ quantitate ſit infinitè minor, alia tamen quantitate infinitè major erit.

Sic etiam in circulo notum eſt, Sinum cujuſlibet arcus eſſe ſuo arcu minorem, Tangentem vero eſſe arcu majorem, &

& proinde tangens arcûs erit etiam ejuſdem ſinu major. Sit itaque in circulo, cujus centrum c, & diameter A B, arcus infinite parvus B F, cujus tangens ſit B E, ſinus rectus G F, & ſinus verſus G B; per F ducatur F H ad A B parallela, erit H E æqualis differentiæ ſinus recti F G & tangentis B E, quæ ex jam oſtenſis non eſt omnino nihil. Jam in triangulis C B E, F H E æquiangulis, ob angulos ad H & B rectos & E communem, erit, per 4^{tam} 6^{ti}, C B ad B E ſicut F H eſt ad H E: ſed ex hypotheſi C B infinitè major eſt quam B E; quare erit & F H infinitè major quam H E: id eſt, in præſenti caſu, erit B G ſinus verſus arcus infinitè parvi infinite major quam differentia inter ſinum rectum & tangentem ejuſdem arcus. Cum igitur C B ſit infinitè major quam B E, & B E, ut ſuperius demonſtratum eſt, ſit infinitè major quam B G, & rurſus, per jam oſtenſa, B G infinite major quam H E, liquet propoſitum. TAB. 1. fig. 11.

Ad uberiorem hujus doctrinæ illuſtrationem, aliud libet afferre exemplum, quod à ſummo illo Philoſopho & Geometra *Newtono* deprompſimus, in Scholio ſectionis primæ *Philoſophiæ Natur.* Sit curva A C Parabola Apolloniana, cujus axis A B, & A E tangens in vertice A. Demonſtrant ſcriptores Conici, ut in circulo, ſic etiam in Parabola, angulum contactus E A C eſſe angulo quovis rectilineo infinite minorem. Ad eundem jam axem A B & verticem A, deſcribi intelligatur alterius generis parabola, cubicalis ſcil. cujus ordinatim applicatæ creſcunt in ſubtriplicata ratione interceptarum; erit angulus contactus F A D angulo contactus Parabolæ F A C infinite minor; vel quod idem eſt, nullæ ſunt Parabolæ Apollonianæ, vel nulli circuli, quantumvis magna Parametro deſcribantur, qui inter Parabolam cubicalem & ejus ad verticem Tangentem duci poſſunt; quod facilè ſic demonſtratur. Dicatur Parabolæ Apollonianæ A C Parameter a; Parabolæ cubicalis A D Parameter ſit b; accipiatur in Tangente punctum E tale, ut ſit A E rectis a & b tertia proportionalis, hoc eſt, ut ſit $a \times AE = b^2$; per punctum quodlibet F medium inter A & E ducatur F D ad axem parallela, curvæ A D occurrens in D; ducatur B C D ad tangentem paral- TAB. 1. fig. 12.

rallela, & vocetur BD, in parabola AD ordinatim applicata, z; BC autem, ordinata in parabola AC, ſit y; & intercepta AB ſit x: Erit ex natura harum curvarum $ax = y^2$, & $b^2 x = z^3$, adeoque $\frac{y^2}{a} = x = \frac{z^3}{b^2}$; unde $b^2 y^2 = a z^3$, & igitur reducendo hanc æquationem ad analogiam, $b^2 : az :: z^2 : y^2$, hoc eſt, b^2 ſeu $a \times$ AE eſt ad $a z$ ſeu $a \times$ BD vel $a \times$ AF, ut BD^2 ad BC^2: ſed eſt $a \times$ AE major quam $a \times$ AF, quare erit BD^2 major quam BC^2, & proinde BD major quam BC; punctum igitur C cadit intra parabolam AD. Idem verum eſt de omnibus ordinatis BC, quæ ſunt recta AE minores; adeoque portio Parabolæ Apollonianæ AC ad verticem cadit intra Parabolam cubicalem. Eadem de quavis alia parabola Apolloniana eſt demonſtratio; adeoque nulla poteſt duci parabola, & proinde nullus circulus (qui ſemper alicui parabolæ eſt æquicurvus) inter parabolam cubicalem & ejus ad verticem Tangentem.

Quantumvis igitur diminuatur angulus contactus parabolicus vel circularis, erit tamen angulo contactus ad verticem parabolæ cubicalis major; ideoque erit quivis datus angulus contactus circularis vel parabolicus angulo contactus ad verticem parabolæ cubicalis infinite major; quantitas enim alterâ infinite major eſt, quæ quantumvis diminuta alteram illam ſemper ſuperat.

Adhuc, ad eundem axem & verticem, deſcribi intelligatur alia curva parabolica AG, cujus ordinatim applicata quævis creſcat ſemper in ſubquadruplicata ratione interceptæ; erit angulus contactus FAG angulo FAD infinitè minor; quod ratiocinio priori haud diſſimili demonſtrare facile eſt. Eodem modo ad eundem axem & verticem, poteſt alia deſcribi curva parabolica AH, cujus ordinatim applicatæ creſcunt in ſubquintuplicata ratione interceptarum, in qua ſit angulus contactus FAH angulo FAG infinite minor; atque ſic progredi licebit in infinitum, ſemper aſſignando alias atque alias figuras parabolicas, quarum anguli contactus infinite à ſe invicem differant: ſcil. erit angulus FAC infinite minor angulo quovis rectilineo, & angulus FAD infinite

te minor angulo FAC, & angulus FAG infinite minor angulo FAD: atque ſic habebitur ſeries angulorum contactuum in infinitum pergentium, quorum quilibet poſterior eſt infinite minor priore; imo inter duos quoſlibet angulos, alii interſeri poſſunt anguli innumeri, qui ſeſe infinite ſuperant. Sed & inter duos quoſvis ex hiſce angulis, poteſt ſeries in infinitum pergens angulorum intermediorum interſeri, quorum quilibet poſterior erit infinite minor priore. Quin etiam poſſunt eſſe anguli innumeri angulo contactus circulari infinite majores, qui tamen erunt angulo rectilineo infinite minores: Atque ſic progreditur in infinitum; *neque novit natura limitem.*

Hæc adhibui exempla, ut videant adverſarii, immane quantum diſcedunt à veris rerum naturis eorum de rebus ipſis ſpeculationes.

Lectio V.
De Materiæ Subtilitate.

POſtquam infinitam materiæ diviſibilitatem validiſſimis (ut nobis videtur) propugnaverimus rationibus; objectionibus, quæ alicujus momenti ſunt, proſtratis prorſus & deletis; reſtat, ut mirandam naturæ ſubtilitatem, & minutiſſimas illas particulas, in quas materia actu dividitur, vel ex quibus componitur, pauliſper contemplemur; has quidem undique comparatis exemplis, ante oculos veſtros poni, ſenſibus obverti, & ipſarum exilitatem calculo oſtendi, facillimum foret: Nos autem pauca tantum proferemus.

Et primo, ex ſumma auri ductilitate, exiguam partium ipſius molem computatione collegerunt Doctiſſimi viri, *Rohaultus* Gallus in *Tractatu ſuo Phyſico;* Nobilis *Boyleus*, noſtras, in libro de *Effluviis;* & nuper Clariſſimus *Halleius* in *Actis Philoſophicis numero* 194. *Halleius* quidem demonſtravit unum auri granum in 10000 partes viſibiles poſſe ſecari; adeoque cum unum auri granum æquale ſit circiter $\frac{21}{100000}$ unius digiti cubici, ſequitur unum digitum cubicum

auri dividi poſſe in partes 47 619 047 ; quæ omnes erunt nudo oculo ſatis ſpectabiles.

Computavit præterea *Halleius* craſſitiem iſtius lamellæ aureæ, quæ ſuper argentea fila ab artificibus inducitur; invenitque eam $\frac{1}{134500}$ digiti non excedere; hoc eſt, ſi digitus longus dividatur in partes 134500, craſſities iſtius lamellæ unam harum partium vix adæquabit; adeoque cubus partis centeſimæ unius digiti, vel, quod idem eſt, digiti cubici pars $\frac{1}{1\,000\,000}$ poteſt continere 2433000 000 talium particularum.

Alia experimenta quamplurima tradit de hac re Inſignis ille & nobilis Philoſophus *Robertus Boyle*, in præfato libro *De Natura & Subtilitate Effluviorum;* quorum unum aut alterum hic adducere liceat. Et primo, diſſolvit unum cupri granum in ſpiritu ſalis *Armoniaci;* & inde orta ſolutio, cum aqua diſtillata mixta, tincturam cœruleam ſaturam valde atque conſpicuam largita eſt granis aquæ 28534; unde, cum aquæ quantitas, cujus pondus eſt unius grani, æqualis ſit $\frac{37}{10000}$ unius digiti cubici, erunt grana aquæ 28534 magnitudine æqualia digitis cubicis 105, 57. Cum igitur unum cupri granum poteſt colorem cœruleum tantæ aquarum copiæ communicare, neceſſe erit ut ſit pars aliqua hujus cupri in parte quavis viſibili prædictæ aquarum copiæ; adeoque quot ſunt partes in ea aquæ quantitate oculo viſibiles, in tot ad minimum partes diviſum erat unum cupri granum; at viſu ſenſibilis eſt linea, cujus longitudo eſt pars digiti centeſima, adeoque ejus lineæ quadratum aut cubus adhuc multo magis erit viſu dignoſcibilis: quare cum cubus cujus latus eſt pars digiti longi centeſima, ſit pars digiti cubici millioneſima $\frac{1}{1\,000\,000}$, ſequitur ad minimum in digitis cubicis aquæ 105, 57 eſſe partes ſenſu diſtinguibiles 105 570 000; adeoque per prædictam ſolutionem in tot ad minimum partes dividetur cu-

cupri granum. Eſt vero magnitudo unius cupri grani æqualis digiti partibus circiter $\frac{55}{1000000}$, adeoque cum digitus cubicus contineat propemodum 20000 talium particularum, hinc ſequitur digitum cupri cubicum in partes 2 111 400 000 000 actu poſſe reſolvi: Et ſi accipiatur minutiſſima arenula, talis ſc. ut ejus diameter ſit pars digiti centeſima, vel quod tantundem eſt, ut ipſa arenula ſit pars digiti millioneſima, hæc duos milliones centum & undecim millia & quadringenti, ſeu 2111400 particularum, in quas diviſum eſt cuprum, continebit.

Secundum, quod proponimus, exemplum ex ſequentibus ducitur principiis.

Omnes recentiores conſentiunt Philoſophi, odores oriri à profluviis ex corpore odorifero prodeuntibus, & undique in medio diſperſis, quæ ope ſpiritus, quem per nares trahimus, in nervos olfactorios irruunt, eos irritant, atque ſic ſenſorium afficiunt; unde ſequitur, in quocunque loco odor cujuſvis corporis ſentitur, in eo eſſe aliquas particulas corporis odoriferi ſenſum afficientes. At plurima ſunt corpora odora, quæ ad diſtantiam quinque pedum facile olent, & ſenſum olfactorium movent; erunt igitur per omne illud ſpatium quædam corporis odori diffuſæ particulæ, ita ſcil. ut ubicunque in eo ſpatio ponantur nares, ibi aliqua eſſe corporis odoriferi effluvia neceſſe ſit; ſaltem quædam erunt in ea aëris quantitate, quæ ſimul per inſpirationem intra nares ducitur. Ponamus igitur eſſe unam tantum corporis odori particulam in unaquaque iſtius ſpatii parte, quæ digiti cubici partem quartam magnitudine adæquat: quamvis veriſimile ſit, effluvia tam rara vix ſenſum afficere poſſe, nolumus tamen plura aſſumere; tot igitur ad minimum erunt particulæ odorem producentes, quot ſunt in ſphæra, cujus ſemidiameter eſt quinque pedum, ſpatiola, quorum unumquodque æquale eſt digiti cubici parti quartæ: At in illa ſphæra ſunt ejuſmodi ſpatiola numero 57 839 616; tot erunt igitur in illo ſpatio particulæ odorem producentes.

Utcunque igitur definito effluviorum numero, progre-

diamur ad eorum magnitudinem determinandam. Cum quantum effluviorum à corpore quovis decidit, tantum neceſſe erit ut corpus illud de pondere ſuo amittat; erit pondus effluviorum omnium, in dato quovis tempore, à corpore odorifero prodeuntium æquale ponderi partis eo in tempore amiſſæ. Jam per experimenta comprobavit *Boyleus* determinatam quandam Aſſæ fœtidæ maſſam aperto aëri expoſitam, ſex dierum ſpatio, grani partem octavam de ſuo pondere amiſiſſe: cum vero continuus eſt effluviorum à corpore odorifero effluxus, patet oportere eum ſemper tempori proportionalem eſſe, adeoque tempore unius minuti primi erit pondus effluviorum ab Aſſa fœtida decidentium æquale grani parti $\frac{1}{69\ 120}$ Eſt autem magnitudo particulæ aqueæ, cujus pondus eſt unius grani, æqualis digiti cubici partibus $\frac{369}{100\ 000}$, & proinde ejuſdem aquæ particula, cujus pondus eſt pars grani $\frac{1}{69\ 120}$, magnitudine æqualis erit partibus digiti cubici $\frac{533}{10\ 000\ 000\ 000}$: Atqui eſt gravitas Aſſæ fœtidæ ad aquæ gravitatem (ut ipſe expertus ſum) ut ad 8 ad 7, & proinde magnitudo quantitatis Aſſæ fœtidæ, cujus pondus eſt unius grani pars $\frac{1}{69\ 120}$, æqualis erit partibus digiti cubici $\frac{466}{10\ 000\ 000\ 000}$; ſed effluviorum omnium numerus ſupra inventus ponitur 57 839 616, adeoque cum omnia hæc effluvia digiti cubici partes $\frac{466}{10\ 000\ 000\ 000}$ tantum adæquant, erit unaquæque particula æqualis digiti cubici partibus $\frac{466}{578\ 396\ 160\ 000\ 000\ 000}$; ſeu reducendo hanc fractionem ad

deci-

decimalem, erit uniuſcujuſque particulæ magnitudo æqualis $\frac{8}{10\,000\,000\,000\,000\,000}$ digiti cubici partibus, ſeu decem-millebillioneſimis partibus octo.

In hiſce ſuppoſuimus particulas odorem producentes eſſe ubique in prædicta diſtantia æqualiter diffuſas; at cum verſus centrum ſeu corpus odoriferum, à quo prodeunt, ſpiſſiores & plures ſunt quam verſus extimam ſphæræ ſuperficiem, multo plures erunt particulæ quam ſuperius determinavimus. Cum enim odores (ſicut cæteræ omnes qualitates, quæ à centro ſecundum rectas lineas propagantur) decreſcant in duplicata ratione diſtantiæ auctæ ab eodem centro, erit numerus particularum odorem producentium, & in dato ſpatio incluſarum, *v. g.* in digiti cubici quadrante, ad diſtantiam unius pedis, quadruplus numeri particularum quæ in ſpatio æquali ad diſtantiam duorum à centro pedum locantur: & novies major erit numero particularum ad diſtantiam trium pedum, & ſic de cæteris. At ſi ubique non plures forent quam ſunt ad extremam ſuperficiem, eſſet earum numerus ſupra inventus 57839616. Patet igitur revera eſſe ipſarum numerum numero prædicto multo majorem.

Ut igitur, in prædicto caſu, particularum odores producentium numerus determinetur, cognoſcenda eſt quantitas Aſſæ fœtidæ, quam aëri expoſuit *Boyleus*; at ex ipſius ſcriptis non conſtat quanta hac fuit; neceſſe erit igitur ut aſſumamus aliquam illius quantitatem; ſed quo minorem ipſam ponamus, eo major evadit proportio numeri particularum ex ea profluentium ad numerum ſuperius inventum, cæteris omnibus pariter poſitis. Ut igitur numerum vero non majorem eruamus, aſſumenda eſt quantitas probabiliter major eâ quam aëri expoſuit *Boyleus*; ſitque ea æqualis ſphæræ cujus diameter ſit ſex digitorum, per circulum DBO hic repræſentatæ; ſitque recta AD quinque pedum, ſeu 60 digitorum; erit AB 63 digitorum. Ad punctum A ſuper AB erigatur perpendicularis AG, quæ repræſentet denſitatem ſeu numerum particularum intra datum ſpatium ad diſtantiam AB; & ſi in omnibus diſtantiis eadem eſſet particularum denſitas,

TAB. 2. *fig.* 1.

ſitas,

ſitas, earum numerus per rectas innumeras E Q, *m* R, D H, &c. parallelogrammum A H complentes, hoc eſt, per ipſum parallelogrammum A H, exponi poſſit. Cum vero numerus particularum, in acceſſu ad centrum, ſupponatur creſcere in ratione diſtantiæ diminutæ duplicatâ; ad puncta E, *m*, D, & alia innumera in recta A B ſumpta, erigantur perpendicula E L, *mn*, D C, quæ ſint ad A G, ut quadratum rectæ A B ad quadrata rectarum E B, *m* B, D B &c. reſpective; & per puncta G, L, *n*, C, & alia innumera eodem modo determinata ducatur Curva; ſi jam A G repræſentet numerum particularum ad diſtantiam A B, E L repræſentabit earum numerum ad diſtantiam E B, poſito quod particularum denſitates ſunt reciproce in duplicata ratione diſtantiarum à centro: at E Q ipſarum numerum denotaſſet, ſi ubique eadem fuiſſet earundem denſitas; eodem modo *mn* exponet denſitatem particularum ad diſtantiam *m* B; at *m* R ipſarum numerum repræſentaſſet, ſi ubique uniformiter ſpiſſæ eſſent: ſic etiam D C denotabit numerum particularum ad diſtantiam D B poſitarum; ſi vero ubique æqualiter denſæ eſſent, numerus ille per D H repræſentandus foret: adeoque tota multitudo particularum, quæ à ſphæra D B O profluunt, & quarum denſitas decreſcit prout recedunt à centro in ratione diſtantiæ auctæ duplicata, eſt ad earum multitudinem, ſi ubique ipſarum denſitas ea eſſet, quæ eſt ad extimam diſtantiam A B quinque pedum, ut rectæ omnes D C, *mn*, E L, A G ad rectas D H, *m* R, E Q, A G; hoc eſt, ut area mixtilinea A D C G ad aream rectanguli G A D H.

Eo igitur res reducta eſt, ut inquiramus proportionem, quam habet area G A D C ad aream rectanguli A H. Cum autem eſt Curva G L *n* C talis naturæ, ut rectæ A G, E L, *mn*, D C ordinatim ad Aſymptoton A B applicatæ ſunt reciproce ut quadrata diſtantiarum à centro; erit curva hæc generis hyperbolici, & ſpatium interminabile C F B T S componitur ex elementis, quæ ſunt ſecundanorum reciproca; adeoque erit illud ſpatium, etiamſi interminabile, perfecte quadrabile & æquale duplo rectanguli C B; per ea quæ demonſtravit *Walliſius* in *Arithmetica Infinitorum.* Adeoque erit area interminabilis,

nabilis, ſeu indefinite protenſa, CDTS ipſi CB rectangulo æqualis; & eodem modo area indefinitè protenſa GATS æqualis erit rectangulo GB; erit itaque exceſſus, quo area CDTS ſuperat aream GATS, æqualis exceſſui quo parallelogrammum CB ſuperat parallelogrammum GB. Inveſtigemus igitur horum rectangulorum differentiam. Cum ex hyp. ſit AD 60 digitorum & BD trium, erit AB 63 digitorum; ſitque AG unitas: cumque ſit, ut DB^2 ad AB^2 ita AG ad CD, hoc eſt, ut 9 ad 3969, erit CD partium 441 qualium AG eſt 1; adeoque CD × DB, ſeu rectangulum CB, erit ad rectangulum BG, ut 1323 ad 63; & proinde rectangulorum differentia, hoc eſt area GADC, erit partium 1260, qualium ſcil. rectangulum AH eſt 60. Adeoque numerus particularum ex Aſſa fœtida prodeuntium, quarum denſitates decreſcunt in duplicata ratione diſtantiæ auctæ, & intra ſphæram cujus diameter eſt 5 pedum contentarum, eſt ad earundem numerum, (ſi ubique earum denſitas eſt æqualis ei quæ ſit ad diſtantiam quinque pedum) ut 1260 ad 60; hoc eſt, ut 21 ad 1; ſi igitur numerus ſupra inventus 57 839 616 per 21 multiplicetur, productus dabit numerum particularum ex Aſſa fœtida prodeuntium, ſcilicet 1 214 631 936.

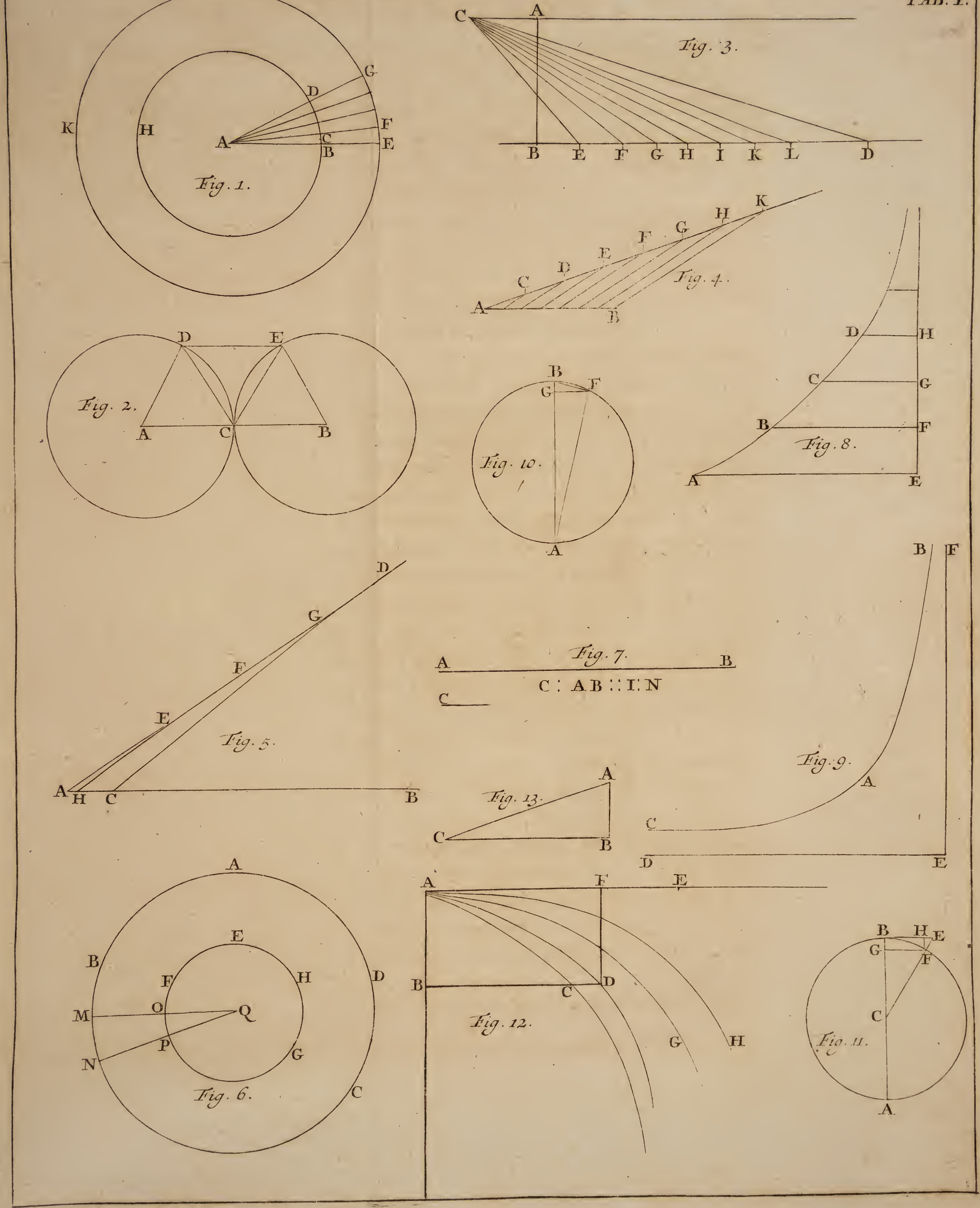
Præterea ſi fractio $\frac{8}{10\,000\,000\,000\,000\,000}$, quæ magnitudinem particularum in priore caſu exprimebat, per 21 dividatur, quotiens $\frac{8}{210\,000\,000\,000\,000\,000}$ ſeu $\frac{38}{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$ exhibet veram magnitudinem uniuſcujuſque particulæ, in hoc poſteriore caſu.

Hæc omnia ex eo ſequuntur, quod homo poteſt Aſſæ fœtidæ odorem ad diſtantiam quinque pedum ſentire: at ſunt alia animalia, quorum ſenſus in odorando humanis ſenſibus ſunt multo acutiores, qualia in primis ſunt canes venatici, qui ferarum effluvia in terra relicta, longo poſt deceſſum ferarum tempore, percipiunt; & aves quædam, quæ pulveris pyrii odorem ad magnam diſtantiam ſentiant. Oportet certe ut iſtiuſmodi effluviorum ſubtilitas longe major ſit ea,

quam ex ſuperiore calculo elicimus; at ob experimentorum defectum non poteſt ea facile ad numeros revocari.

Ut materiæ ſubtilitatem ulterius oſtendant Philoſophi, in exemplum adducunt animalcula illa, quæ in aliorum animalium ſemine, & in aliis liquoribus natantia conſpiciuntur. Hæc quidem in quibuſdam fluidis adeo minuſcula ſunt, ut per microſcopia objectum multum augentia viſa ut puncta appareant. Imo ſolertiſſimus ille naturæ indagator *Leeuwenhoekius* plura horum animalculorum in lactibus unius Aſelli deprehendit, quam ſunt homines in tota terreni globi ſuperficie degentes. Sed lubet horum animalculorum magnitudinem veram inveſtigare: Ad quod præſtandum ſequentia ex Opticis ſuppono; Primo, Imaginem cujuſvis objecti ſub eodem angulo ex vertice emerſionis lentis apparere, quo viſibile ex vertice incidentiæ; hoc in Cl. *Gregorii* Elementis Dioptricis Prop. 18. demonſtratum eſt. 2*do*. Per experientiam comprobatum eſt ea objecta, quæ tanquam puncta videntur, hoc eſt, quorum partes à ſe invicem viſu diſtingui nequeunt, ſub angulo uno minuto primo non majori apparere. 3*tio*. Satis experiendo conſtat pleraque iſtiuſmodi animalculorum tantillæ eſſe magnitudinis, ut per lentem viſa, cujus diſtantia focalis eſt pars digiti decima, tanquam puncta appareant; hoc eſt, eorum partes nequeunt diſcerni; adeoque ſub angulo uno minuto primo non majori ex vertice iſtius lentis apparebunt. Eo igitur deventum eſt, ut inveſtigemus magnitudinem objecti, quod ſub angulo dato ad datam diſtantiam apparet; hoc eſt, ſi in præſenti caſu, ſit
TAB. I. fig. 13. C vertex lentis, AB longitudo animalculi, BC ejus diſtantia à lente, æqualis ſcil. $\frac{1}{10}$ digiti, & angulus BCA ſub quo ad illam diſtantiam videtur ſit unius ſcrupuli; ex datis BC & angulo BCA invenienda eſt AB longitudo objecti. Jam in triangulo rectangulo ABC, ex datis (præter angulum ad B rectum) angulo BCA unius minuti primi, & latere BC æquali parti decimæ, per Trigonometriam innoteſcet latus AB æquale quam proxime $\frac{3}{100\,000}$ unius digiti. Si igitur animalcula illa eſſent figuræ cubicæ, ejuſdem ſcil. longitudinis,

TAB. I.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
C : AB :: I : N
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.

nis, craſſitiei & latitudinis; ipſorum magnitudo per cubum fractionis $\frac{3}{100\,000}$ exprimenda eſſet; ſcil. per numerum $\frac{27}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$; æquale ſcil. eſſet unumquodque viginti ſeptem partibus mille-billioneſimis digiti cubici.

Hinc, quod quidam Philoſophi de Angelis ſomniarunt verum erit de noſtris animalculis, nempe poſſe multa eorum millia ſuper parvæ aciculæ cuſpidem ſaltitare.

Hinc etiam colligitur quantum eſt intervallum, quantilla intercedit proportio inter minima hæc natantia animalia & illa maxima, immanes nempe Balænas, quæ in oceano montium inſtar apparent, quoties ex aquis ſua capita emergunt. Sunt enim in quibuſdam liquoribus animalcula tantillæ magnitudinis, ut ſi calculus ineatur, invenietur ingentem terræ molem non ſatis amplam futuram, ut ſit tertia proportionalis minutiſſimis his animalibus natantibus, & vaſtis Oceani Cetis: adeo ut ipſa terra, utcunque magna videatur, minorem tamen deprehenditur habere rationem ad piſces hos maximos, quam hi ad illos minimos, qui in animalium ſemine natantes per microſcopia conſpiciuntur.

Cum animalculum quodvis ſit corpus organicum, perpendamus pauliſper, quam delicatulæ & ſubtiles eſſe debent partes ad ipſum conſtituendum, & ad vitalem actionem conſervandam, neceſſariæ. Haud mehercule facile concipitur, quo pacto in tam anguſto ſpatiolo comprehendi poſſint, cor quod ipſius vitæ fons eſt, muſculi ad motum neceſſarii, glandulæ ad liquores ſecernendos, ventriculus & inteſtina ad alimenta digerenda, & alia membra innumera ſine quibus animal eſſe non poteſt. Sed cum ſingula memorata membra ſunt etiam corpora organica, alias etiam habebunt partes ad ſuas actiones neceſſarias. Conſtabunt enim ex fibris, membranulis, tunicis, venis, arteriis, nervis & hiſce ſimilibus canaliculis numero fere infinitis, quorum exilitas imaginationis vires ſuperare videtur. At his infinite propemodum minores eſſe debent partes fluidi, quod per

canaliculos hoſce decurrit, nempe ſanguis, lympha & ſpiritus animales, quorum in grandioribus animalibus incredibilis eſt ſubtilitas.

Libet craſſiores ſanguinis partes in his animalculis contemplari, globulos nempe qui in ſanguine natant, ipſorumque magnitudinem calculo eruere.

Ad quod præſtandum ſequentem adhibebimus hypotheſin; nempe quod diverſorum animalium ſimiles partes ſolidæ, hoc eſt, ſimiles particulæ corporeæ, ſeu partes trina dimenſione conſtantes, ſunt ut ipſorum animalium magnitudines. Unde ſequitur diverſorum animalium ſimiles dimenſiones lineares eſſe in ſubtriplicata ratione magnitudinum animalium; hoc eſt, ut harum magnitudinum radices cubicæ: *v. g.* Cor humanum eſt ad cor animalculi cujuſvis, per microſcopium viſi, ut ipſum corpus humanum ad corpus animalculi; & proinde, ſi utriuſque corda ſint corpora ſimilia, erit diameter unius ad alterius diametrum, ut radix cubica magnitudinis unius ad radicem cubicam alterius magnitudinis. Sic etiam vaſa ſanguifera minima in homine ſunt ad vaſa ſimilia minima in animalculo, ut magnitudo hominis ad animalculi magnitudinem; & diameter vaſis minimi in corpore humano erit ad diametrum vaſis minimi in corpore animalculi, ut radix cubica magnitudinis humanæ ad radicem cubicam magnitudinis animalculi.

Ponamus jam hominis mediocris magnitudinem eſſe trium pedum cubicorum, ſeu digitorum 5184: ut igitur magnitudo hominis mediocris ſeu digiti cubici 5184 ad magnitudinem animalculi ſuperius traditam, æqualem nempe digiti cubici partibus, $\frac{27}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$ ita vaſa minima in corpore humano ad ſimilia vaſa minima in animalculo; & ut radix cubica magnitudinis humanæ, ſeu ut radix cubica numeri 5184 ad radicem cubicam magnitudinis animalculi, ſeu ad radicem cubicam numeri $\frac{27}{1\,000\,000\,000\,000\,000}$, hoc eſt, quam proxime ut 17 ad $\frac{3}{100\,000}$, ita diameter vaſis minimi in

in corpore humano ad diametrum vaſis minimi in animalculo. Verum Cl. *Leeuwenhoekius* iſtiuſmodi vaſa in corpore humano detexit ope microſcopii, ut poſita diametro unius arenulæ $\frac{1}{30}$ digiti, hæc contineret 2640 diametros talium vaſculorum, quæ in humano corpore conſpexit; adeoque erit diameter unius hujuſmodi vaſculorum æqualis $\frac{1}{2640} \times \frac{1}{30}$ digiti, hoc eſt, æqualis digiti parti $\frac{1}{79\,200}$: Et quamvis certum ſit, hæc vaſa non fuiſſe minima eorum quæ ſunt in corpore humano, nam & alia hiſce multo minora ibi eſſe oportere facile eſt oſtendere; ponamus tamen ipſa fuiſſe minima. Fiat igitur ut 17 ad $\frac{3}{100\,000}$ = ita $\frac{1}{79\,200}$ ad alium numerum, numerus ille exprimet in partibus digiti diametrum vaſis minimi in animalculo; qui, operando per regulam Trium, invenitur $\frac{3}{134\,640\,000\,000}$. Hæc fractio ad decimalem reducta erit quam proxime $\frac{22}{1\,000\,000\,000\,000}$; vel (ut numeros rotundos adhibeamus) $\frac{2}{100\,000\,000\,000}$. Cum autem neceſſe ſit, ut diameter globuli vel particulæ fluidi, quod in vaſe aliquo continetur, ipſa vaſis diametro non ſit major; erit diameter globuli ſanguinei, qui per vaſa hæc minima decurrit, non major digiti partibus $\frac{2}{100\,000\,000\,000}$; adeoque ipſorum globulorum ſoliditas ſeu magnitudo minor erit cubo iſtius diametri, hoc eſt, minor erit partibus digiti cubici $\frac{8}{1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}$; hoc eſt, erit globulorum magnitudo minor ea digiti cubici parte, quæ exprimitur per fractionem, cujus numerator eſt numerus octonarius, denominator vero eſt numerus decem-

quintillionarius, ſeu qui ſcribitur per unitatem cum triginta tribus cyphris poſt ſe.

Cum fractio, qua globulorum magnitudo exprimitur, tam numeroſis conſtet cyphris, ut vera ipſorum quantitas cum minutiſſimis arenulis, talibus ſcil. ut ipſarum diametri digiti partem centeſimam non excedant, & denique minimas has arenulas cum aliis maximis terræ corporibus, ingentibus *e.g.* Montibus; ut videamus qualem ad ſe invicem obtineant rationem, atque ſic multo melius particularum exilitas intelligetur. Sed cur hac utar voce? Cum potius dicendum eſt, comparatione ſic facta, illorum ſubtilitatem prorſus incomprehenſibilem fore. Nam exinde colligitur, ne quidem decies mille ducentos quinquaginta & ſex altiſſimos totius telluris montes poſſe continere tot arenulas, quot poteſt una arenula continere globulos animalculorum ſanguineos. Non mirum erit, Academici, ſi ad hæc attonitis hæreatis animis, & re tam prodigioſà perculſi ipſam materiæ infinitam diviſibilitatem, etſi validiſſimis ſuffultam demonſtrationibus, in dubium vocetis. Utcunque vero res hæc prima facie prorſus incredibilis videatur, ipſam nihilominus ex claris & facillimis principiis deducemus.

Ut facilius calculus ineatur, vocemus decimam pedis partem unum digitum, & ponamus centum arenulas juxta ſe poſitas ſpatium iſtius longitudinis digitalis occupare; vel, quod idem eſt, ſupponantur mille arenulæ contiguæ per longitudinem pedis extendi: erunt igitur in uno digito cubico arenulæ 1 000 000, & in pede cubico erunt arenulæ 1 000 000 000. Sit milliare unum ſeu mille paſſuum æquale 5000 pedibus, erunt pedes cubici in uno milliari cubico 125 000 000 000; adeoque arenularum numerus, quæ in uno milliari cubico contineri poſſunt, erit 125 000 000 000 000 000 000.

Jam ut montium dimenſiones habeamus, ſumamus altiſſimum, ut vulgo creditur, totius telluris montem, eum nempe qui in Inſula *Teneriffa* eſt, & *El. Pico de Terrario* dicitur, cujus altitudo perpendicularis vulgo æſtimatur trium milliarium *Italicorum*. Supponamus montem hunc eſſe figuræ conicæ,

nicæ, atque hujus circuitum ad baſim eſſe triginta & quinque milliarium, erit area baſis 97, 5 circiter milliarium: nam ut 314 ad 100, hoc eſt, ut circuli circumferentia ad diametrum, ita 35 ad 11, 14 diametrum ſeu montis craſſitiem ad baſim; cujus pars quarta 2, 785 ducta in peripheriam 35 dat aream baſis, æqualem ſcil. 97, 5 milliaribus quadratis; cum igitur mons ex hyp. ſit figuræ conicæ, ſi baſis in tertiam altitudinis partem multiplicetur, productus in milliaribus cubicis exhibebit ipſius montis contentum ſolidum; atque tertia pars altitudinis ex hypotheſi æqualis eſt uni milliari, qui multiplicans numerum 97, 5, productus ſeu montis ſoliditas erit æqualis milliaribus cubicis 97, 5; qui numerus ſi rurſus multiplicetur per 125 000 000 000 000 000 000, productus ſeu numerus 12 187 500 000 000 000 000 000 exhibebit numerum arenularum ex quibus mons Inſulæ *Teneriffæ* componi poſſit.

Hiſce inveſtigatis, videamus quot particulæ ſeu ſanguinei globuli in una arenula contineri poſſunt. Ex ſupra monſtratis uniuſcujuſque globuli magnitudo minor eſt digiti cubici partibus $\frac{8}{1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000}$; & magnitudo unius arenulæ æqualis eſt digiti cubici parti $\frac{1}{1\ 000\ 000}$; adeoque ſi poſterior hic numerus per priorem dividatur, quotiens $\frac{1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000}{8\ 000\ 000}$ ſeu $\frac{1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000}{8}$, hoc eſt, 125 000 000 000 000 000 000 000 000, minor erit numero globulorum ſanguinis, qui in magnitudine unius arenulæ contineri poſſunt; ſed numerus hic 125 000 000 000 000 000 000 000 000 diviſus per 12 187 500 000 000 000 000 000 numerum arenularum, quæ in monte Inſulæ *Teneriffæ* contineri poſſunt, quotiens major erit quam numerus 10 256; adeoque una arenula pluſ-

pluſquam decem-millies ducenties quinquageſies & ſexies plures globulos ſanguineos in ſe continere poteſt, quam altiſſimus totius telluris mons arenulas: vel, quod idem eſt, decem mille ducenti quinquaginta & ſex montes, quorum unuſquiſque æqualis eſt altiſſimo totius telluris monti, non tot poſſunt in ſe continere arenulas, quot una arenula poſſit in ſe continere particulas ſanguineas animalculorum, quæ per microſcopia in quibuſdam fluidis natantia cernuntur. Quod erat oſtendendum. Cum igitur globuli hi tantillæ ſint magnitudinis, quid ſentiendum erit de particulis fluidum componentibus, in quo iſtiuſmodi globuli vehuntur; & de ſpirituum animalium ſubtilitate? Hæc proculdubio tanta eſt, ut omnem calculum & imaginandi vim fugiat.

Supra modum mirabilis eſt hæc naturæ ſubtilitas; at ſunt aliæ materiæ particulæ memoratis multo ſubtiliores, ad quas ſi prædicti globuli referantur, non montium ſed ingentium terrarum inſtar apparebunt. Lucis intelligo particulas, quæ à corpore lucido ineffabili celeritate undiquaque projiciuntur, quarum ſubtilitatem animus humanus nunquam forte niſi poſt adeptam in cœlis perfectionem aſſequetur: immenſam tamen ipſam eſſe vel exinde colligitur, quod lumen tenuiſſimæ lucernæ in tempore omnino inſenſibili, & abſque ullo ſenſibili ipſius lucernæ decremento, ad diſtantiam duorum milliarium ab oculo ſentitur; unde neceſſe eſt, ut in omni aſſignabili parte ſphæræ activitatis iſtius lucernæ, cujus diameter quatuor millibus paſſuum major eſt, & in omni aſſignabili temporis particula, ſint quædam iſtius lucernæ particulæ, quæ oculum ingrediuntur vel ingredi poſſunt; quæ quidem in diverſis temporis partibus diverſæ erunt. Atque per ineffabilem illum lucis ſubtilitatem fit, ut Sol etiamſi continuo ab ipſius creationis exordio lucem celerrime in omnem mundi partem emittat, non tamen ſenſibile quidquam per omne illud tempus de ſua magnitudine amiſit, etiamſi quotidie per aliquam, inæſtimabilem licet, quantitatem decreſcat; unde etiamſi poſt ſex mille annos ejus diminutio nondum notabilis evaſerit, poſt finitam tamen annorum ſeriem, quamvis valde protractam, totus diſſipabitur. Ex quo

ſe-

ſequitur Mundum hunc nec in æternum exiſtere poſſe, nec potuiſſe ab æterno exſtitiſſe.

Ex demonſtrata infinita materiæ Diviſibilitate, ſequentia Theoremata ejuſdem Raritatem & tenuem compoſitionem ſpectantia facile eliciuntur.

Lemma.

Datâ quavis materiæ quantitate, ex eâ, vel ex quavis ejus parte, formari poteſt ſphæra concava, cujus ſemidiameter ſit datæ rectæ æqualis.

Sit materiæ particula a^3, & data recta ſit b. Ratio peripheriæ circuli ad Radium ſit p ad r. Dicatur ſemidiameter concavitatis x, & craſſities pelliculæ concavitatem ſphæræ ambientis erit $b - x$, & cylindrus ſphæræ circumſcriptus cujus radius eſt b erit $\frac{p \times b^3}{r}$, unde ſphæra cylindro inſcripta erit $\frac{2 \times pb^3}{3 \times r}$. Eâdem ratione ſphæra cujus radius eſt x erit $\frac{2 \times px^3}{3 \times r}$; quarum differentia $\frac{2p}{3r} \times \overline{b^3 - x^3}$ ponenda eſt ſphæricæ lamellæ æqualis, ſeu materiæ particulæ datæ; hoc eſt, erit $\frac{2p}{3 \times r} \overline{b^3 - x^3} = a^3$ ſeu $b^3 - x^3 = \frac{3 \times r a^3}{2p}$. Unde $x^3 = b^3 - \frac{3 \times r a^3}{2p}$ & $x = \sqrt[3]{b^3 - \frac{3 \times r a^3}{2p}}$, adeoque craſſities lamellæ ſphæricæ ſeu $b - x$ erit $= b - \sqrt[3]{b^3 - \frac{3 \times r a^3}{2p}}$.

Eâdem ratione fieri poſſunt ex data materiæ quantitate Cubi *concavi*, Cylindri *concavi*, *vel corpora etiam alterius cujuſvis figuræ concavæ, quorum latera ſunt datæ rectæ æqualia.*

Theorema Primum.

Datâ quavis materiæ quantitate quantumvis exiguâ, & dato ſpa-

ſpatio quovis finito utcunque amplo; quod v. g. *ſit cubus qui ſphæram Saturni circumſcriberet: Poſſibile eſt ut materia iſtius Arenulæ per totum illud ſpatium diffundatur, atque ipſum ita adimpleat, ut nullus ſit in eo porus cujus diameter datam ſuperet lineam.*

TAB. 2. *fig.* 2. Sit datum ſpatium Cubus cujus latus ſit recta AB, diametro ſcil. orbitæ Saturni æqualis; deturque materiæ particula cujus quantitas ſit b^3; & data recta (quâ pororum diametri non majores eſſe debent) ſit D. Dividi concipiatur recta AB in partes æquales rectæ D, quarum numerus finitus erit, cum nec recta AB ponitur infinitè magna, nec recta D infinitè parva: ſit numerus ille n, hoc eſt, ſit $n\,D = AB$, adeoque erit $n^3\,D^3$ æqualis cubo rectæ AB. Concipiatur item ſpatium datum dividi in cubos quorum ſingulorum latera ſunt æqualia rectæ D, eritque cuborum numerus n^3; & hi cubi per ſpatia EFGH in figura repræſententur. Dividi porro ſupponatur particula b^3 in partes quarum numerus ſit n^3, & in unoquoque ſpatio cubico ponatur una harum particularum, & hac ratione materia b^3 per omne illud ſpatium diffundetur. Poteſt præterea unaquæque ipſius b^3 particula, in ſua quaſi cellâ locata, in ſphæram concavam formari, cujus diameter ſit æqualis datæ rectæ D: unde fiet, ut ſphæra quælibet proximam quamque tangat, & data materiæ particula utcunque exigua b^3, ſpatium datum ita adimpleat, ut nullus ſit in eo porus cujus diameter datam rectam D ſuperat. Q. E. D.

Cor. Hinc dari poteſt corpus, cujus materia, ſi in ſpatium abſolutè plenum redigatur, ſpatium illud fieri poteſt prioris magnitudinis pars quælibet data.

Theorema Secundum.

Poſſunt eſſe duo corpora mole æqualia, quorum materiæ quantitates ſint utcunque inæquales, & datam quamvis ad ſe invicem obtineant rationem; pororum tamen ſummæ, ſeu ſpatia vacua inter corpora, ad rationem æqualitatis ferè accedant.

Vel

Vel in ſtilo Carteſiano: *Spatium omne, quod à materiâ ſubtili intra unius corporis poros occupatur, poſſet eſſe fere æquale ſpatio quod à ſimili materiâ intra alterum corpus tenetur; licet materia propria unius corporis decies millies vel centies millies ſuperet materiam propriam alterius corporis, & corpora ſint mole æqualia.*

Ex. gr. Sit digitus cubicus *Auri*, & digitus cubicus *Aëris* vulgaris non condenſati. Certum eſt quantitatem materiæ in *Auro* vicies millies circiter ſuperare materiam *Aëris*, attamen fieri poteſt, ut ſpatia in *Auro* vel abſolutè vacua, vel materiâ ſubtili repleta, ſint ferè æqualia ſpatiis in *Aëre*, vel vacuis, vel materiâ tantum ſubtili repletis.

Sint A & B corpora duo, magnitudine æqualia: utrumque *v. gr.* ſit cubus uniûs digiti. Et corpus A decies millies ſit gravius corpore B, unde & corpus A quantitate materiæ decies millies ſuperabit corpus B. Ponamus jam materiæ quantitatem in A redigi in ſpatium abſolutè plenum, quod ſit digiti cubici pars centies milleſima; (liquet enim ex Coroll. præcedentis Theorematis id fieri poſſe.) Unde cum materia in A decies millies ſuperat materiam in B, materia illa in B, ſi in ſpatium abſolutè plenum compingatur, occupabit tantum digiti cubici partem $\frac{1}{1\,000\,000\,000}$, ſeu decies millies centies milleſimam: adeoque partes reliquæ 999 999 999 vel erunt abſolutè vacuæ, vel materiâ aliqua ſubtili, qualis ſupponitur Carteſiana, tantum repletæ. Porro, cum materiæ quantitas in A impleat tantum digiti partem centies milleſimam, erunt in corpore A partes 99 999 centies milleſimæ, vel vacuæ, vel materia ſubtili repletæ; hoc eſt, reducendo fractionem ad denominatorem prioris fractionis, erunt in A partes vacuæ 999 990 000 millies decies centies millèſimæ. Adeoque vacuitates in A erunt ad vacuitates in B, ut numerus 999 990 000 ad numerum 999 999 999, qui numeri ſunt ad ſe invicem ferè in ratione æqualitatis; nam eorum differentia, parvam admodum ad ipſos numeros obtinet ratio- TAB. 2. *fig.* 5.

 nem.

nem. Adeoque ſpatia vacua, vel materiâ ſubtili tantum repleta, quæ ſunt in duobus corporibus A & B, eandem cum ipſis numeris, ad ſe invicem rationem obtinentes, ſunt etiam ferè in ratione æqualitatis. Q. E. D.

Corpora autem omnia eſſe rariſſima, hoc eſt, pro mole ſua parvam admodum continere materiæ quantitatem, ex Diaphanorum proprietatibus certiſſimè conſtat: nam *radii lucis* intra vitrum vel aquam, non ſecus ac in aëre per rectas lineas diffunduntur, quæcunque luci expoſita ſit corporis Diaphani facies; Adeoque à minimâ quâvis aſſignabili Diaphani parte, ad aliam quamvis ejuſdem partem, ſemper extenditur in his corporibus porus rectilineus, per quem tranſiverit lux; atque hoc fieri non poteſt, niſi materia Diaphani ad ejus molem parvam admodum obtineat rationem; nec fortaſſe materiæ quantitas in Vitro, ad ejus magnitudinem majorem habet rationem, quam magnitudo unius arenulæ ad totam Terreni orbis molem: hoc autem non eſſe impoſſibile, ſuperius oſtenſum eſt. Unde cum aurum non ſit octuplo denſius vitro, ejus quoque materia, ad propriam molem, exiguam admodum obtinebit rationem.

Hinc ratio reddi poteſt, cur effluvia magnetica eadem ferè facilitate denſum aurum & tenuem aërem pervadunt.

Ex his etiam propoſitionibus, & ex maximâ lucis celeritate, ratio reddi poteſt, cur *Lucis* radii ex pluribus objectis prodeuntes & per tenue foramen tranſmiſſi, ſe mutuo non impediunt, ſed per eandem rectam in motu ſuo perſeverant: Quod per motum ſeu impulſum fluidi plenum efficientis vix explicari poteſt; *Corpus enim omne à pluribus potentiis, ſecundum diverſas directiones, ſimul impulſum, unam tantum & determinatam directionem accipit ex omnibus compoſitam.*

LE-

Lectio VI.

De Motu, Loco, & Tempore.

CUM hactenus de corporum Soliditate, Extenſione, Diviſibilitate, Subtilitate, ſatis à nobis dictum ſit; ad Motum jam, nobiliſſimam, qua gaudet corpus, affectionem, dilucidandum accedimus: quo mediante ſe prodit natura, eâ rerum varietate agentem, quæ videri non ſine ſtupore debet; quo ſublato, omnis periret mundi ornatus, & ſpectabilis pulchritudo; atque horrendæ tenebræ & infinitus torpor res omnes occuparent. Ab hoc pendent dierum & noctium viciſſitudines, frigoris & caloris, nivis, pluviæ & ſerenitatis, ſeſe mutuo excipientium tanta varietas, atque anni tempeſtates omnes. Per motum creſcunt plantæ, nutriuntur arbores, & vivunt animalia, cum ipſa vita non niſi in motu, hoc eſt, ſanguinis circulatione conſiſtit. Sed quid ſingulis enumerandis morer? Cum res omnes ex motu naſcuntur.

Scientia igitur de Motu, ad rite Philoſophandum adeo eſt neceſſaria, ut ne vel minimum naturæ opus abſque eo inveſtigari poſſit. Hinc celebre & veriſſimum illud Philoſophi effatum, Αναγκαῖον ἀγνοȣμένης αὐτῆς κινήσεως ἀγνοεῖϑαι ϰ̀ τὴν φύσιν. *Ignorato Motu Naturam ignorari neceſſe eſt.*

De motus natura, cauſis, & communicatione, multum inter ſe diſceptarunt Phyſici ſeu potius Metaphyſici; & mirum eſt quantas lites, de re ſatis clara, moverunt; & quæ Idearum confuſio, quæ tenebræ inde ſubortæ ſunt, adeo ut inter diſputandi ineptias, naturalis & ſimplex, quam de eo habuerunt notitia, ipſis elabi videatur. Vix enim è plebe quemquam, aut rudem artificem inveniemus, qui non plus novit de verâ naturâ, atque cauſa motus quam omnes hi diſputantes Philoſophi; quorum quidem aliqui eo pervenerunt inſaniæ, ut motum omnem tanquam rem impoſſibilem à corporibus ſuſtulerint, & argutias quaſdam propoſuerint, quibus illius impoſſibilitatem adſtruere ſibi viſi ſunt.

Liceat hic validiora quædam illorum argumenta proferre; & primum ſit illud *Diodori Croni*: Nempe, ſi corpus moveatur, vel movetur in loco quo eſt, vel in loco quo non eſt, quorum utrumvis eſt impoſſibile; ſi enim movetur in loco quo eſt, ab illo loco nunquam exiret, adeoque nullus daretur motus: ſimiliter non poteſt moveri in loco quo non eſt, quia nihil agit in loco quo non eſt, ergo non omnino movebitur corpus. Reſpondeo, nec corpus moveri in loco quo eſt, nec in loco quo non eſt, ſed moveri è loco in locum.

Secundum argumentum eſt illud *Zenonis*, quod *Achillis* nomine inſignivit, quo Zeno conatur probare, ſi daretur motus, Achillem etſi velociſſimum Teſtudinem animalium tardiſſimam nunquam aſſecuturum: eſt autem ejuſmodi. Ponatur Achillem à teſtudine diſtare per quodvis ſpatium finitum, *v. g.* mille paſſuum, atque eum centies velocius teſtudine moveri ſupponamus: ergo dum Achilles unum percurrit milliare, teſtudo milliaris partem unam centeſimam conficiet, adeoque Achilles teſtudinem nondum eſt aſſecutus; & rurſus dum Achilles partem illam milliaris centeſimam conficit, teſtudo interim per milliaris partem decem-milleſimam reptabit, adeoque nec adhuc teſtudinem erit aſſecutus Achilles. Eodem modo dum Achilles partem illam milliaris decem-milleſimam decurrit, teſtudo per milliaris partem millioneſimam promovebitur, adeoque nec adhuc teſtudinem attingere poteſt: atque ſic progredi licebit in infinitum, nec unquam poteſt teſtudinem captare, ſed ſemper erit aliqua inter Achillem & teſtudinem diſtantia.

Famoſum eſt hoc Zenonis argumentum; ad quod ſolvendum ſcripſerunt quidam integros tractatus: at nos facillime illius nodum diſſolvemus, dicendo milliare una cum milliaris parte centeſima, una cum milliaris parte decem-milleſima, una cum milliaris parte millioneſima, & ſic in infinitum, quantitati finitæ æquipollere: hoc enim ab Arithmeticis demonſtratum eſt, quod ſumma ſeriei cujuſvis quantitatum in quavis proportione Geometrica in infinitum decreſcentium, æqua-

qualis ſit quantitati finitæ; ſed milliaris pars $\frac{1}{100}$, una cum parte $\frac{1}{10\,000}$, una cum parte $\frac{1}{1\,000\,000}$, una cum parte $\frac{1}{100\,000\,000}$ centum-millioneſima, & ſic in infinitum, eſt ſeries quantitatum in proportione Geometrica in infinitum decreſcentium, adeoque illius ſumma, cum ſit æqualis quantitati finitæ, à mobili cum data velocitate moto, finito in tempore percurri poteſt. Ponamus enim Achillem ſpatio unius horæ milliare peragraſſe; ergo & partem milliaris centeſimam in parte horæ centeſima conficiet, & partem milliaris decem-milleſimam, in horæ parte decem-milleſima percurret; eodem modo pars milliaris millioneſima in parte horæ millioneſima peragrabitur, & ſic de cæteris. Si igitur hora, una cum horæ parte centeſima, una cum horæ parte decem-milleſima, una cum horæ parte millioneſima, + $\frac{1}{100\,000\,000}$, &c. in infinitum; ſi, inquam, ſumma hujus ſeriei in infinitum continuatæ infinito temporis ſpatio æquipolleret, certum eſt Achillem teſtudinem nunquam eſſe aſſecuturum in tempore finito: verum cum, ut hactenus dictum eſt, horæ pars $\frac{1}{100} + \frac{1}{10\,000} + \frac{1}{1\,000\,000}$, &c. ſit ſeries quantitatum in proportione Geometrica in infinitum decreſcentium, erit illius ſumma quantitati finitæ æqualis, ſcil. uni parti horæ nonageſimæ nonæ, ut facillime demonſtrari poteſt: & intra illud temporis ſpatium omnes, utcunque numero infinitæ, temporis particulæ elabentur. Dicimus igitur Achillem teſtudinem aſſecuturum poſt elapſas horam unam & infinitas illas numero particulas quæ in prædictâ ſerie continentur; hoc eſt, poſt horam unam & horæ partem nonageſimam nonam ad teſtudinem pertinget; atque ſic tollitur vis illius argumenti, quod tanquam inſolubile toties jactaverunt illius patroni.

Hoc

Hoc etiam proferri ſolet contra motum argumentum. Corpus A moveatur à B ad C (poſitis B & C duobus punctis contiguis) in inſtanti D: cum movetur A ſupponitur eſſe in B, adeoque in eo inſtanti non poteſt ad C pervenire, quia ſcil. ponitur eſſe in B; & in eodem inſtanti non poteſt eſſe in utroque, quia nihil poteſt eſſe ſimul in duobus locis, hoc eſt, in eodem inſtanti; adeoque in inſtanti quo eſt in B non poteſt ad C pervenire: eodem modo in quolibet alio inſtanti non poteſt ad C pervenire, quia adhuc ponitur in B, adeoque ſecundum hujus argumenti authores nunquam ad C pertinget.

Huic argumento facile reſponderi poteſt, dicendo A ſub initio inſtantis D, eſſe in B puncto, at in fine in puncto C; oportet enim ut tempus omne, in quo peragitur motus finitus, habeat initium & finem.

Sed præterea in allato argumento, non pauca aſſumpta ponuntur, quæ falſa atque impoſſibilia ſunt, *v. g.* cum duo ſupponuntur puncta contigua. Si per punctum intelligatur pars indiviſibilis ſeu minima quantitas, talia quidem puncta non dari prius demonſtravimus; adeoque ſi huic hypotheſi innitatur argumentum, impoſſibile erit, ut ullam inferat humano intellectui vim, ad motum convellendum. Si vero per puncta intelligantur ipſa puncta Mathematica, qualia ſcil. ſunt linearum termini, ſectiones, & contactus, hæc equidem ut poſſibilia agnoſco: impoſſibile tamen erit ut res quævis in iis moveatur; quicquid enim movetur per ſpatium movetur, at punctum Mathematicum alii puncto contiguum non poteſt ſpatium componere, ſed punctum: nam ſicut in Arithmetica mille cyphræ, ſeu nihil millies ſumptum, nihilo æquipollet; ſic in Geometria mille puncta, vel etiam infinita ſimul puncta, quantitatem non component, ſed puncto ſeu non quanto æquipollebunt. Unde cum duo puncta contigua tantum puncto æquantur, lubens agnoſco non poſſe motum per ea fieri: At nihil inde ſequitur abſurdi, motus enim per ſpatium non tollitur, ſed motus per punctum; & abſurdum quidem eſſet ſi iſtiuſmodi concederetur motus.

Quod

Quod de punctis diximus, idem poteſt Inſtantibus accommodari, oſtendo ut magnitudines omnes, ſic etiam tempus eſſe in infinitum diviſibile, adeoque nullam eſſe temporis particulam quæ proprie inſtans dici poteſt, ſeu punctum temporis; ſicut nulla eſt pars lineæ quæ cum puncto Geometrico coincidit: & ut infinita puncta non lineam componunt, ſed punctum, ſic etiam infinita inſtantia, ſeu temporis puncta, nulli tempori æquantur. Poteſt quidem ſpatium temporis inter diverſa inſtantia dato tempori æquari, at ipſa inſtantia nulli tempori æqualia erunt: tempus enim non ex inſtantibus, ſed ex partibus quæ ſunt tempora componitur; nec motus in inſtanti ſed in tempore peragitur.

Sed hiſce nugis valere juſſis, ad inſtitutum revertor.

Cum motus de quo acturi ſumus ſit motus localis, res poſtulat ut quædam de loco & tempore prius diſſeramus. Locus diſtingui ſolet in internum & externum. Internus locus eſt ſpatium quod à corpore locato repletur; externus autem is ſolus eſt qui ab Ariſtotele definitur, & dicitur ſuperficies concava corporis ambientis, & locatum continentis.

Clarius fortaſſe diſtinguetur locus, ſicut & ſpatium, in abſolutum & relativum. Locus abſolutus ſeu primarius eſt ea ſpatii immobilis, permanentis & undique expanſi pars, quæ à corpore locato occupatur: locus relativus ſeu ſecundarius eſt apparens ille & ſenſibilis, qui à ſenſibus noſtris ex ſitu ad alia corpora definitur. Cum enim ſpatium ipſum ſit ens ſimilare & uniforme, cujus partes videri nequeunt, & per ſenſus à ſe invicem diſtingui, ideo convenit ut corporum loca ad alia corpora referantur, & per diſtantias & poſitiones ad alia iſta corpora determinentur, *v. g.* Ponamus aliquem in angulo quovis domus alicujus ſedere; illius locus per diſtantiam, reſpectum, & poſitionem quam habet ad alios angulos, parietes, & circumſtantia corpora, quæ tanquam immobilia ſpectantur, definietur; & quamdiu quiſquam eundem ſitum & diſtantiam ab hiſce corporibus conſervat, tamdiu in eodem manere loco videbitur. Sic etiam ſi quiſquam in nave ſedeat, ſive quieſcit navis ſive movetur, quamdiu eandem

dem ſervat diſtantiam ab omnibus navis partibus quæ tanquam quieſcentes ſpectantur, & eadem manet ad eas omnes poſitio, idem etiam manebit illius locus relativus.

Quod de loco diximus poteſt etiam ſpatio ſimiliter applicari, ſcil. illud quoque in abſolutum & relativum diſtingui: abſolutum dicimus illud, quod ſua natura, abſque relatione ad externum quodvis, ſemper manet ſimilare & immobile: Relativum autem eſt quod ad corpora quædam refertur, per quæ determinatur, & menſuratur; cujus nempe partes ad corpora illa eandem ſemper ſervant poſitionem & ſitum; & quarum diſtantia ab iis immutata, eadem ſemper perſeverat.

Spatium relativum idem ſemper magnitudine & figura eſt cum ſpatio abſoluto, non tamen neceſſe eſt ut idem ſemper numero maneat cum eodem: nam in prædicto navis exemplo, ſi navis abſolute quieſcit, in eo quidem caſu ſpatium relativum cum abſoluto coincidit, non magnitudine & figura tantum, ſed etiam & numero: at ſi ponamus navem moveri, ſpatium abſolutum quod intra cavitatem navis continetur, erit in diverſis locis diverſum; at cum ipſa cavitas & figura navis eadem maneat, erit ſpatii in eâ contenti eadem ſemper & invariata magnitudo, eadem illius figura, & ejus partes ſimiliter ſitæ, ad eaſdem navis partes eandem ſemper habent poſitionem & diſtantiam, & proinde idem ſpatium relativum dici debet.

Sic etiam in hypotheſi Terræ motæ, ſpatium quod intra parietes ædificii continetur, etſi, abſolutum ſcil. ſpectando, ſemper mutatur, cum tamen eadem manet ædificii cavitas, eadem figura, & omnes ſpatii contenti partes ſimiles, ad eaſdem ædificii partes eundem ſemper conſervant ſitum; imo cum ad ſpatium aëris noſtri relativum, ſeu etiam ad omnes terræ partes, eandem ſemper obtinent poſitionem, ſpatium illud idem relativum dici poteſt.

Eodem modo & tempus diſtingui poteſt in abſolutum & relativum. Tempus abſolutum æquabiliter fluit, hoc eſt, nunquam tardius, nunquam velocius procedit, ſed abſque omni relatione ad corporis cujuſcunque motum, æquo ſemper

per labitur tenore. Tempus relativum ſeu apparens eſt ſenſibilis durationis cujuſvis per motum menſura; cum enim ipſius temporis fluxus æquabilis ſenſus non afficit, advocandus eſt in ſubſidium motus æquabilis, ut menſura aliqua ſenſibilis quæ illius quantitatem determinet, cujus partes temporis partibus ſemper reſpondeant, & proportionales ſint. Motus autem ille uniformis, qui ad menſuram temporis adhibendus eſt, debet eſſe maxime notabilis, cunctis obvius, & in omnium ſenſus incurrens, qualis vulgo cenſetur apparens ille Solis & Lunæ, & reliquorum ſiderum revolutiones; per quas tempus partimur in horas, dies, menſes, & annos. Et ſicut ea tempora æqualia judicamus, quæ prælabuntur dum mobile aliquod æquabili velocitate latum æqualia ſpatia percurrit, ſic æqualia etiam dicenda ſunt tempora, quæ fluunt dum Sol, vel Luna, revolutiones ſuas ad ſenſum æquales peragunt.

Verum cum, ut hactenus dictum eſt, temporis fluxus accelerari aut retardari nequit, corpora autem omnia nunc incitatius nunc ſegnius moveri poſſunt, nec fortaſſe datur in rerum natura motus perfecte æquabilis; neceſſe eſt ut tempus abſolutum ſit aliquid à motu vere & realiter diſtinctum, nec illius natura magis à motu corporum quam ab eorundem quiete dependet. Ponamus enim Cœlum & ſidera ab ipſo Mundi exordio immobilia perſtitiſſe, at non ideo ſiſti potuit temporis curſus, ſed illius quieſcentis ſtatus duratio æqualis eſſet tempori quod jam movendo elapſum eſt. Præterea cum conſtat ex ſacra Hiſtoria tempore *Joſuæ*, Solem in eodem Cœli viſibilis puncto, per aliquod tempus immotum manſiſſe; non tamen ideo tempus abſolutum perſtitit, & cum ſole rurſus progredi cœpit, ſed eodem quo prius celeri præterlabebatur curſu, quamvis omnia horologia ſciaterica eandem diei horam, per omne illud ſtationis tempus indicabant: & ſic quidem ſubſtitit tempus apparens ad Solis nempe motum relatum, cum abſolutum interim uniformiter progrediebatur.

Sic etiam cum & hodie Solis motus apparens uniformis non eſt, nec ejus revolutio diurna æquabilis erit, ut omnes

 agno-

agnoſcunt Aſtronomi; ſed aliquando celeriore, aliquando lentiore procedit gradu, ac proinde dies naturalis, νυχθήμερον, ſeu ſpatium temporis una revolutione diurna elapſum, nunc minus nunc majus evadet; adeoque tempus apparens non eodem quo tempus abſolutum progreditur tenore: unde ut ab illo diſtinguatur neceſſe eſt.

Cum tempus abſolutum ſit Quantum uniformiter extenſum & ſua natura ſimpliciſſimum, poteſt per magnitudines ſimpliciſſimas rite repræſentari, ſeu imaginationi noſtræ proponi: quales imprimis videntur eſſe rectæ lineæ & circulares, quibuſcum & tempori quædam intercedunt analogiæ. Nam tam temporis, quam rectarum & circularium linearum, partes omnes ſunt ſibi ubique ſimiles & uniformes; & ſicut linea per motum ſeu fluxum puncti generatur, cujus quantitas ab unica pendet longitudine per motum determinata; ſic etiam tempus quodammodo cenſeri poteſt inſtantis continuo labentis veſtigium, cujus quantitas ab unica profluit velut in longum exporrecta ſucceſſione, quam ſpatii percurſi longitudo demonſtrat; & proinde optime per fluxum puncti ſeu rectam lineam repræſentari poteſt, quod in ſequentibus ſæpius fiet.

Obſervandum autem nos per Temporis vocem intelligere ſpatium illud temporis quo motus tranſigitur; adeoque cum de rebus Phyſicis & motu agendum eſt, rite cum *Ariſtotele* definiri poteſt, *Menſura motus ſecundum prius & poſterius*: non quidem abſolutam temporis naturam ſpectando, ſed connexionem illam quam motus cum eo habet, ut ſcil. nullum ſpatium à mobili in inſtanti percurri poſſit, ſed ſucceſſive & juxta fluxum temporis omnis motus peragatur, qui igitur cum temporis quantitate comparari poteſt & ab ejus fluxu menſurari.

LECTIO VII.

DEFINITIONES.

I. MOTUS *eſt continua & ſucceſſiva loci mutatio.*

II. *Celeritas eſt affectio motus, quâ mobile datum ſpatium in dato tempore percurrit.*

III. *Quies autem eſt corporis cujuſvis in eodem loco permanentia.*

Hinc ſequitur quietem, motum & celeritatem, ſecundum duplicem loci diſtinctionem, duplices eſſe, abſolutos ſcil. & relativos.

IV. *Motus abſolutus eſt mutatio loci abſoluti, & illius celeritas ſecundum ſpatium abſolutum menſuratur.*

V. *Quies abſoluta eſt permanentia corporis in eodem loco abſoluto.*

VI. *Motus relativus eſt mutatio loci relativi, cujus celeritas ſecundum ſpatium relativum menſuratur.*

VII. *Quies vero relativa eſt permanentia corporis in eodem loco relativo.*

Ex hiſce ſequitur, Primo, poſſe aliquem relative quieſcere, qui tamen ſecundum ſpatium abſolutum vere & abſolute movetur; *v. g.* Si aliquis in nave ſedeat, cum eundem retinet locum relativum, eundem ſervat ſitum & diſtantiam ad reliquas navis partes, quæ tanquam quieſcentes ſpectantur, ille relative quieſcit; cum tamen interea eodem provehitur motu, eadem celeritate, & ſecundum eandem plagam, qua ipſa navis à ventis defertur; in quo caſu, omnes navis partes eundem inter ſe ſitum ſervantes ſpectatori intra navem poſito tanquam quieſcentes apparebunt: è contra, dum ipſa navis movetur, ſpectatori in navi locato, littora aliaque corpora extra navem circumjacentia moveri videbuntur, ea celeritate, at verſus contrariam plagam, qua ad ea revera accedit navis, vel ab iiſdem recedit. Hujus apparentiæ ratio ex principiis Opticis facile oſtenditur: Ea enim corpora ut quieſcentia videmus, quæ ad ipſum oculum eaſdem ſemper ſervant poſitiones & diſtantias; quæ autem

moveri videmus corpora, ea diſtantias ſuas & poſitiones oculi reſpectu mutare deprehendimus; vel ut paulo altius rem deducamus.

Cum Optica nos doceat omne corpus quod videtur, imaginem ſuam, ope radiorum à viſibili prodeuntium, in ipſo fundo oculi ſeu in retina depictam habere; ſequitur, ut ea objecta moveri videantur, quorum imagines in retina moventur; hoc eſt, quæ diverſas retinæ partes ſucceſſive pertranſeunt, dum quis oculum ſuum immotum ſupponit: at ea objecta tanquam quieſcentia cernuntur, quorum imagines eandem ſemper occupant retinæ partem, cum ſcil. imaginum motus in oculi fundo non ſentitur. Atque hinc eſt, quod in nave ſedentes ipſius navis motum non percipiant; omnes quippe navis partes inter ſe relative quieſcentes eandem poſitionem & diſtantiam quoad oculum ſervantes, imagines ſuas in iiſdem retinæ partibus ſemper depictas habebunt; earum igitur motus non videbitur: at cum ad littora oculos vertat ſpectator, dum ipſa navis movetur, neceſſe eſt ut objectum quodlibet externum ſitum ſuum oculi reſpectu mutet, & proinde ejus imago alias atque alias retinæ partes ſucceſſive occupabit; hoc eſt, objectum externum moveri videbitur. Ob eandem rationem, ſi Terra circa Solem vel ſuum axem moveatur, illius motus ab ipſius terræ incolis neutiquam percipietur, cum ſcil. ædificia & omnia in terra objecta viſibilia iiſdem ſemper terræ partibus inſidentia, eandem ſemper inter ſe & oculum poſitionem ſervabunt; ſin aſtra aliaque omnia corpora terræ non adhærentia adſpiciantur, ea ob eandem cauſam, qua prius littora, moveri videbuntur; hoc eſt, ſi terra circa ſuum axem rotetur ab occidente in orientem, Sol & reliqua ſidera ab oriente in occidentem moveri conſpicientur.

Sed Terræ motu pauliſper dimiſſo, ad exemplum Navis redeamus; ſi navis ſecundum quamcunque directionem feratur *v. g.* verſus orientem, & aliquis in prora ſedens lapidem verſus occidentem eadem velocitate projiciat, qua ipſa navis ad orientem progreditur; lapis in hoc caſu ſpectatori intra navem moveri videbitur verſus occidentem, & ejus velo-

locitas relativa æqualis erit ipſius navis celeritati abſolutæ; revera tamen lapis quieſcet in ſpatio abſoluto, abſtrahendo à terræ motu & eo omni qui ex gravitate oriri poteſt. Et ſi ponamus aliquem extra navem in aëre pendulum, ille lapidem quieſcentem ſpectabit; cum vero gravis ſit lapis, videbit illum perpendiculariter tantum deorſum motum, nec magis verſus ortum quam occaſum tendentem: vis enim à projiciente in lapidem impreſſa nihil aliud agit, quam deſtruit æqualem vim motûs, quæ à navi verſus contrariam plagam ipſi communicabatur. Moto enim quolibet corpore vel ſpatio, etiam omnia corpora vel corporum particulæ, intra illud relative quieſcentia, eâdem celeritate & ſecundum eandem plagam moventur.

At objiciat aliquis, lapidem è manu projicientis emiſſum in ipſam puppim impingere, eique ictum imprimere, adeoque cum lapis in ipſam puppim irruit, non poteſt non moveri: Reſpondeo, verum quidem eſſe eos, qui intra navem verſantur, lapidem in puppim irruentem eamque percutientem conſpicere; at ſi ponatur aliquis extra navem in aëre pendulus; ille non lapidem verſus puppim, ſed puppim in lapidem impingentem videbit; & ictus magnitudo, qui in utrovis corpore recipitur, eadem omnino erit ac ſi navis quieſceret, & lapis revera verſus puppim impelleretur, eâdem celeritate, qua puppis ad lapidem accedebat. Si enim duo ſint corpora A & B utcunque æqualia vel inæqualia; eadem erit percuſſionis vis, ſive B cum data celeritate in corpus A quieſcens impingat; vel ſi quieſcat B, & A eâdem celeritate in ipſum irruit; vel ſi utrumque corpus verſus eandem plagam moveretur, & ſubſequens A celerius motum in ipſum B impingeret; eadem erit quantitas ictus, ac ſi B omnino quieſceret & A ſolum latum eſſet, differentia celeritatum qua ſcil. ipſius celeritas celeritatem corporis B ſuperabat; vel denique, ſi tam A quam B verſus contrarias partes ferantur; ictus magnitudo eadem fiet, ac ſi unum quieſceret, & alterum motum eſſet cum ea celeritate, quæ ſit ſummæ priorum velocitatum æqualis. Verbo dicam, eâdem ſemper manente velocitate relativa corporum, quâ ad ſe invicem accedunt, ea-

TAB. 2. fig. 4.

eadem quoque erit percuſſionis quantitas, quomodocunque veræ velocitates partitæ ſint, ut in ſequentibus demonſtrabitur. Sed rurſus ad navem redeamus.

Si vis, qua lapis à projiciente emittitur, minor ſit eâ quæ ex navis motu in hoc caſu recipitur, lapis ipſe revera in eandem, qua ipſa navis, plagam motu ſcil. abſoluto deferetur; hoc eſt, à ſpectatore, quem extra navem in aëre conſiſtentem poſuimus, verſus orientem moveri videbitur, ea celeritate, qua celeritas navis celeritatem motus ab impellentis dextra impreſſi ſuperabat; at in ipſa navi ſedentibus lapis verſus occaſum moveri apparebit, eâdem prorſus celeritate, quam à projicientis manu accepit, qua etiam in puppim impingere videbitur.

Sed ſi quis in puppi ſedens lapidem verſus proram projiciat, verus & abſolutus illius motus erit verſus proram ſeu orientem; & à ſpectatore noſtro extra navem poſito ea celeritate ferri conſpicietur; quæ æqualis ſit ſummæ duarum celeritatum, illius ſcil. quam à projiciente accepit, & illius quæ per motum navis ipſi communicabatur.

Hæc omnia hypotheſi Terræ motæ poſſunt applicari. Si enim terra ſolummodo circa axem ſuum revolvatur ab occidente verſus orientem, & lapis vel globus è tormento projiciatur ad occidentem, ea celeritate qua terra circa axem vertitur; impetus, quem globus ex tormento recipit, contrarium impetum, qui ex terra illi imprimebatur, deſtruet; adeoque in ſpatio abſoluto quieſceret globus, ſecluſo motu ex gravitate orto. Nihilominus qui in terræ ſuperficie degunt & una cum ea revolvuntur, lapidem vel globum verſus occaſum celeriter ferri conſpicient; & ſi murus aliquis ejus motui apparenti objiciatur, globum vi eâdem murum ferientem videbunt, ac ſi murus revera quieſceret, & globus contra illum ea celeritate impingeret, quam in eo caſu ab exploſione reciperet: nam eadem, ut dictum eſt, erit ictus quantitas, ſive globus cum determinata celeritate in murum quieſcentem projiciatur, ſive murus in globum quieſcentem eâdem celeritate irruat.

Si minor ſit vis, quæ in globum per bombardæ exploſionem

nem imprimitur, eâ quæ per diurnum motum terræ illi communicatur, globus revera verſus orientem feretur; at quia ejus velocitas minor eſt ea, qua nos verſus orientem revolvimur, globus à nobis ad occidentem tendere conſpicietur; & obſtaculum quodcunque ejus motui apparenti oppoſitum ea vi ferire videbitur, ac ſi revera obſtaculum in eodem ſpatio abſoluto permanſiſſet, & globus in ipſum ea vi, quam à bombarda accepit, impegiſſet. Si deinceps globus verſus orientem explodatur, motus ejus abſolutus erit in orientem, & ejus velocitas in tantum ſuperabit velocitatem, qua ipſa tellus fertur, quanta eſt ea quæ globo per bombardam imprimitur, adeoque eâ ſolâ velocitatis differentiâ in obſtaculum quodcunque irruit, & illud percutiet.

Verum univerſaliter, corporum in dato ſpatio incluſorum idem erunt motus inter ſe, idem congreſſus, eadem percuſſionis vis, ſive ſpatium illud quieſcat, ſive moveatur uniformiter in directum.

Motu, quiete, celeritate, tam abſolutis quam relativis, prolixe ſatis explicatis, ad alios terminos definiendos accedo.

VIII. *Spatium percurſum eſt via illa quæ à corpore motu ipſius peragratur.*

IX. *Illius longitudo eſt recta illa quæ à centro corporis moti deſcribitur.*

X. *Directio motus eſt recta quà tendit mobile.*

XI. *Motus æquabilis fit, quando mobile eadem ſemper celeritate omnes longitudinis ſeu ſpatii percurſi partes deſcribit.*

XII. *Motus acceleratus eſt cujus velocitas continuo creſcit.*

XIII. *Motus retardatus eſt cujus velocitas continuo minuitur.*

XIV. *Motus æquabiliter acceleratus eſt, cui temporibus ſemper æqualibus æqualia accedunt velocitatis incrementa.*

XV. *Motus æquabiliter retardatus eſt, cujus velocitas temporibus æqualibus ad quietem uſque æqualiter decreſcit.*

XVI. *Momentum (quod & quantitas motus, ſæpe etiam ſimpliciter Motus dici ſolet) eſt potentia ſeu vis illa corporibus motis inſita, quâ è locis ſuis continuo tendunt.*

XVII. *Impedimentum vero eſt quod motui obſtat vel reſiſtit, atque illum deſtruit vel ſaltem minuit.*

XVIII. *Vis motrix eſt potentia agentis ad motum efficiendum.*

XIX. *Vis impreſſa eſt actio in corpus exercita, ad ejus ſtatum vel motus vel quietis mutandum.*

Si corpus A quieſcat & movendum ſit cum data celeritate, vis illa quæ ipſi imprimitur, quaque accepta cum data velocitate moveri incipit, dicitur Vis impreſſa; in quo caſu à Vi motrici non niſi in concipiendi modo differt: Eadem enim vis quatenus ab agente procedit, dicitur Vis motrix, & quatenus à patiente recipitur, dicitur Vis impreſſa. Sic etiam, ſi corpus B moveatur, quædam determinata requiritur vis ad illius motum minuendum, & quædam etiam determinata vis neceſſario habenda eſt ad illius motum omnino ſiſtendum; quæ cum in corpus B exercetur, Vis impreſſa dicitur.

Non ignoro quoſdam Philoſophos quantitatem motus ab illius celeritate non diſtinguere; ea quippe corpora æquales motus habere dicunt, quæ æquali celeritate moventur, ſive ipſa corpora æqualia ſive inæqualia exiſtant, ſive unum ſit exiguum admodum, alterum vero utcunque magnum; modo eâdem velocitate utrumque corpus latum ſit, in utroque ſemper eandem motus quantitatem permanere volunt. At non ratio ſolum, verum & experientia docet motum non modo augeri in ratione velocitatis, ſed & etiam in ratione molis ſeu magnitudinis, poſitis corporibus homogeneis ſeu
TAB. 2. ejuſdem ſpeciei; *v. g.* Sint duo corpora A & B, quorum
fig. 4. A majus corpus, & B minus; & momentum ſeu quantitas motus ipſius A non tantum majus erit momento ipſius B, ſi A velocius feratur ipſo B; verum ſi utrumque æquali celeritate feratur, erit vis ſeu energia, qua corpus majus A fertur, major ea quam habet corpus B ad ſuum locum mutandum; quia ſcil. vis contraria obſtaculi vel impedimenti major requiritur ad ſiſtendum motum majoris corporis A, quam ea quæ neceſſaria eſt ad motum corporis minoris B tollendum: quippe, ſi ſit corpus A centum librarum, pondus vero

vero ipſius B unius libræ, & ſi æqualis ſit in utroque corpore celeritas, vis quam corpus A exercet, quaque obſtaculum quodvis removere conabitur (& proinde vis impedimenti retinentis & motum illius deſtruentis) multo major erit vi motûs corporis B, qua ſcil. impedimentum removere nititur; & illius impedimenti vis, quæ neceſſario requiritur ad motum ipſius B deſtruendum, minor erit vi impedimenti quæ ſufficiens erit ad motum mobilis A auferendum. Verum in ſequentibus Theoremata dabimus, quibus motûs quantitas æſtimari & ejus menſura determinari poteſt.

XX. *Vires motrices æquales ſunt, quæ ſimiliter agentes æquales motuum quantitates in dato tempore producunt.*

XXI. *Vires contrariæ ſunt quarum lineæ directionis ſunt contrariæ.*

XXII. *Gravitas eſt vis ferens deorſum, qua corpora rectà ad terram tendunt.*

XXIII. *Vis centripeta eſt vis illa, qua corpus ad punctum aliquod tanquam centrum continuo urgetur; atque hinc ſequitur gravitatem eſſe vim quandam centripetam.*

XXIV. *Per vim centrifugam autem intelligimus vim, qua corpus aliquod continuo urgetur, ut à centro recedat.*

Vires autem hæ ſemper æſtimantur per vires contrarias, quæ corpora in eodem ſtatu retinere poſſunt; ſic ſi corpus aliquod filo alligatum circa centrum immobile revolvatur, vis, qua à centro recedere conatur, eſt Vis centrifuga; actio autem fili renitentis & corpus verſus centrum continuo retrahentis, qua fit ut corpus in eodem ſemper circulo retineatur, erit tanquam Vis centripeta vi centrifugæ æqualis, adeoque harum virium una per alteram rite æſtimari poteſt. Sic etiam vis gravitatis alicujus corporis innoteſcit per vim ipſi contrariam & æqualem, qua ipſius deſcenſus impediri poteſt. Poteſt autem vis illa vel eſſe alterius corporis pondus (per mechanicum aliquod inſtrumentum *e. g.* libram) contrarie agentis; vel vis centrifuga quæ orietur, ſi corpus illud cum certa quadam & determinata velocitate in circulo circa centrum Terræ revolvatur; vel denique poteſt eſſe alterius

 terius

terius corporis firmitudo & reſiſtentia ſupra quod pondus premens incumbit.

XXV. *Quantitas acceleratrix cujuſvis Vis eſt menſura velocitatis quam in dato tempore vis illa generat.*

In eâdem à Terra diſtantia corpora omnia utcunque inæqualium ponderum æquivelociter deſcendunt, & proinde æquales ſunt ipſorum vires acceleratrices; in diſtantiis autem inæqualibus inæqualiter, in majori ſcil. minus, in minore magis, accelerantur.

LECTIO VIII.

FINITIS definitionibus, ad res minus claras vel terminos minus uſitatos explicandos inſervientibus, ad Axiomata phyſica accedimus. Cum autem philoſophiæ naturalis objectum ſint corpora corporumque in ſe invicem actiones, quæ non tam facile & diſtincte concipiuntur, quam ſimplices illæ magnitudinum ſpecies de quibus tractat Geometria; nollem ut quiſquam in materia phyſica, tam rigidæ demonſtrandi methodo inſiſtat, ut principia demonſtrationum, hoc eſt, axiomata adeo clara & per ſe evidentia poſtulet, ac illa ſunt quæ in Geometriæ elementis traduntur: talia quidem dari rei natura non permittit. Verum ſufficiat ſi ea adhibeantur, quæ rationi & experientiæ congrua eſſe deprehendimus, quorum veritas primo quaſi intuitu elucet, quæ ſibi ipſis fidem apud non obſtinatos conciliant, & quibus aſſenſum ſuum nemo denegabit, niſi ſe omnino Scepticum profiteatur.

Verum etiam in demonſtrationibus, laxiore aliquando argumentationis genere utendum eſt, & propoſitiones adhibendæ ſunt non abſolute veræ, ſed ad veritatem quam proxime accedentes, *e. g.* Cum demonſtratur omnes ejuſdem Penduli Vibrationes in arcubus circuli minoribus factas, æquidiuturnas fore. Supponitur arcum circuli parvum ipſiuſque chordam eſſe declivitatis & longitudinis ejuſdem, quod tamen, ſi rigidam veritatem ſpectemus, admittendum non eſt: at in phyſica, hæc hypotheſis tantillum à vero abludit; ut differentia merito ſit negligenda, & diſcrepantia vibrationum quæ

ex

ex illa differentia oritur omnino inſenſibilis evadit, uti experientia teſtatur. Sic etiam inſignis Philoſophus & Geometra *D. Gregorius*, in *Elementis Catoptricis & Dioptricis*, laxiorem Geometriam adhibet, lineas & angulos tanquam æquales aſſumendo, qui revera inæquales ad æqualitatem quam proxime accedunt. Atque ſic pulcherrima ſolvit problemata phyſica quæ alias intricatiſſima futura ſunt. Sed etiam ipſi *Newtono* aliquando arridet hæc methodus; ut videre eſt *in Prop.* 3. *lib.* 2. *Philoſophiæ Naturalis Princip. Math.*

Si qui vero ſint qui contra iſtiuſmodi principia & demonſtrationes pertinacem obfirmant animum & propoſitionibus ſatis manifeſtis ſe expugnari non patiuntur, hos ut ſupinâ ſuâ ignorantiâ gaudeant relinquimus, nec dignos eſſe qui ad veram Phyſicam admittantur cenſemus.

AXIOMATA.

I. *Non entis aut nihili nullæ ſunt proprietates aut affectiones.*

II. *Nullum Corpus poteſt naturaliter in nihilum abire.*

III. *Omnis mutatio corpori naturali inducta ab agente externo procedit; corpus enim omne eſt iners materiæ moles, & nullam ſibi ipſi mutationem inducere valet.*

IV. *Effectus ſunt cauſis ſuis adæquatis proportionales.*

V. *Cauſæ rerum naturalium eæ ſunt, quæ ſimpliciſſimæ ſunt; & Phænomenis explicandis ſufficiunt: nam Natura methodo ſimpliciſſimâ & maxime expeditâ ſemper progreditur; hiſce enim operandi modis ſe melius prodit Sapientia Divina.*

VI. *Effectuum naturalium ejuſdem generis eædem ſunt cauſæ; ut deſcenſus lapidis & ligni ab eâdem cauſâ procedit; eadem quoque eſt cauſa lucis & caloris in Sole & in igne culinari; reflexionis lucis in Terra & Planetis.*

VII. *Quæ duæ res ita inter ſe connexæ ſunt, ut ſeſe perpetuo comitentur, & quarum unâ mutatâ vel ſublatâ, altera quoque ſimiliter mutetur vel tollatur, vel harum una alterius cauſa eſt, vel utraque ab eadem cauſa communi provenit.*

Sic ſi ſit Acus magnetica circa axem verſatilis, cui Magnes admoveatur & circa eandem revolvatur; acus etiam

continuo eodem tenore movebitur, & ſi ſiſtatur magnetis motus, ſubſiſtet quoque ipſius acûs circulatio, & rurſus cum ipſo magnete revolvi incipiet: unde nemo dubitat quin acûs vertigo ab ipſius magnetis motu dependeat. Sic etiam cum fluxus & refluxus maris in eodem loco ſemper fiat, ſcil. cum Luna ad eundem circulum horarium pervenerit, & ejus motum continuo comitetur; periodus nempe æſtuum periodo motuum lunarium ita præciſe reſpondet, ut nulla à tot ſeculis notata ſit aberratio: retardatur enim minutis 48. in ſingulos dies; & in ſyzygiis Lunæ cum Sole ſemper ſit æſtus maximus, in Quadraturis minimus; unde agnoſcendum eſt maris fluxum à motu Lunæ & ipſius ſitu reſpectu Solis pendere.

VIII. *Moto corpore quovis ſecundum quamcunque plagam, omnes ejuſdem particulæ, quæ in ipſo relative quieſcunt, eadem velocitate ſimul ſecundum eandem plagam progrediuntur; hoc eſt, moto loco relativo movebitur quoque locatum.*

IX. *Æquales materiæ quantitates eâdem velocitate latæ æqualia habebunt momenta ſeu motuum quantitates.*

Nam momentum cujuſque corporis eſt ſumma momentorum omnium particularum corpus illud componentium; & proinde ubi æquales ſunt particularum magnitudines & numeri, æqualia erunt momenta.

X. *Vires æquales & contrariæ in idem corpus agentes mutuum effectum tollunt.*

XI. *Ab inæqualibus autem & contrariis viribus producitur motus æquipollens exceſſui præpollentis.*

XII. *Motus à viribus conſpirantibus, hoc eſt, ſecundum eandem directionem agentibus, productus æquipollet earundem ſummæ.*

XIII. *Æquipollens ſi vel augeatur vel contrarium minuatur fit præpollens.*

Qui mechanice Philoſophari volunt duo ſequentia adhibent Effata.

XIV. *Omnis Materia eſt ejuſdem ubique naturæ, & eadem habet eſſentialia attributa, ſive in Cœlis ſit, ſive in Terris, ſive appareat ſub forma corporis fluidi, ſive duri aut alterius cujuſvis;*

juſvis; hoc eſt, materia cujuſvis corporis, e. g. *ligni, à materia alterius cujuſvis non eſſentialiter differt.*

XV. *Diverſæ autem corporum formæ non ſunt niſi diverſæ modificationes ejuſdem materiæ; & à variâ particularum corpora componentium magnitudine, figura, textura, poſitione & cæteris modis pendent.*

XVI. *Sic etiam qualitates ſeu actiones vel potentiæ quorundam corporum in alia corpora oriuntur ſolum ex prioribus affectionibus & motu conjunctim.*

Ponunt autem Philoſophi Materiam eſſe omnium formarum & qualitatum commune ſubſtratum, quæ ad omnes ſe indifferenter habet, cum ſit omnium capax, & eadem ſemper manet ſub quibuſcunque appareat formis, unde & à Peripateticis materia prima nuncupatur.

Quamvis vero formæ & qualitates ipſi materiæ ſunt prorſus accidentales, ad corpus tamen, quod ex forma & materia ſimul junctis coaleſcit, neceſſario & eſſentialiter pertinent; *v. g.* quamvis materia ligni prorſus ſit indifferens ad hanc vel illam formam ſeu particularum figuram & texturam, quibus infinitis modis variatis eadem ſemper manet; non tamen poteſt lignum ſubſiſtere ſine determinata illa particularum modificatione, quæ formam lignei corporis conſtituit, qua ſublata perit lignum, & eadem materia in alterius generis corpus tranſit. Quod autem in particularum modificatione forma corporis lignei conſiſtit, patet ubi lignum igni immittitur, & materia formâ illâ privatur: nam per vim ignis diſſolvitur particularum nexus & textura, & harum pars quædam in fumum & vapores tranſit, altera in cineres reducitur.

Multa à Philoſophis proferuntur exempla, ut oſtendant varias particularum ejuſdem materiæ magnitudines, figuras & texturas, varias producere corporum formas, & ex variis etiam ipſarum motu & poſitione, varias oriri qualitates; quorum aliqua hic adducemus.

Primo, cum per calorem ſolis aquæ particulæ rarefiant, ex mari ad ſupremum fere aëra ſub forma vaporum evehuntur; at recens hæc forma non aliunde provenit quam ex partium

tium mutato ſitu: per rarefactionem autem fit, ut aqueæ particulæ plura & patentiora forte contineant in ſe ſpatiola, vel omnino vacua, vel puriſſimo tantum æthere repleta: unde harum materia majus occupans ſpatium, quam æqualis materiæ aëriæ quantitas, aëre redditur minus intenſive gravis, & proinde ſurſum trudetur, eodem modo quo ſuber ſub aqua demerſum: nec unquam conſiſtunt vapores donec ad aërem ejuſdem gravitatis perveniunt, ubi relative quieſcunt, & nubes mille figuras induentes componunt.

Mox ubi per ventorum curſum aër minus gravis redditur, vapores eandem retinentes gravitatem neceſſario ſubſident, & in caſu ſuo per aëris reſiſtentiam condenſati, & in minus ſpatium coacti formam priorem amittunt, & in terram cadentes pluviæ ſpeciem recipiunt.

Multo maxima hujus pars per fluvios ad mare deducitur, iterum in vapores abitura; pars vero aliqua terræ ſe immiſcet, & ibi depoſita arborum herbarumque radices & ſemina ingreditur, è quibus in alias plane & novas corporum ſpecies aſſurgit. Et eadem quidem pluvialis aqua diverſa corpora componit, prout diverſa ingreditur rerum ſemina; quædam ſcil. tranſit in plantagines, quædam in gramina, aliqua in flores, aliqua in quercus, ornos, fagos, & alias quamplurimas arborum & plantarum ſpecies.

Nec in eâdem planta omnino ſimilaris manet eadem pluvia, cum plantæ omnes ex innumeris heterogeneis conſtent partibus; ſic in lino *e. g.* alia eſt forma radicis, alia caulis, alia tenuium fibrarum, alia florum, alia ſeminis, alia capſularum ſemen continentium.

Varia quoque eſt in eodem lino vaſorum ſtructura, (non aliter enim ac in corpore animato, quælibet planta ſua habet vaſa humorum circulationi inſervientia) ſed & diverſis omnino gaudent hæ partes proprietatibus: caulis *e. g.* eſt corpus lignoſum & poſt exſiccationem valde friabile, dum cortex ſeu membranula caulem operiens, ex oblongis tenuiſſimis & plicabilibus conſtat fibris varie inter ſe connexis.

Hanc membranam à caule ſua ſeparant linifices, & poſtquam mille tractaveruntmodis, fibras ejus in oblonga con-

torquent

torquent fila; mutataque particularum poſitione & ſitu, aliam ſane & longe diverſam ſubeunt fibrillæ formam ab ea, quam in viridi habebant planta.

Mox in ſe convoluta fila, iiſdem manentibus particulis ipſorum minimis, glomorum ſpecies præbent. Fila hæc varie inter ſe connectunt & texunt linteones, & arte ſuâ telas ex illis componunt, quæ veſtimenta hominibus præbent. Hæc denique in linteola redacta aquæ immittuntur, & malleis ligneis in mollem quaſi pulpam rediguntur, quæ tandem, exſiccato humore aqueo in formam Papyri transmutatur, quæ ſi igni immittatur partim in tenuiſſimum pulverem, partim in fumum evaneſcit.

At hæ omnes tam multifariæ ſub quibus eadem materia apparet formæ, non niſi ex particularum mutata figura, magnitudine & textura proveniunt, & ab his ſolummodo pendent.

Sic ſi metalla liquantur, ignis vi partium cohærentia diſſolvitur, & particulæ metallicæ à ſe invicem ſeparatæ rapidiſſimo cientur motu, quo fit ut formam corporis fluidi induant.

Hinc etiam (ut videtur) oritur illa ſalium & metallorum in menſtruis diſſolutio; per fermentationem enim ſeparantur partes à ſe invicem, & in minima reſolutæ ipſius fluidi agitantur motu, unde tanquam corpora fluida apparebunt. Ex hiſce corporum, ipſorumque partium figuris & reliquis modificationibus plurimi oriuntur effectus, plurimæ qualitates ſingulis corporum generibus propriæ, quas perire neceſſe eſt ſi partium conſtitutio mutetur. Sic ex eadem materia *v. g.* ferro formantur claves, cultri, limæ, ſerræ, & alia innumera inſtrumenta ad varios uſus accommodata, quorum qualitates & effectus ex ſolis pendent eorundem figuris: unde enim clavi potentia ſua ad oſtium reſerandum, niſi ab ipſius figura, magnitudine, & partium congruitate cum partibus ſeræ cui immittitur? Unde cuneis & cultris potentia ad corpora findenda? Nonne hanc ex ſola ipſarum figura provenire demonſtratum eſt à Mechanicæ ſcriptoribus? Unde fiunt motus in Automatis tam regula-

 res,

res, niſi ex rotis inter ſe diſpoſitis, ſibi invicem adaptatis & commiſſis; unde denique fit, ut per machinas artificiales tanti effectus producantur? Certè ratio non aliunde quam ab ipſarum fabrica petenda eſt.

Nec minus partium ſuarum conſtitutioni & modificationi debent corpora naturalia, quam artificialia: omnes enim ipſorum operationes non niſi ex motu, ſitu, ordine, figura, & poſitione corpuſculorum proveniunt, quibus in quovis corpore mutatis, mutantur etiam eo ipſo iſtius corporis qualitates.

Si corporis ſuperficies ſit ſcabra & aſpera, Lucem in ipſam incidentem undequaque reflectit, propterea quod partes ſuperficiales lucem excipientes & remittentes non omnes in una atque eadem ſuperficie regulari, ſed infinitis fere iiſque diverſis locantur planis: unde lucem in varia hæc plana incidentem undique etiam reflecti neceſſe eſt. Hinc glacies, quæ cum integra & polita ſit nullius fere eſt coloris, in partes tamen contuſa, ſeu aſperam & anguloſam habens ſuperficiem, alba apparet, ſcil. cum lumen copioſe & in omnes partes reflectit. Eadem quoque eſt ratio albeſcentis aquæ cum in ſpumam vertitur.

Ea autem eſt plerorumque corporum viſibilium ſtructura, ut eorum ſuperficies partem radiorum in ſe incidentem ſuffocare, partem remittere poſſint. Si ſuperficies ita ſint comparatæ, ut omnia radiorum genera æqualiter reflectant vel æqualiter ſuffocant, erit illorum color vel albus, vel niger, vel ſubſuſcus, inter album & nigrum medius: nam color albus non aliter differt à nigro, quam quod alba corpora plurimos reflectant omne genus radios, nigra autem pauciſſimos. Hoc patet ex umbra corporis opaci, quæ ſole lucente in parietem album projicitur; pars enim in qua umbra verſatur, cum multo pauciores quam reliquæ omnes excipiat radios, multo pauciores quoque reflectit, adeoque reliquarum reſpectu nigra apparet. At ſi partes illæ reliquæ non plures reciperent radios, quam ea ubi umbra projicitur, tunc ubique idem foret color, nempe albus.

Si talis ſit ſuperficiei textura, ut aliquod radiorum genus

rius copioſius, & reliqua omnia parcius, reflectat, ſuperficiei color ad eum accedet qui ex radiis magis copioſe reflexis oritur; hoc exinde demonſtrari poteſt, quod ejuſdem objecti varius erit color, prout varia excipit radiorum genera, reliquis interceptis, ut primus invenit ſagaciſſimus *Neuwtonus*. Sic ſi per trigonum Vitreum radii rubri (ſic enim vocitare licet colorem rubrum producentes) in objectum cæruleum projiciantur, objectum ſuum mutabit colorem, & rubrum induet; ſin flavos tantum excipiat radios, tunc ejus color in flavedinem vertetur; ſi cærulei incidant radii, cæruleus apparebit, & color ille cæteris omnibus coloribus vividior erit, eo quod horum radiorum multo plures reflectit, & pauciores ſuffocat quam reliquorum.

Si ſuperficies corporis ſit exacte polita, hoc eſt, nulla aſperitate & ſcabritie impedita, & radios ſatis confertos reflectat; hæc radios ab objecto quovis prodeuntes, & in ipſam incidentes ita reflectet, ut objecti illius imaginem conſpiciendam præbeat: & ob eam cauſam corpora iſtiuſmodi ſuperficies habentia *Specula* vocantur. Si ſpeculum ſit planum, imago erit objecto æqualis, & pone ſpeculum invenietur, ad diſtantiam æqualem ei quam habet radians ante ipſum; ſi ſuperficies ſit concava ſphærica, & objectum radians magis diſtet ab ipſo quam ¼ diametri ſphæræ, imago in aëre pendula inter radians & ſpeculum apparebit, & ipſo quidem objecto minor erit; ſi radians in centro locetur, ibi quoque erit ejus imago ipſi æqualis; ſi ultra centrum verſus ſpeculum progreditur radians, ita ſcil. ut major ſit ipſius diſtantia ab eo quam ¼ diametri, imago à ſpeculo ultra centrum tranſcurret, & radiante major erit: cum autem radians ad diſtantiam æqualem ¼ diametri pervenerit, tum imaginis diſtantia infinita evadit; ſi autem tantillo propius ad ſpeculum accedat, imago erit pone ſpeculum ipſo radiante major. Omnia hæc tam diverſa Phænomena ex ſola mutata diſtantia proveniunt, cæteris omnibus in eodem ſtatu manentibus.

Videamus jam varios & illos prorſus contrarios effectus, qui ex ſolo mutato ſitu ſeu poſitione oriuntur, aliis rebus

omnibus in eodem ſtatu exiſtentibus, præter ea quæ ex mutatione ſitus dependent.

Omnes jam agnoſcunt Philoſophi Solem in centro hujus Syſtematis quieſcere, Terram autem, reliquorum planetarum inſtar, circa ipſum ſpatio annuo deferri; ita autem Terra circa Solem movetur, ut axis ejus non ad orbitæ ſuæ planum normalis; ſed ad ipſum inclinatus angulo 66½ *gr.* ſibi ſemper parallelus maneat. Et propter hunc paralleliſmum & inclinationem, neceſſe eſt, ut Terra aliquando unum ipſius polum Soli obvertat, aliquando alterum, & proinde Terræ partes omnes varios ſubibunt ad Solem ſitus. Ex hac ſitus mutatione dependent omnes illæ tempeſtatum viciſſitudines, quæ ſingulis annis obveniunt, ſcil. æſtas, hyems, ver & autumnus: ſi enim axis Terræ ad planum ſuæ orbitæ normalis eſſet, tunc nullæ forent temporum mutationes, nullæ dierum & noctium differentiæ; ſed quælibet Terræ pars radiorum Solarium æquales vires eodem ſemper exciperet modo.

Cum autem ſingulæ Terræ partes Solis reſpectu ſitum ſuum continuo mutent, & ejuſdem radios nunc magis obliquos, nunc minus, nunc breviore, nunc diuturniore tempore excipiant, diverſæ & prorſus contrariæ exinde oriuntur phaſes. Autumno ſcil. exareſcunt ſegetes, & fructus matureſcunt, paulatim tamen viridem & amœnam faciem deponunt campi, & decidunt arboribus folia. Mox ingruente hyeme frigent & horrent omnia, nix tegit alta montes, cujus onere depreſſæ laborant ſylvæ; imo quod mirum eſt, ipſæ maris aquæ ſtabiles & firmæ redduntur, quodque prius fuit navibus tantum penetrabile, nunc exercitus & caſtra gerit.

Terrâ autem orbem ſuum continuo percurrente, quælibet ejus pars Solis reſpectu ſitum mutat, & quæ prius averſa, nunc Solem reſpicere incipit; quod dum fit, diffugiunt nives, redeunt gramina campis, & ſua arboribus folia, nec ſtabulis jam gaudet equus, nec arator igne, ſed nova prorſus & læta apparet rerum facies, & annus per æſtatem ad autumnum revertitur.

Cum

Cum jam tot diverſi, tot contrarii eveniunt effectus ex ſola ſitus mutatione, & tam varia ex hac conſequantur Phænomena, cæteris omnibus cauſis iiſdem manentibus, certe ex poſitione, diſtantia, magnitudine, figura & ſtructura partium corpora componentium, ex effluviorum motu & ſubtilitate, ex corporum congruitate & eorum ad alia corpora reſpectu; ex hiſce inquam omnibus varie & infinitis fere modis junctis & ſimul combinatis, infinitæ propemodum diverſæ provenire poſſunt corporum formæ, affectiones & in ſe invicem operationes, nec quicquam in Natura conſpiciendum eſt, quod ex hiſce non pendet. Si enim hæc mutentur, mutabuntur ſimul corporum formæ, qualitates & operationes. *e. g.* Conſtat attractiones & directiones Magneticas ex partium ſtructura oriri; nam ſi ictu ſatis valido magnes percutiatur, quo partium internarum poſitio mutetur, mutabitur etiam eo ipſo Magnetis Polus. Et ſi igni immittatur Magnes, quo interna partium ſtructura mutetur vel prorſus deſtruatur, tunc amittit omnem priorem virtutem, & ab aliis vix differt lapidibus.

Etiamſi autem generaliter oſtenſum ſit operationes magneticas ab interna partium conſtitutione quodammodo provenire, modus tamen operandi, ex mechanicis & intellectu facillimis principiis deductus, non adhuc inventus eſt. Quodque nonnulli de effluviis, materia ſubtili, particulis poris magnetis adaptatis, &c. generaliter prædicant, minime nos ad claram & diſtinctam harum operationum explicationem deducit: ſed omnibus hiſce non obſtantibus virtutes Magneticæ inter occultas qualitates reponendæ ſunt.

Ex dictis ſequitur, qualitates corporum quæ à formis non pendent, quæque eâdem manente materiæ quantitate intendi & remitti nequeunt, ſed omnibus inſunt corporum generibus in quibus experimenta inſtituere liceat, eſſe qualitates omnium corporum univerſales. Cum enim ex forma ſeu modificationibus corporum non proveniant, oportet ut ab ipſa dependeant materia: ſed cum omnis materiæ eadem ſit natura, & pars ipſius quævis ab alia non niſi per modos differat, erunt qualitates ex hiſce modis non productæ in omnia materia eædem.

Lectio IX.

Theoremata de Motus Quantitate & Spatiis à mobilibus percurſis.

THEOR. I.

IN comparandis corporum motibus, ſi mobilium quantitates materiæ æquales ſint, erunt momenta ſeu motuum quantitates, ut velocitates.

TAB. 2. *fig.* 5. Sint A & B duo mobilia æquales habentia materiæ quantitates; & moveatur A celeritate C, B vero celeritate *c*; dico momentum ſeu quantitatem motûs in mobili A, eſſe ad momentum ſeu quantitatem motûs in mobili B, ut celeritas C ad celeritatem *c*: Si enim vis aliqua imprimenda ſit corpori A, ad illud movendum cum data velocitate C, dupla habenda eſt vis ad movendum corpus B cum dupla velocitate, & tripla adhibenda eſt vis ad illud movendum cum tripla velocitate, & dimidia tantum vis neceſſaria eſt ad movendum B cum dimidia velocitate, & ſic de cæteris multiplicibus vel ſubmultiplicibus; *i. e.* cum (per Axioma quartum) effectus ſint cauſis ſuis adæquatis proportionales, ſi vis, quæ adhibetur ad corpus B movendum, ſit dupla iſtius quæ applicatur ad A movendum, erit quoque illius momentum hujus momenti duplum; ſi tripla habenda eſt vis, erit quoque motus corporis B motûs ipſius A triplus; ſi dimidia tantum vis corpori B imprimatur, erit ejus momentum dimidium momenti ipſius A: hoc eſt, cum velocitas corporis A ſit univerſaliter ad velocitatem ipſius B, ut vis impreſſa corpori A ad vim ipſi B impreſſam; & ut vis impreſſa mobili A ad vim impreſſam corpori B, ita momentum ſeu quantitas motûs in A ad momentum ſeu quantitatem motûs in B; erit velocitas mobilis A ad velocitatem mobilis B ut motus ipſius A ad motum mobilis B. Q. E. D.

Cor. Si momenta ſint ut velocitates, erunt quantitates materiæ in corporibus motis æquales.

THEOR. II.

In comparatis motibus, ſi celeritates ſint æquales, erunt corporum momenta ſeu motuum quantitates, ut quantitates materiæ

riæ in iiſdem; vel ſi mobilia ſint homogenea, ut ipſorum magnitudines.

Sint duo mobilia A & B, quorum utrumque feratur eadem celeritate C; dico momentum corporis A eſſe ad momentum corporis B, ut quantitas materiæ ipſius A ad quantitatem materiæ ipſius B. Si enim materiæ quantitas in A dupla ſit iſtius quæ eſt in B, dividi poteſt A in duas partes, quarum utralibet tantum habebit materiæ, ac proinde (per Axioma 9) tantum motus, quantum habet B; cum ſcil. eadem velocitate utrumque corpus feratur: adeoque erit momentum corporis A momenti corporis B duplum. Si materiæ quantitas in A tripla ſit ejus quæ eſt in B, dividi poteſt A in tres partes, quarum unaquæque habebit motus quantitatem, æqualem ei quæ eſt in B; & univerſaliter, quamcunque proportionem habet materia in A ad materiam in B, eandem habebit rationem momentum ipſius A, ad momentum ipſius B, ſi modo eadem velocitate utrumque corpus latum fuerit. TAB. 2, *fig.* 4.

Si corpora homogenea ſint, erunt quantitates materiæ ut ipſorum magnitudines ſeu moles, ac proinde ipſorum motus erunt etiam in eadem magnitudinum ratione.

Cor. Si momenta ſint ut quantitates materiæ, erunt celeritates corporum æquales.

THEOR. III.

In comparatis motibus quorumcunque corporum, momentorum ratio componitur ex rationibus quantitatum materiæ & celeritatum.

Sint duo mobilia quæcunque A & B, & moveatur A celeritate C, B vero celeritate *c*; dico momentum ipſius A eſſe ad momentum ipſius B, in ratione compoſita ex ratione quantitatis materiæ in A ad quantitatem materiæ in B, & ratione celeritatis corporis A ad celeritatem corporis B. Ponatur corpus tertium G, quod materiam habeat æqualem ei quæ eſt in A, ſed moveatur celeritate corporis B. Conſtat ex Elementis rationem momenti corporis A ad momentum corporis B, compoſitam eſſe ex ratione momenti corporis A, ad momentum corporis G, & ratione momenti corporis G ad momen- TAB. 2, *fig.* 6.

momentum corporis B : ſed (per Theor. 1.) momentum corporis A eſt ad momentum corporis G, ut celeritas C eſt ad celeritatem *c*; & cum G & B eadem celeritate feruntur, momentum corporis G erit ad momentum corporis B, ut materiæ quantitas in G vel A ad quantitatem materiæ in B. Ideoque erit quoque momentum corporis A ad momentum corporis B, in ratione compoſita celeritatis C ad celeritatem *c*, & quantitatis materiæ in A vel G ad quantitatem materiæ in B. Q. E. D.

Cor. 1. Si corpora ſint homogenea, momentorum ratio erit compoſita ex ratione magnitudinum & celeritatum.

TAB. 2. *fig.* 7. *Cor.* 2. Si fiat ut A ad B, hoc eſt, ut materiæ quantitas in A ad quantitatem materiæ in B, ita recta D ad rectam E; & compleantur rectangula ſub D & C, & ſub E & *c*, erit momentum mobilis A ad momentum mobilis B, ut rectangulum DC ad rectangulum E*c*.

Nam quia eſt ut A ad B ita D ad E, erit ratio compoſita ex rationibus A ad B & C ad *c*, æqualis rationi compoſitæ ex rationibus D ad E & C ad *c*; ſed (per 23. El. 6.) ratio compoſita ex rationibus D ad E & C ad *c*, æqualis eſt rationi rectanguli DC ad rectangulum E*c*: & (per Theor. hoc tertium) ratio momenti mobilis A ad momentum mobilis B æqualis eſt rationi compoſitæ ex rationibus A ad B ſeu D ad E & C ad *c*; quare erit ut rectangulum DC ad rectangulum E*c*, ita momentum mobilis A ad momentum mobilis B. Cujuſvis igitur corporis momentum conſiderari poteſt tanquam rectangulum factum ex ductu molis, vel quantitatis materiæ in eodem contentæ, in ejuſdem celeritatem.

Cor. 3. Quare quæcunque demonſtrata ſunt de horum rectangulorum proportione, eadem quoque vera erunt de corporum momentis hiſce rectangulis proportionalibus; *v. g.* Si ſit ut D ad E, vel ut A ad B, ita *c* ad C, erunt in eo caſu mobilium momenta æqualia; rectangula enim parallelogramma latera reciproce proportionalia habentia ſunt æqualia (per 14. El. 6.) & è contra, ſi rectangula ſint æqualia, erunt latera reciproce proportionalia; hoc eſt, ſi quantitates materiæ, ſeu in corporibus ejuſdem generis, eorundem

dem magnitudines, ſint celeritatibus reciproce proportionales; erunt momenta æqualia; & converſim, ſi momenta ſint æqualia, erit ut materiæ quantitas in uno ad quantitatem materiæ in altero, ita reciproce hujus celeritas ad illius celeritatem; hinc etiam demonſtratur ſequens

THEOR. IV.

In comparatis motibus, celeritatum ratio componitur ex ratione directa momentorum, & reciproca quantitatum materiæ.

Sint duo mobilia A & B, & feratur A celeritate C, B vero celeritate *c*. Dico eſſe C ad *c*, hoc eſt, celeritatem unius A ad celeritatem alterius B, in ratione directa momenti corporis A ad momentum corporis B, & ratione reciproca materiæ in A ad materiam in B. Fiat ut A ad B, ita recta EI ad rectam KG; & fiat IL æqualis C, GH vero æqualis *c*; & compleantur rectangula EL, KH. Per ſuperius dicta, rectangula EL, KH repræſentabunt momenta mobilium A & B reſpective; ad GH applicetur rectangulum HN æquale rectangulo EL. Cum igitur HN æquale ſit EL, erit (per 16. El. 6.) IL ad GH, ut GN ad EI; ſed ratio GN ad EI æqualis eſt rationi GN ad GK, & GK ad EI; hoc eſt, æqualis rationibus rectanguli HN vel EL ad KH rectangulum, & GK ad EI: quare erit celeritas C vel IL ad celeritatem *c* vel GH, in ratione compoſita ex ratione momenti EL ad momentum KH, & materiæ GK ad materiam EI; hoc eſt, velocitas cujuſque corporis ſemper eſt ut illius momentum applicatum ad ejuſdem materiam. Q. E. D.

TAB. 2. fig. 8.

TAB. 2. fig. 9.

Simili prorſus ratiocinio colligitur, corporis cujuſque materiam eſſe ſemper ut momentum ad ejuſdem velocitatem applicatum.

Atque hæc de corporum momentis. De proportione ſpatiorum à mobilibus emenſorum ſequentia etiam vulgo demonſtrantur Theoremata.

THEOR. V.

In comparatis motibus, ſi mobilium celeritates ſint æquales, erunt ſpatia ab illis percurſa directe ut tempora quibus peraguntur motus.

Percurrat mobile longitudinem AB, tempore T, motu æqua- TAB. 2. fig. 10.

quabili & uniformi; item idem vel aliud mobile eadem velocitate latum percurrat longitudinem C D, tempore *t*; dico lineam A B eſſe ad lineam C D, ut Tempus T ad tempus *t*. Etenim ſi tempus T ſit duplum ipſius *t*, poteſt illud dividi in duas partes, quarum unaquæque æqualis erit *t*, adeoque ſingula ſpatia, æqualibus hiſce temporis partibus, eadem celeritate percurſa, æqualia erunt ſpatio percurſo in tempore *t*; & duo ſpatia ſimul ſumpta ſpatii tempore *t* percurſi dupla erunt: eodem modo, ſi T ſit triplum ipſius *t*, dividi poteſt in tres partes æquales, & ſpatia ſingulis hiſce temporibus percurſa æqualia erunt ſpatio tempore *t* percurſo; ac proinde tria ſpatia ſimul ſumpta ſpatii tempore *t* percurſi tripla erunt. Idem de aliis multiplicibus & ſubmultiplicibus oſtendi poteſt; quare univerſaliter, quamcunque proportionem habet T ad *t*, eandem habebit ſpatium percurſum A B ad ſpatium percurſum C D. Q.E.D.

Cor. Si tempora ſint ut ſpatia percurſa, celeritates ſunt æquales.

THEOR. VI.

In comparatis motibus, ſi motuum tempora æqualia ſint, ſpatia percurſa erunt ut celeritates.

TAB. 2. fig. 11. Percurrat mobile aliquod in dato tempore longitudinem A B, celeritate C; & in eodem vel æquali tempore, percurrat idem vel aliud mobile longitudinem D E, celeritate *c*; dico lineam A B eſſe ad lineam D E, ut celeritas C eſt ad celeritatem *c*. Si enim celeritas C ſit dupla ipſius *c*, erit ſpatium A B percurſum celeritate C duplum ſpatii D E percurſi celeritate *c*; ſi celeritas C ſit tripla ipſius *c*, erit quoque A B longitudo ipſius D E longitudinis tripla; ſi C ſit dimidia ipſius *c*, erit A B ipſius D E dimidia: & univerſaliter, cum æqualia tempora in percurrendis lineis inſumantur, quamcumque proportionem habet celeritas C ad celeritatem *c*, eandem habebit longitudo percurſa A B ad longitudinem percurſam D E. Q. E. D.

Cor. Si celeritates ſint ut ſpatia percurſa, tempora erunt æqualia.

Poterant duo prima Theoremata, item quintum & hoc ſex-

ſextum, univerſaliter per æquimultiplicia, *Euclidis* methodo, demonſtrari; verum cum per ſe adeo clara ſint ut inter Axiomata reponi poſſint, vix tanto demonſtrationis apparatu indigent.

THEOR. VII.

Longitudines percurſæ ſunt in ratione compoſita ex rationibus temporum & celeritatum.

Sit linea A B peragrata celeritate C, tempore T; & linea D E celeritate *c*, tempore *t*; dico rationem A B ad D E compoſitam eſſe ex ratione celeritatis C ad celeritatem *c*, & ratione temporis T ad tempus *t*. Ponatur linea F G percurri tempore T, celeritate *c*; conſtat A B eſſe ad D E, in ratione compoſita ex rationibus A B ad F G, & F G ad D E. Sed quia A B & F G eodem tempore percurruntur; erit A B ad F G, ut celeritas C ad celeritatem *c*; cum vero mobilia eadem celeritate deſcribunt lineas F G & D E; erit (per Theor. 6.) F G ad D E, ut T tempus ad *t* tempus; quare cum ratio A B ad D E componitur ex rationibus A B ad F G, & F G ad D E, erit etiam compoſita ex rationibus quæ ſunt hiſce rationibus æquales, nempe ex ratione celeritatis C ad celeritatem *c*, & temporis T ad tempus *t*. TAB. 2. *fig.* 12.

Cor. 1. Si fiat H K æqualis C, H I æqualis T, item M N æqualis *c*, & M O æqualis *t*, & compleantur rectangula parallelogramma H L, M P; erit A B ad D E, ut rectangulum H L ad M P rectangulum; nam (per 23. El. 6.) eſt rectangulum H L ad rectangulum M P, in ratione compoſita ex rationibus H K ad M N, & H I ad M O; ſed (per præcedens Theorema) ſpatium percurſum A B eſt ad ſpatium percurſum D E, in ratione ex iiſdem rationibus compoſita; unde ſpatia hæc percurſa conſiderari poſſunt, tanquam rectangula facta ex temporibus in celeritates ductis. TAB. 2. *fig.* 13.

Cor. 2. Si igitur ſpatia percurſa ſint æqualia, erit quoque rectangulum ſub celeritate & tempore quibus unum ſpatium tranſigitur, æquale rectangulo ſub celeritate & tempore, quibus alterum peragratur ſpatium, & proinde erit ut celeritas ad celeritatem, ita reciproce tempus ad tempus (per 14.

El. 6.) hoc eſt, ſi ſpatia percurſa ſint æqualia, tempora erunt reciproce ut celeritates.

THEOR. VIII.

In comparatis motibus, temporum ratio componitur ex directâ ratione longitudinum, & reciproca celeritatum.

Theorema hoc demonſtrari poteſt eodem modo ex præcedenti, quo quartum ſequitur ex tertio; perſpicuitatis autem gratia ſic breviter oſtenditur. Percurratur tempore T longitudo A B, celeritate C; item tempore *t* longitudo D E percurratur, celeritate *c*; dico tempus T eſſe ad tempus *t* in ratione compoſita ex directa ratione longitudinis A B ad longitudinem D E, & reciproca celeritatis C ad celeritatem *c*. Sit K tempus quo percurri poteſt longitudo AB cum celeritate *c*, erit ratio temporis T ad tempus *t* compoſita ex ratione T ad K, & K ad *t*; ſed (per Corol. præcedentis Theor.) eſt ut T ad K ita *c* ad C (cum idem ſpatium utroque tempore percurritur) & ut K ad *t*, ita (per Cor. Theor. 5.) longitudo A B ad longitudinem D E; quare erit T ad *t* in ratione compoſita celeritatis *c* ad celeritatem C, & longitudinis A B ad longitudinem D E; hoc eſt, tempora ſunt in ratione compoſita ex reciproca celeritatum & directa longitudinum. Q. E. D.

TAB. 2. *fig.* 14.

Eodem modo oſtenditur, celeritates eſſe in ratione directâ longitudinum, & reciprocâ temporum.

Cor. 1. Atque hinc ſequitur, tempus eſſe ut ſpatium percurſum applicatum ad celeritatem.

Cor. 2. Celeritas quoque eſt ut ſpatium percurſum applicatum ad tempus.

Theorema tertium & ſeptimum demonſtrari poſſunt ex univerſali hoc theoremate, nempe:

Si effectus aliqui ex pluribus ſimul cauſis pendeant, ita ſcil. ut augeantur vel diminuantur in eadem ratione, qua augetur aut diminuitur cauſarum aliqua; erunt effectus illi in ratione cauſarum omnium compoſita; hoc eſt, ſi cauſæ A, B, C ſimul agentes producant effectum E, qui cæteris iiſdem manentibus ſemper eſt ut cauſarum quævis; & aliæ cauſæ *a*, *b*, *c*, prioribus reſpective ſimiles & ſimi-

militer agentes, producant effectum *e*; erit ut E ad *e* ita A × B × C ad *a* × *b* × *c*. Quod eâdem fere methodo, quam in præcedentibus demonſtrationibus adhibuimus, facile oſtendi poteſt.

Ad eundem modum, ſi idem effectus ex pluribus rebus ſimul pendeat, quarum aliquæ eundem adjuvant vel augent in ea ratione qua ipſæ augentur; aliquæ vero impediunt vel minuunt in eadem ratione qua augentur; erit effectus ſemper directe ut cauſæ adjuvantes, & reciproce ut agentes impedientes vel minuentes.

Theorema ſeptimum ſtylo *Neuwtoniano* ſic demonſtratur.

Data celeritate, ſpatium percurſum eſt ut tempus; & dato tempore, ſpatium percurſum eſt ut celeritas; quare neutro eorum dato, eſt ut celeritas & tempus conjunctim.

Sic etiam Theorema octavum oſtenditur,

Data celeritate, tempus eſt directe ut ſpatium percurſum; & dato ſpatio, tempus eſt reciproce ut celeritas; quare neutro dato, tempus erit directe ut ſpatium & reciproce ut celeritas.

Similiter Theorema tertium & quartum exponi poſſunt, atque hanc methodum nos etiam brevitati ſtudentes interdum uſurpabimus.

LECTIO X.

IN Demonſtrationibus præcedenti Lectione adhibitis methodum expoſuimus, qua res Phyſicæ ad Geometriam primo, deinde ad Arithmeticam reducendæ ſunt; cum enim ibi demonſtratur corporum motus eſſe ut rectangula ſub ipſorum celeritate & materia, ex datis cujuſvis corporis materia & celeritate, dabitur ejuſdem momentum; æquale ſcil. *facto* ex celeritate corporis in ejuſdem quantitatem materiæ; *v. g.* ſit corpus A octo partium, B vero partium ſex, celeritas ipſius A ut 5, & corporis B celeritas ut 3; erit motus corporis A quadraginta partium, & motus corporis B partium tantum octodecim.

Ita ex datis corporis cujuſvis momento & materia, innoteſcet quoque illius celeritas; nempe ſi dividatur momen-

tum per ipſius materiam, quotiens exhibebit ejuſdem velocitatem; ſit enim motus in corpore A partium 40, & ejus materia octo partium; ſit etiam motus in corpore B partium octodecim, & illius materia partium 6; dividendo quadraginta per octo, quotiens quinque exhibebit, velocitatem ſc. mobilis A; & dividendo octodecim per 6, quotiens tria dabit, velocitatem mobilis B.

Cum per exempla res magis eluceſcunt, & numeri ſemper ad praxin ſunt advocandi, ut tyrones ſe melius illis adſueſcant; licebit nobis ſcientiam de motu per numeros quandoque illuſtrare, & Arithmeticam tam ſpecioſam quam numeroſam adhibere; ex ſpecioſa enim Arithmetica eruuntur canones quidem generales, qui poſtea ad numeros particulares ſunt applicandi.

Sic denotet A materiam in quovis dato corpore A, C vero ejuſdem celeritatem, atque ipſius momentum vocetur M; vel potius hæ literæ denotent numeros quantitatibus illis proportionales; erit $C \times A = M$ & $C = \frac{M}{A}$ & $A = \frac{M}{C}$.

Similiter cum ſpatium percurſum ſit ſemper rectangulo ſub celeritate & tempore proportionale; ſi ſpatium dicatur S, tempus T & celeritas C, erit $S = C \times T$; & $C = \frac{S}{T}$; & $T = \frac{S}{C}$; & proinde cum ſit $M = A \times C$, erit quoque $M = \frac{A \times S}{T}$; vel ſi T detur, erit $M = A \times S$; hoc eſt, cujuſque corporis momentum eſt ut ipſius materia ducta in ſpatium ab ipſo in dato tempore percurſum. Alia quamplurima hiſce ſimilia, quæ nonnulli pro motus legibus venditant, ex hactenus demonſtratis deduci poſſunt; at cum ea omnia tyro quivis facile per ſe eruere poteſt, non opus eſt ut hic proferantur.

Ex ſupra demonſtratis conſtat, momentum corporis cujuſcunque oriri ex motu partium ſingularium; nam ſingulis corporis particulis ineſt impetus ſeu vis movendi, & ex harum virium ſumma componitur impetus ſeu quantitas motus totius corporis.

Hinc etiam colligitur, quod quo major corporibus inſit materiæ quantitas, eo major adhibenda ſit vis ad ea corpora

ra cum datâ velocitate movenda, & eorum proinde momenta eadem ratione majora erunt; ſi igitur ſint duo corpora eadem velocitate lata, erunt quantitates materiæ in ipſis ſemper ut eorundem momenta; adeoque ſi corpora mole æqualia & æquivelocia inæqualia habuerint momenta, neceſſe eſt, ut in illis inæquales quoque ſint materiæ quantitates; & quod minus habet momenti, plures habebit poros ſeu ſpatia, vel omnino vacua, vel materia aliqua repleta, quæ non participat de motu totius corporis cujus poros implere ſupponitur. Sic, *e g.* ſi fiant duo globi ſuberis & plumbi, ejuſdem magnitudinis, & uterque eadem velocitate moveatur; cum experientia notum ſit momentum unius multo majus eſſe momento alterius, neceſſe eſt ut multo plures ſint pori in uno quam in altero, quos vel omnino vacuos eſſe concedendum eſt, vel dicendum eos materia aliqua ſubtiliſſima repletos eſſe, quæ ita libere poteſt ejuſdem poros permeare, ut de motu corporis cujus poros occupat non participet.

Ut autem materia illa libere poſſit aliorum corporum poros permeare, nec de ipſorum motu participare, oportet ut omnia corpora omnes ſuos poros ſecundum rectas lineas directioni motus parellelas extenſas habeant; ut ſcil. nullæ fiant reflectiones materiæ ſubtilis contra pororum latera: alioquin una cum ipſo corpore movebitur materia etiamſi ſubtiliſſima, quæ ipſius poros replere ſupponitur. Non poteſt igitur materia ſubtilis de corporis motu non participare, niſi corpus motum ita diſponatur, ut poros ſuos directioni motus parallelos habeat. Cum autem infinitis aliis modis ipſius ſitus variari poteſt; hoc eſt, poſſunt pororum longitudines in infinitis angulis ad lineam directionis inclinari; & proinde illis omnibus poſitis, moto corpore, una movebitur materia ſubtilis in ipſius poris locata: non igitur poteſt materia ſubtilis ita corporum poros libere permeare quin de ipſorum motu participet; ac proinde moto corpore, movebitur quoque materia intra ipſum contenta quantumvis ſubtilis ſit. Si igitur ſuber moveatur, ſecum quoque deferet materiam in ejus poris contentam; adeoque cum minus habet momenti

ti quam globus plumbeus ejuſdem magnitudinis eadem velocitate latus, minor erit in ſubere materiæ copia; & proinde plures pori ſeu ſpatia abſolute vacua.

Ex demonſtratis etiam deducitur ſequens Theorema.

THEOR. IX.

Pondera corporum omnium ſenſibilium juxta Terræ ſuperficiem, ſunt quantitatibus materiæ in iiſdem proportionalia.

Nam, ut multiplici pendulorum experientia conſtat, corpora omnia vi gravitatis perpendiculariter cadentia (abſtrahendo aëris reſiſtentiam) æqualia ſpatia in iiſdem temporibus percurrunt. Nam in vacuo ſeu medio non reſiſtenti, non plus temporis impendent in deſcendendo minutiſſima quævis plumula, quam ponderoſum plumbum; adeoque omnium corporum in dato tempore cadentium velocitates ſunt æquales; erunt igitur eorum momenta quantitatibus materiæ in iiſdem proportionalia; verum vires motum generantes ſunt ſemper motibus ſeu momentis generatis proportionales, & proinde in hoc caſu erunt ut quantitates materiæ in corporibus motis; ſunt autem vires quæ motus illos generant ipſæ corporum gravitationes, hoc eſt, pondera. Omnium igitur corporum pondera ſunt quantitatibus materiæ, quæ in corporibus ſunt, proportionalia. Q. E. D.

Cor. 1. Corporis igitur cujuſvis pondus, ex aucta ſolummodo vel diminuta materiæ quantitate, augetur vel diminuitur.

Cor. 2. Quare eadem manente materiæ quantitate in corpore quovis dato, idem quoque manebit ejuſdem pondus; & quomodocunque variatur ejuſdem figura vel textura particularum corpus illud componentium, pondus tamen ipſius non mutabitur: adeoque nullius corporis pondus ab ejus forma ſeu textura pendet.

Cum (per Axioma 14.) Natura cujuſcunque materiæ ſit eadem, nec unum corpus ab alio differat, niſi modaliter, per partium figuram, ſitum & alias iſtiuſmodi formas; erunt corporum affectiones, quæ ab illorum formis non pendent, in omnibus corporibus eædem; adeoque cum (uti dictum eſt) corporum pondera ab illorum formis non oriantur, ſed

à

à materiæ quantitate pendeant, in æqualibus materiæ quantitatibus, in eadem à terræ diſtantia, æquales erunt verſus terram gravitationes; ſi vero duorum corporum pondera ſint inæqualia, inæquales quoque erunt in iis materiæ quantitates.

Ponamus jam duos globos, plumbi ſcil. & ſuberis, æqualium magnitudinum; ſi in utroque eadem eſſet materiæ quantitas, (per jam oſtenſa) utrumque corpus æqualiter ponderaret; nam materia ſubtiliſſima poros ſuberis occupans æque ponderaret ac materia plumbi ipſi æqualis; cum vero magnum ſit in duobus hiſce globis ponderum diſcrimen, magnum quoque erit in iiſdem materiæ diſcrimen; & ſi plumbum ſubere ſit triplo gravius, triplo quoque major erit in plumbo contenta materia, quam in ſubere; adeoque plures erunt in plumbo pori ſeu plura ſpatia abſolute vacua. Vacuum igitur non tantum poſſibile eſt, ſed & actu datur; quod erat probandum. At hic ſequitur materiæ quantitatem in quovis corpore rite per ipſius gravitatem æſtimari poſſe.

Cum momentum augeri poſſit, tam ex aucta materiæ quantitate, eadem manente velocitate, quam ex aucta velocitate, eadem manente materia, Veteres (quos vis pulveris pyrii ad corpora celeriter movenda latebat) machinis ad hoſtium muros diruendos ita comparatis utebantur, ut ingens materiæ moles, etſi non magna velocitate, vehementi tamen impetu muros concuteret; at hodie per exploſionem pulveris pyrii ex tormentis bellicis magna velocitate parvi globuli impelluntur. Quamvis autem veterum machinæ bellicæ hodiernis multum cedant, ipſarum tamen vis ad muros evertendos incredibilis fere fuit: arietes enim ex ingentibus trabibus ſibi invicem commiſſis compoſiti erant; quorum pondus vel hinc æſtimari poteſt, quod ſc. ipſorum aliqui ſex hominum millibus (ut alii ſc. aliis ſuccederent) ad ipſos dirigendos & motum iis imprimendum indigebant; ea pars, qua murum percutiebant, gravi ferro conſolidata fuit, & ex funibus ita dependebant (Arietes compoſitos intelligo) ut ipſorum longitudines horizonti eſſent parallelæ;

N unde

unde magna virorum manu retrorſum acti, ſtatim ſua gravitate & hominum viribus ſimul agentibus antrorſum pulſi prominenti ferro muros quatiebant; & teſte *Joſepho*, nullæ fuerunt turres tam validæ, aut mœnia tam lata, quæ aſſiduas ipſorum plagas potuerunt ſuſtinere.

In machinis, quæ per circumgyrationes rotarum pondera elevant, aliquando per additionem plumbi rotæ graviores redduntur; ut ſcil. major materiæ copia majorem impetum ſeu motus quantitatem ſuſcipiat; per quam reſiſtentiæ, tam ex aëre quam ex materiæ frictione ortæ, melius reſiſtatur, & diutius conſervetur motus, qui proinde ſemel inceptus facile continuabitur.

Ab eodem quoque pendet principio, quod lanifices in nendo, fuſis ſuis verſoriis graves turbines imponunt, ut gyrationes diutius perſeverent. Cum ſcil. motus pars per reſiſtentiam aëris amiſſa, ad motum ex materiæ additione auctum, minorem habeat rationem, quam eſt ea quam haberet ad motum non auctum.

Ex prædictis etiam ſolvitur ſequens problema.

PROBL. I.

Invenire velocitatem, qua datum corpus movendum eſt, ita ut habeat momentum æquale momento cuivis dato.

TAB. 2. *fig.* 8. Sit datum corpus A, cujus momentum æquale debet eſſe momento corporis B moti celeritate *c*; fiat ut A ad B ita celeritas *c* ad aliam C; hæc erit velocitas quæſita, qua ſcil. ſi moveatur A, ejus momentum æquale erit momento corporis B, uti liquet ex Corol. tertio Theorematis tertii. Corporum enim momenta ſunt æqualia, ſi celeritates ſint ipſis corporibus reciproce proportionales; ſed ex hypotheſi, eſt celeritas corporis B ad celeritatem corporis A, ut corpus A ad corpus B; unde erit momentum corporis A æquale momento corporis B. Q. E. I.

Atque hinc ſequitur corpus quodcunque parvum poſſe habere momentum æquale momento corporis utcunque magni, quod cum data velocitate movetur. Ex hoc principio pendent vires omnes machinarum, quæ ad corpora trahenda

da vel elevanda fabricantur; nempe ſi machinæ ita diſponantur, ut potentiæ velocitas ad ponderis ſit ut pondus ad potentiam: eo inquam caſu potentia pondus ſuſtinebit. Liceat hoc in quinque ſimplicioribus Inſtrumentis Mechanicis oſtendere. Et primo in *Vecte*, quem hic conſideramus tanquam lineam inflexilem, ſive rectam, ſive curvam, ſive ex pluribus rectis compoſitam, circa punctum immobile verſatilem, gravitatis quidem expertem, ponderibus tamen ſuſtinendis vel levandis accommodatam.

Punctum immobile quo ſuſtinetur & circa quod rotatur Vectis ejus Fulcrum vocatur.

THEOR. X.

Sit A B *Vectis circa Fulcrum* C *tantum rotabilis; erit ſpatium quod ab unoquoque ipſius puncto deſcribitur, ut ejus diſtantia à fulcro.*

Nam moveatur vectis è ſitu A C B ad ſitum *a* C *b*, punctum A deſcribet peripheriam A *a*, B vero percurret peripheriam B *b*; ſed propter ſectores A C *a*, B C *b* ſimiles, eſt A *a* ad B *b* ut A C ad B C, hoc eſt, ſpatia à punctis A & B deſcripta, ſunt ut ipſorum à fulcro diſtantiæ. Si punctis A & B applicentur potentiæ vectis brachia perpendiculariter trahentes; ſpatia quæ ab ipſis deſcribuntur ſecundum vel contra propenſiones ſuas, non ſunt peripheriæ A *a*, B *b*, ſed perpendiculares *a* F, *b* E in vectis brachia demiſſæ: nam potentia in A per ſpatium *a* F tantum & non amplius progreſſa eſt ſecundum directionem vel propenſionem propriam, ſicut ob eandem cauſam, via à potentia B percurſa ſecundum propriam directionem æſtimanda eſt per *b* E. Sed ob æquiangula triangula *a* C F, *b* C E eſt *a* F ad *b* E ut *a* C vel A C ad *b* C vel B C, hoc eſt, viæ à potentiis ſecundum proprias directiones percurſæ erunt ut ipſarum à fulcro diſtantiæ. TAB. 2. *fig.* 15.

Quod ſi directio potentiæ non ſit recta ad vectis brachium A C perpendicularis, ducenda eſt à fulcro in lineam directionis, perpendicularis C G, & ſpatium à potentia ſecundum ipſius propenſionem deſcriptum, erit perpendiculari illi proportionale; nihil enim refert utrum filum F G A, per TAB. 2. *fig.* 16.

quod potentia agit, affixum ſit puncto G vel A, vel etiam puncto D; eadem quippe manente directionis linea, eadem erit ipſius vis ad circumrotandum planum A D C B ac ſi puncto G affigeretur filum, & via ab ipſa, in dato tempore, ſecundum propriam directionem, deſcripta, proportionalis eſt rectæ C G. Quare patet in omni caſu, viam à potentia quavis ſecundum directionem propriam deſcriptam proportionalem eſſe diſtantiæ lineæ directionis à fulcro.

THEOR. XI.

In vecte vis motrix ſeu potentia quæ ad pondus eam habet rationem, quam diſtantia lineæ directionis ponderis à fulcro, habet ad diſtantiam directionis potentiæ à fulcro, pondus ſuſtinebit; ac proinde tantillum aucta pondus elevabit.

TAB. 2. *fig.* 17. Conſtat ex præcedente, ſpatia quæ à potentia & pondere ſecundum vel contra propenſiones proprias deſcribuntur, proportionalia eſſe diſtantiis lineæ directionum à fulcro; ſed velocitates ſunt hiſce ſpatiis proportionales, ac proinde diſtantiis quoque proportionales erunt: Si igitur ſit potentia P ad pondus Q ut C Q diſtantia directionis ponderis à fulcro ad C A diſtantiam directionis potentiæ à fulcro, potentia erit ad pondus, ut velocitas ponderis ad velocitatem potentiæ; erit igitur per Cor. 3. Theor. 3. momentum potentiæ æquale momento ponderis; ac proinde potentia ponderi æquipollebit; quod ſi tantillum augeatur potentia pondus elevabit. Q. E. D.

Hinc patet ratio, cur in Statera, *Romana* vulgo dicta, unico appendiculo vel ſacomate diverſorum corporum pondera examinantur. TAB. 2. *fig.* 18. Eſt enim machina hæc Vectis inæqualium brachiorum, porrecto nempe ab axe motûs, (qui & axis æquilibrii eſſe debet) brachiorum altero in certam longitudinem, puta unius pollicis aut minorem; in altero brachio quantumvis porrecto, diſtinguunt partes ipſi C A longitudine æquales quot opus videbitur, numeris 1. 2. 3. 4. 5. &c. deſignatas. Appenſo itaque pondere explorando ex A, pondus datum ſeu notum P ex brachio contrario dependens à centro motus removendo & admovendo, explorant in qua diſtantia fiat æquilibrium; atque invento *v. g.* pondus P in di-

diſtantia 8 ponderi Q in A æquiponderare, hinc colligunt (propter pondera diſtantiis reciproce proportionalia,) pondus Q ponderis P noti octuplum eſſe.

Defin. Axem in Peritrochio vocant, Inſtrumentum Mechanicum, ponderibus levandis aptum; in quo cylindrus (quem Axem vocant) fulcris per extrema ſuſtinetur, circumpoſitum habens tympanum (quod Peritrochium vocant) in cujus ambitu ſcytalæ infiguntur, quibus applicata vis Peritrochium una cum axe vertit; circa quem convoluti funes onus elevant. TAB. 3. *fig.* 1.

THEOR. XII.

In Axe cum Peritrochio (& machinis cognatis quarum eadem eſt ratio) Vis motrix quæ ad pondus ſuſtinendum eam rationem habet, quam perimeter axis cui applicatur pondus ad perimetrum orbis extimi cui applicatur vis, ponderi æquipollebit; quæ itaque tantillum aucta pondus elevabit.

Ex fabrica machinæ patet, in una ipſius converſione tantundem elevari pondus appenſum P, quantum funis tractorii illud eſt quod axem ſemel circumplicat; quod itaque illius ambitui æquale ſupponitur; unaque tantundem procedere potentiam ſcytalæ extremitati applicatam, quantus eſt extimi orbis ambitus à potentia eadem machinæ revolutione deſcriptus; (hoc eſt, ſpatium à potentia eodem tempore percurſum æquale eſſe orbis extimi ambitui) adeoque velocitates potentiæ & ponderis, quæ ſunt ut ſpatia ſimul percurſa, erunt ut perimeter orbis extimi & perimeter axis. Quare ſi ſit pondus ad potentiam, ut perimeter orbis extimi ad perimetrum axis, erit velocitas potentiæ ad velocitatem ponderis reciproce, ut potentia ad pondus. Itaque per Corol. 3. Theor. 3. momentum potentiæ æquale erit momento ponderis; ac proinde potentia ponderi æquipollebit & ipſum per axem in Peritrochio ſuſtinere valebit; quod ſi tantillum augeatur potentia vel minuatur pondus, potentia pondus elevabit. Q. E. D.

Cor. Quo major eſt ambitus orbis extimi, hoc eſt, quo longiores ſunt ſcytalæ, vel quo minor eſt axis, eo potentior erit vis ad pondus elevandum.

Defin. Ex orbiculis uno vel pluribus apte diſpoſitis, circa axes ſuos volubilibus, quibus circumpoſitus funis ductorius pondus attrahit, compoſitam machinam Trochleam appellant.

THEOR. XIII.

In Trochlea mobili, ex orbiculorum poſitione calculo æſtimatur quanta vis appoſito ponderi æquipolleat; nempe vis ea, quæ ſit ad pondus, ſicut 1 *ad numerum funiculorum quibus pondus ſuſpenditur, idem pondus ſuſtinere valebit: Quæ proinde tantillum aucta pondus elevabit.*

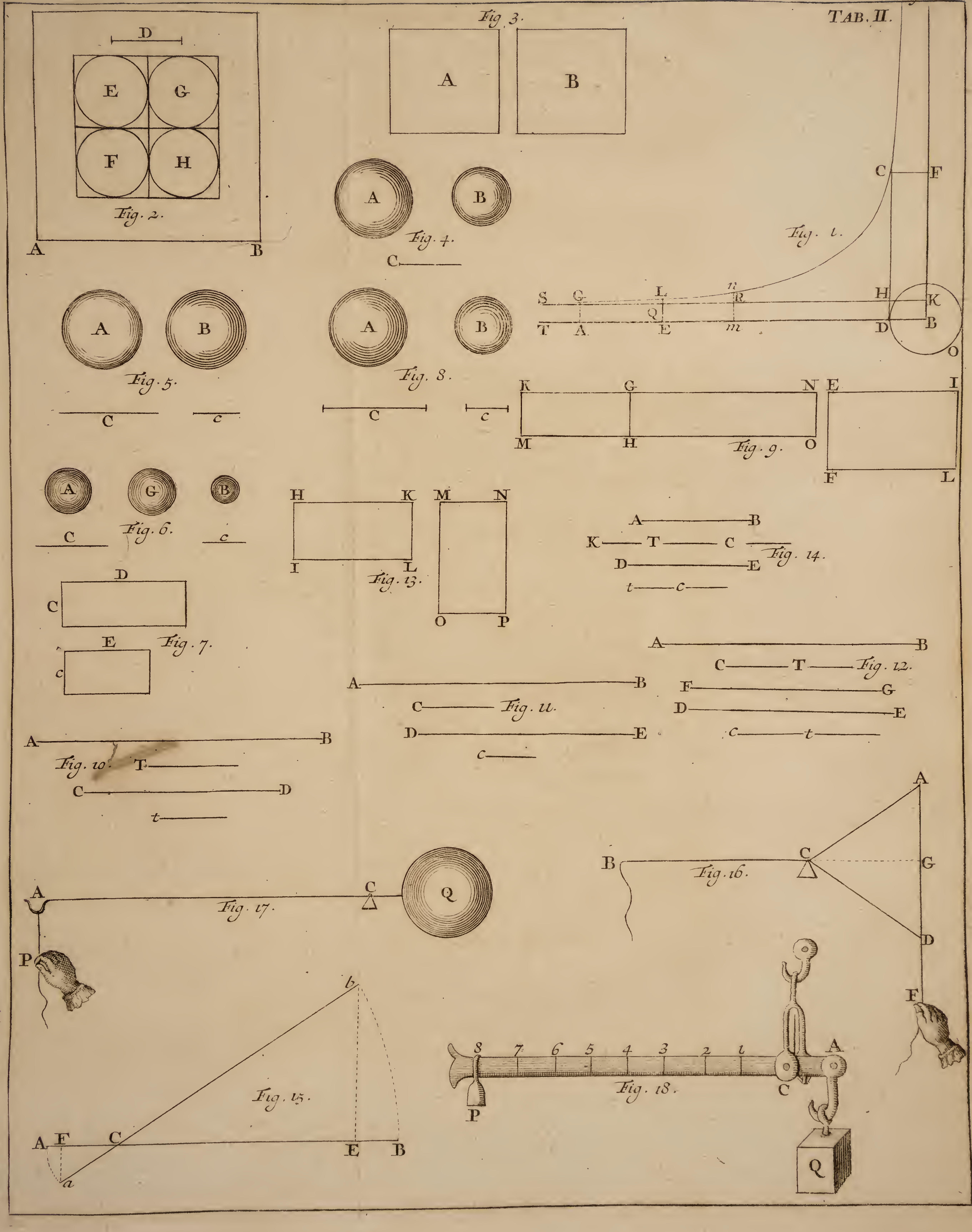
TAB. 3. *fig.* 2. Sit funis cujus alterum extremum unco B affixum, & in hujus duplicatura dependeat trochlea mobilis, cujus loculamento appendatur pondus Q; clarum eſt ut attollatur pondus Q per unum pedem, utrumque funem loculamentum cum appenſo pondere ſuſtinentem, (deorſum ab unco ſupputando) debere uno pede breviorem fieri; hoc eſt, ut attollatur pondus per unum pedem, potentiam debere per duos pedes moveri; quare in hac machina, potentiæ via ponderis viæ dupla erit; ac proinde celeritas potentiæ dupla quoque erit celeritatis ponderis: adeoque ſi potentia ſit ad pondus ut 1 ad 2, ipſius momentum momento ponderis æquipollebit, & pondus ſuſtinebit.

TAB. 3. *fig.* 3. Si ita diſponantur orbiculi, ut pondus Q à tribus funibus dependeat; ut pondus aſcendat per unum pedem, oportebit omnes tres funiculos (ita loqui liceat, quamvis non niſi unus continuus & nullibi interruptus funis ſit) uno pede breviores reddi, quod fieri aliter non poteſt, quam ſi potentia P tres pedes progrediatur: quare cum in hac machina, potentiæ via ſit ponderis viæ tripla; erit ejus celeritas quoque tripla celeritatis ponderis; adeoque ſi potentia ſit ad pondus ut 1 ad 3, ipſius momentum momento ponderis æquipollebit.

TAB. 3. *fig.* 4. Simili prorſus ratione ex quartâ figurâ patet potentiam in P, quæ ſit ſubquadrupla ponderis Q, eidem æquipollere. In omnibus caſibus potentia quæ ponderi prius æquipollebat, ſi vel ipſa tantillum augeatur, vel pondus minuatur, poteſt ipſum elevare. Q. E. D.

De-

TAB. II.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.

Defin. Cylindrum rectum Helice ſimiliter ſulcatum Cochleam appellant, & quidem Interiorem, ſi ſulcata ſuperficies convexa ſit, Exteriorem ſi concava. Debet autem Cochlea Interior ita Exteriori conformis eſſe, ut pars parti apte reſpondeat (hujus eminentiis illius cavitatibus congruentibus) quo fiet ut Interior per Exteriorem permanentem tota labatur, vel etiam ſuper Interiorem permanentem propellatur Exterior. Potiſſimum adhiberi ſolent Cochleæ obicibus propellendis, frangendis, aut comprimendis, aliiſque motibus truſione factis; ſoletque forinſecus adhiberi manubrium, aut ſcytala cui vis applicatur. TAB. 5. fig. 5.

THEOR. XIV.

In Cochlea, ſi ſit ut ambitus quem vis ſive potentia applicata peragrat in una cochleæ converſione, ad Intervallum duarum continue proximarum ſpiralium converſionum (ſecundum cochleæ longitudinem æſtimatum) ſic pondus vel reſiſtentia ad potentiam; æquipollebunt potentia & reſiſtentia, & potentia tantillum aucta impedimentum movebit.

Intelligatur Cochlea Interior CA per Exteriorem fixam ope ſcytalæ CB, verſando protrudi, ſimulque pondus P (vel quod ponderis inſtar eſt) elevare. Manifeſtum eſt ex Machinæ inſpectione, in una cochleæ revolutione pondus tantum elevari, quantum eſt intervallum duarum ſpiralium proximarum; & potentiam tantum promoveri quantus eſt ambitus ab iſta in una revolutione deſcriptus; hoc eſt ponderis via erit ad viam potentiæ eodem tempore factam, ut intervallum ſpiralium ad ambitum à potentia una revolutione deſcriptum; adeoque celeritas ponderis erit ad potentiæ celeritatem, in eadem ratione: ac proinde ſi ſit ut potentia ad pondus ita prædictum intervallum duarum proximarum ſpiralium ad viam à potentia deſcriptam, potentia ponderi vel reſiſtentiæ æquipollebit: quæ itaque tantillum aucta reſiſtentiam ſuperabit. Q. E. D.

Defin. Cuneum plerumque adhibent, ex ferro ſeu duriore aliqua materia, forma priſmatis non admodum alti, cujus oppoſitæ baſes ſunt triangula iſoſcela; utriuſvis hujus trianguli altitudinem appellant altitudinem cunei, ejuſque trianguli

guli baſin vocant cunei craſſitiem, rectamque quæ triangulorum vertices conjungit, cunei aciem; quodque eorum baſes conjungit parallelogrammum, cunei dorſum dicunt.

THEOR. XV.

Potentia cunei dorſo directe applicata, quæ ſit ad reſiſtentiam à cuneo ſuperandam ut cunei craſſities ad ejuſdem altitudinem, reſiſtentiæ æquipollebit; & proinde aucta eandem ſuperabit.

TAB. 3. fig. 6. Reſiſtentia cuneo ſuperanda ſit *v. g.* ligni tenacitas ſeu firmitudo, aut alius quivis obex cuneo dirimendus. Patet dum cuneus adigitur in ſitum uſque quem nunc obtinet, via potentiæ ſeu longitudo ſecundum ſuam propenſionem percurſa eſt B A; tantum enim & non amplius progreſſa eſt: eodemque modo D C eſt via impedimenti, atque dum detruditur cuneus per totam altitudinem ſuam, dividitur obex per totam cunei craſſitiem; & in toto proceſſu proportionaliter, ut patet ex natura trianguli: unde ſi ſit ut cunei craſſities ad ipſius altitudinem ita potentia ad reſiſtentiam, hujus momentum illius momento æquale erit; adeoque potentia aucta reſiſtentiam ſuperabit.

SCHOLIUM.

Hinc per Inſtrumenta mechanica non augetur vis potentiæ, quod quidem fieri non poteſt; ſed ponderis vel elevandi vel trahendi velocitas ita per inſtrumenti applicationem minuitur, ut ponderis momentum vi potentiæ non majus evadat. Sic *e. g.* ſi vis quædam agens poſſit elevare datum pondus unius libræ cum data velocitate, per nullum inſtrumentum fieri poteſt ut eadem vis elevet pondus duarum librarum cum eadem velocitate: poteſt tamen ope inſtrumenti cum velocitatis dimidio pondus duarum librarum elevare; imo poteſt eadem potentia pondus mille vel decies mille librarum elevare, cum velocitatis parte milleſima vel decem milleſima; ſed non ideo augetur potentiæ vis, ſed motus quem producit in elevando pondus illud magnum, omnino æqualis eſt motui qui producitur cum elevatur pondus unius libræ.

Ex dictis etiam patet ratio, cur in canalibus communicantibus diverſæ amplitudinis conſervatur liquorum æquilibrium.

brium. Sit enim canalis amplus ABCD, cum alio auguſtiore MNKH communicans in C; in utroque canali infuſa aqua ad eandem altitudinem aſſurget; & deſcendendi conatus, ſeu vis quam habet aqua in canali FH ad elabendum per orificium C, æqualis eſt vi aquæ in canali AC ad deſcendendum per idem orificium. Nam ſi ponatur aquam deſcendiſſe in canali AC per altitudinem AI, neceſſe eſt, ut aqua in canali FH aſcendat ad altitudinem HN, talem ſc. ut cylindrus aquæ MFGN æqualis ſit cylindro AILD, ſc. cylindro aquæ, quæ in canali AC deſcendit; ſed æqualium cylindrorum reciprocantur baſes & altitudines (per 15. Prop. El. duodecimi) hoc eſt, erit FM ad AI ut orificium AD ad orificium MN vel FG: ſed eſt FM ad AI ut velocitas aſcenſus aquæ in canali FN ad velocitatem deſcenſus aquæ in canali AC; & eſt orificium AD ad orificium MN, ut aqua in AC ad aquam in canali FH (nam cylindri æque alti ſunt inter ſe ut baſes) quare erit velocitas aquæ aſcendentis in canali FH ad velocitatem aquæ deſcendentis in canali AC, ut aqua in canali AC ad aquam in FH; hoc eſt, aquarum velocitates ſunt ipſis reciproce proportionales, & proinde erunt aquarum momenta æqualia; ſed ſunt contraria, quare nullus ſequetur motus. TAB. 3. *fig.* 7.

Hinc obiter patet ratio, cur aqua vel fluidum quodvis ex latiore in anguſtiorem alveum defluens majori celeritate moveatur.

Hinc ſi in corpore animali, Arteriarum ramuli vel Arteriæ capillares habeant ſummam orificiorum ſeu potius ſectionum transverſarum, majorem ſectione tranſverſa Arteriæ magnæ ſeu Aortæ, à qua omnes oriuntur; erit ſanguinis velocitas in extremitatibus corporis minor quam in Aorta; ſi vero æqualis ſit hæc ſumma ſectioni tranſverſæ Aortæ, erit velocitas ſanguinis in iiſdem æqualis velocitati ſanguinis in Aorta; ſi minor ſit ſumma, tunc major erit velocitas ſanguinis per extremas arterias tranſcurrentis quam in Aorta.

Lectio XI.

De Legibus Naturæ.

HActenus Theoremata de motus quantitate, ſpatiis à mobilibus percurſis, & quæ exinde conſequuntur corollaria demonſtrata dedimus; ad leges Naturæ jam deventum eſt, illas ſc. leges, quas omnia corpora naturalia conſtanter obſervare neceſſe eſt. Has igitur eodem ordine, & iiſdem verbis, prout ab illuſtri *Newtono* proponuntur trademus, quarum prima hæc eſt.

LEX I.

Corpus omne perſeverat in ſtatu ſuo quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, niſi quatenus à viribus impreſſis cogitur ſtatum illum mutare.

Cum corpora naturalia conſtent ex materiæ maſſa, quæ ſibi ipſi nullam ſtatus ſui mutationem inducere queat; ſi prius quieſcebant corpora, oportet ut in ea quiete ſemper permaneant, niſi adſit vis nova ad motum in iis producendum; ſi vero in motu ſint, eadem energia ſeu vis motum ſemper conſervabit; & proinde corpora motum ſuum ſemper retinebunt & ſecundum eandem rectam eodem tenore ſemper progredientur, cum nec ſibi ipſis quietem, nec retardationem, nec directionis ſuæ mutationem ad deflectendum verſus dextram aut ſiniſtram acquirere valeant. Philoſophos novimus, qui facile agnoſcunt nullum corpus poſſe ſeipſum movere, hoc eſt, per ſe ex quiete ad motum tranſire; iidem non æque lubenter concedunt corpora ſemel mota non poſſe per ſe ad quietem tendere, eo quod videant projectorum motus paulatim langueſcere, & ipſa mobilia ultimò ad quietem pervenire.

Verum ut nullus modus, vel accidens, ſponte ſua ſeu per ſe deſtruitur, & ſicut omnes effectus à cauſis tranſeuntibus producti ſemper permanent, niſi adſit nova aliqua & extranea cauſa quæ ipſos tollat; ſic etiam motus ſemel inceptus ſemper continuabitur, niſi vis aliqua externa adſit, quæ ipſi obſtet; nec magis poteſt corpus ſemel motum, motum ſeu energiam ſuam ad movendum deponere, & per ſe ad quie-

tem

tem redire, quam poteſt figuram ſemel ſibi inductam exuere, & aliam recentem abſque cauſa extrinſeca acquirere.

Ineſt præterea corporibus vis quædam, ſeu potius inertia, qua mutationi reſiſtunt; unde eſt quod difficulter admodum è ſtatu ſuo, qualiſcunque is ſit, deturbentur: vis vero illa eadem eſt in corporibus motis ac quieſcentibus, nec minus reſiſtunt corpora actioni, qua à motu ad quietem reducuntur, quam ei, qua à quiete ad motum tranſeunt; hoc eſt, non minor requiritur vis ad corporis alicujus motum ſiſtendum, quam prius neceſſaria fuit ad eundem motum eidem corpori imprimendum: unde cum vis inertiæ æqualibus mutationibus æqualiter ſemper reſiſtit, illa non minus efficax erit, ut corpus in motu ſemel incepto perſeveret, quam ut corpus quieſcens ſemper in eodem quietis ſtatu permaneat.

Quidam ſunt Philoſophi, qui corpus ex ſua natura tam ad motum quam ad quietem indifferens eſſe ſupponunt; at per indifferentiam illam non (ut opinor) intelligunt talem in corporibus diſpoſitionem, per quam quieti aut motui nihil omnino reſiſtunt; quippe hoc poſito, ſequeretur corpus quodvis maximum ſumma celeritate motum à minima quavis vi poſſe ſiſti; aut ſi quieſceret magnum illud corpus, ab alio quovis minimo propelli, abſque ullo velocitatis corporis impellentis decremento; hoc eſt, corpus exiguum quodvis in aliud maximum impingens, poſſet illud ſecum abripere ſine ulla ipſius retardatione; & utrumque corpus poſt impulſum junctim ferrentur ea celeritate, quam prius corpus illud exiguum habebat: quod abſurdum eſſe omnes novimus. Non igitur indifferentia illa ſita eſt in non renitentia ad motum ex ſtatu quietis, aut ad quietem ex ſtatu motus, ſed in eo ſolum, quod corpus ex ſua natura non magis ad motum quam ad quietem propendet, nec magis reſiſtit tranſire à ſtatu quietis ad motum, quam à motu rurſus ad eandem quietem redire; poteſt præterea corpus quodvis quieſcens à quavis vi moveri; poteſt æqualis vis ſecundum contrariam directionem agens motum illum deſtruere; atque in hoc indifferentiam illam ſitam eſſe volunt.

Cum, ſecundum expoſitam naturæ legem, corpus omne ſemel motum in eodem motu ſemper perſeveret, quærunt Philoſophi cur projecta omnia motum ſuum (quem violentum vocant) ſenſim amittunt? Cur non in infinitum pergunt? Si motus ex ſua natura non langueſceret, potuiſſet lapis ex manu projicientis ſub initio mundi emiſſus ſpatium fere immenſum, & tantum non infinitum, pertranſiſſe. Sic quidem potuit, ſi in vacuo ſeu ſpatiis liberis motus abſque gravitate fieret. Verum cum omnia projecta vel per aërem vel ſuper aliorum corporum ſuperficies ſcabras ferantur, exinde provenit eorum retardatio; cum enim neceſſe ſit, ut mobilia aërem obſtantem è loco ſuo pellant & dimoveant, vel ut ſuperficiei ſuper quam moventur ſcabritiem vincant, oportet ut vim & motum illum omnem amittant, qui hiſce obſtaculis continuo impenditur; & proinde projectorum motus ſemper diminuetur. Si vero nulla eſſet medii reſiſtentia, nulla ſuperficiei, ſuper quam decurrunt mobilia, aſperitas, nulla gravitas, quæ corpora terram verſus continuo pelleret, abſque omni retardatione idem ſemper continuaretur motus. Sic in Cœlis, ubi medium tenuiſſimum eſt, Planetæ diutiſſime ſuos conſervare poſſunt motus; & ſuper glaciem, aut alias ſuperficies politas ſeu minime ſcabras, corpora ponderoſiora ſerius ad quietem reducuntur.

Deſinant jam Philoſophi continuati motus exquirere cauſam, alia quippe agnoſcenda eſt nulla, præter primam illam, quæ non modo motum ſed res omnes in *Eſſe* ſuo conſervat, Deum ſcil. Opt. Max. Nec alia ratione perſeverat motus, quam qua continuatur corporis alicujus figura, color, aut aliæ quævis iſtiuſmodi affectionum, quæ ſemper eædem permanerent, niſi vis aliqua externa eas turbaverit.

Multo quidem rectius & magis ſecundum bonæ methodi leges egiſſent, ſi rationes retardati & amiſſi motus inveſtigaſſent: verum quoſdam in hac re adeo cæcutire deprehendimus, ut illud ipſum ponant cauſam continuati motus, ex quo revera ejus retardatio provenit.

Deſinant etiam Philoſophi de communicatione motus tan-

tas

tas lites movere; ex ſupra poſitis enim facile intelligitur, cur lapis ex projicientis manu tanto cum impetu emittitur: quippe quum lapis in manu continetur, neceſſe eſt ut de motu ipſius manus participet (per Axiom. 8.) adeoque eadem celeritate & verſus eandem plagam, qua ipſa manus, feretur: ſed corpus omne naturale ſemel motum in eodem perſeverat motu (per legem ſupra poſitam) donec ab agente externo impediatur; unde cum projiciens manum ſuam retrahit, lapis non retractus recta progredietur. Eodem prorſus modo, ſi navis aut cymba ventis vel remis celeriter agatur, qui in ipſa ſedent eundem celerem motum ipſis communicatum habent; at ſi ſubito ſiſtatur navis, res omnes in navi poſitæ motum ſuum continuare conantur, & quæ ipſi navi firmiter non adhærent, poſt illius quietem relictis locis ſuis etiamnum progrediuntur; atque hinc periculum eſt ne homines in navi relative quieſcentes, poſt tam ſubitam & quaſi violentam ſtatus ſui mutationem, prorſum præcipitentur, cum ſcil. motus, quem prius ab ipſa navi accepêre, nondum deſtructus ſit.

Si lapis in funda celeriter circumagatur, ea celeritate circulum deſcribit quam habet ea fundæ pars in qua ponitur; cum vero corpus omne ſecundum rectam lineam progredi affectet, lapis in ſingulis orbitæ ſuæ punctis, ſecundum lineam orbitam in puncto in quo eſt tangentem egrederetur, niſi à filo detentus eſſet; adeoque ſi filum demittatur, rumpatur, vel alio quovis modo lapidem cohibere deſinat, lapis non ulterius in circulo ſed ſecundum rectam lineam movebitur, ſecluſo motu ex ipſius gravitate orto.

Conatus ille, quem lapis circumgyratus habet in quovis ſuæ orbitæ puncto ſecundum tangentem egrediendi, filum per quod in orbita detinetur tendit; & vis illa qua filum tenditur ex vi centrifuga oritur, per quam ſcil. à peripheria recedere conatur. Tenſionem hanc quiſque in funda facile experiri poteſt; & per experientiam invenimus, quo celerius circumgyratur lapis, vel etiam quo majus materiæ pondus in funda ponitur, eo majorem fieri fili tenſionem.

Ob hanc rationem volunt quidam Philoſophi centrifugam

hanc vim à ſola gravitate proficiſci; huic tamen ſententiæ nec ratio nec experientia favet: nam in funda non ſolum tenditur funis cum lapis partem ſuæ orbitæ infimam percurrit, ſed etiam dum ſuperiorem partem deſcribit; quod à gravitate oriri non poteſt, cum gravitas lapidem, in ſuperiore ſuæ orbitæ parte, tantum urgere poteſt verſus centrum, quæ directe contraria eſt vi centrifugæ quæ illum à centro recedere cogit. Præterea cum lapis in plano horizontali in circulo revolvitur, filum quoque tenditur; ſed gravitas tenſionem illam in illo plano nullo modo producere poteſt, cum lapis nec ſurſum nec deorſum feratur; cujus proinde motus à gravitate hac nec augebitur nec minuetur; non igitur à gravitate oritur vis centrifuga, ſed à ſolo conatu quem habent corpora omnia ſecundum rectam lineam progrediendi.

Si Terram circa ſuum axem rotari ſupponamus, nos omnes qui in ejus ſuperficie degimus una cum ipſa revolveremur; adeoque ſi ſubito ſiſteretur ejus motus, res omnes ipſi firmiter non adhærentes vehementi motu excuſſæ ab illa recederent; ſic etiam ſi circa Solem motu annuo deferatur, & ſubito illa revolutio ſiſteretur, res omnes excuſſæ, Planetarum inſtar, circa ſolem gyrarentur, ob eandem cauſam qua prius ipſa Tellus circa ſolem movebatur.

Cum Tellus circa axem vertatur, & res omnes in ipſa circulos deſcribant æquatori parallelos, quærunt Philoſophi unde ſit, ut corpora omnia ab ejus ſuperficie non excutiantur, cum per naturæ legem corpora omnia motum ſecundum rectam lineam affectant? Sic quidem excuterentur, niſi alia adeſſet vis, per quam ad terram detinentur; quæ eſt ipſa Gravitatio vi centrifugâ multo potentior.

Si vas aquæ plenum in plano quovis horizontali ponatur, & ſubito vi ſatis magna impellatur, aqua in vaſe ſub initio verſus partes motui vaſis contrarias tendere videbitur; non quod revera talis motus aquæ impreſſus eſt, ſed cum illa in eodem quieſcendi ſtatu permanere conatur, vas motum ſuum aquæ intra ipſum contentæ communicare ſtatim non poteſt, & proinde aqua à vaſe derelicta, & revera quieſcens, locum ſuum

ſuum relativum mutare videbitur. Tandem poſtquam vaſis motus aquæ impreſſus eſt, & illa una cum vaſe uniformiter & eadem celeritate progredi cœperit, ſi ſubito ſiſtatur vas, aqua tamen in eodem motu perſeverare conabitur, & ſuper vaſis latera aſſurgens pars illius ulterius progredietur.

Si navis tempeſtate & turbulento mari jactetur, in ipſa ſedentes homines & relative quieſcentes doloribus, ægritudine, nauſea & vomitu afficientur, præſertim ſi mari minus aſſueti fuerint; cum ſcil. liquores in ipſorum ventriculis, inteſtinis, vaſis ſanguiferis, & cæteris ductibus contenti, navis jactationibus non ſtatim obediunt, unde in corpore humano fluidorum motus turbabitur, & morbi orientur.

LEX II.

Mutatio motus eſt ſemper proportionalis vi motrici impreſſæ, & fit ſemper ſecundum rectam lineam, qua vis illa imprimitur.

Sequitur ex axiomate 4: ſi enim vis aliqua motum quemvis generet, dupla duplum, tripla triplum generabit; & hic motus quoniam in eandem ſemper plagam cum vi generatrice determinatur (quippe ab illa tantum oritur) fiet ſemper ſecundum eandem plagam (per legem primam;) nec poteſt corpus ſecundum aliam quamvis plagam deflectere, niſi adſit nova vis priori obſtans; adeoque ſi corpus antea movebatur, motus ex vi impreſſa productus motui priori vel conſpiranti additur, vel contrario ſubducitur, vel obliquo oblique adjicitur, & cum eo ſecundum utriuſque determinationem componitur.

Si vis aliqua in dato corpore motum producat, (per legem primam) corpus illud in motu ſuo ſemper perſeverabit: ſi vero poſtea vis eadem vel æqualis ſecundum eandem directionem rurſus in idem corpus agat, motus exinde productus priori æqualis erit, & proinde ſumma motuum prioris dupla erit: ſi denuo vis eadem tertio in idem corpus ſimiliter agat, motus hinc ortus erit etiam primo æqualis, & proinde ſumma motuum erit motûs primo impreſſi tripla; & ſimiliter ſi vis eadem rurſus in idem corpus ageret, omnium

mnium motuum ſumma erit primo impreſſi quadrupla, & ſic continuo.

Hinc ſi vis hæc nova æqualibus temporum intervallis continuo æqualiter ageret, motus exinde ortus eſſet ut ſumma temporum quibus generatur; adeoque cum, ob datum corpus, motus ſit ut velocitas, erunt velocitates ſic genitæ ut tempora ab initio motus, & motus erit æqualiter acceleratus; hinc ſequentia Theoremata facile demonſtrantur.

THEOR. XVI.

Si corpora in omnibus à Terra diſtantiis æqualiter gravitarent, eſſet motus corporum, ſua gravitate in eadem recta cadentium, motus æquabiliter acceleratus.

Supponatur tempus in quo grave cadit diviſum eſſe in particulas æquales & valde exiguas, & gravitas prima temporis particula agens corpus verſus centrum pellat; ſi jam poſt primum illud tempus omnis gravitatis actio ceſſaret, & corpus deſineret eſſe grave, nihilominus motus ex primo impulſu acceptus ſemper continuaretur, & corpus ad terram æqualiter accederet (per legem primam:) verum cum corpus continuo ſit grave, & gravitas indeſinenter agat, etiam in ſecunda temporis particula eadem gravitatio alium impulſum priori æqualem ipſi communicabit, & corporis velocitas poſt duos hos impulſus prioris dupla erit; & ſi vis gravitatis omnino tolleretur, corpus tamen cum eadem celeritate in eadem recta moveri perſeverabit; cum vero & tertiâ temporis particulâ corpus eadem gravitate urgeatur, alium quoque motum priorum utrivis æqualem poſt tertium illud tempus acquiret; ſic etiam in quarta temporis particula gravitatio quartum impetum ſingulis priorum æqualem ipſi gravi ſuperaddit; & ſic de cæteris. Impetus igitur ſeu motus corporis dati à gravitate acquiſiti ſunt ut particulæ temporis ab initio elapſæ, adeoque cum actio gravitationis ſit continua, ſi particulæ illæ infinite exiguæ ſumantur, erit corporis cadentis motus ex gravitate acquiſitus, ut tempus ab initio caſus elapſum; cumque corpus datum ſit, erit motus ut ipſius velocitas, ergo velocitas erit ſemper ut tempus

pus in quo acquiritur. Gravi igitur cadenti æqualibus intevallis æqualia accedunt velocitatis incrementa, & proinde ejus motus erit uniformiter acceleratus. Q. E. D.

Similiter ex iiſdem principiis demonſtrari poteſt, corporum in eâdem rectâ ſurſum tendentium motum eſſe æquabiliter retardatum; cum ſcil. vis gravitatis, contra motum inceptum continuo & æqualiter agens, æqualibus temporibus æqualiter ipſius motum minuat, uſque dum velocitas omnis ſurſum omnino ſublata ſit.

Cor. Recta A B exponat tempus quo corpus cadit, & BC cum A B faciens angulum rectum exponat velocitatem in fine iſtius caſus acquiſitam; jungatur A C, & per punctum quodvis D ducatur D E ad B C parallela; erit hæc ut velocitas in fine temporis A D acquiſita. Nam (ob triangula ABC ADE æquiangula) eſt AB ad AD ſicut BC ad DE; ſed BC repræſentat velocitatem in tempore A B, quare (cum velocitates ſunt ut tempora) D E repræſentabit velocitatem acquiſitam in fine temporis A D: ſimiliter F G repræſentabit velocitatem in puncto temporis F; & in omnibus temporis punctis velocitates erunt ut rectæ intra triangulum per ipſum ductæ & baſi B C parallelæ. TAB. 3. *fig.* 8.

THEOR. XVII.

Si grave ex quiete, motu uniformiter accelerato deſcendat; ſpatium, quod ab ipſo in dato ab initio motûs tempore percurritur, dimidium erit iſtius quod in illo tempore uniformiter percurri poteſt, cum ea velocitate quæ in fine iſtius temporis à gravi cadente acquiritur.

Sit A B tempus in quo cadit grave, ſitque B C velocitas ultimò acquiſita, compleatur triangulum A B C & rectangulum A B C D; porro diſtinguatur tempus A B in innumeras particulas *ei*, *im*, *mp*, &c. Ducantur *ef*, *ik*, *mn*, *pq*, *&c.* baſi parallelæ: (Per Cor. præced.) *ef* erit ut velocitas gravis in temporis particulâ infinite exiguâ *ei*; & *ik* erit ejus velocitas in particula temporis *im*; item *mn* erit ipſius velocitas ad punctum temporis *mp*; & ſic *qp* erit velocitas in temporis particula *po*. Sed (per Cor. Theor. 7.) ſpatium in quovis tempore & cum quavis celeritate percurſum TAB. 4. *fig.* 1.

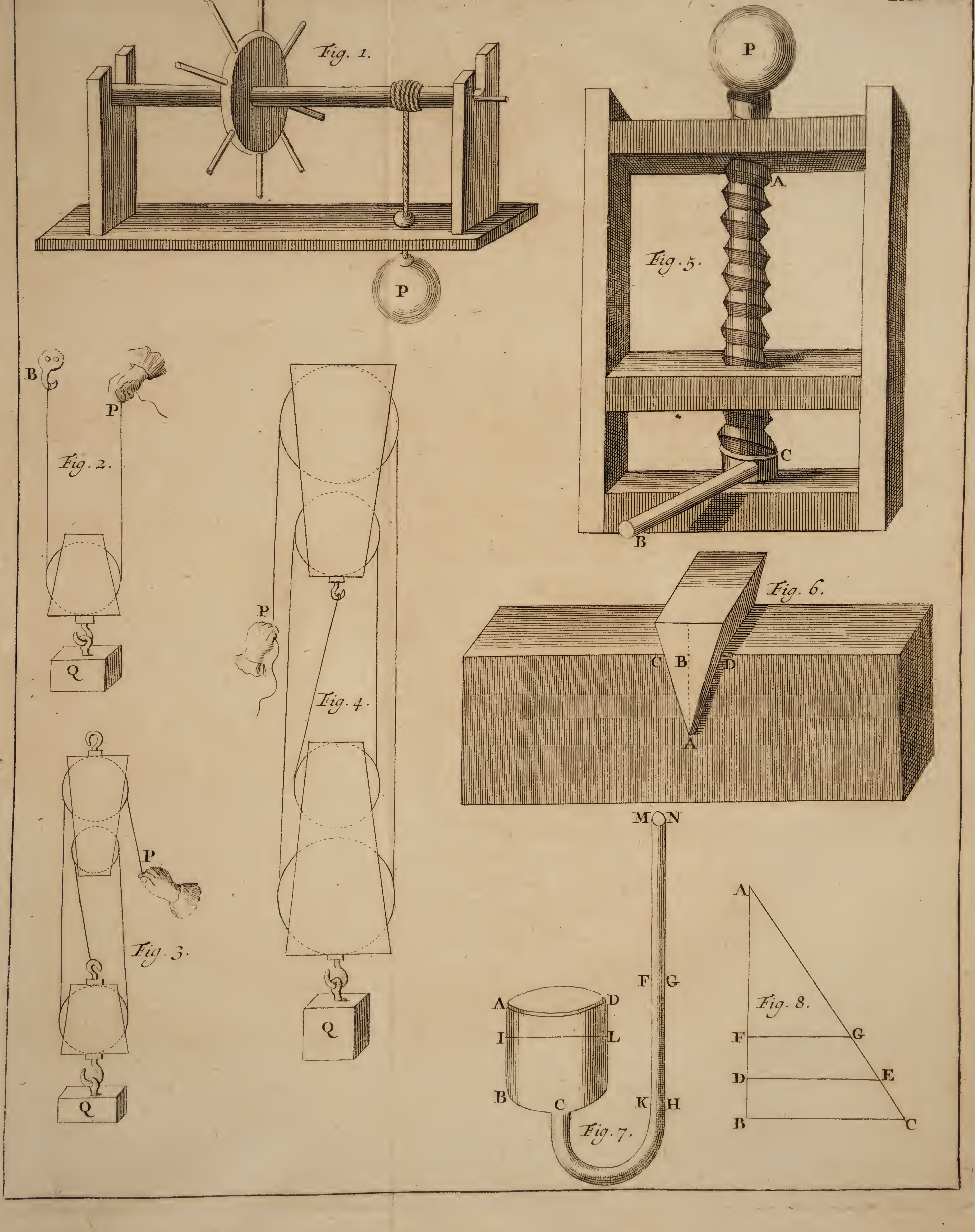
eſt ut rectangulum ſub eo tempore & celeritate; quare erit ſpatium percurſum tempore *ei* cum velocitate *ef* ut rectangulum *if*; ſic ſpatium percurſum tempore *im* cum celeritate *ik* erit ut rectangulum *mk*; ſic etiam ſpatium percurſum cum celeritate *mn* tempore *mp* erit ut rectangulum *pn*; & ſic de cæteris. Quare erit ſpatium percurſum, in omnibus hiſce temporibus, ut omnia hæc rectangula, ſeu ut rectangulorum omnium ſumma; cum autem temporis particulæ infinite exiguæ ſint, erit omnium rectangulorum ſumma æqualis triangulo ABC. Eſt vero (per ſupra citatum Corol. Theor. 7.) ſpatium à mobili percurſum tempore AB cum uniformi celeritate BC ut rectangulum ABCD; unde erit ſpatium percurſum à gravi in dato tempore cadenti ex quiete, ad ſpatium percurſum in eodem tempore, velocitate uniformi cum æquali ei quæ ultimo acquiritur à gravi cadente, ut triangulum ABC ad rectangulum ABCD: ſed triangulum ABC eſt dimidium rectanguli ABCD, unde erit ſpatium quod à gravi cadente ab initio caſus in dato tempore percurritur, dimidium ejus quod percurri poteſt in eodem tempore cum velocitate ultimò acquiſitâ. Q. E. D.

Cor. 1. Spatium quod percurritur cum velocitate CB in tempore æquali dimidio ipſius AB, æquale erit ſpatio à gravi cadenti tempore AB percurſo.

TAB. 3. *fig.* 8. *Cor.* 2. Ex ipſa demonſtratione ſequitur quod ſicut ſpatium percurſum tempore AB repræſentatur per triangulum ABC, ſic ſpatium tempore AF à gravi emenſum per triangulum AFG repræſentari poſſe; item ſpatium peractum tempore AD per triangulum ADE exponetur.

Cor. 3. Spatia percurſa ab initio caſus computando, ſunt in duplicata ratione temporum; nam ſpatium percurſum tempore AB eſt ad ſpatium percurſum in tempore AF ut triangulum ABC ad triang. AFG; ſed (ob ſimilia triangula ABC, AFG) triangulum ABC eſt ad triangulum AFG in duplicata ratione lateris AB ad latus AF: adeoque erit ſpatium percurſum tempore AB ad ſpatium percurſum tempore AF in duplicata ratione temporis AB ad tempus AF. Sunt igitur ſpatia percurſa à gravi è quiete cadente, ut quadrata

TAB. III.


Fig. 1.
P
B
P
Fig. 2.
Q
P
Fig. 3.
Q
P
Fig. 4.
Q
P
A
Fig. 5.
C
B
Fig. 6.
C B D
A
M N
F G
A D
I L
B C K H
Fig. 7.
A
Fig. 8.
F G
D E
B C

ta temporum quibus percurruntur.

Cor. 4. Hinc ſi grave in dato tempore è quiete cadens percurrat ſpatium quodvis, ſpatium in duplo tempore percurſum erit prioris quadruplum, in triplo tempore ſpatium peractum erit novies majus quam illud quod primo percurritur, *&c.* Hoc eſt, ſi tempora ſumantur ut 1. 2. 3. 4. 5. *&c.* ſpatia hiſce temporibus deſcripta ab initio motus computando erunt ut 1. 4. 9. 16. 25.

Cor. 5. Cum ſpatium percurſum in primo tempore ſit ut 1, in ſecundo ut 4, computando ab initio, erit ſpatium in ſecundo tempore ſeorſim deſcriptum ut 3; eodem modo cum ſpatium deſcriptum in fine temporis tertii ſit ut 9, & in fine temporis ſecundi ut 4, erit ſpatium deſcriptum in tempore tertio ſeorſim ſumpto ut 5; & ſic de cæteris: ſumendo igitur temporis partes æquales, erunt ſpatia à gravi è quiete cadenti in ſingulis ſeorſim deſcripta ut 1. 3. 5. 7. 9. 11. *&c.* ſcil. ut numeri impares.

Cor. 6. Hinc etiam cum velocitates cadendo acquiſitæ ſint ut tempora, erunt ſpatia percurſa etiam ut quadrata velocitatum; & tam velocitates quam tempora erunt in ſubduplicata ratione ſpatiorum per quæ grave cadit ab initio motûs.

Lectio XII.

Lex III.

Actioni ſemper contraria & æqualis eſt Reactio; ſeu corporum duorum actiones in ſe mutuo æquales ſunt, & in partes contrarias diriguntur. Hoc eſt, per actionem & reactionem æquales motûs mutationes in corporibus in ſe invicem agentibus producuntur, quæ mutationes verſus contrarias partes imprimuntur.

HÆc Lex non aliter melius quam per exempla poteſt illuſtrari.

1. Si corpus unum in alterum quieſcens impingat, quicquid motus quieſcenti imprimitur, tantundem præciſe impingenti ſubtrahitur, *v. g.* Si corpus, A cum duodecim motus partibus verſus corpus B feratur, & poſtquam in illud impegerit communicentur ipſi B 5 partes motus, reſtabunt TAB. 4. fig. 2.

 ipſi

ipſi A motus partes tantummodo 7. adeoque mutationes quæ utrique corpori contingunt æquales erunt: idemque omnino erit effectus ac ſi vis 5 partibus motûs æquipollens impelleret corpus B verſus C, & alia huic æqualis in corpus A ageret, & ipſum in contrarias partes verſus H urgeret.

2. Si corpus B non quieſcat, ſed tendat verſus C, & corpus A celerius motum in ipſum impingat; tantundem motus deperdet corpus A quantum corpus B lucratum eſt, & mutationes motus per impulſum in utroque corpore productæ (hoc eſt incrementum motus unius & decrementum alterius) æquales erunt.

3. Si corpora A & B ſibi obviam veniant, & A feratur verſus C cum 12 motus partibus, B vero verſus H cum tribus motus partibus; qualiſcunque motus mutatio corpori B accidat, eadem omnino corpori A continget: *v. g.* Si poſt occurſum feratur B verſus C cum partibus motus duabus, mutatio motus quæ ipſi inducta eſt erit partium quinque; æqualis ſcilicet ſummæ duorum motuum, illius nempe quo prius verſus H ferebatur, quique per impulſum corporis A deſtructus eſt, & illius qui de novo recipitur cum quo verſus plagam C tendit; & motus in corpore A amiſſus hiſce 5 motus partibus præciſe æqualis erit: adeoque (ut in primo exemplo) idem omnino ſequitur effectus, qualis fuiſſet ſi vis cum 5 motus partibus pelleret B verſus C, & alia huic æqualis in corpus A imprimeretur, quæ illud verſus partes H ageret.

Verum univerſaliter ictus magnitudo quæ ab occurſu duorum corporum oritur, in utroque corpore ſemper æqualiter recipitur; unde & mutationes motus quæ ab ictu producuntur in utroque corpore ſemper æquales erunt.

Sic ſi malleus ferreus vitrum percutiat, ictus tam in malleo quam in vitro æqualiter recipitur, & vitrum frangitur, ferro integro manente; non quod major eſt vis percuſſionis vitro impreſſa, quam eſt illa quæ in malleo recipitur, ſed quia partes ferri duriores & firmius inter ſe cohærentes, multo fortius eidem percuſſionis vi reſiſtunt, quam vitri particulæ fragiles & minus cohærentes. Eodem prorſus modo ſi cor-

pus

pus aliquod tenui filo muro alligetur, parva vis ſufficiens erit ad illud divellendum; ſi vero prægrandi fune idem corpus muro alligatum eſſet, vis prior æqualiter applicata parum proficeret ad corpus avellendum.

4. Si equus lapidem funi alligatum trahat, retrahetur etiam equus æqualiter in lapidem; nam funis utrinque diſtentus eodem ſe relaxandi conatu æqualiter urgebit lapidem verſus equum, & equum verſus lapidem; unde attractionis vires, tam in equo quam in lapide, æquales erunt; verum cum tanta ſit firmitudo & vis equi ſolo inſiſtentis, ut tractioni funis reſiſtere poſſit, ille funi trahenti minime cedet, nec per ejus vim è loco ſuo dimovebitur; at lapis, cui non tanta ineſt reſiſtendi vis, verſus equum promovebitur.

5. In attractionibus magneticis, non ſolum magnes trahit ferrum, verum & æqualiter viciſſim ab ipſo ferro trahitur; quod experientia conſtat: imponatur enim magnes ſuberis fruſto B, & ferrum A ſimiliter alio ſuberis fruſto imponatur, ut tam magnes quam ferrum aquæ innatent; deinde manu teneatur magnes, & ferrum videbimus ad magnetem accedere, ſi vero ferrum immobile teneatur, ad illud accedere magnetem deprehendemus; ſed ſi utrumque corpus aquæ libere innatare permittatur, magnes & ferrum ſibi mutuo obviam ire conſpicientur, & attractionis vis in utrumque æqualiter aget, æquales motus in utroque producendo: dico motus æquales fore; non item celeritates, niſi ferrum & magnes ejuſdem ſint ponderis; ſi enim diverſi ſint ponderis, quod magis ponderat minorem habebit celeritatem. *e. g.* Si magnes ſit ferro decuplo ponderoſior, ferrum viciſſim decuplo majorem velocitatem habebit; ut ſcil. æquales motuum quantitates in utroque corpore generentur; adeoque non convenient magnes & ferrum in medio puncto E, ſed in puncto D, quod ita dividet diſtantiam BA, ut BD ſit ad DA ut pondus A ad pondus B; ſic in allato exemplo, ſi BD ſit totius diſtantiæ pars undecima, punctum D erit ubi magnes & ferrum ſibi mutuo occurrent: cum enim BD ſit pars undecima diſtantiæ BA; erit BD ad DA ut 1 ad 10; ſed ut 1 ad 10 ita (per ſuperius dicta) erit velocitas corporis B ad

TAB. 4. *fig.* 3.

velocitatem corporis A; quare cum ſpatia percurſa in dato tempore ſint velocitatibus proportionalia, tempore quo corpus A percurret ſpatium AD, corpus B cum decimâ velocitatis parte latum percurret ſpatium æquale decimæ iſtius ſpatii parti; adeoque in puncto D poſt illud tempus reperietur, in quo igitur puncto magnes & ferrum ſibi mutuo occurrent. Eodem modo duo magnetes ſuberis diverſis particulis impoſiti, ſi eorum poli amici invicem obvertantur, æqualiter ſeſe mutuo attrahent: ſi vero poli inimici ſibi invicem juxta ponantur, poli hi ſeſe mutuo fugient, & quantitates motuum, vi fugæ productæ, in utroque æquales erunt.

TAB. 4. *fig.* 4. 6. In aliis attractionibus idem oſtenditur. Sint enim duæ cymbæ A & B aquæ innatantes, & homo in illarum una *v. g.* in A poſitus ope funis verſus ſe trahat cymbam alteram B; non ſolum hac tractione B accedet ad A, verum etiam A verſus B æqualiter trahetur; & quantitates motuum, attractione productæ, in utraque cymba æquales erunt: unde ſi cymbæ pondere ſint æquales, cæteris paribus, æquales habebunt velocitates, & in medio puncto E convenient. Sin una illarum altera major ſit, hoc eſt, majorem habeat in ſe materiæ quantitatem ſeu majus pondus, quæ major eſt minus habebit velocitatis; *e. g.* ſi cymba B ſit decuplo major cymba A, velocitas ipſius A decuplo major erit velocitate cymbæ B, & cymbæ convenient in puncto G, quod ita dividit illarum diſtantiam primam AD, ut AG ſit decuplo major quam GD; hoc eſt, erit GD pars undecima totius diſtantiæ AD; ſi vero B ſit navigium millecuplo vel decem-millecuplo majus quam A, ipſius velocitas erit millecuplo vel decem-millecuplo minor velocitate A, adeoque vix ſenſibilis. Si jam B ſit aliud corpus infinite magnum, illius velocitas erit infinite parva, hoc eſt, prorſus nulla reſpectu velocitatis ipſius A. Hinc ſi funis littori alligetur, & homo in cymba per funem trahat ad ſe littus, cymba ad littus accedet, & littus ad cymbam; cum vero littus reliquæ terrenæ moli firmiter adhæret, ejus magnitudo, quæ eadem eſt cum totius terræ magnitudine, reſpectu cymbæ erit valde immenſa & tantum non infinita, adeoque ejus velocitas erit fere infinite

finite exigua & (ut dicam) nulla; ac proinde littus poteſt tanquam firmus obex conſiderari qui cedere neſcit, & tota velocitas tanquam cymbæ inhærens æſtimari poteſt. Si navigii B pondus ſit mille talentorum & feratur verſus F cum velocitatis gradibus centum, erit (per Theor.tertium) momentum illius navigii partium centum millium : ſi jam navigio B alligetur cymba A, cujus pondus ſit decem talentorum, quicquid motûs communicatur hac ratione cymbæ A, tantundem decedit navigio B.

7. Si quis in cymba A trahat funem AE, per quem navigio B alligatur, ita ut hac tractione cymba promoveatur cum quingentis velocitatis partibus, erit motus exinde ortus 5 millium partium, & tantundem ſui motus amittet navigium B; cui proinde reſtabunt motus partes nonaginta quinque mille, unde erit velocitas navigii B partium nonaginta & quinque.

8. Si quis in navigio A ſedens per contum aut aliud ejuſmodi inſtrumentum pellat aut protrudat navigium B verſus partes F, per illam truſionem retro cedet etiam navigium A verſus partes contrarias, ita ut in utroque navigio æquales ſint motus quantitates, quæ ab hominis propellentis vi oriuntur; unde ſi navigium B ſit decuplo majus navigio A, decuplo minorem habebit velocitatem; ſi centuplo ſit majus, habebit viciſſim centeſimam partem velocitatis navigii A; adeoque ſi B ſit corpus quodvis immenſum, erit velocitas navigii A immenſa reſpectu illius quæ inveniri debet in cymba B; unde ſi quis in nave ſedens per contum terram & littus à ſe protrudat, recedet hac truſione navis à littore; littus enim tanquam corpus immenſum & firmus obex reſpectu navis conſiderari poteſt, cujus proinde velocitas erit minima aut plane nulla reſpectu illius quæ in navigio reperitur.

Si navigium EDG remis agatur, cum aqua per remorum palmulas AB retro pellitur verſus partes C, illa rurſus æqualiter in remos reaget, eoſque una cum navigio cui affixi ſunt verſus partes H propellet, ob quam ſolam cauſam promovebitur navigium; ſi enim nulla eſſet reactio, & aqua nullum imprimeret motum remis verſus partes H, cum ipſa in contra- TAB. 4. *fig.* 5.

tra-

trarias partes per remos truditur, ſubſiſteret navigium; quandoquidem nihil eſſet quod illud verſus plagam H propelleret: verum cum aqua reagendo tantum motûs imprimit navigio ED quantum ipſa exinde per remos acceperit, hinc ſequitur, quo majores ſunt remorum palmulæ, vel numero plures, cæteris paribus, vel etiam quo celerius intra aquam agantur, eo concitatiori impetu progredi navigium.

Hinc cum natatio nihil aliud ſit quam brachiorum pedumque remigium, facile intelligitur cur intra aquas promovemur natando; cum ſcil. per manum pedumque palmas aqua impellitur retrorſum, illa reagendo in contrariam plagam natantes propellet, ita ut motus in aquâ genitus æqualis ſit motui, quo natantes progrediuntur. Idem etiam dicendum eſt de avium volatu; cum enim aves per alas ſuas aërem deorſum feriunt, aër reagendo eas ſurſum elevabit; ſi verſus orientem aërem pellant, reactio aëris ipſas in occidentem tendere cogit. Sic pulvis pyrius intra tormentum bellicum accenſus rareſit, & vi ſuâ æqualiter agit in globum miſſilem & tormentum unde globus expellitur; aër enim rarefactus in omnem partem ſe expandere ſatagens, æqualiter tam tormentum retrorſum quam globum antrorſum urgebit, & inde elater in utroque æquales motûs quantitates producet; & dividendo has motuum quantitates tam per pondus tormenti quam per pondus globi, velocitates exinde ortæ erunt ponderibus reciproce proportionales.

Cum omnia corpora in ſuperficie terræ poſita verſus terram gravitent, viciſſim tellus in corpora ſingula gravitabit & verſus illa attrahetur, & motus hac attractione geniti, cum in terra tum in corporibus gravibus deſcendentibus, æquales erunt; ita ſi lapis vi gravitatis ſuæ deorſum ad terram cadat, terra viciſſim ad lapidem aſſurget: cum vero quantitas materiæ in terra immenſe ſuperat quantitatem materiæ in lapide, velocitas lapidis viciſſim immenſe ſuperabit velocitatem quâ terra ad lapidem tendit, adeoque (ſi phyſice loquamur) velocitas terræ nulla erit, quod calculo ſic patebit: ponamus lapidem centum pedum ſolidorum verſus terram deſcendentem; ſpatium à lapide tempore unius minu-

nuti ſecundi decurſum erit quindecim circiter pedum : ſed (juxta illos qui de terræ dimenſione ſcripſerunt) tota globi terraquei moles continet pedes ſolidos 30 000 000 000 000 000 000 000; ponamus jam terram ubique eſſe ejuſdem denſitatis cum vulgaribus lapidibus (quamvis omnino credibile eſt ipſam eſſe multo denſiorem.) Unde erit materiæ quantitas in terra, ad quantitatem materiæ in lapide centum pedum, ut 300 000 000 000 000 000 000 ad 1; proinde dum lapis centum pedum gravitate impulſus deſcendere debet per ſpatium quindecim pedum, terra verſus lapidem trahetur per unius pedis partes $\frac{15}{300\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000}$ quæ tantilla eſt quantitas ut ipſam imaginandi vim effugiat: & proinde in Phyſica negligi poteſt & pro nulla haberi, quamvis Geometrice & ſecundum veritatem loquendo, dicendum eſt terram ad lapidem accedere, & utrumque corpus æqualiter ſe mutuo trahere.

Si luna per gravitatem in ſua orbita detineatur ne à terra recedat; hoc eſt, ſi luna verſus terram gravitet, terra viciſſim & omnes ejus partes verſus lunam gravitabunt, & hinc continuus orietur fluxus atque refluxus maris: ſed hoc obiter, alibi enim motum maris fuſius explicabimus.

Sit navis in aquâ quieſcens, quæ facile à quolibet impulſu externo moveri poteſt, nulla tamen eſt vis intra navem agens, eique ſolum innitens, quæ ipſam promovere poteſt: ſit enim GH navis, & ponatur intra navem machina quævis, TAB. 4.
v. g. corpus elaſticum ABC, quod vehementer conſtrictum *fig.* 6.
reſilire per ſe poteſt; porro compreſſa machina, latus BC approximabitur lateri AB; elater naturali ſua energia ſeu vi ſua reſtitutiva ſe utrinque æqualiter explicare ſatagens, æqualiter impellet tabulatum DA verſus G, & tabulatum EF verſus H; & proinde navis duobus hiſce contrariis & æqualibus motibus impulſa non movebitur: eodem plane modo, ſi quis in prora ſtans ad H per funem trahat ad ſe puppim G, funis utrinque diſtentus relaxandi ſe conatu æqualiter urgebit puppim verſus hominem trahentem, & trahentem verſus puppim; cumque trahens ipſi proræ inſiſtit, prora viciſſim ad puppim

æqualiter trahetur, unde & hi duo motus contrarii & æquales ſe invicem deſtruent, & nullus ſequetur motus.

Ex hac lege ſequentia demonſtrantur Theoremata.

THEOR. XVIII.

Si corpus unum alteri vel quieſcenti vel ſecundum eandem directionem tardius moto impingat, ſumma motuum in utroque corpore verſus eaſdem partes eadem manebit poſt impactum quæ fuit ante impactum.

TAB. 4. *fig.* 7. Moveatur Corpus A ſecundum directionem CD à C verſus D, atque in aliud corpus B impingat, quod vel quieſcat vel ſecundum eandem directionem tardius moveatur: dico ſummam motuum in utroque corpore verſus eaſdem partes, à C ſcil. verſus D, ante & poſt impulſum eandem manere. Exponat CD motum corporis A, & ſi corpus B moveatur, recta EF motum ejus exponat verſus eaſdem partes, & proinde ſumma motuum per ſummam rectarum CD, EF exponetur: cum jam actio & reactio æquales ſemper ſint & contrariæ, æquales vires verſus contrarias partes impreſſæ, æquales in utroque corpore producent motuum mutationes verſus contrarias plagas; ſi igitur motus per impactum corporis A ipſi B impreſſus repræſentetur per FG, vis contraria & æqualis in corpus A agens tantundem ſubducet de ejus motu verſus eaſdem partes facto; adeoque ponendo DK ipſi FG æqualem, erit CK ut motus corporis A & EG ut motus corporis B poſt occurſum; & proinde ſumma motuum erit ut ſumma rectarum CK, EG: cum autem FG ſit æqualis KD, ſi utriſque addantur EF & CK, erunt EG & CK æquales ipſis CD, EF: unde eadem manebit ſumma motuum verſus eaſdem partes & ante & poſt impulſum. Si FG ſit æqualis CD, punctum K coincidet cum C & CK æqualis erit nihilo; unde poſt impulſum quieſcet corpus A. Si vero FG major ſit quam CD, punctum K cadet ultra C, & motus ipſius A erit negativus ſeu verſus contrarias partes factus à C verſus K, & ſumma motuum verſus partes G factorum, erit ut EG dempto CK; nam ſumma duarum quantitatum, quarum una eſt poſitiva, altera negativa, eſt ipſarum differentia. Quoniam autem FG $=$ KD, utrique addatur EF $-$ CK, & erit EF $+$ FG $-$ CK, hoc eſt EG $-$ CK

(margin: TAB. 4. *fig.* 8. — beside "poſt impulſum. Si FG ſit æqualis CD"; TAB. 4. *fig.* 9. — beside "corpus A. Si vero FG major")

CK = KD + EF − CK, hoc eſt EF + CD; unde ſumma motuum verſus eaſdem partes, quæ hic eſt differentia motuum verſus contrarias partes factorum ante & poſt impactum, eadem manet. Q. E. D.

Cor. Eodem modo ſi plura corpora verſus eaſdem partes mota in ſeſe impingant, ſumma motuum verſus eaſdem partes non mutabitur.

THEOR. XIX.

Si duo corpora ad partes contrarias mota ſibi mutuo directe occurrant, ſumma motuum ad eandem partem (quæ eſt differentia motuum ad partes contrarias factorum) ante & poſt occurſum verſus eandem ſemper partem eadem perſeverabit.

Moveatur corpus A à C verſus D, cujus motus exponatur TAB. 4. per CD; B vero in contrariam partem ſcil. ab E ad F movea- *fig.* 10. tur, cum motu ut EF; ponatur DH ipſi EF æqualis; eritque CH, quæ eſt differentia motuum ad partes contrarias, ut ſumma motuum factorum ad partem G; dico eandem CH eſſe ut ſumma motuum verſus eandem partem G poſt occurſum. Sit enim motus corporis B poſt impactum verſus partem G, & per rectam EG repræſentetur; vis igitur impulſus in corpus B verſus partem G impreſſa, æquipollebit ſummæ motuum EF, EG, & per rectam FG repræſentabitur; nam per illam vim deſtruitur motus ut EF, verſus partem F, & novus ut EG imprimitur verſus contrariam partem G; cum vero vis impulſus æqualiter in utrumque corpus agit verſus contrarias partes, ſi fiat DK æqualis ipſi FG, hæc repræſentabit vim in corpore A exercitam verſus contrariam ejus motui plagam; adeoque ſi motus ut DK ſubducatur à motu ut CD, reſtabit CK ut verus motus corporis A verſus partem G. Jam cum DK æqualis ſit FG, & DH æqualis FE, erit DK demptâ DH, hoc eſt KH æqualis FG demptâ FE, hoc eſt EG: & proinde cum ſit KH æqualis EG, erit KH ut motus corporis B poſt occurſum; ſed CK eſt ut motus corporis A, adeoque CK, KH, *i. e.* CH erit ſumma motuum in utroque corpore verſus partem G. Q. E. D. Si FG ſit æqualis CD, ca- TAB. 4. det punctum K in C, & motus A erit æqualis nihilo, hoc *fig.* 11. eſt, quieſcet corpus A poſt impactum, & CH erit æqualis

æqualiter trahetur, unde & hi duo motus contrarii & æquales ſe invicem deſtruent, & nullus ſequetur motus.

Ex hac lege ſequentia demonſtrantur Theoremata.

THEOR. XVIII.

Si corpus unum alteri vel quieſcenti vel ſecundum eandem directionem tardius moto impingat, ſumma motuum in utroque corpore verſus eaſdem partes eadem manebit poſt impactum quæ fuit ante impactum.

TAB. 4. fig. 7. Moveatur Corpus A ſecundum directionem CD à C verſus D, atque in aliud corpus B impingat, quod vel quieſcat vel ſecundum eandem directionem tardius moveatur: dico ſummam motuum in utroque corpore verſus eaſdem partes, à C ſcil. verſus D, ante & poſt impulſum eandem manere. Exponat CD motum corporis A, & ſi corpus B moveatur, recta EF motum ejus exponat verſus eaſdem partes, & proinde ſumma motuum per ſummam rectarum CD, EF exponetur: cum jam actio & reactio æquales ſemper ſint & contrariæ, æquales vires verſus contrarias partes impreſſæ, æquales in utroque corpore producent motuum mutationes verſus contrarias plagas; ſi igitur motus per impactum corporis A ipſi B impreſſus repræſentetur per FG, vis contraria & æqualis in corpus A agens tantundem ſubducet de ejus motu verſus eaſdem partes facto; adeoque ponendo DK ipſi FG æqualem, erit CK ut motus corporis A & EG ut motus corporis B poſt occurſum; & proinde ſumma motuum erit ut ſumma rectarum CK, EG: cum autem FG ſit æqualis KD, ſi utriſque addantur EF & CK, erunt EG & CK æquales ipſis CD, EF: unde eadem manebit ſumma motuum verſus eaſdem partes & ante & poſt impulſum. Si FG ſit æqualis CD, punctum K coincidet cum C & CK æqualis erit nihilo; unde poſt impulſum quieſcet corpus A. Si vero FG major ſit quam CD, punctum K cadet ultra C, & motus ipſius A erit negativus ſeu verſus contrarias partes factus à C verſus K, & ſumma motuum verſus partes G factorum, erit ut EG dempto CK; nam ſumma duarum quantitatum, quarum una eſt poſitiva, altera negativa, eſt ipſarum differentia. Quoniam autem FG = KD, utrique addatur EF − CK, & erit EF + FG − CK, hoc eſt EG −

TAB. 4. fig. 8.

TAB. 4. fig. 9.

CK

CK = KD + EF − CK, hoc eſt EF + CD; unde ſumma motuum verſus eaſdem partes, quæ hic eſt differentia motuum verſus contrarias partes factorum ante & poſt impactum, eadem manet. Q. E. D.

Cor. Eodem modo ſi plura corpora verſus eaſdem partes mota in ſeſe impingant, ſumma motuum verſus eaſdem partes non mutabitur.

THEOR. XIX.

Si duo corpora ad partes contrarias mota ſibi mutuo directe occurrant, ſumma motuum ad eandem partem (quæ eſt differentia motuum ad partes contrarias factorum) ante & poſt occurſum verſus eandem ſemper partem eadem perſeverabit.

Moveatur corpus A à C verſus D, cujus motus exponatur per CD; B vero in contrariam partem ſcil. ab E ad F moveatur, cum motu ut EF; ponatur DH ipſi EF æqualis; eritque CH, quæ eſt differentia motuum ad partes contrarias, ut ſumma motuum factorum ad partem G; dico eandem CH eſſe ut ſumma motuum verſus eandem partem G poſt occurſum. Sit enim motus corporis B poſt impactum verſus partem G, & per rectam EG repræſentetur; vis igitur impulſus in corpus B verſus partem G impreſſa, æquipollebit ſummæ motuum EF, FG, & per rectam FG repræſentabitur; nam per illam vim deſtruitur motus ut EF, verſus partem F, & novus ut EG imprimitur verſus contrariam partem G; cum vero vis impulſus æqualiter in utrumque corpus agit verſus contrarias partes, ſi fiat DK æqualis ipſi FG, hæc repræſentabit vim in corpore A exercitam verſus contrariam ejus motui plagam; adeoque ſi motus ut DK ſubducatur à motu ut CD, reſtabit CK ut verus motus corporis A verſus partem G. Jam cum DK æqualis ſit FG, & DH æqualis FE, erit DK demptâ DH, hoc eſt KH æqualis FG demptâ FE, hoc eſt EG: & proinde cum ſit KH æqualis EG, erit KH ut motus corporis B poſt occurſum; ſed CK eſt ut motus corporis A, adeoque CK, KH, *i. e.* CH erit ſumma motuum in utroque corpore verſus partem G. Q. E. D. Si FG ſit æqualis CD, cadet punctum K in C, & motus A erit æqualis nihilo, hoc eſt, quieſcet corpus A poſt impactum, & CH erit æqualis

TAB. 4. *fig.* 10.

TAB. 4. *fig.* 11.

TAB. 4. *fig.* 12. EG. Si vero FG major ſit quam CD, punctum K cadet ultra C ad alteram partem, & motus corporis A erit à C verſus K: eſt vero (ob FG æqualem ipſi DK & FE æqualem DH) KH æqualis ipſi EG, & proinde ſi ab utraque dematur CK, erit CH æqualis rectæ EG demptâ CK; ſed CH erat ut ſumma motuum verſus partem G factorum ante occurſum, & eſt EG demptâ CK ut ſumma motuum verſus eandem partem factorum, differentia ſcil. motuum verſus contrarias partes poſt occurſum. Quare eadem manebit ſumma motuum verſus eandem partem ante & poſt impactum.

Duo hæc ultima Theoremata ſimul & iiſdem verbis ſic optimè à *Newtono* enuntiantur.

Quantitas motus, quæ colligitur capiendo ſummam motuum factorum ad eandem partem, & differentiam factorum ad contrarias partes, non mutatur ab actione corporum inter ſe.

LECTIO XIII.

Definitiones Secundæ.

I. *Centrum Gravitatis cujuſque corporis eſt punctum illud intra corpus poſitum, per quod ſi utcunque incedat planum, quæ utrinque ſunt corporis gravis Segmenta circa planum illud librata æquiponderabunt.*

Hinc, ſi corpus ex centro ſuæ gravitatis ſuſpendatur, ſitum quemcunque datum retinebit; cum ſcil. partes corporis circa centrum undique æqualium momentorum conſiſtunt, ſeu æquales habent ad motum propenſiones.

II. *Duorum corporum commune gravitatis centrum vocamus punctum in recta ipſorum centra conjungente ita ſitum, ut diſtantiæ corporum ab illo puncto ſint in ratione reciproca corporum.*

TAB. 4. *fig.* 13. Sint duo corpora A, B, quorum gravitatis centra conjungat recta AB, quæ ita ſit in C diviſa, ut AC ſit ad BC, ut corpus B, hoc eſt, materia in B ad corpus A vel materiam in A; punctum illud C dicitur commune corporum A & B centrum gravitatis; ideo ſcilicet, quia ſi corpora illa circa punctum illud in iiſdem ab ipſo diſtantiis rotarentur, ſitum quem-

quemcunque datum retinerent; (ut demonſtratum eſt in Theoremate 11.)

III. *Similiter, ſi ſint tria corpora* A, B, D, *ſitque* C *centrum gravitatis duorum* A *&* B, *& dividatur recta* CD *in* E, *ita ut* CE *ſit ad* DE *ut pondus corporis* D *ad pondus duorum* A *&* B *ſimul, dicitur punctum illud* E *trium horum corporum commune gravitatis centrum; circa quod etiam corpora illa rotata ſitum quemcunque datum retinerent.* TAB. 4. fig. 14.

IV. *Eodem modo, ſi ſint quatuor corpora* A, B, D, F, *& ſit* E *commune centrum gravitatis trium illorum* A, B, D; *punctum* G, *quod ita dividat rectam* EF *ut* EG *ſit ad* GF *ut pondus corporis* F *ad pondus corporum* A, B, D *ſimul, vocatur horum quatuor commune centrum gravitatis.* TAB. 4. fig. 15.

Atque eodem modo quinque aut plurium corporum commune centrum gravitatis definitur.

V. *Corpus unum dicitur alteri directè impingere, cum recta ſecundum quam movetur, per impingentis centrum gravitatis & punctum contactus ducta, ſit ſuperficiei corporis in quod impingitur perpendicularis; aut etiam ſi non in puncto, ſed in linea ſeu ſuperficie ſeſe tangant, cum recta illa ſit huic ſive lineæ ſive ſuperficiei perpendicularis.*

VI. *Obliquè autem ſeu indirectè impingere dicitur, cum prædicta recta ſuperficiei corporis, in quod impingit, non ſit perpendicularis.*

VII. *Corpus perfectè durum appello, quod ictui nequaquam cedit; hoc eſt, quod ne pro minimo tempore figuram ſuam amittit.*

VIII. *Corpus molle eſt, quod ictui ita cedit, ut priſtinam figuram amittat, & nunquam ſe ad eandem reſtituere conatur.*

IX. *Corpus elaſticum eſt, quod ictui aliquantiſper cedit, ſe tamen in priſtinam figuram, ſua ſponte reſtituit.*

X. *Vis elaſtica eſt vis illa, quâ corpus de figura ſua detruſum ſeſe in priſtinam figuram reſtituit.*

XI. *Corpus perfectè elaſticum eſt quod ſe eadem vi in priſtinam figuram reſtituit, quâ ab eâ dimotum eſt.*

THEOR. XX.

Si duo vel plura corpora motu æquabili, ſecundum eandem vel con-

contrarias partes ferantur, commune illorum centrum gravitatis, ante mutuum occurſum, vel quieſcet vel movebitur uniformiter in directum.

TAB. 4. fig. 16. *Caſus primus.* Corpora A & B verſus partes contrarias cum motibus æqualibus tendant, quorum commune gravitatis centrum ſit C. Ob æqualem in utroque corpore motûs quantitatem, erit velocitas corporis A ad velocitatem corporis B ut corpus B ad corpus A; hoc eſt, (ex natura centri gravitatis) ut AC ad BC; unde, cum ſpatia eodem tempore percurſa ſint velocitatibus proportionalia, dum mobile A percurrit longitudinem AC, longitudo BC percurretur à mobili B; adeoque concurrent corpora in puncto C, & in eo puncto erit ipſorum gravitatis centrum tempore concurſûs: ſed & ante concurſum in eodem erat puncto, adeoque in eodem permanſit loco.

Eodem modo, ſi corpora cum æqualibus motibus à puncto C recederent, oſtendetur ipſorum gravitatis centrum quieſcere.

Caſus ſecundus. Si corpora in eadem recta verſus eandem partem, vel inæqualibus motibus verſus contrarias ferantur, illorum commune gravitatis centrum ſemper in eadem recta invenietur. Cum enim corpora uniformiter directè à ſeſe recedant vel ad ſeſe accedant, ipſorum à ſe invicem diſtantia uniformiter augebitur vel minuetur, & proinde corpora à puncto quovis prædictam diſtantiam in data ratione dividente uniformiter recedent, vel ad ipſum uniformiter accedent. Corporum igitur diſtantia à communi gravitatis centro uniformiter augebitur vel minuetur; quod fieri non poteſt, in prædictis caſibus, niſi centrum illud vel quieſcat (ut in primo caſu) vel uniformiter moveatur, ut in præſenti caſu.

Caſus tertius. Moveantur corpora A & B in rectis AC, BD; TAB. 5. fig. 1. ſintque ſpatia à corpore A in æqualibus temporibus percurſa AC, CE æqualia, & ſpatia à corpore B in iiſdem temporibus percurſa BD, DF quoque æqualia: concurrant rectæ AC, BD in G; & fiat ut AC ad BD ita AG ad GH; & jungatur AH, cui per C & E parallelæ ducantur CI, EK; erit AC ad HI ut AG ad GH, hoc eſt, ut AC ad BD; quare eſt HI = BD, & pro-

proinde HB = ID. Similiter eſt CE ad IK ut AG ad GH vel AC ad BD, hoc eſt, ut CE ad DF; quare eſt IK = DF, unde & KF = ID = HB. Sit L commune gravitatis centrum, cum corpora in punctis A & B locantur; ducatur LM ad BD parallela & erunt rectæ AB, AH ſimiliter ſectæ; jungatur GM & producatur; hæc ſecabit parallelas ipſi AH in punctis N & O; in eadem ſcilicet ratione quâ ſecta eſt AH vel AB; ducantur per N & O ad BD parallelæ NP, OQ; hæ ſecabunt CD, EF in eadem ratione quâ ſectæ ſunt CI, EK, hoc eſt in ea ratione quâ ſecta eſt AB in L; ſed L eſt commune centrum gravitatis, cum corpora in A & B reperiantur; quare erit P ipſorum centrum, cum in punctis C & D fuerint, & Q illorum eſt centrum, cum corpora ſint in punctis E, F. Præterea eſt ML ad HB ut AM ad AH, vel ut CN ad CI, ſeu ut NP ad ID; ſed ſunt HB & ID æquales; quare & ML, NP æquales erunt; ſimiliter NP & OQ æquales erunt: cum igitur rectæ ML, NP, OQ æquales ſint & parallelæ, recta per L ducta & ad MO parallela tranſibit per puncta P & Q, & proinde centrum gravitatis ſemper in recta LQ locabitur: præterea (ob parallelas) eſt AC ad CE ut MN ad NO, hoc eſt, ut LP ad PQ; (quare ob AC = CE) erit LP = PQ. Semper igitur in eadem recta eſt corporum commune gravitatis centrum, & in æqualibus temporibus æqualia percurrit ſpatia. Q. E. D.

Caſus quartus. Si corpora non in uno aliquo ſed in diverſis planis moveantur, ipſorum viæ & via communis centri gravitatis reducendæ ſunt ad idem planum, demittendo à punctis viarum ſingulis perpendicula in planum quodvis, & (ſimiliter ac in præcedenti caſu) demonſtrabitur viam centri gravitatis ſic reductam eſſe lineam rectam; cumque hoc in plano quovis ad libitum aſſumpto ſit, neceſſe eſt ut ipſa via ſeu ſemita centri gravitatis corporum ſit linea recta. Q.E.D.

Similiter commune centrum horum duorum corporum & tertii cujuſvis vel quieſcit, vel progreditur uniformiter in linea recta, propterea quod ab ipſo dividitur diſtantia centri communis gravitatis duorum corporum & centri corporis tertii in data ratione. Eodem modo & commune centrum horum trium corporum & quarti cujuſvis vel quieſcit,

vel

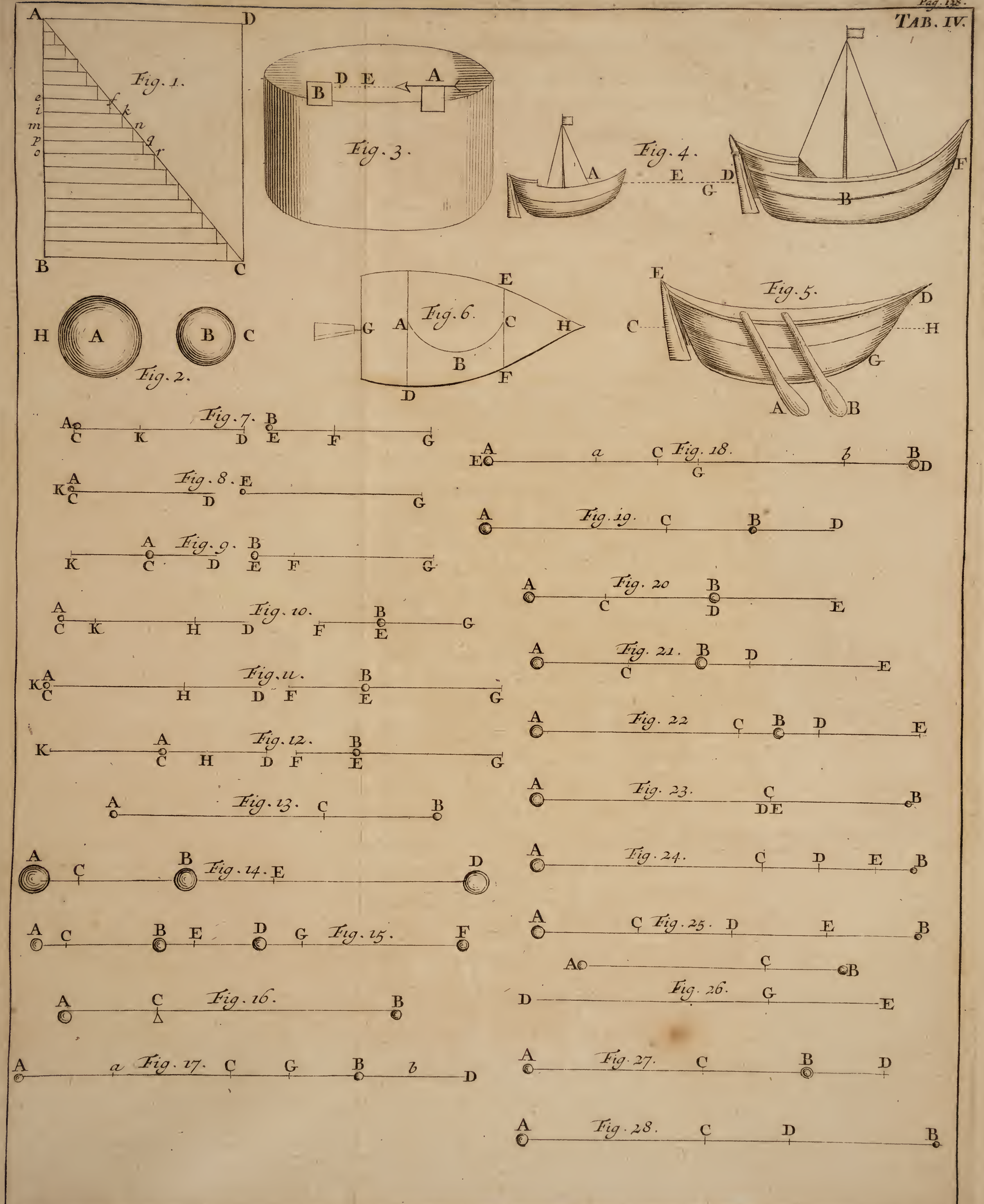
vel progreditur in linea recta, propterea quod ab eo dividitur diſtantia inter centrum commune trium & centrum corporis quarti in eadem ſemper ratione; & ſic de aliis quotcunque corporibus. Q. E. D.

THEOR. XXI.

Si duo corpora, utcunque æqualia vel inæqualia, verſus eandem partem, celeritatibus utcunque æqualibus vel inæqualibus ferantur, ſumma motuum in utroque corpore æqualis erit motui, qui oriretur ſi utrumque corpus cum celeritate communis centri gravitatis latum eſſet.

TAB 4. fig. 17. Sint duo corpora A & B, quorum commune gravitatis centrum ſit C, & utrumque corpus feratur verſus D; dico ſummam motuum in utroque corpore æqualem fore motui; qui produceretur ſi utrumque corpus cum celeritate centri gravitatis C verſus D latum eſſet. Deſcribat enim corpus A in dato quovis tempore longitudinem A*a*, corpus B longitudinem B*b*, & via à gravitatis centro C interea percurſa ſit CG: & (per Theor. 6.) longitudines A*a*, B*b*, CG ſimul deſcriptæ repræſentabunt celeritates corporis A, corporis B, & communis centri gravitatis C reſpective. Per Corol. autem Theor. 3. motus quantitas in quovis corpore eſt ut rectangulum factum ex materia & celeritate, adeoque erit motus in corpore A ut $A \times Aa$; & in corpore B, ut $B \times Bb$; & ſumma motuum erit ut ſumma horum rectangulorum, ſcil. ut $A \times Aa + B \times Bb$. Eſt vero (per Definit. centri gravitatis corporum) BC ad AC ut A ad B, & ut A ad B ita etiam (per eandem definitionem) *b*G ad *a*G; quare erit BC ad AC ut *b*G ad *a*G; unde (per 19. Elementi quinti) BC eſt ad AC, hoc eſt A ad B, ut $BC - bG$ ad $AC - aG$; hoc eſt, ut $CG - Bb$ ad $Aa - CG$; adeoque (per 16. El. 6.) $A \times Aa - A \times CG$ æquale erit $B \times CG - B \times Bb$; & proinde $A \times Aa + B \times Bb$ æquale erit $A \times CG + B \times CG$: ſed duo rectangula $A \times Aa$ & $B \times Bb$ ſunt (uti dictum eſt) ut ſumma motuum in utroque corpore; & duo rectangula ſub A & CG & ſub B & CG erunt ut ſumma motuum qui orirentur, ſi utrumque corpus cum celeritate CG centri gravitatis latum eſſet; unde

TAB. IV.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20
Fig. 21.
Fig. 22
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.

unde erit ſumma motuum in utroque corpore æqualis motui qui produceretur, ſi utrumque corpus cum celeritate communis centri gravitatis latum eſſet. Q. E. D.

Si tria ſint corpora A, B, D, ad eandem partem lata, quorum trium commune gravitatis centrum ſit E; erit ſumma motuum in tribus corporibus æqualis motui orto ex corporibus iiſdem cum velocitate puncti E latis. Sit enim C commune centrum gravitatis duorum quorumvis A & B; erit (per ſuperius demonſtrata) motus in duobus hiſce corporibus æqualis motui, qui orietur, ſi utrumque corpus in unum coaleſcens cum velocitate puncti C latum eſſet; ſed etiam ſumma motuum (ſcil. motus corporum ſic coaleſcentium & motus tertii corporis D) æqualis erit motui, qui fieret, ſi corpus ex duobus coaleſcens una cum corpore tertio D moveretur cum celeritate puncti E; unde liquet in hoc quoque caſu Theorema. TAB. 4. *fig.* 14.

Eadem eſt demonſtratio, ſi corpora non in eadem recta, ſed in parallelis vel etiam in rectis quomodocunque inclinatis moveantur. Sed in hoc caſu notandum eſt celeritatem corporum, qua verſus eandem plagam cum centro gravitatis feruntur, non æſtimari à via quam revera percurrunt, ſed ſolum à via in quam ſecundum directionem centri gravitatis promoventur; *v. g.* ſi duo corpora A & B in rectis A*a*, B*b* ferantur, ſitque CG linea à communi centro gravitatis deſcripta, interea dum corpora percurrunt longitudines A*a*, B*b*, & dimittantur à punctis A, *a*, B, *b*, in rectam CG perpendiculares AF, *ag*, BH, *b*K; ſpatia jam quæ ſecundum directionem puncti C corpora percurrunt non ſunt A*a*, B*b*, quæ ſunt ſpatia abſoluta ab iiſdem deſcripta; verum ſpatium ſecundum quod promovetur corpus A verſus plagam D computandum eſt in recta FD, per longitudinem F*g*; tantum enim & non amplius ſecundum directionem puncti C progreditur. Similiter ſpatium ſecundum quod promovetur corpus B verſus plagam D eſt HK, & per illud ſpatium ejus in recta HD progreſſus æſtimatur; adeoque celeritates corporum quibus verſus eandem partem feruntur ſunt ut rectæ F*g*, HK: eſt præterea A ad B ut BC ad AC, ſeu TAB. 5. *fig.* 2.

(ob æquiangula triangula ACF, BCH) ut HC ad FC; unde ſimiliter procedet demonſtratio ac in primo caſu.

THEOR. XXII.

Si duo corpora verſus contrarias partes ferantur, erit differentia motuum ad partes contrarias factorum, vel, quod idem eſt, ſumma motuum ad eandem partem, æqualis motui qui produceretur, ſi utrumque corpus verſus eandem plagam, cum celeritate communis gravitatis centri, latum eſſet.

TAB. 4. *fig.* 18. Sint corpora A & B quorum gravitatis centrum commune ſit C, & moveatur corpus A ab A verſus D, & corpus B verſus contrariam plagam à B verſus E; ſint ſpatia à corporibus A, B & centro C ſimul deſcripta A*a*, B*b*, CG; hæc (per Theor. 6.) repræſentabunt velocitates corporis A, corporis B & centri gravitatis C reſpective; unde eſt motus corporis A ut A × A*a*, & motus corporis B ut B × B*b*, unde differentia motuum erit A × A*a* — B × B*b*: porro ex natura centri gravitatis, eſt BC ad AC ut A ad B, & ut A ad B ita erit *b* G ad *a* G, quare erit ut BC ad AC ita *b* G ad *a* G; adeoque erit (per 19. El. 5.) BC ad AC, hoc eſt A ad B, ut BC — *b*G ad AC — *a*G, id eſt, erit A ad B ut B*b* + CG ad A*a* — CG; quare erit (per 16. El. 6.) rectangulum ſub A & A*a* — CG æquale rectangulo ſub B & B*b* + CG; hoc eſt, A × A*a* — A × CG = B × B*b* + B × CG; unde erit A × A*a* — B × B*b* = A × CG + B × CG; ſed A × A*a* — B × B*b* eſt (uti dictum eſt) differentia motuum verſus contrarias partes, vel ſumma motuum verſus eandem; & A × CG + B × CG eſt motus emergens, ſi utrumque corpus cum velocitate communis ipſorum centri gravitatis latum eſſet, unde liquet propoſitum.

Cor. 1. Si differentia motuum verſus contrarias partes ſit nihilo æqualis; hoc eſt, ſi in utroque corpore ſint motuum quantitates æquales, cummune gravitatis centrum in hoc caſu quieſcit.

Cor. 2. Si ſint plura corpora, vel omnia verſus eandem vel quædam in contrarias partes lata; ſumma motuum ex omnibus verſus eandem partem eadem erit, ac ſi omnia ad eam partem cum velocitate communis omnium gravitatis centri lata eſſent.

Cor.

Cor. 3. Corporum igitur plurium motus ex motu centri gravitatis æſtimandus eſt; & tantum eorum ſyſtema progreditur vel regreditur, tantum aſcendit vel deſcendit, quantum commune ipſorum gravitatis centrum progreditur vel regreditur, aſcendit aut deſcendit.

THEOR. XXIII.

Si corpora in ſe invicem impingant, vel etiam utcunque in ſeſe agant, communis illorum gravitatis centri ſtatus vel quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, non exinde mutabitur.

Si corpora in ſe invicem impingant, (per Theor. 19.) ſumma motuum verſus eandem partem eadem manet ante & poſt impulſum; ſed (per Theor. 21. & 22.) ſumma motuum ante & poſt impulſum eadem eſt, ac ſi corpora omnia cum velocitate communis gravitatis centri ad eandem cum ipſo partem lata eſſent; quare cum eadem corpora habent motuum ſummas ante & poſt impulſum ſibi invicem æquales, & etiam æquales motui orto ex omnibus ſimul cum velocitate communis gravitatis centri latis, liquet velocitatem communis gravitatis centri ante & poſt impulſum eandem manere. Q. E. D.

Hucuſque leges quaſdam generales ad corporum quorumcunque motus determinandos inſervientes tradidimus: ad alias jam ſpeciales congreſſuum regulas devenimus, quibus ſcil. corpora ſingula poſt occurſum, & mutuum in ſe invicem impactum, motus ſuos continuant, & verſus quas partes, & cum quibus velocitatibus ſingula tendant. Verum ob variam corporum ſtructuram, prout ſcil. elaſtica vi pollent vel deſtituuntur, pro diverſis corporum generibus regulæ congreſſuum diverſæ erunt; & quamvis nullum fortaſſe detur corpus, quod ſit vel perfecte durum, vel perfecte molle, vel perfecte elaſticum, (omnia enim corpora aliquid ex hiſce omnibus fortaſſe in ſe continent) id tamen non impedit, quin qualitates iſtas abſtractione mentis ſeparare poſſimus, & corpus conſiderare tanquam unâ ſolummodo ex hiſce qualitatibus præditum: & motus corporum eo magis ad regulas infra tradendas accedunt, quo magis corpora ipſa ejuſmodi qualitatibus & conditionibus gaudent.

Supponimus hic corpora ab aliis omnibus ita eſſe diviſa, ut eorum motus ab aliis circumjacentibus nec impediantur, nec juventur.

THEOR. XXIV.

Si corpus durum vel molle, corpori duro vel molli directe impingat, ſive illud in quod impingat quieſcat ſive verſus eandem partem tardius moveatur, ſeu demum verſus contrariam, ſintque motus inæquales; utrumque corpus poſt impactum una cum communi gravitatis centro junctim movebitur.

TAB. 4. *fig.* 19. Impingat corpus A in corpus B; quod vel quieſcat, vel verſus eandem plagam tardius, vel verſus contrariam cum minore motu feratur; dico utrumque corpus poſt impulſum eadem celeritate unà cum communi gravitatis centro junctim moveri. Cum enim corpus B non impediatur ab aliis corporibus circumjacentibus, (per legem ſecundam) à vi in ipſum per corpus A impreſſâ movebitur verſus eas partes, in quas ſit virium directio; ſed & junctim movebitur cum corpore A: non enim tardius moveri poteſt, ob corpus inſequens A; non celerius, quia nulla alia, ex hypotheſi, præter impellens A datur hujus motus cauſa; cum alia omnia, ut vis elaſtica & ambiens fluidum, nihil agere ſupponuntur; adeoque poſt impactum cum communi ipſorum centro gravitatis utrumque corpus junctim movebitur. Q. E. D.

Cor. Si corpora ponantur concurrere in D, cum velocitates mobilium ſunt ſpatia ſimul deſcripta, velocitates corporis A, corporis B, & centri gravitatis C ante concurſum erunt ut rectæ AD, BD, CD, reſpectivè; hæ enim longitudines ſimul percurruntur.

PROB. II.

Corporum durorum aut mollium poſt directum impactum determinare motus.

TAB. 4. *fig.* 20. 21. 22. 23. 24. 25. Omnes hujus Problematis caſus eâdem operâ conſtruemus. Sint igitur duo corpora A & B, quorum gravitatis centrum ſit C, ponantur corpora concurrere in D; erunt (per præcedens Corol.) celeritates ante impactum corporis A, corporis

poris B, & communis centri gravitatis C, ut rectæ AD, BD & CD reſpective; fiat jam DE æqualis DC; hæc repræſentabit velocitatem corporum poſt occurſum; hoc eſt, erit velocitas corporis A ante impulſum ad ejuſdem velocitatem poſt, ut AD ad DE; & velocitas corporis B ante impactum, erit ad ejus velocitatem poſt impactum, ut BD ad DE: nam (per Theor. 19.) corpora A & B poſt impulſum una cum centro gravitatis progrediuntur: ſed (per Theor. 18.) celeritas centri gravitatis eadem manet ante & poſt impulſum, & verſus eandem ſemper plagam; quare ſi CD repræſentet ejus celeritatem ante impulſum, DE ipſi CD æqualis ejus velocitatem poſt impulſum exponet; adeoque DE exponet quoque celeritatem corporum A & B quæ unà cum centro C progrediuntur poſt impulſum. Q. E. D.

Cor. 1. Si corpus B quieſcat, coincidet punctum D cum B, ut in 20. figura: & quia B eſt ad A ut AC ad BC vel DE, erit componendo A + B ad A ut AB vel AD ad DE; hoc eſt, velocitas corporis A ante impactum eſt ad ejuſdem velocitatem poſt, ut ſumma corporum ad corpus impingens A. TAB 4. fig. 20.

Exemplum 1. Si A ſit æquale quieſcenti B, erit A + B ad A ut 2 ad 1, adeoque velocitas corporis impingentis erit dupla ipſius velocitatis poſt impactum.

Exemplum 2. Si A ſit ad B ut 1 ad 9, erit A + B ad A ut 10 ad 1; ideoque velocitas poſt impulſum erit tantum pars decima velocitatis ante impulſum.

Exemplum 3. Si B ſit corpus infinite ſuperans A, erit velocitas corporis A poſt impulſum infinite parva, hoc eſt, nulla; nam in eo caſu A reſpectu A + B evaneſcit, & proinde velocitas corporis A poſt occurſum quoque evaneſcit; hoc eſt, ſi corpus in firmum obicem impingat cedere neſcium, poſt impactum quieſcet.

Exempl. 4. Si corpus B ipſi A æquale, ſecundum eandem directionem tardius moveatur, erit DE vel $CD = \frac{AB}{2} + BD = \frac{AB + 2BD}{2} = \frac{AD + BD}{2}$, hoc eſt, erit velocitas poſt impulſum priorum velocitatum ſemi-ſumma. TAB. 4. fig. 21.

TAB. 4. *fig.* 23. *Exempl.* 5. Si corpora cum æqualibus motibus verſus contrarias partes tendant, punctum D coincidit cum C, ut in Theor. 20. demonſtratum fuit; & CD, DE erunt nihilo æquales, hoc eſt, poſt occurſum quieſcet utrumque corpus.

Cor. 2. Hinc demonſtratur falſam eſſe *Carteſianorum* legem, qua eandem ſemper motus quantitatem in univerſo conſervari volunt; nam corpora non elaſtica, verſus contrarias partes cum æqualibus motibus in ſeſe incurrentia, mutuos motus tollunt.

TAB. 4. *fig.* 24. *Exempl.* 6. Si corpora æqualia verſus contrarias partes cum inæqualibus motibus tendant, erit DE vel $CD = CB - BD = \frac{AB}{2} - BD = \frac{AB - 2BD}{2} = \frac{AD - BD}{2}$, hoc eſt, erit velocitas poſt impulſum priorum velocitatum ſemi-differentia.

Hæc omnia ex ſuperiori conſtructione facile fluunt; ſed cum in praxi calculus ſemper adhibendus eſt, generalis hujus Problematis ſolutio per calculum ſic eruitur.

Velocitas corporis A vocetur C; velocitas corporis B ſit c; & ſi corpora ſecundum eandem directionem moveantur, ſumma motuum in utroque verſus eandem plagam erit $AC + Bc$: ſin verſus contrarias partes moveantur, ſumma motuum verſus eandem partem erit $AC - Bc$; ſed (per Theor. 19.) in corporibus omnibus ſumma motuum verſus eandem partem ante & poſt impulſum eadem manet, quare erit corporum poſt impulſum motus vel $AC + Bc$ vel $AC - Bc$, prout corpora ad eandem vel contrarias partes ante impulſum tendunt; datur igitur momentum corporum eâdem velocitate latorum; unde (per dicta in Lect. X.) ipſorum velocitas ſimul innoteſcet; nempe ſi dividatur momentum per ipſa corpora, quotiens exhibebit ipſorum velocitatem ſcil. $\frac{AC + Bc}{A + B}$ vel $\frac{AC - Bc}{A + B}$; & ſi B quieſcat, hoc eſt ſi c ponatur nihilo æqualis, velocitas corporum erit $\frac{AC.}{A + C}$

Cor. 3. Cum velocitas corporis A ante impactum fuerit ut AD, & poſt impactum ejus velocitas ſit CD, erit velocitas amiſſa

amiſſa AC, & proinde motus per ictum amiſſa A × AC.

THEOR. XXV.

Si corpus motum alteri ſive moto ſive quieſcenti directe impingat; ictus magnitudo proportionalis eſt momento ad occurſum deperdito, in corpore, ſi quid ſit, fortiori.

Si enim intelligatur motorum corporum (ſi quid ſit) fortius, vel, ſi momentorum ſint æqualium, utrumvis ut percutiens, alterum ut percuſſum; ictus magnitudo æquipollebit vi à percutiente in percuſſum impreſſæ; ſed vis illa quæ in percuſſum imprimitur à percutiente decidit, (per legem tertiam;) adeoque motus in corpore percutiente amiſſus erit vi in corpus percuſſum impreſſæ, & proinde magnitudini ictus, proportionalis. Q. E. D.

Cor. Ubi æqualia ſunt momenta quæ à corporibus percutientibus decidunt, ibi æquales erunt ictuum magnitudines.

THEOR. XXVI.

Si corpus datum in aliud quieſcens datum directe impingat; ictus magnitudo velocitati impingentis ſemper erit proportionalis.

Impingat corpus datum A in aliud datum quieſcens B, cum velocitate quæ exponatur per AB; deinde impingat idem corpus A in idem quieſcens B, cum alia velocitate DE; hoc eſt, ſit AB ad DE ut prior velocitas ad poſteriorem, & ponantur deinde corporum diſtantiæ AB, DE; quæcunque enim inter ea, initio motus, intercedat diſtantia perinde eſt quoad magnitudinem ictûs; ſitque commune centrum in primo ſitu C, in ſecundo G. Cum corpus A movetur velocitate AB, erit CB ejus velocitas poſt occurſum; & cum motus ante impactum fuit A × AB, motus poſt impactum erit A × CB; & motus amiſſus erit A × AC. Eodem modo ſi corpus moveatur velocitate DE, erit motus amiſſus A × DG, ac proinde ictûs magnitudo cum velocitate AB erit ad magnitudinem ictûs cum velocitate DE, ut A × AC ad A × DG, vel ut AC ad DG: quia autem eſt AC ad BC ut B ad A, erit AC ad AC+BC, hoc eſt AB, ut B ad A+B; & ſimiliter erit B ad A+B ut DG ad DE, quare erit AC ad AB, ut DG ad DE, unde permutando erit AC ad

Tab. 4. fig. 26.

ad DG ut AB ad DE; hoc eſt, erit ictûs magnitudo cum velocitate AB ad magnitudinem ictûs cum velocitate DE ut velocitas AB ad velocitatem DE. Q. E. D.

Cor. Si corpus A in B irrueret, motus amiſſus eſſet A $\times$ AC; ſi vero B in A cum eadem celeritate impingeret, motus amiſſus eſſet B $\times$ BC, quia autem eſt ut A ad B ita BC ad AC, erit A $\times$ AC $=$ B $\times$ BC; adeoque eadem erit quantitas motus per ictum amiſſa, ſive B cum data celeritate impingat in A, ſive A cum eadem velocitate in corpus B incurrat; adeoque eadem in utroque caſu erit ictus magnitudo.

THEOR. XXVII.

Si corpus unum in alterum, ſecundum eandem rectam, ad eandem partem ſegnius latum, directe impingat, eadem erit ictus magnitudo, ac ſi antecedens quieſceret, & inſequens in illud cum velocitatum differentia latum eſſet.

TAB. 4. *fig.* 27. Sint duo corpora A & B verſus eandem partem lata, quorum commune gravitatis centrum ſit C; & ponantur corpora concurrere in D: conſtat ex ſupra traditis velocitates corporum ante impulſum eſſe ut rectæ AD, BD, & proinde velocitatum differentia erit ut AB; utriuſque autem corporis poſt impactum velocitas per CD exponetur, & proinde motus deperditus in corpore A erit A $\times$ AC. Si autem corpus A cum velocitate AB in quieſcens B impingeret, ipſius velocitas poſt occurſum eſſet CB, & motus amiſſus eſſet A $\times$ AC; unde cum in utroque caſu eadem amittitur in percutiente motus quantitas, eadem quoque erit ictus magnitudo.

Cor. Si eadem manet velocitatum differentia, hoc eſt velocitas reſpectiva qua corpora ad ſeſe accedunt; quomodocunque augeatur aut minuatur illorum ſumma, eadem ſemper conſequetur ictus magnitudo.

THEOR. XXVIII.

Si corpora duo motibus contrariis ſibi invicem obviam veniant, ictus magnitudo eadem erit ac ſi unum ipſorum quieſceret & alterum in illud cum velocitatum ſumma impingeret.

TAB. 4. *fig.* 28. Sint duo corpora A & B verſus contrarias partes lata, quorum

rum commune gravitatis centrum ſit c, ſitque d punctum in quo concurrunt: conſtat velocitates corporum a & b eſſe ut rectæ ad, bd; & proinde velocitatum ſumma exponetur per ab: cd autem deſignat ipſorum velocitatem poſt impactum, & proinde motus in corpore a amiſſus erit a × ac. Si autem a in b quieſcens impingeret cum velocitate ab; velocitas poſt impactum eſſet ut cb, & motus amiſſus eſſet a × ac. Cum igitur in utroque caſu eadem motus quantitas amittitur, eadem quoque erit ictus magnitudo. Q.E.D.

Cor. 1. Si igitur eadem maneat velocitatum ſumma, hoc eſt, velocitas reſpectiva corporum a & b qua ad ſe invicem accedunt, quæcunque ſit velocitatum differentia, ſeu quomodocunque velocitas illa inter corpora concurrentia partita ſit, eadem ſemper erit ictus magnitudo.

Cor. 2. Eſt igitur ictus magnitudo in datis corporibus ſemper proportionalis ipſorum velocitati reſpective.

Cor. 3. Corporum in dato ſpatio incluſorum iidem ſunt motus inter ſe, ſive ſpatium illud quieſcat, ſive moveatur uniformiter in directum; nam differentiæ velocitatum quibus corpora tendunt ad eandem partem, & ſummæ quibus ad contrarias partes tendunt, eædem ſunt, ſive ſpatium in quo corpora includuntur quieſcat, ſive moveatur uniformiter in directum; adeoque ictus magnitudines hiſce ſemper proportionales exiſtentes eædem erunt in utroque caſu. Hinc in navi motus omnes eodem modo ſe habent, ſive ea quieſcat ſive moveatur uniformiter in directum. Sic etiam projectorum & percuſſionum Phænomena eadem contingunt omnia apud nos in terra poſitos, ſive cum terra junctim ferantur omnia communi motu, ſive abſit ille communis motus & terra quieſcat; adeoque quæ afferri ſolebant objectiones à projectionibus inæqualibus eadem vi faciendis, prout vel ad orientem vel ad occidentem fierent; atque ab inæqualibus percuſſionibus à tormento bellico globum emittente futuris, prout in has vel illas partes exploſio fieret, & quæ ſunt ejuſmodi, nihil in utramvis partem probant, ſive ad quietem terræ, ſive motum adſtruendum.

Lectio XIV.

SI nulla eſſet elaſticitas, leges, quas in præcedente Lectione de percuſſione corporum durorum propoſuimus, omnibus corporibus perfecte congruerent, & corpora omnia poſt impulſum junctim moverentur ad partes eas, ad quas ante percuſſionem tendebat corpus fortius, hoc eſt, cujus momentum majus erat, & cum ea celeritate quam in ſupradictis legibus determinavimus. Verum cum pauca admodum dentur corpora in quibus non aliquid ineſt elaſticitatis (nam molle lutum, cera, & alia iſtiuſmodi corpora, quaſdam aëris particulas in ſe continent, quæ ipſis virtutem aliquam elaſticam reddere valeant) fit per vim illam elaſticam, ut corpora non junctim poſt impulſum moveantur, ſed à ſeſe reſiliant & diverſa velocitate aliquando ad eandem, aliquando ad contrarias partes moveantur. Ut vero modus & cauſa hujus reſilitionis intelligatur, res exemplo illuſtrari poteſt.

TAB. 5. *fig.* 3. Sit AB filum ſupra planum, in aliqua tamen ab eo diſtantia, extenſum; cujus duæ extremitates AB firmiter figantur, & filum fortiter tendatur: ſi jam trahatur filum per medium ſuum D, extremitatibus fixis manentibus, ad ſitum ACB ita ut punctum ejus D ſit in C, & tunc dimittatur, non manebit filum in ſitu ACB, ſed magna vi in ſitum priorem ſe reſtituere perget; & cum per continuam vis elaſticæ actionem motus ſatis velox in filo genitus eſt, fit ut cum in ſitum ADB pervenerit, in motu ſuo verſus eandem partem perſeverabit, donec vis elaſtica ſeu reſtitutiva ulteriori huic motui continuo renitens, & tandem æquipollens, ipſum deſtruet, & filum cum vi verſus partes C urgebit, adeo ut cum rurſus in ſitum ADB pervenerit, eandem vim habebit ulterius movendi verſus C quam prius habuit tendendi verſus partes E; atque ſic eundo & redeundo continuas vibrationes efficiet.

Ponamus jam corpus F in filum AB irruere: filum per vim ipſi à corpore F illatam ex ſitu ſuo deturbabitur, & punctum ejus D, in quod incurrit corpus F, una cum F verſus C movebitur; qui motus eo uſque continuabitur, donec vis fili reſti-

reſtitutiva motui corporis F contraria ipſi æquipolleat; quod cum ſit, deſtruetur motus omnis verſus C: vis autem hæc elaſtica ulterius agens filum reducet, quod itaque corpus F urgebit, & ipſum eadem velocitate ſecum movebit; ſed (ob fortem quam hic ſupponimus fili tenſionem) eadem vi ſe reſtituet filum qua prius inflexum fuit: at vis qua inflectabatur momento corporis impingentis æquipollebat (nam illud omne in filo flectendo impenſum fuit) adeoque filum ea vi in corpus F agendo, eandem motus quantitatem ipſi reſtituet quæ in flexione inſumpta fuerat; adeoque corpus F, eadem velocitate quâ advenerat, regredietur, atque ſic fiet reflectio.

Ponamus jam loco fili corpus aliquod elaſticum AB, quod fixum & immobile ſupponere primo liceat; & ejus ſuperficies ADB vi corporis ingruentis F introrſum comprimatur: quamprimum vis comprimens, hoc eſt, motus corporis F ceſſaverit, elater vi ſuâ inſitâ in priſtinam figuram ſe reſtituet, & cum ea vi corpus F urgebit verſus E; & ſi corpus utrumvis ſit perfecte elaſticum, vis elateris reſtitutiva vi ipſum comprimenti, hoc eſt, momento corporis F æquipollebit, adeoque cum hac vi in corpus F agens illud cum eadem velocitate, quam prius habebat, retroire coget. Si vero corpus ADBC non ſit fixum, ſed in tali ſtatu ut motus ejus à nullo alio corpore impediatur, vis elaſtica in utroque corpore æqualiter aget, & æquales motuum mutationes producet; nam ſi corpus ADB urget corpus F verſus partem E, illud rurſus à corpore F æqualiter urgebitur ad partem contrariam; & proinde corpora à ſe mutuo reſilient. Atque ſic demonſtravimus qua ratione effectum ſit, ut corpora poſt impulſum non junctim vel quieſcant vel moveantur, ſed à ſe invicem reſiliendo diverſa velocitate contrarias aliquando ineant vias, aliquando eandem. TAB. 5. *fig.* 4.

Carteſiani, qui elaſticitatis vim ad corpora reflectendum neſciebant, aliam plane diverſam tradiderunt reflectionis cauſam: dixerunt enim motum motui non contrarium eſſe, ſed directionem directioni; ideoque corpus unum in aliud incurrens reflecti, quia incurrentis motus non poteſt deſtrui, cum

ſcil. ſecundum ipſos nihil motui contrarietur: at cum directio unius alterius directioni obſtet, incurrens poſt impulſum ad contrarias partes reflecti voluerunt, eadem ſemper manente quantitate motus in percuſſo & percutiente.

Sed facile eſt oſtendere hanc ſententiam nec rationi nec experientiæ congruam eſſe; nam cum momentum ſeu quantitas motus ſit vis ſeu energia illa qua mobile ſecundum directionem ſuam tendit, ſi corpora duo ſibi mutuo directe occurrant, vires ſecundum contrarias plagas impreſſæ contrariæ erunt; adeoque ſi æquales ſint, ſeſe mutuo deſtruent; ſi inæquales, motus qui eſt minoris efficaciæ deſtruetur. Præterea corpus unum in aliud majus quieſcens, vel ſecundum eaſdem partes ſegnius motum, impingens reflectitur; atqui hoc fieri non poteſt ob ſolam directionem directioni contrariam; ſi enim impingat corpus B in aliud majus A, quod vel quieſcit vel verſus eaſdem partes & tardius movetur, cum vis omnis quæ in utroque corpore reperitur tendat verſus C, vis illa nunquam poteſt motum verſus partes contrarias in utrovis corpore dirigere. Nam (per legem ſecundam) motus omnis fit ſecundum lineam qua vis imprimitur; atqui (ex hypotheſi) omnis vis imprimitur ſecundum lineam BC, à B verſus C: quare ſi ſolummodo per vim corporibus inſitam fieret reflectio motus, abſque nova vi, fieret motus ſecundum contrariam plagam ei qua vis imprimitur; quod fieri non poteſt. Non igitur à vi prius impreſſa oritur illa reflectio, ſed à vi elaſtica, qua pollet utrumvis corpus, quæque ſecundum partem utramvis æqualiter agens corpora à ſeſe diſcedere cogit.

TAB. 5. fig. 5.

Præterea, ſi motus motui non eſſet contrarius, multo facilius eſſet corpus ſemel motum in contrarias partes dirigere, quam penitus illud ſiſtere; in priore enim caſu motus corporis in manu reflectentis non recipitur, ſed tantum in contrarias partes vertitur: in poſteriore vero caſu, motus ille omnis in corpus reſiſtens impenditur; quod tamen eſt contra manifeſtam experientiam. Denique, ſi nihil motui contrarium eſſet, ubicunque corpus quodvis in aliud aliquod obſtaculum incurreret, fieret ſemper reflectio, quod tamen experi-

perientiæ repugnat; nam plumbum, lutum, cera & alia corpora elaſticitatis fere expertia, ſi in pavimentum cadunt, non reflectuntur; cum tamen pilæ conflatæ ex lana vel plumis, globuli eburnei, marmorei, vitrei, & alia ejuſmodi corpora magna elaſticitatis vi pollentia, in idem pavimentum demiſſa fortiter reſiliunt: reflectio igitur illa non è motu qui utrique corpori communis eſt, ſed ab elaſticitate, quæ ſolis reflectentibus peculiaris eſt, provenit. Quod erat oſtendendum.

Sed quærent fortaſſe *Carteſiani*, quo pacto innoteſcit globos eburneos, vitreos, marmoreos, & alia reflectentia corpora, quæ duriſſima eſſe videantur, elaſticitate pollere: reſpondeo illorum elaſticitatem poſſe exinde concludi, quod cum percutiuntur tinnitum edunt, qui à vibrationibus corporis percuſſi oritur, eodem modo quo filum tenſum ſuis vibrationibus undulationem aëris efficit; & proinde minime dubium eſt, quin corpora illa elatere aliquo prædita ſint. Atque hoc quidem argumentum corporum vim elaſticam probabilem reddit; ſed aliud eſt argumentum, quo res hæc demonſtrative probatur.

Sint enim duo globi vel eburnei vel vitrei, & ſi globorum figuræ eſſent perfecte ſphæricæ, in uno tantum & indiviſibili puncto ſeſe tangerent; ſed hoc nulla arte humana fieri poteſt: tam prope tamen ad figuras ſphæricas poſſunt perduci, ut ſeſe in puncto Phyſico, hoc eſt, in parte viſibili minima tangant. Si jam unius globi ſuperficies atramento (aut quovis colore qui facile detergi poteſt) inficiatur, & alter in ipſum quieſcentem impingat, experimento conſtat, non punctum tantum phyſicum globi incurrentis, poſt impulſum, alterius colore tingi, ſed partem ejus ſuperficiei ſatis magnam; atqui hoc fieri non poteſt niſi ipſorum ſuperficies per ictus vim mutatæ fuerint: poſt reflectionem autem utrumque globum priſtinam figuram recuperare deprehendimus; quare globi hi habent vim elaſticam qua ſeſe in priſtinam figuram per ictum deformatam reſtituere valent. Q. E. D. Sequuntur jam regulæ motus pro corporibus elaſticis.

THEOR. XXIX.

Si duo corpora perfecte elaſtica in ſe invicem impingant, eadem manebit ipſorum velocitas relativa ante & poſt impactum; hoc eſt, corpora perfecte elaſtica eadem celeritate à ſeſe mutuo poſt ictum recedent, qua prius ad ſe invicem accedebant.

Nam (per Cor. Theor. 27.) vis compreſſiva ſeu ictus magnitudo in datis corporibus oritur à velocitate corporum relativa, & ipſi eſt proportionalis; & (per Def. 11.) corpora perfecte elaſtica eadem vi ſeſe in priſtinam figuram reſtituunt, qua compreſſa fuere; hoc eſt, vis reſtitutiva æqualis eſt vi compreſſivæ, ac proinde vi qua corpora ad ſeſe accedebant ante impactum æquipollet: ſed per vim hanc reſtitutivam coguntur corpora à ſe invicem diſcedere; unde vis hæc in eadem corpora agens producet velocitatem relativam æqualem ei quam prius habebant, ſeu faciet ut corpora eâdem velocitate à ſe invicem recedant qua prius acceſſere. Q. E. D.

Cor. Æqualibus igitur temporibus ante & poſt impulſum ſumptis, æquales erunt corporum à ſe invicem diſtantiæ, & proinde æquales quoque erunt in iiſdem temporibus diſtantiæ corporum à communi gravitatis centro.

Ex hoc corollario regulæ congreſſuum in corporibus perfecte elaſticis facile eruuntur, quod igitur in ſequenti problemate præſtandum eſt.

PROBL. III.

In corporibus perfecte elaſticis & directe impingentibus regulas congreſſuum determinare.

Omnes hujus problematis caſus eâdem operâ conſtructos
TAB. 5. dabimus. Sint A & B duo corpora perfecte elaſtica, quorum
fig. 6. 7. 8. commune gravitatis centrum ſit C, & ponantur corpora
9. 10 11.
12. 13. 14. concurrere in D, ac fiat CE æqualis CD: dico poſt concur-
15. 16. ſum rectam EA exponere velocitatem corporis A ab E verſus A, & rectam EB exponere velocitatem mobilis B ab E verſus B.

Dem. Cum (per Theor. 23.) commune corporum gravitatis centrum ante & poſt impulſum eadem ſemper velocitate

citate uniformiter progrediatur, in tempore æquali ei quo percurritur à corpore A longitudo AD, vel à centro gravitatis C longitudo CD; poſt impulſum ab eodem C percurretur longitudo DK ipſi DC æqualis; fiat K*a* æqualis CA: & cum (per Cor. præcedentis Theor.) æqualibus temporibus ante & poſt impactum ſumptis, æquales ſemper ſint corporum à communi gravitatis centro diſtantiæ; eodem temporis puncto quo commune gravitatis centrum eſt in K, corpus A reperietur in *a*, adeoque poſt impulſum erit ipſius motus à D verſus *a*, & ejus velocitas erit ut recta D*a*, quæ ab ipſo in eo tempore percurritur; ſed ob CE æqualem rectæ CD vel KD, & CA æqualem K*a*, erit rectarum CE, CA differentia æqualis differentiæ rectarum KD, K*a*, hoc eſt, erit EA æqualis D*a*: ſed recta D*a* denotat corporis A velocitatem poſt impulſum, quare ejus velocitas per rectam EA quoque denotabitur; præterea cum velocitas corporum relativa ante & poſt impulſum eadem maneat, & recta EA denotet velocitatem mobilis A, velocitas mobilis B poſt impulſum neceſſario per rectam EB denotabitur; ab E ſcil. verſus B. Q. E. D.

Cor. 1. Si corpus B quieſcat, coincidet punctum D cum B: & quia eſt B ad A ut AC ad CB, erit componendo B & A ſimul ad A ut AB ad CB; unde duplicando conſequentes erit B & A ſimul ad 2 A, ut AB ad 2 CB vel EB; hoc eſt, ut corporum aggregatum ad duplum corporis impingentis, ita celeritas impingentis ante contactum ad celeritatem prius quieſcentis poſt contactum. TAB. 5. *fig.* 6 7. 8.

Cor. 2. Adeoque ſi A & B æqualia ſint, erit A & B = 2 A, unde EB celeritas corporis B poſt contactum erit æqualis AB celeritati corporis A ante contactum; & proinde coincidente puncto E cum puncto A, erit AE velocitas mobilis A poſt impulſum nihilo æqualis; quod etiam facile ſic oſtenditur: ob corpora A & B æqualia, erit AC = CB = CD = CE, quare coincidit punctum E cum A, & proinde mobile A poſt impulſum quieſcet, & corpus B poſt impulſum movebitur cum celeritate EB vel AB. Si igitur corpus elaſticum in alterum quieſcens & æquale impingeret, poſt contactum quieſcet impingens, TAB. 5. *fig.* 6.

&

& quieſcens cum prioris celeritate movebitur.

TAB. 5. *fig.* 9. *Cor.* 3. Si corpora A & B æqualia verſus eandem partem ferantur poſt contactum ad eandem quoque partem ferentur, celeritatibus permutatis, nam ob CE = CD & AC = CB erit CE − AC, hoc eſt EA = CD − CB ſeu BD; adeoque velocitas corporis A poſt impactum æqualis erit velocitati mobilis B ante impactum: præterea quia EA = BD erit EB = AD, & proinde velocitas corporis B poſt contactum, prioris A velocitati ante occurſum æqualis erit.

TAB. 5. *fig.* 13. *Cor.* 4. Si corpora A & B æqualia ad contrarias partes ferantur, poſt impulſum ad contrarias partes recedent, celeritatibus permutatis. Nam ob AC = CB & CE = CD erit AC − CE, hoc eſt, AE = CB − CD ſeu BD, adeoque velocitas corporis A poſt impactum æqualis erit velocitati corporis B ante impactum: præterea ob EA = BD erit AD = EB; ſed AD erat velocitas corporis A ante occurſum, & EB eſt velocitas corporis B poſt occurſum, unde liquet corollarium.

Quoniam in praxi calculus ſemper eſt adhibendus, convenit ut modus tradatur, quo celeritates corporum elaſticorum poſt impulſum ſunt inveſtigandæ, & ad numeros reducendæ; & quidem facile eſſet, ad modum ſuperiorum corollariorum, omnes particulares caſus ex generali expoſita conſtructione ad numeros revocare; facillime autem generalis calculus ſic eruitur.

TAB. 5. *fig.* 17. Ponamus primo corpora A & B verſus eandem partem moveri; ſitque C velocitas inſequentis A, præcedentis vero B velocitas ſit c; unde velocitas corporum relativa erit $C - c$, & ſumma motuum verſus eandem partem $AC + Bc$: velocitas corporis A poſt impactum verſus eandem, qua prius, plagam vocetur x; & quia eadem manet corporum velocitas relativa ante & poſt impactum, velocitas corporis B erit $x + C - c$; eſt enim velocitas corporum relativa æqualis exceſſui velocitatis qua velocitas corporis celerioris ſuperat velocitatem tardioris, adeoque exceſſus ille debet eſſe $C - c$; cum vero velocitas corporis A ſit x, erit ejus motus verſus plagam $D = Ax$; & cum velocitas corporis B ſit

$x +$

$x + C - c$, erit ejus motus verſus eandem partem $Bx + BC - Bc$; & horum motuum ſumma æqualis erit ſummæ priorum motuum, hoc eſt, erit $Ax + Bx + BC - Bc = AC + Bc$; unde reducendo hanc æquationem, erit $Ax + Bx = AC - BC + 2Bc$; & $x = \frac{AC - BC + 2Bc}{A + B} =$ Velocitati corporis A. Porro velocitas corporis B eſt $= x + C - c = \frac{AC - BC + 2Bc}{A + B} + C - c = \frac{AC - BC + 2Bc + AC + BC - Ac - Bc}{A + B} = \frac{2AC - Ac + Bc}{A + B}$.

Si BC ſit major quam $AC + 2Bc$, erit x ſeu $\frac{AC - BC + 2Bc}{A + B}$ quantitas negativa, adeoque velocitas corporis A erit verſus contrariam partem, & ejus motus verſus D erit negativus. Si corpus B quieſcat, hoc eſt, ſi ſit $c = 0$, erit velocitas corporis A poſt impulſum $+ \frac{AC - BC}{A + B}$, prorſum aut retrorſum prout ſignum + aut − prævaluerit.

Si corpora A & B celeritatibus C & c, verſus contrarias partes lata, ſibi mutuo directe impingant, erit ipſorum motus verſus eandem partem $AC - Bc$; & velocitas corporum relativa erit $C + c$. Sit jam x velocitas corporis A poſt impactum; erit ejus motus verſus eandem qua prius plagam Ax, & velocitas corporis B erit $x + C + c$, (nam velocitas corporum relativa per ictum non mutatur) & motus in corpore B verſus D erit $Bx + BC + Bc$; unde ſumma motuum in eaſdem partes erit $Ax + Bx + BC + Bc$ quæ (per Theor. 14.) æqualis erit $AC - Bc$, adeoque erit $Ax + Bx = AC - BC - 2Bc$, & $x = \frac{AC - BC - 2Bc}{A + B}$ & velocitas corporis B erit $\frac{AC - BC - 2Bc}{A + B} + C + c = \frac{AC - BC - 2Bc + AC + Ac + BC + Bc}{A + B} = \frac{2AC + Ac - Bc}{A + B}$.

Si $BC + 2Bc$ ſit major quam AC, erit motus corporis A retrorſum, verſus contrariam ſcil. partem, in quo caſu erit x ſeu $\frac{AC - BC - 2Bc}{A + B}$ quantitas negativa.

Corporum durorum leges primus quod ſciam recte tradidit *Johannes Walliſius* hujus Academiæ in Cathedra Geometriæ *Savilianus* celeberrimus Profeſſor, in Actis Philoſophicis numero 43. ubi etiam primus veram cauſam reflectionum in aliis corporibus aperuit, & has ab elaſticitate proficiſci docuit. Poſtea, non longo temporis intervallo, clariſſimi Viri Dom. *Chriſtophorus Wren* tunc temporis in hac Academia Aſtronomiæ Profeſſor *Savilianus*, & Dom. *Chriſtianus Hugens*, leges quas obſervant corpora perfecte elaſtica, Societati Regiæ *Anglicanæ* ſeorſim impertivere, & eandem prorſus conſtructionem dederunt, quamvis uterque quid ab altero factum de hac re fuit, inſcius erat. Cum autem illi conſtructiones & leges motûs abſque demonſtratione in Philoſophicis Actis conſignarunt; placuit hanc ipſorum elegantem admodum conſtructionem exinde depromere & demonſtrare.

Non diſſimili methodo conſtruitur problema in corporibus quidem elaſticis, ſed quæ non ſe reſtituunt vi æquali ei qua comprimuntur. Sint enim duo quæcunque corpora
TAB. 5. A & B, quorum commune gravitatis centrum ſit C; ſecen-
fig. 18. 19. tur AC, BC ita in *a* & *b*, ut AC ſit ad *a* C & BC ad *b* C, ut vis elaterem comprimens ad vim qua elater ſe reſtituit; fiatque CE æqualis CD, erit E *a* velocitas corporis A poſt impulſum ab E verſus *a*, & E *b* erit velocitas corporis B ab E verſus D.

Quod ſi vis reſtitutiva æqualis ſit vi compreſſivæ, coincidet punctum *a* cum A, & conſtructio redit ad priorem. Demonſtratio facilis eſt præcedentem intelligenti, nec opus eſt ut apponatur.

THEOR. XXX.

TAB. 5. *Si mobile* A *in recta* AB *uniformiter moveatur; & interea re-*
fig. 20. *cta linea illa* AB, *ſibi ſemper parallela, motu etiam æquabili deferatur ſecundum directionem ad* AC *parallelam; ſitque velocitas mobilis* A *ad velocitatem lineæ* AB *ut* AB *ad* AC, *& compleatur parallelogrammum* ABDC, *cujus diagonalis ſit* AD; *erit hæc vera linea à mobili* A *motu ſuo deſcripta.*

Cum linea AB ad ſitum *ab* pervenerit, ſit *g* locus mobilis A, & quia (per Theor. 6.) ſpatia ſimul deſcripta ſunt

ut

ut velocitates, erit *ag* longitudo à mobili A percurſa ad A*a* longitudinem à linea AB percurſam, ut velocitas mobilis A ad velocitatem rectæ AB, hoc eſt, (ex hyp.) ut AB ad AC; unde parallelogrammum *a* G ſimile erit parallelogrammo CB, & proinde (per 24. El. 6.) punctum *g* in diagonali AD locabitur; hoc eſt, corpus A ſemper in recta AD reperietur, adeoque hæc linea ab illo percurretur. Q. E. D.

Cor. 1. Eodem tempore deſcribitur à mobili A linea AD, quo abſque motu ſecundum AC lineam AB percurreret; aut quo abſque motu ſecundum AB deſcriberet rectam AC.

Cor. 2. Cum mobile ideo in recta AD deferatur, quod præter motum proprium participat quoque de motu loci ſui ſeu rectæ AB, & motus ejus ex utroque compoſitus ſit; ſi mobile aliquod duos motus ſecundum directiones AB, AC ſimul impreſſos habeat, ſintque motus illi vel vires à quibus producuntur ut rectæ AB, AC, erit AD linea deſcripta à mobili quod à duabus hiſce viribus motus impreſſos recepit; & ejus vis, qua in recta AD fertur, erit ad priores ſecundum AB, AC ut diagonalis AD ad latera parallelogrammi AB, AC.

Cor. 3. Hinc è converſo, ſi mobile cum vi ut AD percurrat rectam AD, idem erit motus & ſecundum eandem directionem, ac ſi initio motus ſimul impelleretur à duabus viribus, rectis AB, AC proportionalibus, ſecundum directiones ab A ad B & ab A ad C: atque hinc motus quivis, etſi in ſe ſimplex, tanquam ex pluribus motibus compoſitus conſiderari poteſt; & vires quælibet in alias plures ſecundum diverſas directiones agentes reſolvi poſſunt.

THEOR. XXXI.

Si Corpus A *in firmum obicem* DC *oblique impingat, erit energia percuſſionis, ſeu magnitudo ictûs obliqui, ad magnitudinem ictûs quem produceret idem corpus eadem celeritate perpendiculariter impingens, ut ſinus anguli incidentiæ* ACD *ad radium.* TAB. 5. fig. 21.

Ab A in obicem demittatur perpendicularis AD, ſi ſuperficies obicis ſit plana; vel ſi curva, demittatur perpendicu-

 laris

laris in planum tangens obicem in puncto incidentiæ, & c compleatur rectangulum DB. Jam (per Corol. 3. præcedentis) motus corporis A ut AC in recta AC æquipollet duobus motibus ſimul impreſſis ſecundum directiones AB, AD, qui ſunt ad motum in AC ut rectæ AB, AD ad AC: ſed motui in recta AB nullo modo reſiſtit obex DC, cum enim AB ſit ad DC parallela, corpus in recta AB motum in obicem DC nunquam impinget; vis igitur, qua impingit in obicem, eſt ut recta AD: eſt itaque vis corporis A in recta AC ad vim qua impingit in obicem, ut AC ad AD: ſed ſi perpendiculariter cum vi ut AC impegiſſet in eundem, ictus magnitudo per AC repræſentaretur, motus enim totus per obicem deſtrueretur: quare erit magnitudo ictus obliqui ad magnitudinem ictus perpendicularis ut AD ad AC; hoc eſt, poſito AC radio, ut ſinus anguli incidentiæ ad radium.

THEOR. XXXII.

Si corpus perfecte elaſticum in firmum obicem oblique impingat, ab illo ita reflectetur, ut angulo incidentiæ æqualis fiet angulus reflectionis.

TAB. 5. *fig.* 22. Incidat corpus A perfecte elaſticum in firmum obicem oblique ſecundum lineam AB; dico corpus illud cum eadem celeritate ita in recta BC reflecti, ut angulo incidentiæ ABD æqualis ſit angulus reflectionis CBF. Recta AB exponat motum corporis A in directione AB. Per. Corol. 3. Theor. 30. reſolvitur hic motus in alios duos ſecundum directiones AE, AD, ad quos motus in AB eſt ut AB ad AE, AD; ſed cum AE ſit ad ſuperficiem obicis parallela, & AD ad ipſum, vel ſaltem ad planum obicem in B tangens, perpendiculares; vis illa, qua impingit in obicem, eſt ea ſolummodo quæ eſt ut AD, ſecundum directionem ad obicem perpendicularem agens: fiat jam BE æqualis & parallela ipſi AD, & BF æqualis DB vel AE, & compleatur rectangulum EF; quod erit per omnia ſimile & æquale rectangulo DE. Cum igitur motus ut AE ſecundum directionem ad obicem parallelam per ictum non deſtruatur, quippe huic motui obex non eſt contrarius, poſt impulſum ad B permanet in corpore vis ut

ut AE vel BF movendi ſecundum directionem BF: ſed ex natura elaſticitatis, corpus cum vi ut EB ſecundum directionem EB in obicem impingens, eadem vi ſecundum eandem directionem reflectitur; motus igitur corporis ad punctum incidentiæ B componitur ex motu ut BF ſecundum directionem BF, & motu ut BE ſecundum directionem BE; quare (per Corol. 2. Theor. 30.) corpus in recta BC cum vi ut BC movebitur: ſed ob AD, CF æquales & parallelas, item ob DB, BF & angulos ad D & F æquales, erit angulus CBF æqualis angulo ABD, hoc eſt, angulo incidentiæ æqualis erit angulus reflectionis. Q. E. D.

PROBL. IV.

Corporum oblique impingentium poſt occurſum determinare motus.

Moveantur corpora quæcunque A & B in lineis ad ſe invicem inclinatis AC, BC, quarum longitudines reſpective exponant velocitates corporum A, B; recta EFC repræſentet planum à quo tanguntur corpora in puncto concurſus; in quod ab A & B demittantur perpendiculares AE, BF, quæ exponant velocitates quibus corpora ad ſe invicem accedunt. Compleantur rectangula EG, FH. Per Cor. 3. Theor. 30. motus corporis A reſolvitur in duos alios ſecundum directiones AG, AE, ad quos motus in AC eſt ut AC ad AG, AE reſpective; ſimiliter motus corporis B reſolvitur in duos alios ſecundum directiones BF, BH; ad quos motus in BC eſt ut BC ad BF, BH reſpective: cum vero AG, BH ſint parallelæ, velocitatibus quibus ſecundum has directiones moventur corpora, in ſe invicem non impingent; adeoque motus ſecundum haſce directiones per impactum non mutabitur; velocitates igitur quibus corpora in ſe mutuo incurrunt, ſunt ut AE vel GC & BF vel HC: Corporum igitur A, B cum velocitatibus GC, HC in ſe mutuo directe incurrentium (per Probl. 2. ſi corpora dura ſint, vel per Probl. 3. ſi elaſtica) determinentur motus; ſitque CL velocitas corporis A à C verſus L poſt impactum, orta ex velocitatibus GC, HC: Cumque, ut oſtenſum eſt, maneat in corpore vis movendi ſecundum directionem ad AG parallelam cum velocitate ut TAB. 6. fig. 1.

AG, fiat CM æqualis AG, & compleatur rectangulum LM; in hujus diagonali CN movebitur corpus A poſt impactum cum velocitate ut CN, ut patet (per Corol. 2. Theor. 30.) Et ſimiliter determinabitur motus corporis B poſt impulſum. Q. E. F.

THEOR. XXXIII.

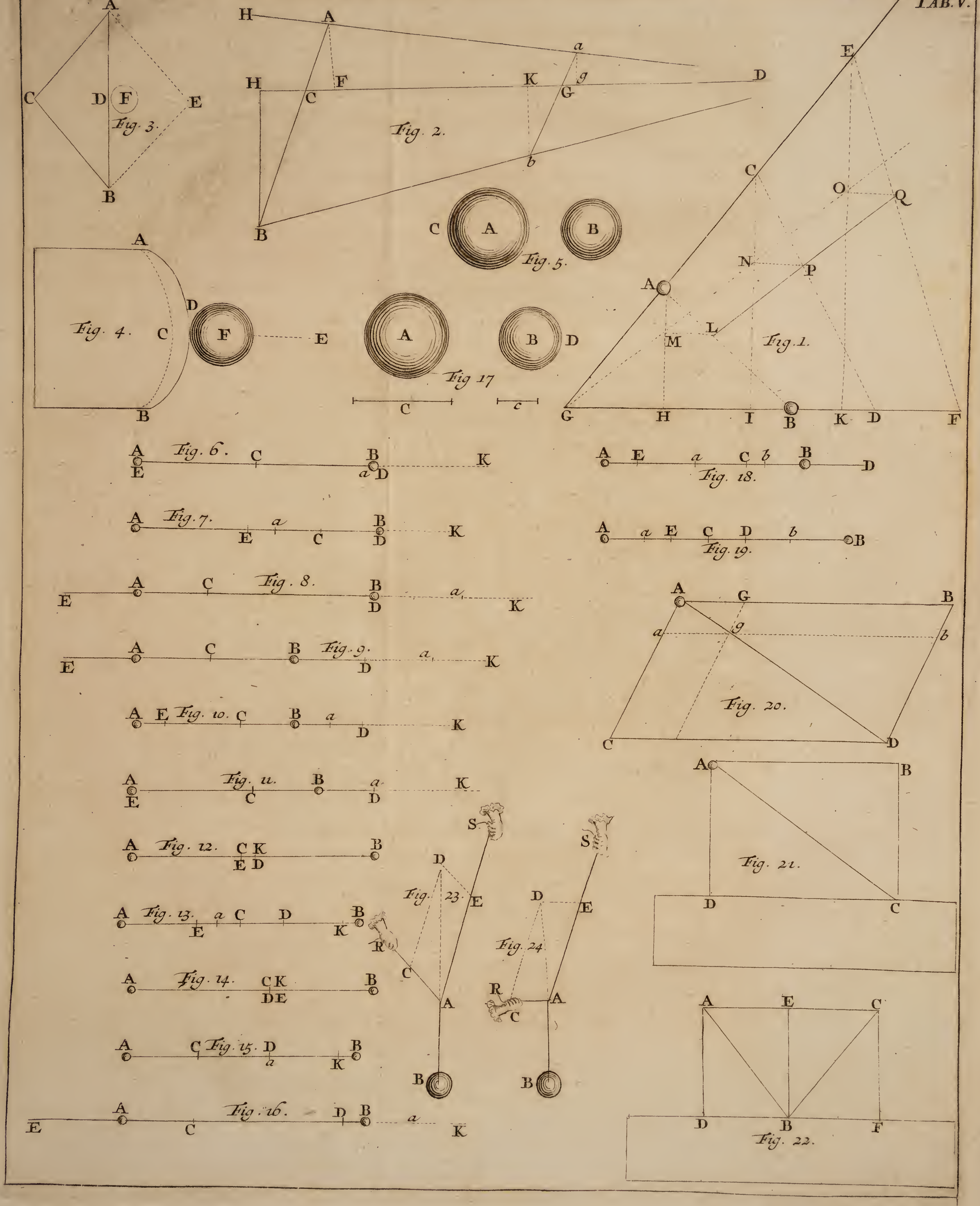
TAB. 6. fig. 2. *Si mobile* A *à tribus potentiis ope trium filorum trahatur, vel alio quocunque modo urgeatur ſecundum directiones* AB, AE, AC, *ita ut hæ tres potentiæ ſibi mutuo æquipolleant, hoc eſt, ut binæ quævis alterius effectum deſtruant, & corpus per nullam ipſarum moveatur; potentiæ illæ inter ſe eandem rationem habebunt cum rectis tribus ad ipſarum directiones parallelis & à mutuo concurſu terminatis.*

Exponat AD potentiam ſeu vim qua mobile A urgetur ab A verſus B; vis huic æquipollens ſeu æqualis & corpus contrarie ab A verſus D urgens etiam per AD exponetur; ſed (per Cor. 3. Theor. 30.) vis ab A verſus D corpus impellens æquipollet duabus ſecundum directiones AC, AE agentibus, ad quas vis prior ab A verſus D agens, eſt ut AD ad AC, AE, vel ad AC, CD reſpective; & viciſſim vires ſecundum rectas AC, AE agentes, & vi corpus ab A verſus D urgenti ſimul æquipollentes, debent eſſe ad vim eandem ſecundum AD ut AC & AE vel CD ad AD; quare etiam vires ſecundum rectas AC, AE agentes, & æquipollentes vi qua corpus ab A verſus B urgetur, ejuſque effectum deſtruentes, debent eſſe ad eandem, ut AC, CD ad AD; hoc eſt, ſi idem mobile à tribus potentiis ſibi mutuo æquipollentibus ſecundum directiones AB, AC, AE urgeatur, erunt hæ tres potentiæ ut rectæ AD, AC, AE reſpective. Q. E. D.

Cor. 1. Cum in triangulo quovis latera ſint ut ſinus angulorum oppoſitorum, erit AC ad CD ut ſinus anguli ADC vel DAE ad ſinum anguli DAC; unde quævis duæ potentiæ erunt inter ſe reciproce ut ſinus angulorum, quos lineæ directionum cum linea directionis tertiæ potentiæ continent. Eſt præterea AD ad AC ut ſinus anguli C vel AED ad ſinum anguli CDA vel DAE; & ſimiliter potentia ſecundum AB agens

eſt

TAB. V.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig 17
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.

eſt ad potentiam ſecundum AE, ut ſinus anguli AED ad ſinum anguli ADE vel CAD.

Cor. 2. Si pondus B duæ potentiæ R, S filorum ope ſecundum rectas AR, AS trahentes ſuſtineant, punctum A à tribus potentiis urgetur, quarum duæ ſecundum directiones AR, AS agunt, & altera eſt vis gravitatis ponderis B, agens ſecundum rectam AB ad terram perpendicularem; unde erit potentia R ad vim gravitatis ut AC ad AD, vel ut ſinus anguli DAE ad ſinum anguli DEA vel CAE; & potentia S erit ad vim gravitatis ut EA ad AD, vel ſinus anguli CAD ad ſinum anguli DEA vel CAE, & potentia R erit ad S potentiam ut ſinus anguli EAD ad ſinum anguli CAD. TAB. 5. *fig.* 23. 24.

Theorema hoc cum ſuis corollariis eſt fundamentum totius Mechanicæ novæ, quam Dominus *Varignon* edidit, & ab ipſo etiam immediate conſequuntur pleraque theoremata mechanica, quæ in eximio opere *Jo. Alphonſi Borelli* de Motu animali continentur; ejus enim ope vires muſculorum æſtimari poſſunt.

THEOR. XXXIV.

Si Grave B *plano inclinato incumbat, & à potentia* R *ſecundum directionem plano parallelam agente ſuſtineatur, nec in plano illo deſcendat; potentia* R *erit ad pondus corporis* B *ut ſinus anguli inclinationis ad radium.*

Per punctum ubi Grave plano incumbit, ducatur ad communem ſectionem plani & Horizontis perpendicularis AC, à cujus puncto quovis A demittatur in planum horizontis perpendicularis AD, & jungatur CD: erit (per Def. 6. El. 11.) ACD angulus inclinationis plani & horizontis, cujus ſinus eſt AD poſito CA radio. Dico jam AC eſſe ad AD ut pondus corporis A ad potentiam R. Corpus enim B à tribus potentiis ſecundum diverſas directiones agentibus, & ſibi mutuo in æquilibrio poſitis urgetur; quarum prima eſt vis gravitatis ſecundum directionem BE ad CD perpendicularem agens, ſecunda eſt potentia R corpus trahens ſecundum directionem BR ad AC parallelam, tertiæ autem potentiæ ſupplet vicem reſiſtentia ſeu contranitentia plani ſecundum lineam FBH ſibi TAB. 6. *fig.* 3.

per-

perpendicularem agens; nam reactio actioni ſemper eſt æqualis, & fit in plagam contrariam: cumque planum perpendiculariter à mobili prematur ſecundum directionem BF, planum æqualiter reaget in corpus ſecundum directionem BH, & contranitentia illa æquipollet potentiæ ſecundum BH mobile urgenti: cumque hæ tres potentiæ ſint ſibi mutuo in æquilibrio & mobile ab ipſis ſuſtineatur, ſi ducatur FG ad EB parallela rectæ AC occurrens in G, erit potentia R ad vim gravitatis ut BG ad FG (per præcedens Theor.) Sed ob triangulum CFG rectangulum, & demiſſam in baſin CG perpendicularem FB, eſt (per 8. El. 6.) ut BG ad FG ita FG ad GC, & ut FG ad GC ita (per 4. El. 6.) erit AD ad AC; quare eſt potentia R ad vim gravitatis ut AD ad AC, vel ut ſinus inclinationis plani ad radium. Potentia igitur aliqua poteſt Grave in plano inclinato ſuſtinere, modo potentia illa ſit ad pondus Gravis, ut ſinus inclinationis plani ad radium. Q. E. D.

Cor. 1. Cum potentia R impediat deſcenſum Gravis in plano AC, & ejus momento, quo in illo deſcendere nititur, æquipolleat; ſequitur Gravis cujuſque vim deſcendendi in plano inclinato eſſe ad vim qua deſcendere conatur in perpendiculo, ut ſinus inclinationis plani ad radium.

Cor. 2. Hinc etiam plani inclinatio talis aſſignari poteſt, ut ſuper illud, quantulacunque potentia pondus quodcunque magnum ſuſtinere vel etiam elevare poterit.

LECTIO XV.

De Deſcenſu Gravium in Planis Inclinatis & Pendulorum Motu.

PEractis iis quæ ad motum generaliter ſpectant, ad eos jam devenimus qui ex datis viribus oriuntur motus; in quibus exponendis & Phænomenis inde ortis recenſendis præcipue verſatur vera Phyſica. Ut igitur à ſimpliciſſimis ordiamur, imprimis conſideranda venit vis illa, quæ uniformiter, hoc eſt ubique eodem tenore, verſus eandem ſemper plagam dirigitur, qualis vulgo ſupponitur eſſe vis Gravita-

vitatis: quamvis enim certum ſit, Gravitatis vim non ubique eandem eſſe, ſed in diverſis à centro Terræ diſtantiis, quadratis diſtantiarum reciproce eſſe proportionalem; cum tamen diverſæ altitudines ad quas gravia à nobis projecta perveniunt, exiguæ admodum ſint præ ingenti illa à telluris centro diſtantia, in tantilla hac altitudinum differentia, eandem ubique eſſe Gravitatis vim, tuto & abſque minimo ſenſibili errore, ſupponi poteſt.

De motu itaque Gravium in hoc loco agendum eſt: Motum autem illum peragi ſupponimus, vel in planis ad Horizontem inclinatis, vel in ſuperficiebus curvis, quales ſunt ſphæricæ & cycloidicæ; vel in ſpatiis denique liberis & non reſiſtentibus, de quibus ſequentia dabimus Theoremata.

THEOR. XXXV.

Deſcenſus Corporis Gravis, ſuper plano quovis inclinato, eſt motus æquabiliter acceleratus. Eſtque velocitas quam Grave ſuper plano inclinato, in dato quovis tempore è quiete decidens, acquirit, ad Velocitatem à Gravi perpendiculariter cadente eodem tempore acquiſitam, ut altitudo plani ad ejus longitudinem.

Sit planum inclinatum AB ſuper quo deſcendat Grave D. TAB. 6. *fig.* 4. Per Corol. primum. Theor. 34. eſt vis qua deſcendere conatur Grave, ſuper plano quovis inclinato, ad vim abſolutam Gravitatis, qua ſc. in perpendiculo deſcenderet, in conſtanti ratione, quæ eſt ſinus inclinationis plani ad radium, ſeu ut altitudo plani ad ejuſdem longitudinem; adeoque cum eadem maneat vis abſoluta Gravitatis corporis D, eadem quoque manebit vis qua ſuper plano AB deſcendere conatur. Vis igitur illa eodem ſemper tenore in Grave D aget; adeoque ſimiliter applicata, per legem ſecundam, æqualia ſemper velocitatum incrementa ſuperaddet; haud ſecus ac fit in Gravibus in perpendiculo cadentibus. Eſt igitur deſcenſus Gravium in plano inclinato motus uniformiter acceleratus. Q. E. D.

Porro Incrementa Velocitatum Gravium in perpendiculo & in plano inclinato cadentium, quæ eodem tempore inde-

finite exiguo producuntur, ſunt ad ſe invicem ut vires quibus producuntur: at vires ſunt in conſtanti ratione, ſcil. ut longitudo plani AB ad ipſius altitudinem AC; quare incrementa velocitatum inde orta erunt in eadem ratione. Ac proinde (per 12. Prop. Elementi V.) ſumma incrementorum unius erit ad ſummam incrementorum alterius in eadem ratione; hoc eſt velocitas corporis Gravis in perpendiculo cadentis, eſt ad velocitatem corporis ſuper plano inclinato interea deſcendentis, ut longitudo plani ad ejus altitudinem. Q. E. D.

Corol. 1. Velocitates corporis Gravis in plano inclinato cadentis, ſunt ut tempora quibus acquiruntur.

Corol. 2. Quæcunque igitur in Theor. 12. & ejus Corol. de motu uniformiter accelerato demonſtravimus, vera quoque erunt de deſcenſu Gravium in planis inclinatis. Scil. ſpatium à Gravi in plano inclinato cadente dato tempore percurſum, ab initio motus computatum, dimidium erit iſtius quod in illo tempore à mobili uniformiter percurri poteſt, cum velocitate ultimo acquiſitâ. Item ſpatia percurſa, ab initio motus computata, ſunt in duplicata ratione Temporum vel celeritatum. Et Celeritates & Tempora ſunt in ſubduplicata ratione ſpatiorum percurſorum.

Corol. 3. Hinc etiam Gravis Aſcenſus per planum quodvis acclive eſt motus uniformiter retardatus, ſicut fit in Aſcenſu corporis in perpendiculo, illumque eadem omnino ſymptomata comitantur.

SCHOLIUM.

Si ad Experientias recurratur, has omnes ratiociniis noſtris conformes eſſe reperiemus; & in planis non admodum declivibus experimenta inſtituere facile eſt, cum motus haud admodum veloces exacte menſurari poſſint; ſecus ac fit in deſcenſu in perpendiculo, ubi pernicitas motus obſervationibus accuratis locum non relinquit.

Notandum nos ſupponere plana exacte polita, & motum ſuper iis nulla ſcabritie impeditum.

PROBL.

PROBL. V.

Dato plano inclinato, aſſignare quam ejus partem percurrit Grave, interea dum aliud Grave datum ſpatium in perpendiculo perfecerit.

Sit planum inclinatum AB, ſuper quo deſcendat Grave ex A; aſſignanda eſt longitudo quæ à Gravi in plano inclinato cadendo percurritur, interea dum aliud Grave ſpatium AC in perpendiculo cadens perfecerit. A puncto C in AB demittatur perpendicularis CD plano occurrens in D; erit AD ſpatium in plano inclinato confectum tempore quo Grave cadit in perpendiculo ex A ad C. Si enim non ſit AD, ſit AE ſpatium eodem tempore confectum, quo grave cadit ex A ad C, quod vel majus vel minus ſit quam AD. Ducatur horizontalis recta CB. Et quoniam per Theorema 12. in eo tempore quo Grave cadit ex A ad C vel ex A ad E, percurri poteſt dupla longitudo AC, cum velocitate uniformi, & æquali ei quæ acquiritur cadendo in C; (ſicut per Corol. præcedentis,) in eodem tempore percurri poteſt longitudo dupla ipſius AE, cum ea velocitate quæ acquiritur in E; erit (per Theor. VI.) Velocitas in C ad velocitatem in E acquiſitam, ut dupla AC ad duplam AE, vel ut AC ad AE: ſed cum AC, AE ſimul percurrantur, erit (per Theorema præcedens) velocitas in C ad velocitatem in E ut AB ad AC; quare erit ut AB ad AC ita AC ad AE: ſed (per octavam Elementi 6.) ut AB ad AC ita AC ad AD: quare erit ut AC ad AE ita AC ad AD: ac proinde erit AE æqualis AD, minor majori, quod fieri non poteſt. Non igitur aliud ſpatium quam AD à Gravi ſuper plano AB cadente conficitur, interea dum aliud Grave cadat ex A ad C. Quod erat oſtendendum. TAB. 6. fig. 5.

Corol. Hinc invenitur ſpatium per quod Grave in perpendiculo cadit, interea dum Grave ſuper plano inclinato percurrit longitudinem quamvis datam AB: nempe ſi ex puncto B ad AB erigatur perpendicularis recta BC, perpendiculo occurrens in C, erit AC ſpatium quæſitum. TAB. 6. fig. 6.

Corol. 2. Si duo vel plura ſint plana inclinata AB, AE; & detur ſpatium AD, quod à Gravi ſuper plano AB in aliquo TAB. 6. fig. 7.

tempore percurritur; invenietur ſpatium, quod à Gravi in altero plano AE interea percurratur; erigendo ex puncto D perpendicularem DG, cum perpendiculo occurrens in G; & ex G in AE demittendo perpendicularem GH plano AE occurrens in H; erit AH ſpatium quæſitum: utrumque enim ſpatium AD, AH conficitur in eo tempore, quo Grave in perpendiculo deſcendit ex A ad G.

Corol. 3. Ex hujus Theorematis demonſtratione conſtat, velocitates à Gravibus in perpendiculo & in plano inclinato, eodem tempore acquiſitas, eſſe ut ſpatia ab iiſdem confecta.

THEOR. XXXVI.

TAB. 6. fig. 5. *Tempus quo percurritur planum inclinatum* AB *eſt ad tempus quo percurritur perpendiculum* AC, *ut* AB *longitudo plani ad longitudinem perpendiculi* AC.

Ex C ad AB demittatur perpendicularis CD; & erit tempus quo percurritur AD, æquale tempori quo AC percurritur. Eſt vero tempus quo percurritur AB, ad tempus quo percurritur AD, in ſubduplicata ratione AB ad AD (per Corol. 2. Theor. 35.) hoc eſt, ob AB, AC, AD continue proportionales, eſt tempus quo percurritur AB ad tempus quo percurritur AD vel AC, ut AB ad AC. Quod erat demonſtrandum.

TAB. 6. fig. 8. *Corol.* Hinc tempora quibus percurruntur diverſa plana, AB, AD, KB, quorum eadem eſt altitudo, ſunt ut longitudines planorum: eſt enim tempus per AB ad tempus per AC ut AB ad AC; & tempus per AC ad tempus per AD ut AC ad AD: quare ex æquo erit tempus per AB ad tempus per AD, ut AB ad AD.

THEOR. XXXVII.

Celeritates Gravium, ſuper plano quovis inclinato & in perpendiculo, æquales ſunt, ubi Gravia pervenerint ex eadem altitudine ad eandem rectam Horizontalem.

TAB. 6. fig. 5. Sit planum inclinatum AB, & perpendiculum AC. Ducatur Horizontalis recta BC. Dico celeritatem acquiſitam in pun-

puncto B, poſt deſcenſum per AB, æqualem fore celeritati acquiſitæ in puncto C, poſt caſum per AC. A puncto C demittatur ad AB perpendicularis CD. Erit AD ſpatium quod à Gravi in plano, AB cadendo percurritur, in eo tempore quo aliud Grave in perpendiculo deſcendit per AC: & (per Cor. 3. Probl. 5.) celeritas in C eſt ad celeritatem in D ut AC ad AD, vel ut AB ad AC. Quoniam autem celeritates ſuper eodem plano cadendo acquiſitæ, ſunt in ſubduplicata ratione longitudinum quæ à Gravi percurruntur, erit celeritas in B ad celeritatem in D in ſubduplicata ratione longitudinis AB ad longitudinem AD; hoc eſt, ob AB, AC, AD continue proportionales, ut AB ad AC. Sed oſtenſum celeritatem in C eſſe ad eandem celeritatem in D etiam ut AB ad AC; quare cum celeritates in B & C eandem habeant proportionem ad celeritatem in D, inter ſe æquales erunt. Quod erat demonſtrandum.

Cor. Hinc celeritates, quæ à Gravibus cadendo ex eadem altitudine, ad eandem Horizontalem rectam, ſuper planis utcunque inclinatis acquiruntur, ſunt inter ſe æquales: nam utraque celeritas, ſcil. ea quæ acquiritur in puncto B, poſt deſcenſum per AB vel KB; & ea quæ acquiritur in puncto D, poſt deſcenſum per AD, æqualis eſt celeritati acquiſitæ in deſcenſu Gravis ex A ad C. TAB 6. *fig.* 8.

THEOR. XXXVIII.

Si ex eadem altitudine deſcendat mobile continuato motu, per quotlibet ac qualibet plana continua AB, BC, CD; *ſemper eandem in fine velocitatem acquiret, quæ nimirum æqualis eſt ei quæ cadendo perpendiculariter ex pari altitudine acquiritur.*

Per A & D ducantur Horizontales rectæ HE, DF, & producantur plana BC, CD, ut cum HE conveniant in punctis G & E. (Per Corol. Theor. 37.) eadem celeritas acquiritur in puncto B, deſcendendo per AB, ac ſi per GB deſcendiſſet Grave: ſupponimus autem flexum aut punctum B, non impedire motum Gravis cadentis, ſed tantum ipſius directionem mutare; adeoque in puncto C eadem erit celeritas acquiſita deſcendo per AB, BC, ac ſi per GC deſcendiſſet. TAB. 6. *fig.* 9.

Sed deſcendendo per CG, eadem acquiritur celeritas quam obtineret grave cadendo per EC: adeoque cum flexus C velocitatem Gravis non minuere ſupponitur, in D eandem velocitatem habebit, ac ſi deſcendiſſet per planum ED, vel per EF perpendiculum. Q. E. D.

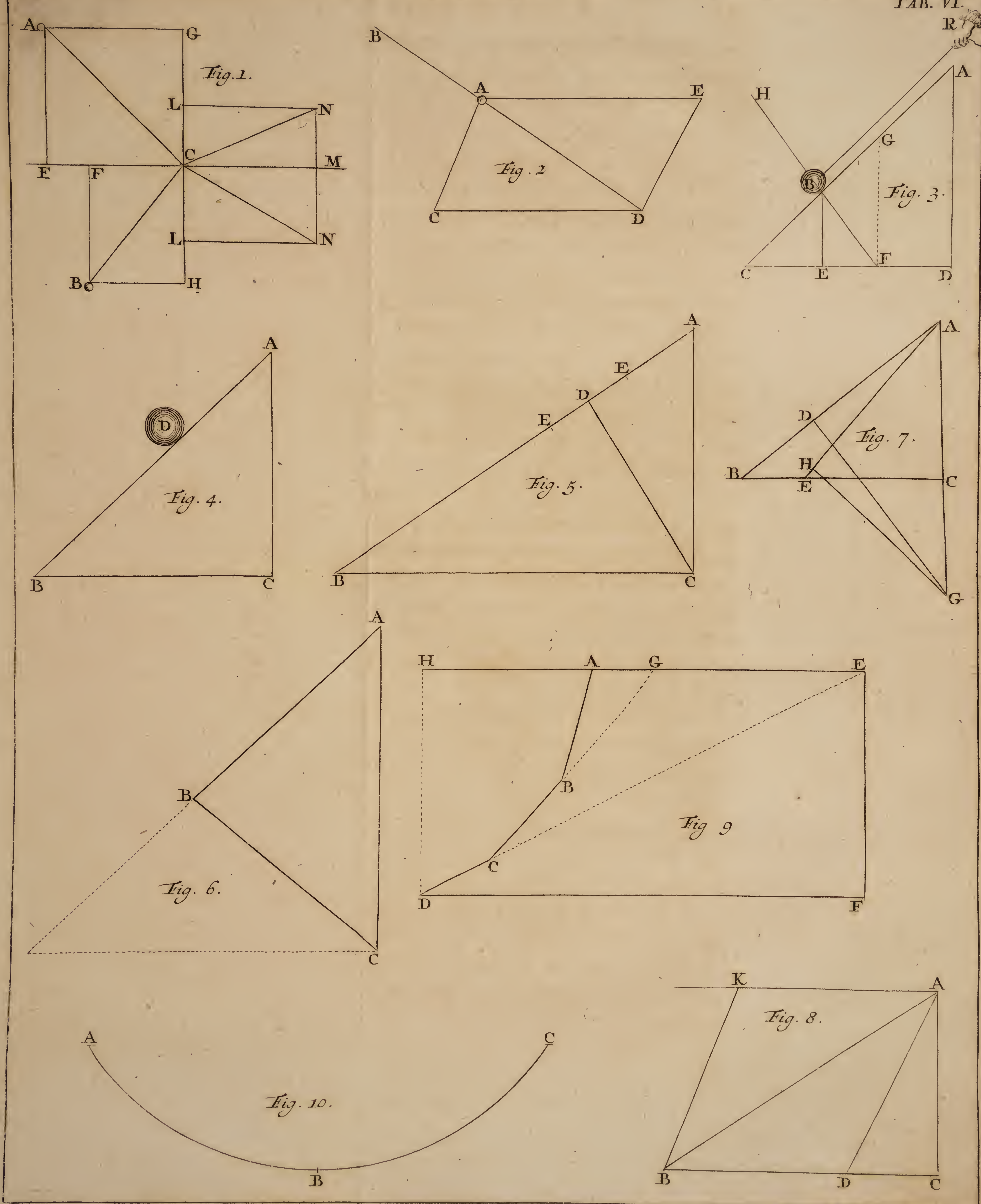
Cor. 1. Hinc liquet, per circuli circumferentiam, vel per curvas quaſlibet, deſcendente mobili, (nam curvas tanquam ex infinitis rectis compoſitas hic conſiderare liceat) ſemper eandem ipſi velocitatem acquiri, ac ſi ab eadem altitudine rectà in perpendiculo deſcenderit Grave.

Cor. 2. Quod ſi Grave, poſt deſcenſum per AB, BC, CD, vel per HD, ſurſum convertat motum ſuum; aſcendet ad eandem unde venit altitudinem, per quæcunque plana inclinata: nam cum Gravitas eadem ſemper vi in eodem plano agat, ſive aſcendat corpus ſive deſcendat, eadem erit ejus efficacia ad corporis velocitatem in aſcenſu minuendam, quæ eſt ad ipſam in deſcenſu augendam; tantum igitur eſt decrementum velocitatis in puncto C, dum aſcendat mobile à D ad C, quantum fuit incrementum velocitatis acquiſitum in deſcenſu à C ad D; ac proinde eadem erit velocitas in C, poſt aſcenſum per CD, quæ erat prius in eodem puncto, poſt deſcenſum per AB, BC. Similiter velocitas in B poſt aſcenſum per CB eadem eſt cum velocitate acquiſita in deſcenſu per AB vel BG; ſic etiam Gravitas tantundem detrahet à velocitate mobilis aſcendendo per BA, quantum acquirebatur in deſcenſu per AB; & in punctis æque altis eadem ſemper erit mobilis velocitas: ſed velocitas in initio deſcenſus, ſcil. in puncto A nulla fuit; adeoque aſcendendo, in puncto illo A omnis tolletur velocitas; quod igitur punctum erit terminus ad quem mobile aſcendendo perveniet.

TAB. 6. fig. 10. *Cor.* 3. Si mobile per ſuperficiem quamvis AB deſcendat ad punctum infimum B, ac deinde, velocitate cadendo acquiſita, per ſuperficiem ſimilem & æqualem BC aſcendat; æqualibus temporibus per æqualia ſpatia aſcendet ac deſcendet.

THEOR.

TAB. VI.


Fig. 1.
A G L N C M F F L N B H
Fig. 2
B A E C D
Fig. 3.
R A H G B F C E D
Fig. 4.
A D B C
Fig. 5.
A E D E B C
Fig. 7.
A D H B E C G
Fig. 6.
A B C
Fig 9
H A G E B C D F
Fig. 8.
K A B D C
Fig. 10.
A C B

THEOR. XXXIX.

Si à puncto ſupremo A, *vel infimo* B, *circuli ad Horizontem erecti, ducantur quælibet plana inclinata* AC, BC, *uſque ad circumferentiam; tempora deſcenſuum per ipſa, æqualia erunt tempori, quo Gravia perpendiculariter per diametrum cadunt.* TAB. 7. fig. 1.

Cadat Grave ex A ad C, ſuper plano AC: dico tempus deſcenſus per AC æquale eſſe tempori deſcenſus per Diametrum AB. Nam angulus ACB in ſemicirculo rectus eſt, (per 31. Elementi tertii) unde cum à puncto C ad AC erecta ſit perpendicularis BC, perpendiculo AB occurrens in B; erit (per Corol. 1. Probl. 5.) tempus deſcenſus per AC in plano inclinato, æquale tempori caſus per AB in perpendiculo. Dico etiam tempus per CB eidem tempori per AB æquale fore. Ducatur CD ad AB, & DB ad AC parallela: & (per 34. Elementi primi) erit CD æqualis AB; & ob angulum ACB in ſemicirculo rectum, erit angulus CBD rectus: quare cum à puncto B, ſuper CB erecta ſit ad angulus rectos BD, cum perpendiculo conveniens in D; erit (per Corol. 1. Probl. 5.) tempus per CB æquale tempori deſcenſus per CD; ſed eſt CD æqualis AB, unde tempus per CB æquale erit tempori per AB.

Idem aliter ſic oſtendi poſſit. Tempus deſcenſus per AB eſt ad tempus per EB, in ſubduplicata ratione AB ad EB, hoc eſt (ob AB, BC, EB continue proportionales) ut AB ad BC, vel BC ad EB; ſed (per Theor. 36.) tempus per BC eſt ad tempus per EB in eadem ratione BC ad EB: quare cum tempora per AB & BC ad tempus per EB eandem obtineant rationem, æqualia erunt. Quod erat demonſtrandum.

Cor. 1. Si ducatur perpendiculum AB, & ſuper Diametro AB, deſcribatur Circulus; omnia plana à puncto B, vel à puncto A, ad circuli circumferentiam ducta eodem tempore percurrentur; eodem ſcil. tempore percurruntur AB, CB, DB, EB, FB, GB. TAB. 7. fig. 2.

Cor. 2. Si in eodem puncto ſupremo A, plures circuli ABD, AGK ſe mutuo tangant, & exeant plura plana AB, AC, AD, AE circulos ſecantia; partes GE, HB, LC, KD æquali tem- TAB. 7. fig. 3.

tempore percurrentur, ſi initium motus fiat à puncto ſupremo.

THEOR. XL.

Si duo Gravia deſcendant ſuper duobus aut pluribus planis, ſimiliter inclinatis & proportionalibus; tempora iis percurrendis impenſa erunt in ſubduplicata ratione longitudinum planorum.

TAB. 7. *fig.* 4. Percurrat Grave quodvis plana AB. BC, alterum autem Grave plana DE, EF, ſimiliter ad Horizontem inclinata & proportionalia, hoc eſt, ut ſint anguli BAG, EDH, item BGA, EHD æquales; & AB ad BC ut DE ad EF. Dico tempus quo percurruntur AB, BC ad tempus quo percurruntur DE, EF, ſubduplicatam habere rationem planorum AB, BC ad plana DE, EF. Ob triangula ABG, DEH æquiangula, eſt AB ad DE ut BG ad EH; ſed ex hypotheſi ut AB ad DE ita eſt BC ad EF, quare ut BG ad EH ita eſt BC ad FF; & ita (per 12. Elementi quinti) eſt GC ad HF. Sed quia AB, DE ſimiliter inclinata ſunt, eodem prorſus modo percurruntur ac ſi partes eſſent ejuſdem plani; ſic etiam plana GC, HF eodem modo percurruntur ac ſi partes eſſent ejuſdem plani: adeoque tempus per AB erit ad tempus per DE in ſubduplicata ratione AB ad DE: & tempus per GC eſt ad tempus per HF in ſubduplicata ratione GC ad HF, vel in ſubduplicata ratione AB ad DE. Sed tempus per GB eſt ad tempus per HE, in ſubduplicata ratione GB ad HE, vel AB ad DE; adeoque (per 19. Elementi quinti) tempus per BC poſt deſcenſum ex G vel A, eſt ad tempus per EF poſt deſcenſum ex H vel D, in ſubduplicata ratione AB ad DE, hoc eſt ut tempus per AB ad tempus per DE: adeoque (per 12. Elem. V.) tempus per AB, BC erit ad tempus per DE, EF ut tempus per AB ad tempus per DE; vel in ſubduplicata ratione AB ad DE; verum ob AB ad DE ut BC ad EF, erit AB ad DE ut AB, BC ad DE, EF; adeoque tempus per AB, BC erit ad tempus per DE, EF in ſubduplicata ratione AB, BC ad DE, EF. Q. E. D. Idem ſimiliter oſtendetur ſi plura eſſent utrobique plana inclinata & proportionalia, unde patet propoſitum.

Cor.

Cor. Si ſint duæ ſuperficies curvæ AB, DE, ſimiles & ſimiliter poſitæ, hæ minime differunt ab infinitis numero planis, infinite parvis, & proportionalibus, & ad ſe invicem ſimiliter inclinatis: adeoque erit tempus deſcenſus per ſuperficiem AB ad tempus deſcenſus per ſuperficiem DE in ſubduplicata ratione AB ad DE. TAB. 7. *fig.* 5.

PROBL. VI.

Dato ſpatio AB *in plano utcunque inclinato, in dato tempore à Gravi è quiete cadente percurſo; invenire ſpatium percurſum æquali tempore, in alio plano contiguo* BG; *poſito Grave in ſecundo hoc plano motum ſuum continuare.* TAB. 7. *fig.* 6.

Per A ducatur horizontalis recta AE, & producatur BG ad E, ac fiat BD æqualis AB; & rectis EB, ED capiatur tertia proportionalis EC: erit BC ſpatium quod in ſecundo plano à Gravi motum ſuum continuante æquali tempore percurritur, quo AB in primo plano. Exponat enim AB vel BD tempus per AB, unde (per Corol. Theor. 36.) EB exponet tempus per EB. Eſt vero tempus per EB ad tempus per EC, in ſubduplicata ratione EB ad EC, hoc eſt ut EB ad ED; ſed eſt EB ſpatium quod percurritur tempore ut EB; adeoque EC erit ſpatium quod percurritur tempore ut ED, ac proinde BC eſt ſpatium quod percurritur tempore ut DB vel AB, poſt caſum ex E vel A. Quod erat inveniendum.

PROBL. VII.

Dato ſpatio AB *in plano inclinato, à Gravi è quiete cadente percurſo in dato tempore; item ſpatio* BC *in alio plano contiguo, in quo Grave motum ſuum continuat: Invenire tempus quo percurritur ſpatium illud datum* BC. TAB. 7. *fig.* 7.

Ducatur per A horizontalis recta AE, cui occurrat BC producta in E: inter EB, EC inveniatur media proportionalis ED. Et ſi AB exponat tempus quo percurritur AB, ED exponet tempus quæſitum quo percurritur BC. Eſt enim tempus per AB ad tempus per EB, ut AB ad EB; adeoque EB exprimet tempus quo Grave cadet per EB: at eſt tempus per EB ad tempus per EC, in ſubduplicata ratione EB ad EC,

X ſive

ſive ob EB, ED, EC continue proportionales, ut EB ad ED; ſed eſt EB ut tempus per EB; unde DB erit ut tempus per BC. Ac proinde tempus per AB erit ad tempus BC ut AB ad BD. Q. E. I.

TAB. 7. *fig.* 8. *Cor.* Hinc ſi Grave ſucceſſive per plura plana inclinata AB, BC, CD deferatur, aſſignari poteſt tempus in quo per ſingula movetur: producantur enim BC, CD ut cum horizontali per A ducta conveniant in E, & F; inter EB, EC fiat EG media proportionalis: item inter FC, FD fiat media proportionalis FH, & ſi AB exponat tempus per AB, BG exponet tempus per BC, & CH exponet tempus per CD.

TAB. 7. *fig.* 9. *Def.* Si Grave quodvis A, filo tenuiſſimo circa centrum B mobili, appendatur; talem machinam *Pendulum* appellamus. Quod ſi *Pendulum* circa B rotetur ut Grave arcum CAD deſcribat, idem motus huic Gravi accidet ac ſi in ſuperficie ſphærica CAD, perfecte dura ac levigata, motum fuiſſet corpus Grave. Etenim motum circa punctum B liberrimum ſupponimus, & ab aëris reſiſtentia, quæ in gravioribus pendulis exigua admodum eſt, abſtrahimus: quod ſi pendulum ad ſitum BC deferatur, & exinde demittatur, Grave deſcendendo deſcribet arcum CA, & in puncto A eam habebit velocitatem quæ acquiritur cadendo per EA, qua velocitate per tangentem in A exire conabitur; per Legem primam. Verum cum per filum AB detineatur in peripheria CAD, aſcendet per arcum AD ad eandem altitudinem, ſcil. ad D ex qua decidit, (per Cor. 2. Theor. 38.) ubi omni amiſſâ velocitate, ſua gravitate rurſus incipiet deſcendere; & in puncto A priorem acquiret velocitatem, cum qua aſcendet ad C: atque ſic aſcendendo & deſcendendo continuas vibrationes in peripheria CAD perficiet. Quod ſi aër pendulorum motui nihil obſtaret, & ſi nulla eſſet frictio circa centrum rotationis B, in æternum duraturæ forent pendulorum vibrationes: at ob haſce cauſas aliquantulum, licet inſenſibiliter ſingulis vibrationibus diminuitur penduli velocitas in puncto A, unde fit ut non ad idem præciſe punctum redeat Grave penduli, ſed arcus in quos excurrit continuo breviores reddantur, donec tandem inſenſibiles evadant.

THEOR.

THEOR. XLI.

Ejuſdem penduli Vibrationes exiguæ, utcunque inæquales ſint, fere & ad ſenſum ſunt æquidiuturnæ.

Sit pendulum AB, quod oſcillando deſcribit inæquales arcus CBD, FBG: dico æqualia fere in illis deſcribendis inſumi tempora, ſive oſcillationem in arcu CBD æquali fere tempore peragi, quo perficitur oſcillatio in arcu FBG, modo arcus CB, FB, non ſint nimis magni. Ducantur ſubtenſæ CB, FB, DB, GB; & quoniam arcus ſupponantur exigui, ii nec longitudine nec declivitate multum à ſubtenſis ſuis deflectunt: ac proinde Grave paria fere inſumet tempora, ſive per arcus CB, FB, ſive per arcuum ſubtenſas feratur; ſed tempora deſcenſuum per arcuum ſubtenſas æqualia ſunt (per Theor. 39.) Quare tempora per arcus BC, FB erunt fere æqualia, igitur & horum temporum dupla, ſcil. quibus oſcillando deſcribuntur inæquales arcus CBD, FBG, erunt quoque fere æqualia. Quare ejuſdem penduli vibrationes licet in arcus inæquales excurrentes, ſunt ſaltem ad ſenſum æquidiuturnæ. Q. E. D. TAB. 7. *fig.* 10.

Huic Theorematí ſuffragatur experientia; pendula enim duo æqualis longitudinis ad motum incitata, quorum unum in multo majores arcus excurrat quam alterum, tempora oſcillationum fere æqualia habebunt, adeo ut in centum oſcillationibus vix erit diſcrepantia temporis unius oſcillationis.

THEOR. XLII.

Durationes Oſcillationum duorum pendulorum in ſimiles Arcus excurrentium, ſunt in ſubduplicata ratione longitudinum Pendulorum.

Sint duo pendula AB, CD, in arcubus ſimilibus EBF, GDH oſcillantia; erit tempus oſcillationis penduli AB ad tempus oſcillationis penduli CD, in ſubduplicata ratione longitudinis AB ad longitudinem CD. Nam quoniam arcus EB, GD ſunt ſimiles & ſimiliter poſiti, erit (per cor. Theor. 40.) tempus deſcenſus per EB, ad tempus per GD, in ſubduplicata TAB. 7. *fig.* 11.

 ratione

ratione EB ad GD; ſed tempus deſcenſus per EB eſt dimidium oſcillationis integræ in arcu EBF; ſicut tempus deſcenſus per GD eſt dimidium oſcillationis integræ per arcum GDH; adeoque tempus oſcillationis penduli per arcum EBF erit ad tempus oſcillationis penduli per arcum GDH, in ſubduplicata ratione EB ad GD: hoc eſt, ob arcus EB, GD ſimiles, in ſubduplicata ratione ſemidiametri AB ad ſemidiametrum CD; vel in ſubduplicata ratione longitudinis penduli AB ad longitudinem penduli CD. Q. E. D.

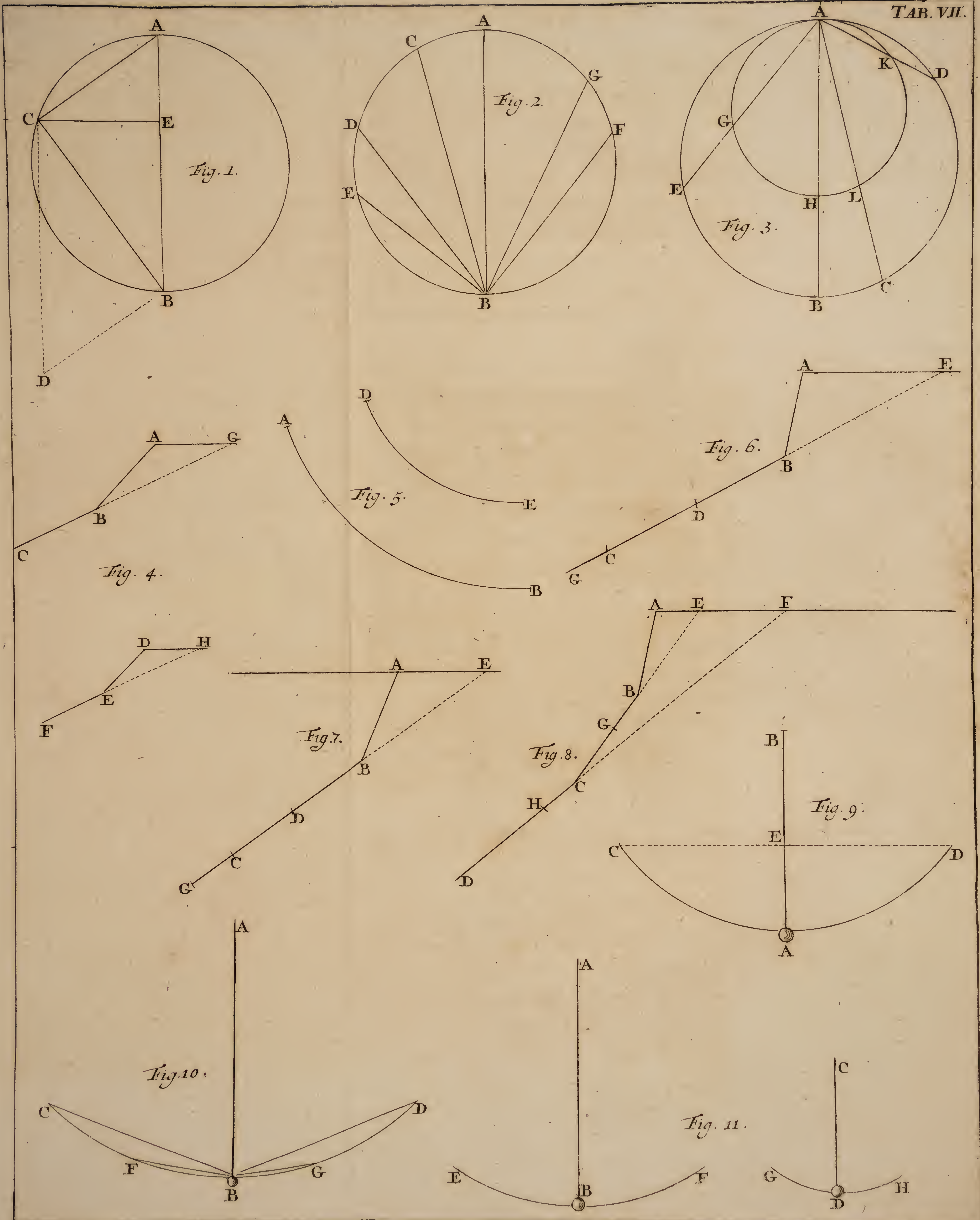
Cor. Longitudines pendulorum ſunt in duplicata ratione temporum quibus oſcillationes perficiuntur.

Cum durationes vibrationum ſint reciproce ut numerus vibrationum eodem tempore peractarum, facile ex dato numero vibrationum quæ ab uno pendulo AB notæ longitudinis, in dato tempore perficiuntur, dabitur numerus vibrationum, quæ ab alio quovis pendulo CD notæ longitudinis eodem tempore perficientur; capiendo numerum qui ſit ad numerum vibrationum penduli AB, in ſubduplicata ratione AB ad CD, ſive ut AB ad mediam proportionalem inter AB, CD, vel ut radix quadrata numeri quo exprimitur longitudo penduli AB, ad radicem quadratam numeri quo exprimitur longitudo penduli CD. Et viciſſim ex dato vibrationum numero quæ eodem tempore à duobus pendulis AB, CD perficiuntur, & data longitudine unius ſcil. AB, dabitur longitudo alterius CD; nempe faciendo ut quadratum numeri vibrationum penduli CD ad quadratum numeri vibrationum penduli AB, ita longitudo AB ad longitudinem quæſitam CD.

THEOR. XLIII.

Velocitas penduli in puncto infimo eſt ut ſubtenſa arcus quem deſcendendo deſcribit.

TAB. 8. *fig.* 1. Sit Pendulum AB, quod motu ſuo deſcribat circulum BDCG: dico velocitatem acquiſitam cadendo ex D in B, eſſe ad velocitatem in B acquiſitam cadendo ex C in B, ut chorda arcus BD ad chordam arcus BC. Per puncta D, C ducantur horizontales rectæ DE, CF: & erit velocitas gravis acquiſita



TAB. VII.

quiſita deſcendendo per EB, ad velocitatem gravis acquiſitam in deſcenſu per GB, in ſubduplicata ratione EB ad GB, hoc eſt, ob FB, DB, GB continue proportionales, ut DB ad GB. Eadem ratione, velocitas acquiſita à mobili cadendo per GB, eſt ad velocitatem acquiſitam in caſu per FB, ut GB ad CB. Quare ex æquo, velocitas acquiſita in deſcenſu gravis per EB, erit ad velocitatem acquiſitam in deſcenſu per FB, ut DB ad CB; ſed velocitas acquiſita in deſcenſu per arcum DB, eadem eſt cum velocitate acquiſita in perpendiculo per EB; & velocitas in deſcenſu per arcum CB acquiſita, eadem eſt cum velocitate in perpendiculari deſcenſu per FB acquiſita. Quare erit velocitas acquiſita in deſcenſu per arcum DB, ad velocitatem acquiſitam in deſcenſu per arcum CB, ut ſubtenſa DB ad ſubtenſam CB. Q. E. D.

Corol. 1. Sit GB perpendiculum cujuſvis longitudinis, & velocitas acquiſita in deſcenſu Gravis ex G ad B exponatur per GB; ſuper quo tanquam diametro, deſcribatur ſemicirculus GCDB, & ex quovis diametri puncto E, erigatur normalis ED, peripheriæ occurrens in D, ducaturque chorda GD: erit hæc ut velocitas à Gravi acquiſita cadendo ex altitudine GE: nam ob BG, GD, GE continue proportionales, erit ratio BG ad GD ſubduplicata rationis BG ad GE, adeoque BG erit ad GD ut velocitas acquiſita cadendo ex altitudine GB, ad velocitatem per GE cadendo acquiſitam. Similiter velocitas acquiſita cadendo per GB, eſt ad velocitatem acquiſitam ex caſu per GF, ut GB ad GC; adeoque velocitates acquiſitæ à Gravibus, cadendo per altitudines GE, GF, ſunt ut chordæ GD, GC. TAB. 8. *fig.* 2.

Cor. 2. Si capiantur arcus B 1, B 2, B 3, &c. tales, ut eorum ſubtenſæ ſint ut 1, 2, 3, &c. reſpective; atque vis quædam agens pendulum ſurſum impellat per arcum B 1, alia vero per arcum B 2, & alia per arcum B 3; velocitates penduli in puncto B hiſce viribus moti, erunt ut 1, 2, 3 reſpective. TAB. 8. *fig.* 1.

Ope hujus Theorematis, variæ in quavis ratione data velocitates mobili tribuentur; aliæque à percuſſione alterius

corporis acquiſitæ, inter ſe & cum aliis initio datis, comparari poſſunt.

TAB. 8. *fig.* 3. Fiat Triangulum ligneum ABC, in quo juxta angulum A, capiantur duo puncta D, E, quorum diſtantia talis ſit, ut pendula duo DF, EG ex illis libere dependentia ſe mutuo tangant, & centris D, F, intervallo DF vel EG deſcribantur circulorum arcus FK, GH, in quibus capiantur portiones F 1, G 1; F 2, G 2; F 3, G 3; F 4, G 4, &c. tales ut ſubtenſæ ſint ut 1, 2, 3, 4, &c. reſpective; & ſi Grave F ad punctum 5 attollatur in arcu KF, G vero ad punctum 3 in arcu GH, atque ſimul demittantur (per Theor. 41.) ad puncta infima ſimul pervenient, & velocitates quibus ſeſe percutient erunt ut 5 & 3: quod ſi poſt ictum mobile G in arcu GH aſcendat ad 5, & mobile F in arcu FK aſcendat ad 3, erunt velocitates mobilium F & G ut 3 & 5 reſpective & verſus contrarias partes. Ad hunc modum facile erit experientiæ ſubjicere regulas motus, tam in corporibus duris quam elaſticis, quas in lectionibus XIII & XIV demonſtravimus.

Cum ejuſdem penduli vibrationes minimæ ſint fere æquidiuturnæ, licet arcus in quibus excurrat pendulum ſint inæquales; hinc egregium pendulorum uſum, ad horologiorum automatων motus regendos, monſtravit *Chriſtianus Hugenius;* quamvis enim *Galilæus* hujus ſcientiæ author, pendula prius adhibuit in obſervationibus Aſtronomicis & Phyſicis, quæ accuratam temporis menſuram requirunt: *Hugenius* tamen primus horologia pendulis inſtruxit, & experientia comprobavit, horologia ejuſmodi, priora illa quorum libratores horizontales fuerint, longe ſuperare. Ex eo tempore in uſum communem recepta ſunt horologia pendulis inſtructa, quorum aliqua tam affabre elaborata ſunt, ut temporis menſuram exhibeant motu Solis multo juſtiorem, qui tempus apparens ſeu relativum ſolummodo monſtrat, non autem verum & abſolutum; unde fit ut automata pendulis inſtructa, ſtatis temporibus horam indicant ab apparenti diverſam, & aliquando tempus ſolaris horologii quindecim vel ſedecim minutis primis ſuperantem, aliquando totidem minutis ab eo

eo deficientem: nec niſi quater in quolibet anno ſol & horologium automaton idem temporis punctum monſtrant.

Quamvis ejuſdem penduli vibrationes, (licet excurrat pendulum in arcus inæquales,) ſint fere & ad ſenſum æquidiuturnæ; cum tamen non ſint omnimodo & Geometrice tales, ſed majores minoribus ſint aliquantulum diuturniores, & vibrationes pauxilla temporis quantitate à ſe invicem differant, ex multis minimis differentiolis, tandem magna ſatis conflatur differentia, idque ita eſſe reipſâ atque experimentis evincitur: ſi enim, ut aliquando in frigida fit tempeſtate, lentore aliquo afficiantur rotæ, ut pendulum minore vi impellant, incitatius quam par eſt feſtinant oſcillationes; ſi nimia lubricitate polleant rotæ, & pendulum in majorem arcum excurrere cogant, lentiùs procedit tempus ab horologio indicatum. Imo ex nuperis experimentis in *Actis Philoſophis Londinenſibus* recenſitis, conſtat automati pendulum in vacuo vibrationes perficiens, ſublatâ aëris reſiſtentiâ in majores arcus excurriſſe, & ſingulas oſcillationes in majore tempore compleviſſe. Quare ut pendulorum Oſcillationes ad omnimodam æqualitatem redigantur, & reciprocationum penduli latiorum anguſtiorumque tempora perfecte æqualia evadant; excogitavit *Hugenius* methodum quo Grave penduli per cycloidis arcum ſemper deferretur. In ſequentibus autem demonſtrabitur, tempora deſcenſuum per quoſcunque ejuſdem cycloidis arcus ad punctum infimum quod verticem cycloidis eſſe ſupponitur, inter ſe æqualia eſſe; adeoque ſi Grave penduli ſemper in arcu cycloidis moveatur, erunt tempora oſcillationum accurate inter ſe æqualia; ſive pendulum in majores excurrat arcus, ſive in minores.

THEOR. XLIV.

Si centro C, *intervallo quovis* CA, *deſcribatur circuli quadrans* AHB, *atque in recta* AC *ea lege deſcendat mobile, ut ejus velocitas in loco quovis* P *ſit ſemper ut* PL *quæ eſt ſinus arcus* AL; *erit tempus quo deſcendit mobile ab* A *ad* C, *æquale tempori quo percurri poſſit peripheria* AHB *cum uniformi velocitate ut* CB *quæ ultimo à mobili cadendo acquiritur: erit præ-* TAB. 8. fig. 4.

terea

terea tempus caſus per ſpatium quodvis A F, *ad tempus caſus per ſpatium* A *p*, *ut arcus* A H *ad arcum* A *l*; *& vis qua in loco quovis* F *acceleratur mobile erit ut* F C, *quæ eſt loci à centro diſtantia.*

Diſtinguatur peripheria A B in particulas innumeras infinite exiguas L L L L, & ducantur F H, P L, p *l* in A C perpendiculares; jungatur H C, ſitque H K perpendicularis in P L. Quoniam triangula F H C K H L ſunt æquiangula, (nam præter angulos ad F & K rectos, eſt angulus F H C æqualis angulo K H L, eſt enim angulus K H C utriuſque complementum ad rectum) erit F H ad H C ut K H vel F P ad H L; ſed (ex hyp.) eſt F H ut velocitas mobilis in puncto F qua ſcil. percurritur lineola F P, & C H vel C B eſt ut volocitas quæ ultimo cadendo acquiritur, ubi mobile ad C pervenerit, adeoque erit ut velocitas qua deſcribitur arcus H L. Erit igitur velocitas mobilis deſcendentis per lineolam F P, ad velocitatem mobilis quod per arcum H L movetur, ut ipſa lineola F P ad arcum H L; quare cum velocitates ſint ſpatiis percurſis proportionales, erunt tempora in quibus ſpatia percurruntur, æqualia. Similiter demonſtrari poteſt aliam quamvis peripheriæ particulam L L cum velocitate C B deſcribi, eodem tempore quo percurritur correſpondens lineola P P in perpendiculo, cum velocitate correſpondente P L; ac proinde componendo eodem tempore deſcendit mobile per omnes lineolas P P, hoc eſt per totam A C, quo percurruntur omnes arcus L L, vel tota peripheria A H B, cum velocitate uniformi ut C B. Q. E. D.

Præterea eſt tempus quo deſcendit mobile ab A ad F, æquale tempori quo percurritur arcus A H; & tempus quo deſcendit mobile ab A ad *p*, æquale eſt tempori quo deſcribitur arcus A *l*: ſed eſt tempus quo percurritur arcus A H, ad tempus quo percurritur arcus A *l*, (cum utraque eadem velocitate deſcribitur) ut arcus A H ad arcum A *l*; quare erit tempus deſcenſus ex A in F ad tempus deſcenſus ex A in *p*, ut arcus A H ad arcum A *l*; ac proinde dividendo tempus per F *p* erit ut H *l* arcus. Q. E. D. Fiant arcus H L, *h l* æquales, unde tempus deſcenſus per F P æquale erit tempori per *f p*; & ob triangula K H L, F H C, item *k h l*, *f h* C æquiangula,

la, erit KL ad HL vel *hl*, ut FC ad CH vel *ch*: item eſt *hl* ad *kl* ut *ch* ad *cf*, ac proinde, ex æquo, erit KL ad *kl* ut CF ad *cf*; at eſt KL ut incrementum velocitatis acquiſitum dum mobile percurrit FP, & *kl* eſt ut incrementum velocitatis mobilis dum in æquali tempore percurrit lineolam *fp*; vires vero quibus acceleratur mobile in locis F & *f* ſunt ut incrementa velocitatum temporibus æqualibus orta, erunt igitur vires mobilis acceleratrices in locis F & *f* ut rectæ KL, *kl*, hoc eſt vis qua urgetur mobile in F eſt ad vim qua urgetur in *f*, ut KL ad *kl*; ſed oſtenſum eſt ut KL ad *kl* ita eſſe CF ad *cf*, quare erit vis qua urgetur mobile in F ad vim qua in *f* urgetur, ut diſtantia CF ad diſtantiam *cf*. Sunt igitur vires acceleratrices in quibuſvis locis ut ipſorum à centro diſtantiæ. Q. E. D.

Cor. Hinc è converſo ſi mobile deſcendendo ab A ad C urgeatur à vi quæ ſit ut ipſius à centro diſtantia; & vis illa initio motus exponatur per rectam DE, poſito arcu AE infinite exiguo; velocitates ejuſdem mobilis in locis quibuſvis F*f* exprimentur per ſinus FH, *fh*, & tempora per arcus AH, A*h*; & incrementa velocitatum, vel, ſi arcus æqualiter creſcant, vires acceleratrices per incrementa ſinuum exponentur.

THEOR. XLV.

Si mobile in recta AC *urgeatur verſus punctum* C, *viribus quæ ſint diſtantiis à puncto* C *proportionales, ex quacunque altitudine demittatur, ad punctum* C *eodem ſemper tempore perveniet; eſtque tempus illud ad tempus quo poſſit mobile percurrere eandem viam, cum uniformi velocitate & æquali ei quæ ultimò cadendo acquiritur, ut ſemiperipheria circuli ad ejus diametrum.*

Demittantur duo mobilia ex punctis A & M ſimul, & urgeatur utrumque mobile viribus quæ ſint diſtantiis à puncto C proportionales: dico utrumque mobile ad punctum C eodem tempore perventurum. Centro C, intervallis CA, CM, deſcribantur circuli quadrantes AB, MN; & exponatur vis qua urgetur mobile in A, vel quod idem eſt, ipſius velocitas in ipſo motus initio, per DE ſinum arcus infinite parvi AE; con- TAB. 8. *fig.* 5.

 ſtat

ſtat ex *Cor.* præcedentis, ipſius velocitatem, poſt caſum ad C, per rectam CB exponi. Sed ex Hypotheſi, vis qua acceleratur mobile in A, eſt ad vim qua acceleratur mobile in M; ut CA ad CM, vel ut DE ad PO, ob arcus AE, MO ſimiles; quare ſi DE exponat velocitatem mobilis initio caſus ex A, PO exponet velocitatem mobilis initio caſus ex M: ac proinde (per idem Cor.) CN exponet velocitatem mobilis in C poſt caſum per MC. Eſt præterea tempus caſus ex A ad C, æquale tempori quo deſcribi poteſt peripheria AB, cum uniformi velocitate ut CB; & tempus caſus ex M ad C, æquale eſt tempori, quo deſcribitur peripheria MN velocitate ut CN. Sed tempus quo deſcribitur peripheria AB velocitate CB, æquale eſt tempori quo deſcribitur peripheria MN velocitate CN, (ob AB : MN :: CB : CN, ſpatia ſcil. percurſa velocitatibus proportionalia.) Quare erit tempus caſus ex A ad C æquale tempori quo corpus deſcendit ex M ad C. Q. E. D.

Tempus quo mobile percurrit rectam AC, cum velocitate CB eſt ad tempus quo arcum AB percurrit cum eadem velocitate, ut recta AC ad arcum AB, vel ut illius dupla ad hujus duplam, hoc eſt ut diameter circuli ad ſemiperipheriam; ſed tempus per arcum AB eſt æquale tempori deſcenſus ad C; unde erit tempus quo mobile fertur per rectam AC cum velocitate ut CB, ad tempus caſus ad C, ut diameter circuli ad ſemiperipheriam. Q. E. D.

TAB. 8. *fig.* 6. *Defin.* Si ſuper recta B*b* inſiſtens circulus, (quem circulum generatorem dicimus,) puncto ſui *b*, (quod punctum lineans appellabimus) rectam B*b* tangens, ſuper eadem recta volvi intelligatur, peripheria ſua continua ad rectam applicatione commenſurans æqualem rectam BA*b*, donec punctum lineans in ſublime latum, adeoque curvam BG*b* ſuo motu deſcribens, circuitu facto, eandem rectam BA*b* iterum in *b* contingat; Curva BG*b* motu puncti *b* deſcripta, linea *Cyclois* appellatur. Et figura BG*b*AB figura cycloidis dicitur; & recta GA biſecans baſim perpendiculariter, cycloidis axis; & punctum G vertex cycloidis dicitur.

LEM-

LEMMA.

Si circulus generator circa axem Cycloidis conſtituatur, & à puncto quovis Cycloidis c ordinetur ad axem recta ce, cum peripheria circuli conveniens in d; erit recta cd æqualis arcui circulari gd, arcus vero cycloidis gc æqualis erit duplæ chordæ gd; & ſemicyclois bcg æqualis erit duplæ diametro ag; recta vero cf cycloidem in c tangens parallela erit chordæ dg. Hæc à *Walliſio* & aliis qui de Cycloide ſcripſerunt, demonſtrata ſunt.

THEOR. XLVI.

In cycloide cujus axis ad perpendiculum erectus eſt vertice deorſum ſpectante, tempora deſcenſus quibus mobile urgente vi gravitatis, à quocunque in eo puncto demiſſum ad punctum imum pervenit, ſunt inter ſe æqualia; habentque ad tempus caſus perpendicularis per axem cycloidis, eam rationem quam habet ſemiperipheria circuli ad ipſius diametrum.

Sit cyclois acd, cujus axis ce, circulus generator ecg. Cum recta cycloidem in puncto quovis h tangens parallela ſit chordæ cg, in circulo Generatore circa axem conſtituto, ductæ; patet mobile in deſcenſu ſuo, eadem vi accelerari in puncto h, ac ſi in recta gc deſcenderet; eſt vero vis qua acceleratur in gc ad vim Gravitatis, ut mc ad gc; ſed ut mc ad gc ita gc ad ce, (per Cor. 8. Prop. El. 6.) Quare vis qua acceleratur mobile in puncto h, eſt ad vim Gravitatis, ut gc ad ce. Eadem ratione vis Gravitatis eſt ad vim qua acceleratur mobile in alio quovis loco k, ut ce ad cl; quare ex æquo vis qua acceleratur mobile in h, eſt ad vim qua acceleratur in k, ut gc ad lc, vel ut dupla gc ad duplam lc, hoc eſt ut curva Cycloidis hc ad curvam kc. Vires igitur quibus deſcendendo ſuper cycloide acceleratur mobile, ſunt ut longitudines curvæ percurrendæ. Ponamus jam rectam *ac* æqualem longitudini curvæ ac, atque ſupponatur mobile aliquod iiſdem viribus urgeri in recta *ac* verſus *c*, quibus mobile urgetur deſcendendo per curvam ac; at vires quibus urgetur mobile, in punctis quibuſvis

TAB. 8. *fig.* 7.

cycloidis H & K, ſunt ut longitudines HC, KC, vel *hc*, *kc*, hoc eſt vires in locis quibuſvis ſunt ut diſtantiæ locorum à puncto *c*; ac proinde (per Theor. præcedens) tempora deſcenſuum ex quacunque altitudine æqualia erunt. Quoniam itaque in correſpondentibus cycloidis & rectæ *ac* punctis, æquales ſunt vires acceleratrices, velocitatum incrementa æqualia quoque erunt, *v. g.* poſito AH $=$ *ah*, accelerationes in punctis H & *h* æquales erunt, ſicut etiam in punctis K & *k*, modo ſit AK $=$ *ak*: & ſimiliter in cæteris omnibus utriuſque lineæ punctis quæ ſibi mutuo reſpondent, incrementa velocitatum æqualia erunt; adeoque ſi mobilia ex correſpondentibus punctis incipiant deſcendere, ſummæ incrementorum, ſeu velocitates in æqualibus ſpatiis deſcribendis acquiſitæ æquales erunt, ac proinde tempora quo æqualia hac ſpatia æqualibus velocitatibus deſcripta ſunt, æqualia quoque erunt. Eſt igitur tempus deſcenſus ab *a* ad *c* in recta *ac*, æquale tempori deſcenſus ab A ad C ſuper cycloide, & tempus deſcenſus ab *h* ad *c* in recta *h c*, æquale tempori deſcenſus ab H ad C ſuper cycloide; & ſimiliter tempus per KC æquale eſt tempori per *k c*, ſi initium caſus ſit ex punctis *k*, K, & ſic de cæteris. Sed tempus caſus ab *a* ad *c* æquale eſt tempori caſus ab *h* ad *c*, vel a *k* ad *c*; quare tempus deſcenſus ſuper cycloide ab A ad C, æquale erit tempori deſcenſus ab H ad C, vel a K ad C. Tempora igitur deſcenſus, quibus mobile à quocunque puncto in cycloide demiſſum ad punctum imum pervenit, ſunt inter ſe æqualia. Q. E. D.

Porro tempus caſus ab *a* ad *c* eſt ad tempus quo percurritur *a c* vel 2 EC, cum velocitate ultimo acquiſita, ut ſemiperipheria circuli ad diametrum: at tempus quo percurritur 2 EC cum eadem velocitate, æquale eſt tempori, quo mobile ſua Gravitate cadens, deſcendit per EC axem cycloidis; unde erit tempus deſcenſus per *ac* vel AC ad tempus quo grave deſcendit per cycloidis axem, ut ſemiperipheria circuli ad ejus diametrum.

Cor. Tempus quo Grave deſcendit in cycloide per arcum

AC

AC & aſcendit per CD, hoc eſt tempus motus in cycloide ACD, eſt ad tempus caſus perpendicularis per axem cycloidis, ut integra circuli peripheria ad ejus diametrum.

Hinc ſi Grave penduli vibrationes in cycloide perficiat, ſive in magnos excurrat arcus ſive in minimos, æqualibus ſemper temporibus ſingulæ oſcillationes peragentur. *Hugenius* autem, in tractatu de *Horologio Oſcillatorio*, parte tertia, modum oſtendit, quo fiet ut Grave in cycloide, vel alia quacunque curva, oſcilletur: invenienda ſcil. eſt curva, cujus evolutione curva data deſcribitur; & duæ laminæ in eandem curvaturam inflectendæ ſunt, intra quas, per fila determinatæ longitudinis, ſuſpenſum Grave non circulum ſed aliam curvam deſcribit. Sint duæ laminæ ACB, AED, in figuras ſimiles & æquales incurvatæ, & ex puncto A ſuſpendatur penduli filum, quod dum pendulum oſcillatur, circumplicatur laminis ACB, AED quas perpetuo tangit; per fili ad laminas applicationem continuo impeditur motus penduli in circulo, & Grave per curvam BPFD defertur: curva ACB vel AED dicitur *Evoluta*, & curva BPFD ex evolutione deſcribi dicitur. Quod ſi curvæ ACB vel AEB ſint duæ ſemicycloides, quarum axes vel diametri circulorum Generantium ſint æquales FG vel AG, dimidiæ ſcil. longitudini penduli, curva BPFD per quam Grave defertur evadit Cyclois integra, cujus axis eſt FG dimidia penduli longitudo, ut ab *Hugenio* aliiſque demonſtratur. TAB. 8. fig. 8.

Cum portio cycloidis prope verticem F, deſcribitur motu fili cujus longitudo eſt AF, atque circulus centro A intervallo AF, eodem fili motu deſcribitur; circulus ille per F tranſiens fere coincidet cum cycloidis portione prope verticem F, eſtque ipſi æquicurvus; eodem igitur tempore Grave defertur ad F, per arcum exiguum circuli ac per arcum cycloidis, cui circulus eſt æquicurvus.

Hinc rurſus patet ratio, cur pendulo vibrationes exiguas in circulo perficiente, tempora oſcillationum ſunt æqualia: nam ſi arcus CAD, GAF parvi ſint, fere coincident cum portione cycloidis prope verticem F deſcriptæ circa axem AK, dimidiam ſcil. penduli longitudinem; adeoque eodem fere TAB. 8. fig. 9.

 tem-

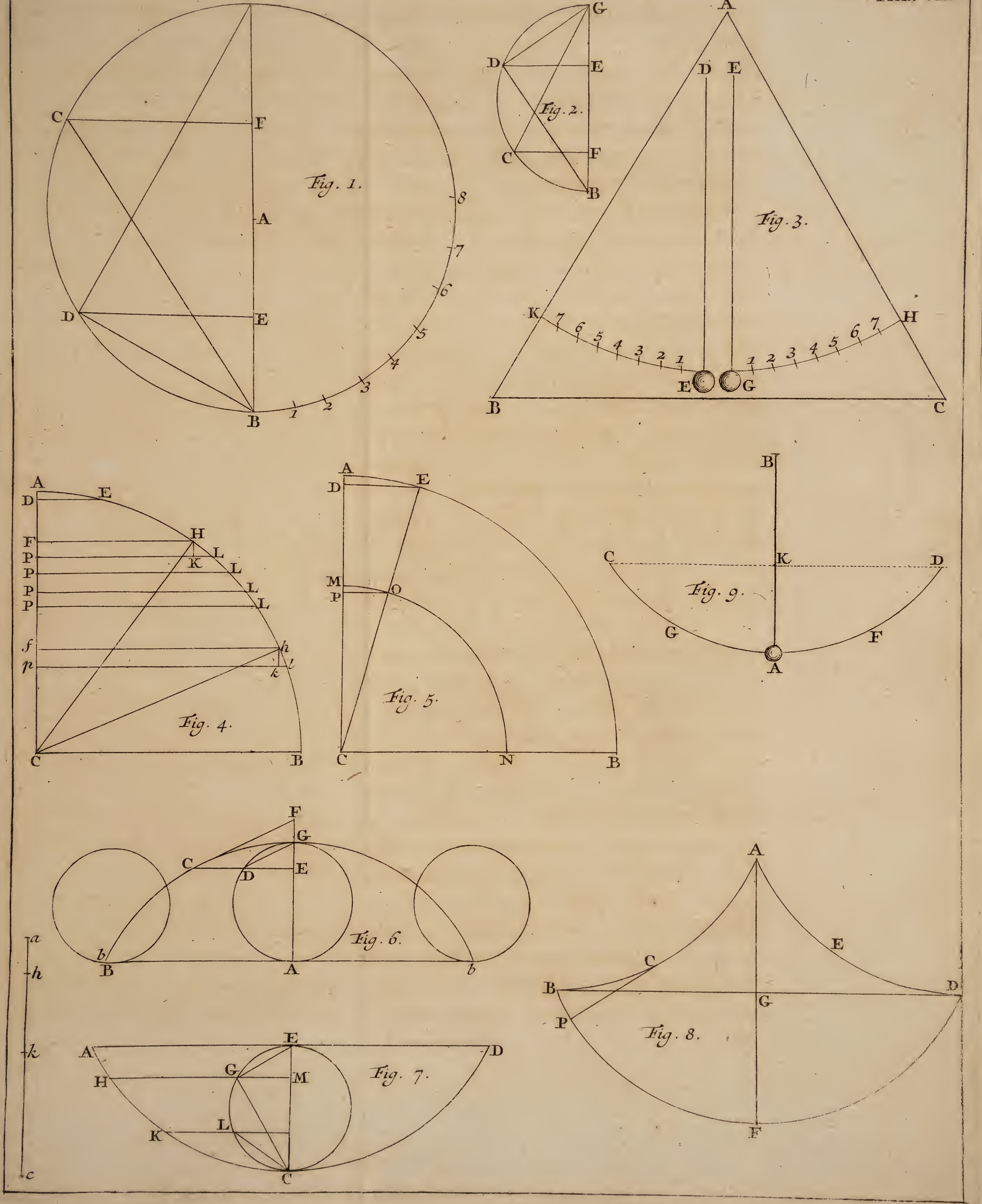
tempore deſcendit Grave per arcus circuli CA vel GA, quo per arcus cycloidis ipſis propemodum coincidentes deſcenderet: ſed æqualibus temporibus per arcus quoſcunque cycloidis deſcendet Grave; quare etiam æqualibus temporibus cadet Grave per arcus exiguos circulares CA, GA; ac proinde oſcillationes integræ per arcus CAD, GAF æqualibus temporibus peragentur.

Eſt itaque tempus quo pendulum oſcillationem minimam in circulo perficit, æquale tempori quo perficitur oſcillatio per arcum cycloidis cujus axis eſt dimidia penduli longitudo. At tempus, quo perficitur oſcillatio in cycloide, eſt ad tempus caſus perpendicularis per axem cycloidis, hoc eſt per dimidiam penduli longitudinem, ut peripheria circuli ad diametrum. Atque hinc ſequitur tempus cujuſvis oſcillationis minimæ, eſſe ad tempus caſus per penduli longitudinem, in conſtanti ratione, quæ eſt ea quam habet circuli peripheria ad ipſius diametrum ductam in radicem quadratam numeri binarii.

Si in diverſis orbis Terræ regionibus, idem pendulum temporibus inæqualibus oſcillationes ſuas perfecerit, tempora deſcenſuum per penduli longitudinem in diverſis his regionibus inæqualia quoque erunt; & ubi lentius procedunt oſcillationes, ibi quoque lentius deſcendet Grave in perpendiculo, & in dato tempore minus cadendo deſcribet ſpatium. Experimento vero certum eſt, in Regionibus prope Æquatorem ſitis, ejuſdem penduli oſcillationes diuturniores eſſe quam in aliis locis, quorum major eſt latitudo; adeoque Gravia in illis Regionibus minus in dato tempore conficiunt ſpatium cadendo; & minori vi accelerant motum ſuum quam in noſtris Regionibus longius ab Æquatore diſſitis; adeoque experimentis probatur minorem eſſe Gravitatis actionem in iis locis, quorum minor eſt latitudo, quam in locis polo propioribus.

Hoc Gravitatis decrementum ex vi centrifuga oritur: cum enim ex Terræ circa axem ſuum rotatione, quodlibet corpus à centro circuli quem deſcribit recedere conatur, quo majores ſunt corporum circuitus, eo major ipſis inerit vis cen-

TAB. VIII.



centrifuga, quæ itaque eſt ſemper ut ſinus diſtantiæ loci à polo, & ſub æquatore maxima eſt, ſub polo vero nulla; adeoque erit vis, Gravitatis in Æquatore minima, in polo vero maxima.

Priuſquam hanc materiam miſſam facimus, lubet ſolutionem exhibere celeberrimi ploblematis à *Galileo* primum quæſiti, deinde à *Joh. Bernoullio* Geometris propoſiti, ineunte An. Dom. 1696. Et à Geometris celeberrimis, *Neuwtono*, *Leibnitio*, *Jac. Bernoullio*, *Hoſpitalio* aliiſque ſoluti. *Problema* autem ſic propoſitum fuit.

Datis in plano verticali duobus punctis A *&* B, *aſſignare mobili viam, per quam Gravitate ſua deſcendens, & moveri incipiens à puncto* A, *breviſſimo tempore perveniat ad alterum punctum* B. TAB. 9. fig. 1.

Lineam hanc eſſe Curvam Cycloidis per puncta AB tranſeuntem, cujus baſis eſt in horizontali per A ducta, invenerunt prædicti Geometræ, ad quod demonſtrandum ſequens præmittimus

LEMMA.

Si A *dg* B, *ſit linea celerrimi deſcenſus, citius deſcendet Grave, ex quolibet ejus puncto d ad aliud quodvis ipſius punctum g, poſt caſum ex* A, *per ipſam curvam deg, quam per aliam quamcunque viam.*

Nam ſi dicatur citius deſcendere Grave per *dfg*, ergo via A *dfg* B, breviori tempori percurretur, quam A *deg* B; ac proinde curva illa A *deg* B non erit curva celerrimi deſcenſus, contra hypotheſin.

Sit jam A *deg* B curva, cujus axis AC, ordinatim applicata *d* L; Fluxio ſeu incrementum momentaneum axis ſit LO $=dh$: Fluxio vero curvæ ſit *de;* ſitque ſemper rectangulum ſub data recta, quam vocemus *a*, & *dh* vel LO, applicatum ad *de*, velocitati qua percurritur *de*, hoc eſt, quæ acquiritur cadendo ex A in *d* proportionale: hæc curva erit linea celerrimi deſcenſus. Capiantur *de*, *eg* duæ curvæ portiones contiguæ & infinite parvæ; quæ proinde à TAB. 9. fig. 2.

re-

rectulis minime differunt: dico minore tempore deſcendere Grave per deg curvam, poſt caſum ex A, quam per aliam quamlibet viam dfg. Per f ducatur fq parallela eg. Et ſupponatur fq eadem celeritate percurri qua eg; ſitque fn in de, item me, gq in fq perpendiculares. Et ob æquiangula triangula fne, deh, item fme, gei; eſt de ad dh ut fe ad ne; adeoque erit $ne = \frac{dh \times fe}{de}$: item ob ge ad ei ut fe ad fm: erit $fm = \frac{ei \times fe}{ge}$. Eſt vero $\frac{dh \times fe}{de} : \frac{ei \times fe}{ge} :: \frac{dh}{de} : \frac{ei}{ge} :: \frac{dh \times a}{de} : \frac{ei \times a}{ge}$, hoc eſt, ne eſt ad fm ut velocitas qua percurritur ne, ad velocitatem qua percurritur fm: unde ne, fm æqualibus temporibus percurruntur; & quia mq æqualis eſt eg, erit tempus per mq æquale tempori per eg, adeoque tempus per fq æquale erit tempori per neg. Sed ob angulum ad q rectum, eſt fg major quam fq, adeoque tempus per fg majus erit tempore per fq, vel per neg; & ob df majorem quam dn, erit tempus per df majus tempore per dn; unde erit tempus per df, fg, majus tempore per dn, ng. Minore igitur tempore deſcendit Grave ex d ad g, poſt lapſum ex A, per curvam deg, quam per aliam quamlibet viam; ac proinde curva AdegB erit via celerrimi deſcenſus.

TAB. 9 fig. 3. Sit ABM cyclois per B tranſiens, cujus baſis ſit horizontalis recta per A ducta; erit illa linea ſuper qua deſcendens Grave, in minimo tempore perveniet ex A in B. Sit GNM dimidium circuli Generatoris, cujus diameter GM vocetur a, ſitque de pars curvæ cycloidis infinite parva, quæ ab ejus tangente in d minime differt; adeoque parallela erit rectæ NM; unde triangula dhe, NQM, GMN, æquiangula erunt: quare eſt de ad dh, ut GM ſeu a ad GN; ac proinde $dh \times a = de \times$ GN. Ac $\frac{dh \times a}{de} =$ GN Sed (per Cor. 1. Theor. 43.) eſt GN ut velocitas, quæ acquiritur à Gravi cadendo ex altitudine GQ vel Ld, hoc eſt ut velocitas qua percurritur lineo-

la

la *de*. Quare erit $\frac{dh \times a}{de}$ velocitati qua percurritur lineola *de* proportionalis. Eſt igitur curva Cycloidis A*de*B linea celerrimi deſcenſus. Q. E. D.

Si velocitas ponatur eſſe ut altitudo unde decidit Grave, linea celerrimi deſcenſus erit portio peripheriæ circuli, cujus centrum eſt in horizontali per A ducta, nam ob æquiangula triangula *dhe*, *d*LC, eſt *dh* ad *de*, ut *d*L ad *d*C; ac proinde erit $dh \times dC = de \times dL$ & $\frac{dh \times dC}{de} = dL$. Sed ex hypotheſi *d*L eſt velocitati proportionalis; quare ſi *d*C dicatur *a*, erit $\frac{dh \times a}{de}$ velocitati proportionale. In hac igitur hypotheſi peripheriæ portio A*de*B erit via celerrimi deſcenſus. TAB. 9. fig. 4.

Si velocitas, in puncto quolibet, ſit ut altitudinis emenſæ dignitas *m*, & dicatur AL *x*, *d*L *y*, erit $dh = \dot{x}$, $he = \dot{y}$; & $de = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$. Quare ex curvæ natura, erit $\frac{a^m \dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} = y^m$, unde $\frac{a^{2m} \dot{x}^2}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = y^{2m}$, & $a^{2m} \dot{x}^2 = y^{2m} \dot{x}^2 + y^{2m} \dot{y}^2$, & $a^{2m} \dot{x}^2 - y^{2m} \dot{x}^2 = y^{2m} \dot{y}^2$, & $\dot{x}^2 = \frac{y^{2m} \dot{y}^2}{a^{2m} - y^{2m}}$, & $\dot{x} = \frac{y^m \dot{y}}{\sqrt{a^{2m} - y^{2m}}}$. Quæ æquatio univerſaliter exprimit curvæ naturam, in qua deſcendit Grave, tempore breviſſimo, ſi velocitas ſit ut altitudinis emenſæ dignitas quælibet *m*.

Lectio XVI.

Motus Gravium in planis inclinatis, aut in ſuperficiebus curvis, eorumque ſymptomata præcipua, quantum permitteret inſtituti noſtri brevitas, in præcedente lectione explicavimus. Reſtat jam, ut Projectorum Phænomena recenſeamus: & primo invenienda eſt natura iſtius lineæ, quam mobile in ſpatiis liberis, & non reſiſtentibus projectum, urgente vi Gravitatis deſcribit. Et quidem ſi directe ſurſum vel deorſum projiciatur Grave, in recta linea

movebitur; ejuſque motum eſſe motum uniformiter retardatum vel acceleratum, prout ſurſum vel deorſum projicitur, ex dictis in prioribus lectionibus conſtat. At ſi ſecundum directionem horizontalem, vel aliam quamvis ad horizontem obliquam projiciatur, in linea quadam curva defetur.

TAB. 9. *fig.* 5. Projiciatur enim mobile ex A, ſecundum directionem AV. Per legem naturæ primam, ſi nulla alia accedat vis, in eadem recta, eadem cum velocitate, ſemper progrederetur; adeoque æqualia ſpatia AB, BC temporibus æqualibus deſcriberet. Diſtinguamus itaque tempus in æquales particulas; & poſt primam temporis particulam ubi mobile ad B pervenerit, vis aliqua, impulſu unico, in ipſum agere ſupponatur; motumque illi communicare, quo ſecundum directionem ad horizontem perpendicularem (priore ſublato motu) per rectam BE deferretur, in eo tempore quo deſcriberet rectam BC; & compleatur parallelogrammum CBED: conſtat ex Cor. 2. Theor. 30. mobile motu ex utroque compoſito, per diagonalem BD moveri, & in hac recta poſtea ſemper pergeret projectum, ſi nova nulla accederet vis ipſum ex propria ſemita detorquens; & æquali tempore ſpatium DF ipſi BD æquale conficeret. Verum ſi in puncto D vis eadem, ſecunda vice, ſimili agat impulſu, quo mobile per ſpatium æquale FG deorſum in eo tempore deferatur: motus mobilis ex utroque motu compoſitus, erit per rectam DG, quam in eodem tempore deſcribet mobile, quo abſque novo impulſu progrederetur per ſpatium DF. Si vero poſt tertiam temporis particulam, eadem vis iterum agat, & mobile in G deorſum per ſpatium ipſi HI æquale impelleret; motus ex priore & hoc novo compoſitus erit ſecundum rectam GI, quam in quarta temporis particula deſcribet mobile: in I vero eadem urgente vi, mobile è ſemita GL in directionem IK detorquebitur, atque hac lege projectum motu ſuo polygonum ABDGIK deſcribet. Quod ſi diminuantur in infinitum ſingulæ temporis particulæ, quibus vim agere poſuimus, & augeatur ipſarum numerus, latera polygoni in infinitum minuentur, ipſorumque numerus in infinitum augebitur:

bitur: ac proinde in curvam vertetur Polygonum, hoc eſt, ſi vis deorſum propellens talis ſit, ut conſtanter & indeſinenter agat, qualis eſt vis Gravitatis, mobile urgente hac vi in Curva deferetur.

THEOR. XLVII.

Projectum, cujus linea directionis horizonti parallela eſt, motu ſuo deſcribit lineam Parabolicam.

Sit Grave, vi quavis extrinſeca, Baliſta, *v. g.* Pulvere Tab. 9. Pyrio, aut ſimili qualibet vi, ex puncto A projectum, cujus fig. 6. projectionis directio ſit horizontalis AD. Dico Gravis ſemitam fore curvam, ſemiparabolicam. Nam ſi aër motui projecti minime obſtaret, neque adeſſet Gravitas; projectum motu æquabili procederet, in eadem ſemper directione; eſſentque tempora quibus percurruntur ſpatii partes AB, AC, AD, AE; ut ipſa ſpatia AB, AC, AD, AE reſpective. Accedente jam Gravitatis vi, & eodem tenore agente ac ſi mobile vi extrinſeca non impelleretur; continuo à recta AE deflectet, & ſpatia deſcenſus ſeu deviationes ab horizontali AE, eædem erunt ac ſi perpendiculariter caderet. Quare ſi mobile, ſuâ gravitate perpendiculariter cadens, tempore AB percurrat ſpatium AK; tempore AC deſcendet per AL, & tempore AD per AM, eruntque ſpatia AK, AL, AM, ut quadrata temporum, hoc eſt ut quadrata rectarum AB, AC, AD, vel KF, LG, MH. At cum impetus ſecundum directionem horizonti parallelam idem ſemper maneat; (huic enim vis Gravitatis, quæ deorſum tantum corpora urget, minime contraria eſt) æqualiter promovebitur mobile ſecundum directionem horizonti parallelam, ac ſi Gravitas abeſſet: quare cum tempore AB percurrit mobile ſpatium æquale AB; cogente vero vi gravitatis deflectet à recta AB per ſpatium æquale AK, poſitaque BF æquali & parallela AK, in fine temporis AB erit Grave in F. Sic cum tempore AC percurrat mobile ſpatium, ſecundum directionem horizontalem, æquale AC, & in eo tempore deſcendat per ſpatium æquale AL, ſi fiat CG æqualis & parallela AL, in fine iſtius temporis erit mobile in G. Similiter cum tempore AD, ſecundum

directionem horizontalem promoveatur Grave per ſpatium æquale AD, accedente Gravitate deſcendat interim per ſpatium æquale AM, poſitaque DH æquali AM, in fine temporis AD erit mobile in H. Semitaque projecti erit in Curva AFGH: ſed quia quadrata rectarum KF, LG, MH ſunt interceptis AK, AL, AM proportionalia, erit curva illa AFGH ſemiparabola. Eſt itaque ſemita corporis Gravis ſecundum directionem AE projecti curva ſemiparabolica. Q. E. D.

LEMMA.

TAB. 9, *fig.* 7. *Sit* ADB *curva talis, ut demiſſa, ex quovis ejus puncto* C, *ad* AB *perpendiculari* CG, *rectangulum ſub* AG, GB *æquale ſit rectangulo ſub* CG, *& data recta* L, *erit curva illa Parabola.*

Biſecetur AB in E; & erigatur perpendicularis DE erit ex hypotheſi, rectangulum ſub DE & L: æquale rectangulo ſub AE, EB, ſeu AE quadrato = (per 5. El. ſecundi) rectangulo ſub AG & GB + GE quad. = CG × L + GE quad. = EF × L + CF quad. quare erit rectang. ſub DF & L æquale CF quadrato, quæ eſt proprietas Parabolæ. Si punctum *g* cadat in AB productam; quod fit ubi curva deſcendit infra AB, eadem Parabola erit locus puncti *c*; nam (per 6. El. ſecundi) eſt E*g* quad. = (E*c* quad. =) rectang. ſub A*g*, *g*B + EB quad. = L × *cg* + L × DE. = L × D*e*: quæ eſt proprietas parabolæ.

Cor. Eſt recta illa L latus rectum ſeu parameter Parabolæ.

THEOR. XLVIII.

Linea curva, quæ deſcribitur à Gravi, ſecundum directionem quamlibet ſurſum oblique projecto, parabolica eſt.

TAB. 9. *fig.* 8. Sit AF directio projectionis, utcunque ad horizontem AV inclinata. Sepoſita Gravitatis actione, mobile in eadem recta motum ſuum ſemper continuaret, per Legem naturæ primam, & ſpatia AB, AC, AD, temporibus proportionalia deſcriberet. At accedente Gravitate, à via AF continuo deflectere cogitur, & in curva moveri, dico hanc curvam eſſe Parabolam. Ponamus Grave perpendiculariter cadens,

tem-

tempore AB percurrere ſpatium AQ, tempore vero AC ſpatium AR, & tempore AD ſpatium AS; erunt ſpatia AQ, AR, AS ut quadrata temporum, vel ut quadrata rectarum AB, AC, AD. Quoniam vero mobile vi inſitâ, excluſa gravitate, tempore AB percurreret ſpatium AB, Gravitate vero interim ſe exerente, deſcendit per ſpatium æquale AQ, liquet ſi in perpendiculo BG capiatur BM = AQ, locum Gravis in fine temporis AB, fore M. Similiter cum mobile, ex impetu primo impreſſo, tempore ut AC percurrere debet ſpatium AC, at ex vi Gravitatis per ſpatium = AR interim deſcendere cogitur; ſi capiatur in perpendiculo CN = AR, erit N locus mobilis in fine temporis AC. Sic etiam poſito ſpatio DO, in perpendiculo, æquali AS, erit O locus mobilis in fine temporis AD, & deviationes BM, CN, DO à recta AF temporibus AB, AC, AD ortæ, æquales erunt ſpatiis AQ, AR, AS; adeoque erunt, ut quadrata rectarum AB, AC, AD. Per A ducatur horizontalis recta AP, ſemitæ projecti occurrens in P. Ex P erigatur perpendiculum PE, lineæ directionis occurrens in E; & ob æquiangula triangula ABG, ACH, ADI, AEP, quadrata rectarum AB, AC, AD, AE proportionalia erunt quadratis rectarum AG, AH, AI, AP; adeoque deviationes BM, CN, DO, EP quadratis rectarum AG, AH, AI, AP, proportionales erunt. Rectis EP, AP tertia proportionalis ſit L recta; eritque (per 17. El. 6.) $L \times EP = AP$ quad. Eſt vero AP quad.: AG quad. :: EP : BM :: $L \times EP : L \times BM$, unde cum ſit $L \times EP = AP$ quad. erit $L \times BM = AG$ quad. Similiter erit $L \times CN = AH$ quad. & $L \times DO = AI$ quad. Quoniam autem eſt BG : AG :: (EP : AP :: ex hyp.) AP : L, erit $L \times BG = AG \times AP = AG \times AG + AG \times GP = AG$ quad. $+ AG \times GP$. Oſtenſum autem eſt $L \times BM = AG$ quad. quare erit $L \times BG - L \times BM = AG \times GP$, hoc eſt $L \times MG = AG \times GP$: ſimili ratiocinio erit $L \times NH = AH \times HP$, & $L \times OI = AI \times IP$, ſicut etiam $L \times VK = AV \times VP$. Quare per lemma præcedens, Curva AMNOPK in qua movetur projectum, erit Parabola. Q. E. D.

Cor. 1. Recta L eſt parabolæ latus rectum ad axem pertinens.

Cor. 2. Sit AH = HP & erit $L \times CN = AH$ quad. $= L \times NH$.

 Unde

Unde erit NH = CN; ac proinde recta AF linea directionis projecti Parabolam tanget (per Prop. 33. libri primi Conicorum *Apollonii.*)

Cor. 3. Quoniam eſt AP = 2 AH; erit PE = 2 CH = 4 CN vel 4 NH.

Cor. 4. Si rectis PE, AE tertia proportionalis ſit l, erit l latus rectum, ſeu parameter parabolæ ad diametrum AS pertinens. Nam quoniam PE, AE, l ſunt continue proportionales, erit $l \times$ PE = AE quadrato: eſt vero AE quad. ad AB quad. vel ad QM quad. :: PE : BM vel AQ :: $l \times$ PE : $l \times$ AQ : quare cum ſit AE quad. = $l \times$ PE erit QM quad. = $l \times$ AQ. Quare erit l parameter ad diametrum AS pertinens.

Cor. 5. Eſt vero l = PE + L = 4 NH + L = quadruplæ altitudini parabolæ + L. Nam eſt $l \times$ PE = AE quad. = AP quad. + PE quad. = L $\times$ PE + PE quad. = $\overline{\text{L + PE}} \times$ PE. Quare erit l = L + PE = L + 4 NH.

Cor. 6. Si tempora AB, BC, CD fiant æqualia; erunt ſpatia horizontalia AG, GH, HI æqualia; hoc eſt ſi Grave motu ſuo deſcribat parabolam, æqualibus temporibus ſecundum directionem horizonti parallelam æqualiter promovebitur; & in ſingulis parabolæ punctis idem manebit impetus horizontalis, qui fuit ab initio motus.

TAB. 9. *fig.* 9. *Cor.* 7. Si mobile ex A projectum, ſecundum directionem AE, deſcribat parabolam ACP; in puncto quolibet C, per legem naturæ primam, ſecundum tangentem CG egredi conabitur, cum omni ea velocitate quam in puncto C habet, & per ſolam Gravitatem in curva parabolica retinetur. Quod ſi aliud Grave ex C ſecundum directionem CG, ea velocitate projiciatur quam habuit Grave ex A projectum in eodem puncto C; Grave illud alterum eandem parabolam CP deſcribet. In puncto enim C eadem eſt utriuſque Gravis directio, eadem velocitas, & eadem Gravitatis vis: quare utriuſque eadem erit ſemita.

Cor. 8. Hinc ſi Grave, deorſum ſecundum directionem ad horizontem obliquam, projiciatur; ſemita projecti erit Curva parabolica.

THEOR.

THEOR. XLIX.

Impetus projecti, in diverſis Parabolæ punctis, ſunt portiones tangentium inter duas rectas axi parallelas interceptæ.

Deſcribat Grave parabolam ABL, quam tangant in punctis A & B rectæ AD, BE. Erunt impetus Gravis in punctis A & B, ut CD, EB portiones tangentium inter duas rectas axi parallelas interceptæ. Nam ſi à mobili in puncto A Gravitas auferatur ſua, egrederetur in tangentem AC, eodem impetu quem habet in puncto A. Sic etiam mobile in B, amiſſa Gravitate, per tangentem BE procederet, cum omni velocitate quam in puncto B habet. Verum in punctis A & B idem manet impetus horizontalis, uti liquet (per Cor. 6. præcedentis Theor.) adeoque mobile in A egrediens per tangentem AD, & in B per tangentem BE, æqualibus temporibus per æqualia ſpatia ſecundum lationem horizontalem promovebitur. Æqualibus igitur temporibus percurruntur CD in tangente AD, & BE in tangente BE; ſed velocitates, ſeu impetus mobilis, ſunt ut ſpatia æqualibus temporibus percurſa: quare impetus mobilis in A eſt ad ejuſdem impetum in B ut CD ad BE. Q. E. D. TAB. 9. *fig.* 10.

Cor. Si A ſit vertex parabolæ, & producatur tangens donec axi occurrat in G; erit impetus in A ad impetum in B ut ordinata BH ad tangentem BG; eſt enim CD : BE :: CF : BF (ob Triangula CBF BHG ſimilia) :: BH : BG.

Defin. Sit ACF parabola, in cujus axe ultra verticem producto capiatur GA $= \frac{1}{4}$ lateris recti. Linea GA dicitur *Sublimitas Parabolæ*. Et ſi infra verticem capiatur AD $=$ AG, & ordinetur DC ad axem, erit DC $=$ 2AD vel 2AG: nam ex natura parabolæ rectangulum ſub latere recto $=$ 4 AD & AD, hoc eſt 4 AD quad. $=$ eſt DC quad. adeoque erit 2 AD $=$ DC. TAB. 10. *fig.* 1.

THEOR. L.

Si Grave ex Sublimitate Parabolæ decidat ad verticem uſque, motuſque cadendo acquiſitus, reflexione aliqua aut alio quovis modo, in horizontalem mutetur, ita ut de novo, Grave incipiat motum deorſum; Grave projectum ipſam Parabolam deſcribet.

Cadat

TAB. 10. fig. 1. Cadat Grave ex puncto G ſublimitate parabolæ ACF, & in A, per reflexionem aut aliam quamvis cauſam, motus cadendo acquiſitus in horizontalem per ABE mutetur; Vel quod idem eſt, projiciatur Grave ſecundum directionem AE, ea velocitate quæ acquiritur cadendo per GA: dico Grave illud parabolam ACF motu ſuo deſcribere. Sit AD = AG, eritque DC = 2 AG. Ducatur CB ipſi AD parallela. Et ex alio quovis parabolæ puncto F ducantur FH ad AE, & FE ad HA parallelæ. Si abeſſet Gravitas, mobile ſecundum directionem AE projectum, velocitate quæ acquiritur cadendo ex G in A, eodem tempore per duplum GA latum eſſet; adeoque in eo tempore deſcriberet AB = DC = 2GA. Sed mobile, ob vim Gravitatis, incipiens in puncto A de novo deſcendere, in eodem tempore cadet per ſpatium BC = AG. Quare motu ſuo tranſibit per punctum C in parabola. Porro ſupponatur mobile motu horizontali, (abſtrahendo ab illo qui ex Gravitate oritur) quodam tempore perveniſſe in E, ultra vel citra B; cumque motus ſecundum directionem horizonti parallelam æquabilis maneat, erunt AB AE, ut tempora quibus percurruntur. Sed deſcenſus ſive deviationes mobilis à recta AE, ſunt ut quadrata temporum, quibus fiunt: quare ob BC, EF quadratis rectarum AB, AE proportionales, cum C eſt locus Gravis in fine temporis AB, erit F ejuſdem locus in fine temporis AE; atque ſic ſemper Grave in parabola ACF reperietur.

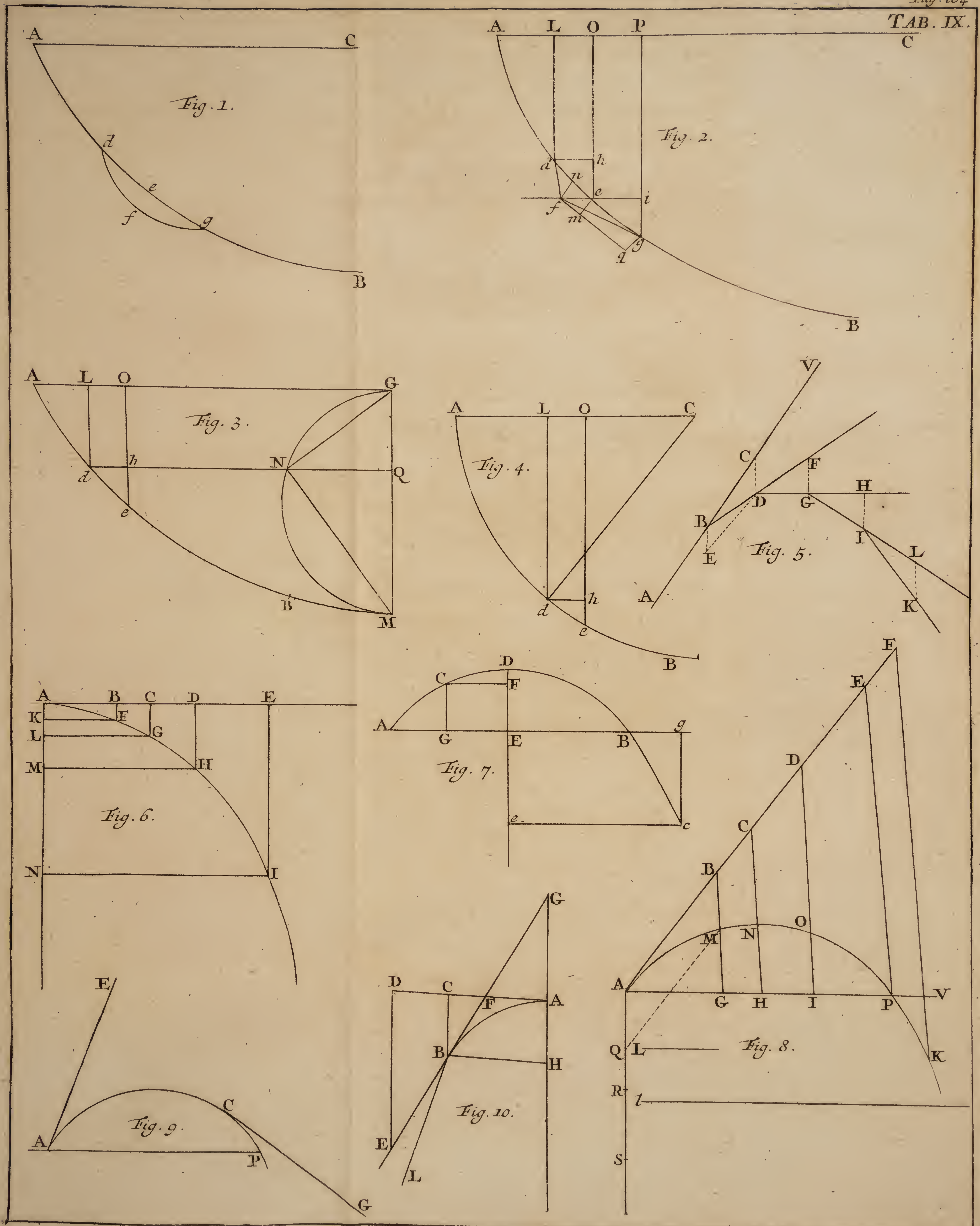
Cor. Hinc Gravis, parabolam quamvis deſcribentis, velocitas in vertice, eſt ea quæ acquiritur cadendo ex Sublimitate parabolæ.

LEMMA.

TAB. 10. fig. 2. *Sit* BA *Parabola cujus axis* AF, *ſublimitas* AG, *tangens quælibet* BC, *ordinatim applicata* BF: *erit* BF. *quad.*: BC *quad.*:: GA: GF.

Eſt enim (per 33. Libri primi Conicorum Apollonii CF = 2 AF; & ex natura parabolæ 4 GA × AF = BF quad. quare erit BF quad.: BC quad.:: 4 GA × AF: 4 GA × AF + CF quad. :: 4 GA × AF: 4 GA × AF + 4 AF quad. :: GA: GA + AF vel GF. Q. E. D.

THEOR.


TAB. IX.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.

THEOR. LI.

Grave directe ſurſum projectum, eodem impetu quo aliud Grave oblique projicitur, aſcendet ad altitudinem æqualem altitudini & ſublimitati ſimul ſumptis, ejus parabolæ quam oblique projectum motu ſuo deſcribet.

Projiciatur ex B ſecundum directionem BC Grave, motu TAB. 19. fig. 3. ſuo deſcribens parabolam BAM, cujus axis AF, vertex A, ſublimitas GA. Dico ſi idem vel aliud Grave, æquali impetu ex B projiciatur directe ſurſum, illud aſcendere ad L, ut ſit BL æqualis FG altitudini & ſublimitati parabolæ ſimul ſumptis. Per Cor. Theor. 49. Impetus Gravis in B eſt ad ejuſdem impetum in A, ut BC ad BF; ſed impetus acquiſitus cadendo ex G in F, eſt ad impetum acquiſitum cadendo ex G in A, in ſubduplicata ratione GF ad GA, hoc eſt (ob BC quad. : BF quad. :: GF : GA) ut BC ad BF. Quare erit impetus in B ad impetum in A, ut impetus acquiſitus cadendo ex G in F ad impetum acquiſitum cadendo ex G in A; ſed impetus Gravis in vertice A eſt is qui acquiritur cadendo ex G in A; quare ejuſdem impetus, ſeu velocitas, in B eſt ea quæ acquiritur cadendo ex G in F, ſive ex L in B, quæ altitudo æqualis eſt altitudini & ſublimitati parabolæ ſimul ſumptis; ſed Grave ſurſum directe projectum eodem impetu aſcendet ad L: quare ſi Grave directe ſurſum projiciatur, eo impetu quem habet illud Grave deſcribens parabolam BAM in eodem puncto B; aſcendet ad altitudinem æqualem altitudini & ſublimitati parabolæ ſimul ſumptis. Q. E. D.

Cor. 1. Si Grave cadat ex L in B, & manente impetu caſu acquiſito, reflectione aliqua aut ſimili quovis modo, mutetur directio motus in rectam BC vel BN, ita ut Grave de novo incipiat deſcendere; Grave motu ſuo parabolam SBAM deſcribet.

Cor. 2. Impetus in quovis parabolæ puncto B, eſt is qui acquiritur cadendo per quartam partem lateris recti pertinentis ad diametrum quæ per punctum illud ducitur. Eſt enim $LB = \frac{1}{4} L + KB$. Quare erit $4\,LB = L + 4\,KB =$ lateri recto

quod ad diametrum per B tranſeuntem pertinet, ut conſtat ex Cor. 5. Theor. 48.

Jactis fundamentis Doctrinæ de Gravium projectione, antequam ad ſolutionem ſequentium problematum accedamus; convenit ut modum oſtendamus, quo Tormenta bellica, ſecundum quemlibet elevationis Gradum, dirigantur. Directio autem *Bombardi* eadem cenſenda eſt, cum directione vacui ſeu animæ ejuſdem; nam accenſo pulvere pyrio, Globus emittitur ſecundum concavitatem *Bombardi* vel *Mortarii:* & niſi adeſſet Gravitas, in illa recta producta pergeret, adeoque recta illa Tormenti directio eſt.

Quare ut tormentum ad ſcopum dirigatur, non collimandum eſt ſecundum exterius metallum, cum Tormenta craſſiora ſunt verſus caudam quam juxta orificium, quod maxima eorum reſiſtentia fieri debet in ea parte, quæ patitur maxime à pulvere pyrio; unde ut facillime dirigatur tormentum, additur aliquid orificio, (quod *Diſpart* vocatur) ut ejus craſſities æquetur craſſitiei caudæ: collimatur deinceps per rectam animæ *Bombardi* parallelam, atque modo prædicto Tormenta rectà ad ſcopum diriguntur cum muri dejiciendi ſunt, aut aliud quidvis efficiendum, ubi magnus requiritur impetus, & ſcopus non diſtat ultra 200 paſſus, & tormentum ſatis magnum eſt: in talibus jactibus præter mox dicta, & experientiam de concedendo cuique Tormento debitam pulveris pyrii quantitatem & Globo congruam, nullum inſuper artificium requiritur. Verum cum ſæpiſſime arces aut hoſtes impetendi ſunt, qui ob nimiam diſtantiam rectà collimando attingi non poſſunt, vel ubi urbium tecta per *Bombas* cadentes perrumpenda & ædes accendendæ ſunt; elevanda eſt machina Bellica, angulo ad horizontem inclinato: in quem finem opus erit regula ABCD cui adhæret parallelogrammum BEFD, in quo ſemicirculus in ſuos gradus diviſus inſcriptus; ex cujus centro dependet filum pondere inſtructum: extremum autem regulæ A in os machinæ inſerendum eſt, & in ſitu ad ejus axem parallelo regula detinenda eſt, atque ſic attollendum aut deprimendum eſt Tormentum, donec perpendiculum CQ attingat, in ſemicirculi lim-

TAB. 10. *fig.* 4.

limbo, punctum K, gradum ſcil. elevationis deſideratæ, ab L verſus B numerandum. Patet autem angulum LCK æqualem eſſe angulo CMN elevationis machinæ; quia angulus MCN eſt utriuſque complementum ad rectum. Sæpe parallelogrammo BEFD ſolum utuntur abſque regula, & latus BE ad os machinæ applicant, quo fit ut perpendiculum CQ oſtendat gradum elevationis.

Defin. Per Impetum perpendiculo quovis AB deſignatum, intelligimus impetum requiſitum ad projiciendum Grave propoſitum ex A ad altiſſimum punctum B perpendiculi AB, ſive quod idem eſt, impetum acquiſitum cadendo ex B in A; neque enim alia ratione impetus ſub certa & univerſali regula cadere poteſt, quam illum hoc modo per ſpatia determinando. TAB. 10. *fig.* 5.

PROBL. VIII.

Dato impetu BA, *hoc eſt quantus eſt naturaliter cadentis ex* B *in* A, *dataque directione* AI, *ſeu angulo Elevationis* DAI; *oportet projectionis amplitudinem, altitudinem, totamque futuræ projectionis ſemitam reperire.* TAB. 10. *fig.* 5.

Ducantur ex A & B horizontales lineæ AD, BL; Supra diametrum AB fiat ſemicirculus AFB, qui lineam directionis AI ſecet in F; per F ducatur horizonti parallela EF, & producatur ad G, ita ut ſit GF = EF: itemque per G agatur perpendiculum LGD; vertice G per A deſcribatur parabola AGK; dico hanc eſſe ſemitam projecti, cujus directio eſt AI, & impetus AB; adeoque DG ſive AE erit projectionis altitudo. Dupla AD ſive quadrupla EF erit ejuſdem amplitudo ſive jactus integer horizontalis, & BE ſive LG erit ejuſdem parabolæ ſublimitas. In triangulis AEF, IGF, ob angulos ad E & G rectos, & angulos AFE, GFI ad verticem æquales, item EF = GF, erit IG = AE = DG, ac proinde recta AI tanget parabolam. Et quoniam eſt AD = EG = 2 EF; erit AD quad. = 4 EF quad. = 4 BE × EA = 4 LG × GD = rectangulo ſub latere recto & GD; quare erit 4 LG = lateri recto parabolæ, unde erit LG ejuſdem parabolæ ſublimitas: quare (per Cor. 1. Theor. 51.) ſi Grave decidat ex B in A, & impetu caſu acquiſito

 ſe-

ſecundum directionem AI projiciatur, parabolam AGK deſcribet.

TAB 10. fig. 6. *Cor.* Hinc manifeſtum eſt ex dato alicujus machinæ impetu AB, circa quem deſcriptus ſit ſemicirculus ADB, dari altitudines & amplitudines omnium projectionum, quæ ab eadem machina fieri poſſunt. Exempli gratia, manente ſemper eodem impetu AB, projectio facta ſecundum directionem AE, habet altitudinem AF, & amplitudinem quadruplam ipſius EF; ſimiliter jactus facti ſecundum directionem AD altitudo erit AG, & amplitudo quadrupla ipſius GD; & ſic de cæteris. Unde ſi angulus elevationis DAK ſit ſemirectus, erit quadrupla GD amplitudo omnium maxima quæ eodem impetu fieri poſſunt; & amplitudines projectionum æqualiter à projectione ſemirecta diſtantium, verbi gratia ſecundum rectas AE, AC, (poſitis angulis DAE, DAC æqualibus) nimirum quadrupla EF & quadrupla HC, erunt æquales. Erit præterea projectionis ſemirectæ amplitudo 4 GD = 4 GB = lateri recto parabolæ. Projectio vero perpendicularis ſurſum, hoc eſt impetus projectionis, æquabitur dimidiæ amplitudini projectionis ſemirectæ eodem impetu factæ. Denique ad æquales jactus in plano horizontali faciendos, minor requiritur impetus in projectione ſemirecta: ſi enim non ſit minor impetu alterius projectionis, ſecundum aliam directionem factæ, erit amplitudo projectionis ſemirectæ major amplitudine alterius iſtius projectionis.

Cor. 2. Quoniam AK tangit circulum, erit (per 32. Elementi tertii) angulus ABE = EAK angulo elevationis; ac proinde eſt angulus AGE ipſius EAK duplus: quare poſito GA dimidio impetus pro radio, erit EF quarta pars amplitudinis, ſinus dupli anguli elevationis; & AF altitudo projectionis, erit arcus AE ſeu dupli anguli elevationis ſinus verſus; & FB parabolæ ſublimitas erit ſinus verſus arcus BE, ſeu complementi dupli anguli elevationis ad duos rectos.

PROBL. IX.

TAB. 10 fig. 7. *Datis amplitudine* AK *& angulo directionis* CAK; *invenire projectionis impetum & altitudinem* AI.

Ca-

Capiatur AD pars quarta amplitudinis; & erigantur perpendicula DC, AB; fiatque angulus ACB rectus. Dico AB eſſe projectionis impetum, & DC eſſe ejuſdem altitudinem. Nam quoniam angulus ACB rectus eſt, ſemicirculus diametro AB deſcriptus tranſibit per C; unde per Corol. 1. Problematis præcedentis, projectio cujus directio AC & impetus AB, motu ſuo deſcribet parabolam AMK, cujus altitudo eſt DC vel AI, & quarta pars amplitudinis eſt AD; quare viciſſim projectum cujus directio eſt AC & quarta pars amplitudinis AD, impetum habebit AB, & altitudinem DC. Q. E. D.

Cor. 1. Hinc ex dato cujuſvis machinæ quovis jactu horizontali, è data elevatione facto; reperire licet altitudinem jactus perpendiculariter ſurſum facti, nimirum machinæ impetum, qui quidem, in majoribus Tormentis, excedit quamlibet perpendicularem altitudinem, ad quam aſcendere hominibus conceditur. Dato vero impetu, dabitur amplitudo & altitudo jactus ex alia quavis elevatione facti; unde dignoſci poteſt num dato Tormento ſcopus, cujus diſtantia cognita eſt, attingi poterit.

Cor. 2. Si AD, quarta pars amplitudinis, ponatur radius, erit altitudo DC tangens anguli elevationis. Ut ſcopus, in data diſtantia horizontali percutiatur, præſtat eundem ſemper retinere angulum directionis, ſemirectum nempe, & impetum augere vel minuere, donec ſcopus attingatur. Nam machinâ ad hunc angulum elevatâ, minimus requiritur impetus ad ſcopum feriendum; adeoque in hiſce jactibus faciendis maxime pulveri pyrio parcitur: Accedit quod circa hanc elevationem jactus ſit omnium certiſſimus; cum error unius aut duorum graduum vix ſenſibilem in projectione producet errorem.

PROBL. X.

Datis impetu & amplitudine, invenire directionem & altitudinem jactus.

Sit impetus AB; quarta pars amplitudinis datæ, ſit AD. TAB. II. fig. 1.
Supra diametrum AB, deſcribatur ſemicirculus ACEB, & e-

rigatur normalis DCE, ſemicirculum ſecans in punctis C & E: Dico utramque directionem, ſive AC ſive AE, parabolam deſignare, cujus amplitudo erit AK, quadrupla AD. Nam projectiones factæ cum impetu AB, juxta directionem AC vel AE, amplitudinem habent AK quadruplam ipſius FC, vel GE, (per Probl. 8.) altitudo vero poteſt eſſe vel AF vel AG; ut patet. Quod ſi normalis DC, circulo in unico puncto occurrat, hoc eſt ipſum tangat, parabola unica erit deſcripta, projectione ſemirecta, & amplitudo propoſita erit maxima quam dato impetu attingere licet. Si perpendicularis DC ſemicirculo non occurrat, problema erit impoſſibile.

Cor. Si habeatur machinæ cujuſvis impetus, (inventus per Cor. 1. Probl. præcedentis, ex quovis jactu horizontali) licebit ope hujus Probl. talem machinæ tribuere directionem, ut ſcopus in data diſtantia horizontali poſitus feriatur, & ex duabus directionibus propoſito aptis, à directione ſemirecta æqualiter remotis, magis idoneam eligere.

SCHOLIUM.

Præcedentium trium Problematum converſa, ex ſupradictis facillime & nullo negotio ſolvuntur; ſcil. ex data altitudine & amplitudine, impetum & directionem invenire. Item ex datis impetu & altitudine, directionem & amplitudinem invenire, & denique datis directione & altitudine, amplitudinem invenire: ita ut hiſce diutius immorari inutile ſit.

PROBL. XI.

Propoſitum ſit, rationem invenire inter durationem projectionis factæ perpendiculariter ſurſum, & alterius cujuſvis cujus idem eſt impetus.

TAB. 10. fig. 8. Sit AF projecti impetus, ſive projectio ſurſum facta, & ABC projectio ex alia qualibet elevatione AG. Circa diametrum AF, deſcribatur ſemicirculus, directionem AG ſecans in G: dico durationem projectionis directe ſurſum, ſive tempus aſcenſus per AF, & deſcenſus per eandem, eſſe ad durationem projectionis in parabola ABC, ſicut AF ad AG. Tempus

pus lationis ex A in B, æquale eſt tempori lationis ex B in C: adeoque tempus per ABC duplum eſt temporis lationis ex B in C; ſed tempus lationis ex B in C æquale eſt tempori deſcenſus liberi in perpendiculo BD; quoniam motus progreſſivus nullo modo impedit deſcenſum à gravitate oriundum: adeoque tempus projectionis per ABC duplum eſt temporis deſcenſus per BD, vel per æqualem EA; ſic etiam tempus aſcenſus & deſcenſus per FA, ſive tempus projectionis directe ſurſum, duplum eſt temporis deſcenſus per FA: quare tempus projectionis ſurſum erit ad tempus projectionis in parabola ABC, ut tempus deſcenſus per FA ad tempus deſcenſus per EA, hoc eſt in ſubduplicata ratione FA ad EA, vel ob FA, AG, EA continue proportionales, ut FA ad AG. Q. E. D.

Cor. Durationes projectionum, pari impetu, ſecundum diverſas directiones AG, AH factarum, ſunt in ratione chordarum AG, AH. Quod ſi AF ponatur radius, erit AG ſinus anguli AFG; qui æqualis eſt angulo elevationis machinæ; adeoque eſt tempus projectionis directe ſurſum ad tempus projectionis in parabola, ut radius ad ſinum anguli directionis.

SCHOLIUM.

Omnia Problemata circa Gravium projectiones, in plano horizontali factas; ope Tabularum Sinuum & Tangentium facillime reſolvuntur.

Proponatur AK, amplitudo horizontalis alicujus Tormenti majoris, ad datum angulum CAK elevati; quæritur altitudo projectionis, & machinæ impetus. In triangulo ADC, fiat ut radius ad tangentem anguli elevationis, ita AD quarta pars amplitudinis datæ, ad altitudinem DC; item fiat ut ſinus anguli elevationis ad radium, ita altitudo inventa DC ad AC, quæ proinde dabitur; & in rectangulo triangulo BCA, fiat ut ſinus anguli ABC (qui æqualis eſt elevationis angulo,) ad radium, ita AC ad AB impetum, qui proinde innoteſcet. Dato vero impetu, dabitur tempus projectionis perpendicularis. Eſt vero tempus projectionis perpendicularis ad tempus projectionis ſecundum AC, ut AB ad AC; ſive ut radius TAB. 10. *fig.* 7.

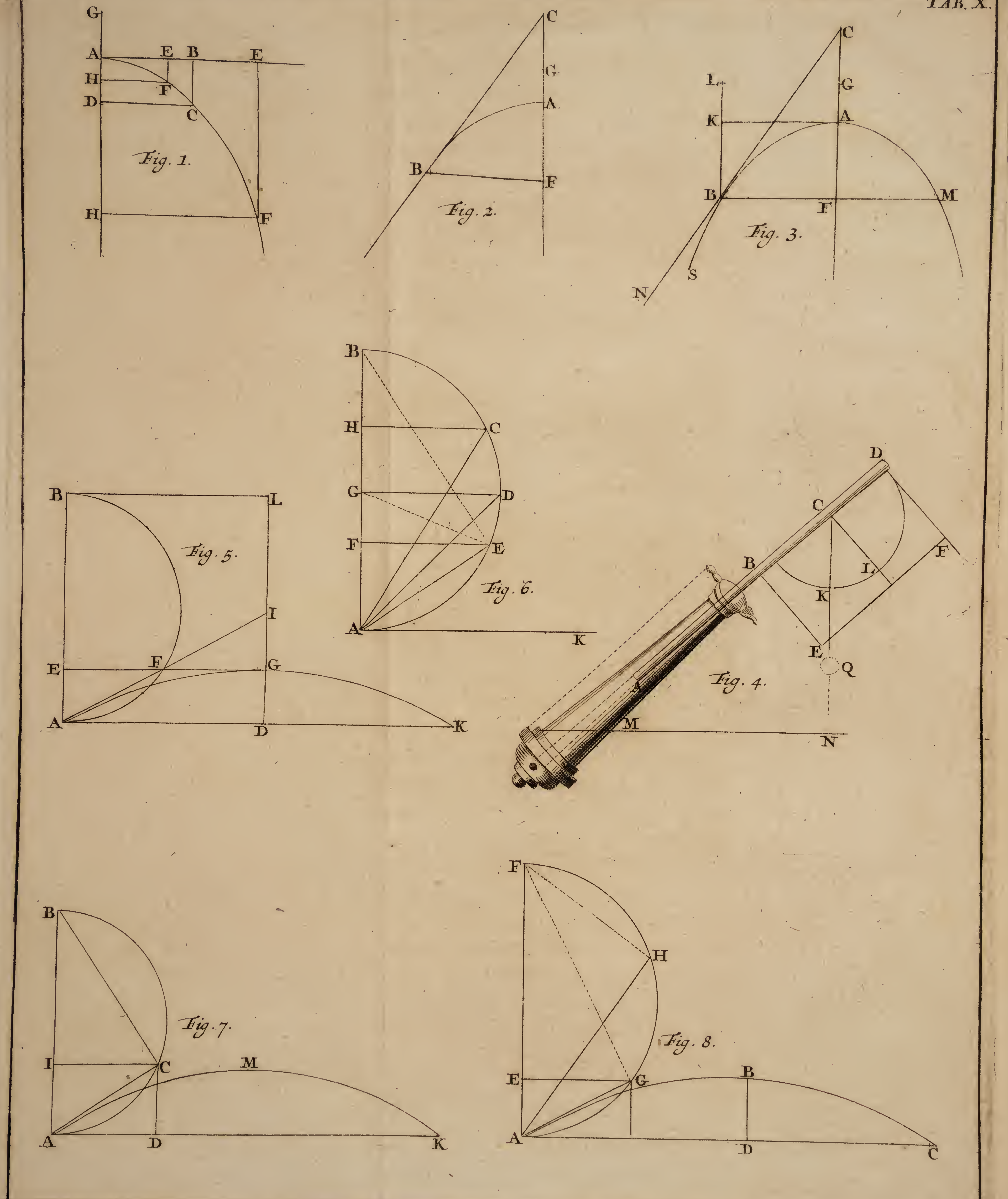
ad

ad ſinum anguli elevationis; ac proinde, per tabulas Sinuum, tempus projectionis ſecundum AC innoteſcet. Hinc etiam, ex dato tempore projectionis cujuſvis, ſecundum datam elevationem factæ, dabitur tempus alterius cujuſvis projectionis, eodem impetu factæ. Eſt enim ut ſinus elevationis projectionis, cujus tempus eſt notum, ad ſinum alterius elevationis, ita tempus notum projectionis unius ad tempus alterius, quod proinde notum erit. Ex data vero amplitudine unius projectionis, ſecundum datam directionem factæ, dabitur amplitudo projectionis ſecundum aliam quamvis directionem factæ. Nam poſito dimidio impetus pro radio, quarta pars amplitudinis eſt ſinus dupli anguli elevationis, ac proinde amplitudines ſunt ut horum angulorum ſinus. Quare ſi innoteſcat amplitudo ſecundum directionem AG, dabitur amplitudo ſecundum directionem AH; fiat enim ut ſinus dupli anguli CAG ad ſinum dupli anguli HAC, ita amplitudo projectionis ſecundum AG ad amplitudinem projectionis ſecundum directionem AH. Quod ſi ex datis impetu & amplitudine horizontali, quæratur elevatio correſpondens; illa ex eodem principio facile innoteſcet. Nam conſtat ex Cor. 1. Probl. 8. duplum impetus eſſe amplitudinem projectionis ſemirectæ. Sed ſinus elevationum duplicatarum ſunt ut amplitudines; quare fiat ut duplum impetus ad amplitudinem datam, ita ſinus dupli anguli ſemirecti, hoc eſt ſinus nonaginta graduum ſeu radius, ad alium; qui erit ſinus duorum arcuum, quorum unus eſt alterius complementum ad ſemicirculum: atque hi duo arcus dimidiati dabunt duas elevationes, quibus data amplitudo attingi poteſt.

TAB. 10 *fig.* 8.

Non ſemper Tormenta bellica ita explodenda ſunt, ut globus præciſe in eodem horizontali plano incidat; ſed ſæpe ſcopus eſt altior Tormento, aut depreſſior: quare in ſequenti Problemate methodus tradenda eſt, qua ſcopus ſupra vel infra horizontem, attingendus eſt.

PRO-


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.

PROBL. XII.

Data baſi Parabolæ, unoque puncto per quod ipſa tranſit; directionem, ſemitam & impetum projectionis invenire.

Sit AC baſis Parabolæ, & punctum B ſcopus feriendus: ex B in AC demittatur perpendicularis BD; rectis BD, AD, DC quarta proportionalis capiatur L; erit L latus rectum parabolæ: biſecetur AC in E, & ex E erigatur perpendiculum EF; rectis L & AE tertia proportionalis ſit EG; erit G vertex parabolæ: & ſi producatur EG, ita ut ſit GF=GE, & ducatur AF, erit FAE angulus directionis machinæ. Eſtque impetus quo projiciendum eſt Grave, æqualis EG + $\frac{1}{4}$ L. Quoniam eſt BD ad AD ut DC ad L, erit L × BD = rectangulo ſub AD & DC, adeoque (per Cor. 1. Theor. 48.) eſt L latus rectum parabolæ per B tranſeuntis, cujus baſis eſt AC. Et quoniam L, AE, EG proportionales ſunt, erit L × EG = AE quad. adeoque erit G vertex parabolæ. Vertice igitur G & latere recto L deſcripta parabola erit ſemita projectionis Gravis, quod punctum B feriet. Eſtque impetus projectionis æqualis EG + $\frac{1}{4}$ L; angulus vero elevationis eſt FAE. Q. E. I. TAB. 11. fig. 2.

Eodem modo procedendum eſt, ſi punctum *b* ſit infra horizontem: ſi enim ex *b* in AC productam demittatur perpendicularis *bd*, & ipſis *bd*, A*d*, *d*C quarta proportionalis capiatur L, erit L latus rectum parabolæ per *b* tranſeuntis.

Cor. Poſito AE radio, erit EF, vel dupla EG, tangens anguli elevationis; adeoque ſi fiat ut AE data ad datam EF, ita radius ad tangentem anguli FAE, dabitur angulus elevationis.

PROBL. XIII.

Dato impetu, invenire directionem ſecundum quam projectum Grave datum punctum quodvis attingat.

Sit impetus datus M, punctum per quod tranſire debet projectum ſit B, cujus diſtantia AB a puncto A datur: ex B in horizontalem AC demittatur perpendicularis BD, in qua producta capiatur DG = 2 M & centro G intervallo GB deſcribatur circulus quem in B tanget recta BK = AB: ex K ſuper BK erigatur perpendicularis KH circulo in duobus punctis H, H TAB. 11. fig. 3.

 oc-

occurrens, ex quibus in diametrum LB demittantur perpendiculares HE, HE, ducanturque rectæ AE, AE, quæ erunt duæ directiones propoſito ſatisfacientes; hoc eſt, projectum ſecundum directionem AE emiſſum cum impetu M, per punctum B tranſibit. Eſt enim AD quad. + BD quad. = AB quad. = BK quad. = EH quad. = (ex natura circuli) LE × EB = LB × EB − EB quad. = $\overline{4M - 2DB}$ × EB − EB quad. quare erit 4 M × EB = (AD quad. + BD quad. + 2 DB × EB + EB quad. = AD quad. + DE quad. =) AE quad. Sed parabola deſcripta à Gravi ſecundum directionem AE projecto, cum impetu M, ita ſecabit rectam DE, ut ſit 4 M × EB = AE quad. (uti patet ex Cor. 2. Theor. 51.) quare punctum B eſt in eadem parabola: & Grave, cum impetu M ſecundum directionem AE projectum, per B tranſibit. Q. E. D.

TAB. 11. fig. 4. *Cor.* Si HK in uno ſolummodo puncto, circulo occurrat; hoc eſt, ſi circulum tangat; unica erit directio propoſito inſerviens. Quod ſi non omnino circulo occurrat, Problema erit impoſſibile, hoc eſt, punctum B dato impetu attingi non poteſt. Adeoque ſi KH circulum tangat, erit impetus ille omnium minimus, quo datum punctum attingi poteſt. Eritque in eo caſu BK ſeu AB = BE vel BG = 2 M − DB, adeoque BE + BD ſeu DE = 2 M, impetus igitur minimus, quo datum punctum attingi poteſt, æqualis erit dimidiæ DE = $\frac{AB + BD}{2}$: & poſito DA radio, erit DE tangens anguli EAD, hoc eſt anguli elevationis. Quare ſi fiat ut AD ad DE, ſive ad AB + BD; ita radius ad quartam proportionalem; dabitur tangens anguli directionis, ſecundum quam ſi fiat projectio, impetu omnium minimo attingitur punctum B.

Sed angulus ille directionis facilius multo habetur, biſecando angulum NAB, perpendiculo AN & recta AB comprehenſum. Recta enim AE, hunc angulum biſecans, erit projectionis directio. Nam quoniam impetus eſt minimus, erit AB æqualis EB; ac proinde angulus BAE æqualis erit angulo BEA = NAE (ob DE, AN parallelas;) adeoque directio pro-

projectionis impetu minimo factæ, angulum NAB biſecabit. Quare ſi Tormento figatur ſpeculum, cujus planum perpendiculare ſit ipſius Tormenti axi ſeu lineæ directionis; radius incidens BA in perpendiculum AN reflectetur, atque ope hujus ſpeculi nullo negotio dirigetur Tormentum ut ſcopus impetu minimo attingatur. Elevanda enim aut deprimenda eſt machina, quoad imago puncti B, facta per ſpeculum planum, in perpendiculo NA videatur: nam ob angulum BAE incidentiæ æqualem angulo reflectionis NAE, erit angulus NAB biſectus, ac AE erit directio machinæ, cum punctum B impetu minimo attingendum eſt.

CLARISSIMI HUGENII THEOREMATA DE VI CENTRIFUGA ET MOTU CIRCULARI DEMONSTRATA.

S*Equentium Theorematum demonſtrationes, primus ego literato orbi impertivi; auctor enim abſque demonſtratione illa emiſerat: Poſtea vero à* Gallis *quibuſdam eadem Theoremata, ſed mutato ordine, demonſtrata ſunt; & nunc ipſius Auctoris demonſtrationes concinnæ admodum, noſtris vero prolixiores, inter ejus opera poſthuma proſtant. Cum vero ſcientiæ de Motu partem haud ignobilem conſtituunt hæc Theoremata, placuit ipſorum demonſtrationes huic rurſus operi annectere; ut videat Reſpublica literaria quantum Philoſophia Mechanica per Geometriam promovenda ſit.*

Defin. 1. Vis centripeta eſt vis illa, quâ mobile aliquod de motu rectilineo continuò retrahitur, & verſus centrum aliquod perpetuò urgetur. Nam cum juxta ſatis notam naturæ legem, Corpus omne ſemel motum, ſecundum eandem rectam ſemper uniformiter progredi nitatur, patet nullum mobile poſſe orbitam aliquam motu ſuo deſcribere, niſi vi quadam in orbitâ illâ detineatur. *Ex. gr.* Rotetur mobile uniformi cum motu in peripheria circuli ACE; quod ubi ad A pervenit, ſublatâ vi illâ qua in orbita detinetur, progrederetur ſecundum Tangentem AB, & in infinitum excur-

TAB. II. *fig.* 5.

curreret: quo itaque in peripheria detineatur, opus eſt ut vis aliqua continuo agat, quæque æquipolleat vi in A agenti corpus verſus D per ſpatium æquale BC, interea dum mobile vi inſitâ per ſpatium indefinite exiguum AB progrederetur: nam hac ratione hiſce viribus conjunctis deſcribet mobile lineam AC (per *Theor.* 30.) Vis hæc, ſive ſit actio fili detinentis, ſive cohærentia cum alio corpore gyrante, ſive oriatur à Gravitate aut attractione quacunque, Vis Centripeta dici poteſt.

2. Vis Centrifuga eſt Reactio ſeu reſiſtentia quam exercet mobile ne à viâ ſuâ deflectere cogatur, quaque motum ſuum in eadem directione continuare conatur; eſtque, uti Reactio actioni, vi centripetæ ſemper æqualis & contraria: ea ex vi inertiæ materiæ oritur, & cum corpus in peripheria circuli gyrans, ope fili ne excurrat detinetur; per vim illam centrifugam tenditur filum, quod filum eodem relaxandi ſe conatu æqualiter urgebit corpus verſus centrum, & centrum verſus corpus.

Cum vis centripeta proportionalis eſt ſpatio quod corpus urgenti illâ vi in dato tempore deſcribit, liquet tam vim centripetam quam centrifugam poſſe per lineolas naſcentes BC vel *bc* repræſentari: nam dum corpus Tangentem AB indefinite exiguam deſcribit, ſpatium quod urgente vi centripetâ interea percurret, erit æquale BC. Demonſtravimus autem (*Lect.* 4ta.) in lineolis naſcentibus ſeu infinite parvis AB, AC, eſſe BC, infinite minorem AB vel AC unde vis centripeta vel centrifuga erit infinite minor quam vis inſita ſeu excurſoria AB.

LEMMA.

In circulo ſubtenſæ anguli contactus evaneſcentes ſive infinite parvæ ſunt in duplicatâ ratione arcuum conterminorum.

Sint arcus illi AC, A*c*; ſubtenſæ ad tangentem perpendiculares, BC, *bc*; ducatur diameter AD, & ad diametrum perpendiculares C*m*, *cn*; & erit BC : *bc* :: A*m* : A*n* :: A*m* × AD : A*n* × AD. Eſt vero (per 8. E. 6.) AD : AC :: AC : A*m*, & AD : A*c* :: A*c* : A*n*; quare erit AD × A*m* = AC *q* & AD × TAB. 11. *fig.* 6.

 A*n*

$An = ACq$: Quare eſt etiam BC : bc : : ACq : Acq. Q. E. D.

Cor. Hinc eſt $BC = \frac{ACq}{AD}$

Hoc Lemma in omnibus curvis primi generis univerſaliter demonſtravit egregius Newtonus.

THEOR. I.

Si duo mobilia æqualia, æqualibus temporibus, circumferentias inæquales percurrant; erit vis centrifuga in majori circumferentia ad eam quæ in minore, ſicut ipſæ inter ſe circumferentiæ vel earum Diametri.

TAB. 11. *fig.* 7. Percurrat mobile A circumferentiam ACH, & eodem tempore mobile *a* circumferentiam *ach*, ſintque AC, *ac*, arcus minimi ſimul deſcripti. Quia utraque peripheria æquali tempore percurritur, arcus illi erunt ſimiles, & proinde figura ABC ſimilis erit figuræ *abc*; quare BC : *bc* : : AC : *ac* : : periph. ACH : periph. *ach*. Sed conſtat, ex ſuperiore definitione, eſſe vim centrifugam mobilis A ad vim centrifugam mobilis *a* ut BC ad *bc*. Quare erit vis centrifuga mobilis A ad vim centrifugam mobilis *a* ut periph. ACH ad periph. *ach*, ſive ut illius diameter ad diametrum hujus. Q. E. D.

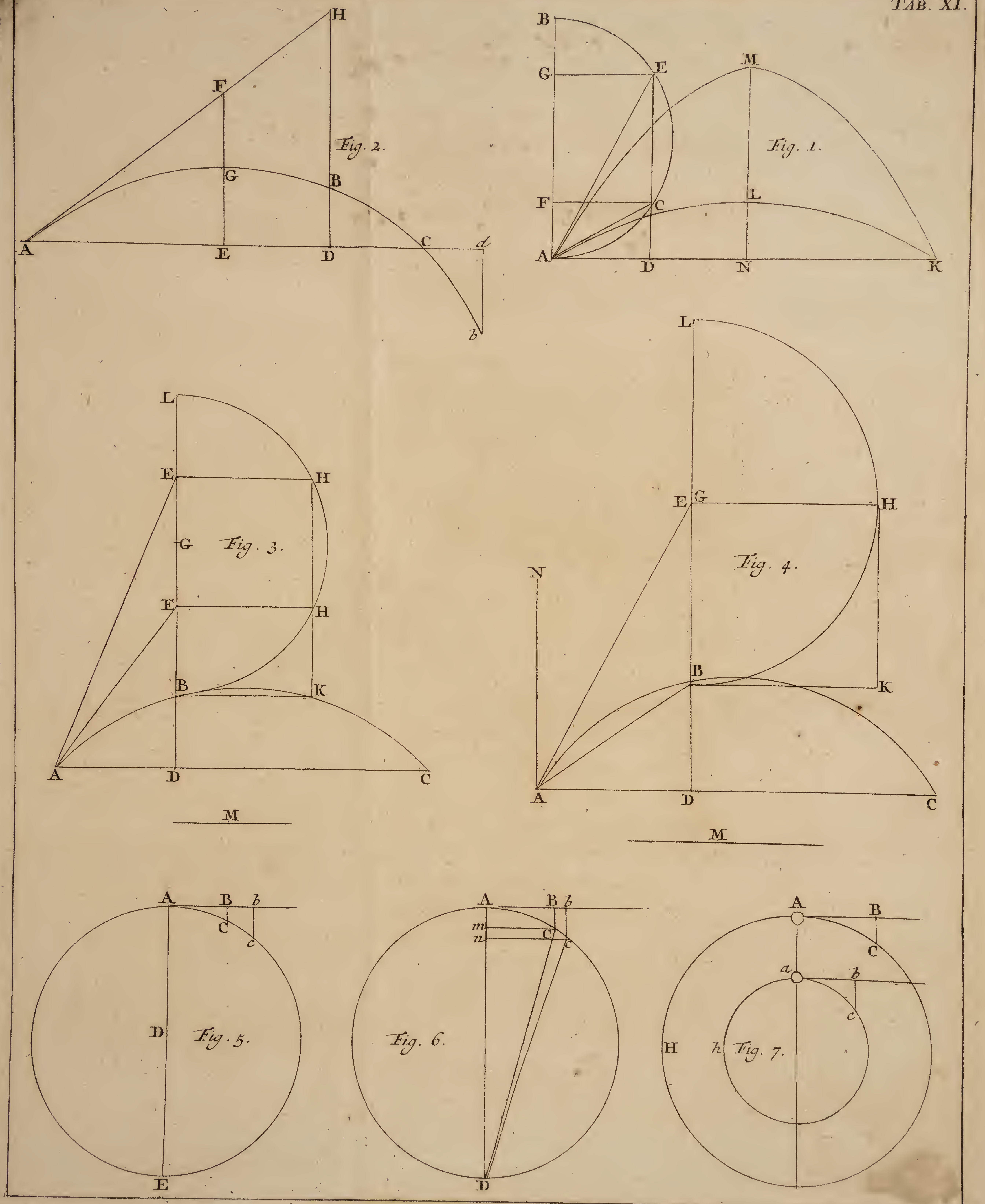
Cor. Hinc vice verſa, ſi vires centrifugæ ſint ut diametri, tempora periodica erunt æqualia.

THEOR. II.

Si duo mobilia æqualia æquali celeritate ferantur in circumferentiis inæqualibus, erunt eorum vires centrifugæ in ratione contraria diametrorum.

TAB. 12. *fig.* 1. Sint AC, *ac* arcus minimi ſimul deſcripti, qui ob æqualem in utroque mobili velocitatem, æquales erunt. Fiat arcus A*m* ſimilis arcui *ac* & ducatur *lm* ad BC parallela; & erit vis centrifuga in majori circumferentia ad eam quæ eſt in minore ut lineola naſcens BC ad naſcentem *bc*: ſed eſt BC ad *bc* in ratione compoſita ex BC ad *lm* & *lm* ad *bc*; & ex præcedenti lemmate eſt BC ad *lm* ut AC*q* ad A*mq*, & eſt *lm* ad *bc* ut A*m* ad *ac* vel AC. Quare erit BC : *bc* : : AC*q* : A*mq* + A*m* : *ac* : : AC*q* : A*mq* + A*mq* : A*m* × *ac* : : AC*q* vel

TAB. XI.


Fig. 2.
A E D C d b F G H B
Fig. 1.
B G E F C A D N K M L
Fig. 3.
L E H G E H B K A D C M
Fig. 4.
L E G H N B K A D C M
Fig. 5.
A B b C c D E
Fig. 6.
A B b m n C c D
Fig. 7.
A B C a b c H h

vel *acq*: AM$\times$*ac*::*ac*:A*m*, hoc eſt, ut tota periph. *ach* ad totam periph. ACH, ſive ut diameter *ah* ad diametrum AH. Q. E. D.

THEOR. III.

Si duo mobilia æqualia in circumferentiis æqualibus ferantur, ſed utraque motu æquabili, (qualem in his omnibus intelligi volumus) erit vis centrifuga velocioris ad vim tardioris in ratione duplicata celeritatum.

Sunt enim vires centrifugæ ut ſubtenſæ evaneſcentes anguli contactus quæ (per hactenus demonſtrata) in eodem vel æqualibus circulis ſunt in duplicata ratione arcuum conterminorum: ſed arcus contermini, cum ſint ſpatia ſimul deſcripta, ſunt ut velocitates; quare vires centrifugæ ſunt in duplicata ratione velocitatum. Q. E. D.

THEOR. IV.

Si mobilia duo æqualia in circumferentiis inæqualibus circumlata, vim centrifugam æqualem habuerint; erit tempus circuitus in majori circumferentia, ad tempus circuitus in minori, in ſubduplicata ratione diametrorum.

Sint AC, *ac*, arcus minimi ſimul deſcripti; Quia TAB. 12.
vires centrifugæ æquales ſunt, erit BC $=$ *bc*. Dicatur *fig.* 1.
tempus quo deſcribitur periph. ACH, T, & tempus quo deſcribitur periph. *ach*, *t*: fiat arcus A*m* ſimilis arcui *ac*, & ponamus mobile aliquod eodem tempore percurrere circumferentiam ACHA quo percurritur circumferentia *acha*; & in eo caſu arcus in utraque peripheria ſimul deſcripti erunt A*m*, *ac*: ſed eſt velocitas mobilis in dato aliquo tempore percurrentis arcum A*m*, ad velocitatem mobilis eodem tempore percurrentis arcum AC, ut arcus A*m* ad arcum AC; adeoque cum tempus quo eadem peripheria percurritur eſt ſemper reciproce ut velocitas, erit T:*t*:: A*m*: AC & $T^2:t^2$:: A*mq*: AC*q* :: *ml*: BC :: *ml*: *bc*: hoc eſt, ob arcum A*m* ſimilem arcui *ac*, ut diameter AH ad diametrum *ah*, unde conſtat eſſe T : *t* :: $\sqrt{AH} : \sqrt{ah}$: Q. E. D.

Schol. Cum in omni caſu, vis centrifuga eſt ad vim centrifugam

gam ut BC ad bc, eſt vero BC $= \frac{ACq}{AH}$ & $bc = \frac{acq}{ah}$, erit vis centrifuga ad vim centrifugam ut $\frac{ACq}{AH}$ ad $\frac{acq}{ah}$; hoc eſt, ut quadrata arcuum ſimul deſcriptorum ad circulorum diametros applicata; & cum arcus illi ſunt ut velocitates, erunt vires centrifugæ etiam ut velocitatum quadrata ad circulorum diametros applicata.

LEMMA. 2.

Si mobile in circumferentia circuli revolvatur, ſpatium quod mobile recta progrediens, & urgente ſolummodo vi centrifuga ex motu illo circulari orta, in dato tempore percurreret, erit tertium proportionale circuli diametro & arcui, quem ſi in circumferentia circuli latum eſſet eodem tempore deſcriberet.

TAB. 12. *fig.* 1. Sit AC arcus quilibet in minima aliqua temporis particula deſcriptus, & deſignet n tempus quodlibet ſeu numerum quemlibet iſtiuſmodi particularum; erit $n \times AC$ arcus quem mobile in peripheria latum in dato tempore n deſcribet, & BC ſpatium quod in prima temporis iſtius particulâ, urgente vi centrifuga, percurreret. Cum autem mobile omne, vi eadem in eandem ſemper plagam continuatâ, deſcribat ſpatia in duplicata ratione temporum (per Cor. 3. Theor. 17. Lect. 11. Quippe quæcunque de gravitate demonſtrata ſunt, ea cuilibet alii vi uniformiter agenti applicari poſſunt) erit ſpatium urgente vi centrifuga in tempore n deſcriptum $= n^2 \times BC$. Sed (ut conſtat ex lemmate primo) eſt AH : AC :: AC : BC, & ut AC ad BC ita $n \times AC$ ad $n \times BC$; quare eſt AH ad AC ut $n \times AC$ ad $n \times BC$, & ducendo conſequentes in n, erit AH ad $n \times AC$ ut $n \times AC$ ad $n^2 \times BC$: hoc eſt, diameter circuli, arcus in dato tempore deſcriptus, & ſpatium quod urgente vi centrifuga in eodem tempore percurretur; ſunt continue proportionalia. Q. E. D.

Cor. Si diameter circuli dicatur D, & arcus in quolibet tempore à mobili deſcriptus vocetur A, ſpatium quod mobile, urgente vi centrifuga & recta progrediens, eodem tempore

pore deſcriberet erit $\frac{A^2}{D}$; ſunt enim D, A, $\frac{A^2}{D}$ continue proportionales.

THEOR. V.

Si mobile in circumferentia circuli feratur, ea celeritate quam acquirit cadendo ex altitudine quæ ſit quartæ parti diametri æqualis, habebit vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem; hoc eſt, eadem vi funem quo in centro detinetur intendit, atque cum in eo ſuſpenſum eſt.

Vocetur diameter circuli D, & peripheria P: & cum ex hypotheſi velocitas mobilis in peripheria lati uniformis ſit, & æqualis illi quam acquirit cadendo per $\frac{1}{4}$ D, liquet quod mobile æquali tempore in peripheria latum deſcriberet arcum illius duplo æqualem, (per Theorema 17. Lect. 11.) hoc eſt $= \frac{1}{2}$ D; unde ex lem. 2. ſpatium ab impellente vi centrifuga interea percurſum erit $= \frac{1}{4}$ D; eſt enim D ad $\frac{1}{2}$ D ut $\frac{1}{2}$ D ad $\frac{1}{4}$ D: Sed ex hypotheſi ſpatium quod mobile urgente vi gravitatis eodem tempore deſcribit eſt etiam $\frac{1}{4}$ D. Quare cum ſpatia à duabus hiſce viribus eodem tempore percurſa ſunt æqualia, erunt quoque vires illæ æquales.

Cor. 1. Hinc vice verſa, ſi mobile in circumferentia latum habeat vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem, ejus velocitas eſt ea quæ acquiritur cadendo per $\frac{1}{4}$ D.

Cor. 2. Hinc tempus circuitus eſt ad tempus deſcenſus per $\frac{1}{4}$ D ut P ad $\frac{1}{2}$ D ſive ut 2 P ad D. Nam quo tempore mobile cum velocitate accelerata percurrit $\frac{1}{4}$ D, cum velocitate ultimò acquiſita uniformiter motum percurret $\frac{1}{2}$ D: ac proinde cum velocitates ſunt æquales, erunt tempora ut ſpatia percurſa; hoc eſt tempus quo mobile percurrit peripheriam eſt ad tempus quo deſcribit $\frac{1}{2}$ D ut P ad $\frac{1}{2}$ D, ſive ut 2 P ad D; ſed tempus quo deſcribitur $\frac{1}{2}$ D eſt $=$ tempori caſus per $\frac{1}{4}$ D: unde erit tempus circuitus ad tempus caſus perpendicularis per $\frac{1}{4}$ D ut 2 P ad D.

THEOR. VI.

In cava ſuperficie conoidis parabolici, quod axem ad perpendicu-

 lum

lum erectum habeat, circuitus omnes mobilis circumferentias horizonti parallelas percurrentis, ſive parvæ ſive magnæ fuerint, æqualibus temporibus peraguntur: quæ tempora ſingula æquantur binis oſcillationibus penduli, cujus longitudo ſit dimidium lateris recti parabolæ genetricis.

TAB. 12. *fig.* 2. Sit HGADE conoides parabolicum, cujus axis AP ad perpendiculum erigitur; GD, HE, diametri circulorum quorum peripherias horizonti parallelas mobile percurrit: quod igitur urgebitur à tribus potentiis ſibi mutuo æquipollentibus ſecundum tres diverſas directiones, quarum prima eſt vis gravitatis impellens mobile ſecundum rectam HN ad horizontis planum perpendicularem; ſecunda eſt vis centrifuga orta ex motu circulari, urgens mobile ab H verſus K; tertiæ vero potentiæ ſupplet vicem reſiſtentia ſeu contrarius niſus ſuperficiei parabolicæ ſecundum lineam HP ſibi perpendicularem agens, nam reactio actioni ſemper æqualis eſt, & fit in plagam contrariam: unde cum ſuperficies perpendiculariter à mobili premitur, hæc æqualiter reaget in corpus ſecundum directionem HP, & contrarius ille niſus æquipollet potentiæ ſecundum directionem HP mobile urgenti: quare cum mobile à tribus hiſce potentiis ſuſtinetur, erunt neceſſario ſibi mutuo in æquilibrio, *i. e.* binæ quævis alterius effectum deſtruent. Unde ducta ON ad HK parallela cum HN occurrente in N, ſi OH repræſentet reactionem ſuperficiei parabolicæ, recta ON exponet vim centrifugam & HN vim gravitatis mobilis: ſed ob æquiangula triangula HON, HMP, eſt ON ad HN ut HM ad MP, hoc eſt, erit vis centrifuga mobilis peripheriam circuli HME deſcribentis ad vim gravitatis ejuſdem ut HM radius circuli ad MP ſubperpendicularem. Similiter in quavis alia peripheria GLD in ſuperficie Conoidis, vis centrifuga mobilis ipſam deſcribentis eſt ad vim gravitatis ut GB radius ad BQ ſubperpendicularem. Porro quoniam eſt vis centrifuga mobilis, peripheriam HME percurrentis, ad vim gravitatis ut HM ad MP, & vis gravitatis ejuſdem mobilis eſt ad ejus vim centrifugam cum peripheriam GLD percurrit, ut BQ ad BG, ſive (ex natura parabolæ) ut MP ad BG, erit ex æquo vis centrifuga mobilis peripheriam HME percurrentis ad vim ejus centrifugam

gam cum percurrit peripheriam GLD, ut HM ad BG; hoc eſt, vires centrifugæ ſunt ut ſemidiametri vel diametri circulorum: unde (per Cor. Theor. primi) tempora periodica æquantur. Quod primo erat demonſtrandum.

Accipiatur jam circulus GLD talis ut ejus diameter GD ſit æqualis lateri recto parabolæ HAE, unde ex natura parabolæ erit GB = BQ; adeoque vis centrifuga mobilis in peripheria GLD æqualis erit vi gravitatis; eſt igitur (per Cor. præc.) velocitas mobilis in peripheria GLD ea quæ acquiritur cadendo per ſpatium æquale $\frac{1}{4}$ GD, vel (ex natura parabolæ) per BA. Fiat jam OST cyclois cujus axis vel diameter circuli generatoris SR ſit æqualis AB, & erit tempus deſcenſus per cycloidem OS ad tempus caſus perpendicularis per axem RS vel per BA, ut $\frac{1}{2}$ P ad D (per Theor. 46. Lect. 15.) Sed (per Cor. præc.) eſt tempus deſcenſus per AB ad tempus circuitus in periph. GLD ut D ad 2 P; quare ex æquo tempus deſcenſus per cycloidem OS eſt ad tempus circuitus in periph. GLD ut $\frac{1}{2}$ P ad 2 P, ſive ut 1 ad 4; unde tempus quatuor deſcenſuum per cycloidem, ſive tempus binarum oſcillationum in cycloide, æquatur tempori circuitus in peripheria GLD. Eſt vero tempus binarum oſcillationum in cycloide æquale tempori binarum oſcillationum minimarum in circulo, qui cum cycloide æquicurvus eſt ad verticem S; eo quod portio iſtiuſmodi circuli & portio cycloidis ad verticem S fere coincidunt, & proinde eundem in rebus phyſicis præſtant effectum, ut jam ſatis notum eſt. Sed radius circuli æquicurvi cum cycloide ad verticem S, vel quod idem eſt, radius circuli oſculantis cycloidem ad verticem, æqualis eſt duplæ RS vel duplæ AB, (ut facile ex Corol. Theor. 46. Lect. 15. ſequitur) adeoque longitudo penduli in circulo illo oſcillantis æqualis eſt duplæ AB ſive dimidio lateris recti parabolæ genetricis. Unde tempus binarum oſcillationum minimarum penduli, cujus longitudo eſt dimidium lateris recti, æquale eſt tempori binarum oſcillationum in cycloide OST, vel tempori circuitus in peripheria GLD vel in periph. HMF. Q. E. D.

Cor. Hinc ſi mobile in circumferentia circuli ea celeritate feratur quæ acquiritur cadendo per $\frac{1}{4}$ diametri, tempus circuitus

 æqua-

æquale erit tempori binarum oſcillationum minimarum penduli cujus longitudo ſit ſemidiameter circuli.

THEOR. VII.

Si mobilia duo ex filis inæqualibus ſuſpenſa gyrentur ita, ut circumferentias horizonti parallelas percurrant, capite altero fili immoto manente, fuerint autem conorum, quorum ſuperficies fila hoc motu deſcribunt, altitudines æquales, tempora quoque circulationum æqualia erunt.

TAB. 12. *fig.* 3. Sit ABE conus ille, cujus ſuperficiem deſcribit filum AB; item ADL conus cujus ſuperficiem deſcribit filum AD; ſitque C centrum baſis utriuſque coni, & AC communis eorum altitudo. Conſideretur jam mobile B tanquam à tribus potentiis ſibi mutuo æquipollentibus tractum, quarum una, quæ eſt vis gravitatis, trahit mobile per rectam BG ad horizontis planum perpendicularem; altera ſecundum directionem B*m* agens, eſt vis centrifuga qua mobile à centro ſuæ orbitæ C recedere conatur; tertia vero quæ hiſce duabus æquipollet & reſiſtit, eſt niſus contrarius fili ſecundum directionem AB agens: eſt enim tenſio fili loco potentiæ contrariæ ac eundem in hoc caſu præſtat effectum. Si ergo BF repræſentet actionem fili, vis mobilis centrifuga & vis gravitatis exponentur per rectas FG & BG (per Theor. 33. Lect. 14.) hoc eſt, vis centrifuga mobilis B erit ad vim gravitatis ut FG ad BG, ſive (propter triangula æquiangula FBG, ABC,) ut BC ad CA. Eodem modo erit vis gravitatis ad vim centrifugam mobilis D ut AC ad DC: quare ex æquo erit vis centrifuga mobilis B ad vim centrifugam mobilis D ut BC ad DC; hoc eſt, vires centrifugæ ſunt ut ſemidiametri circulorum quorum circumferentias mobilia deſcribunt, ac proinde (per Cor. Theor. 1.) tempora circulationum ſunt æqualia. Q. E. D.

Cor. Hinc vis centrifuga eſt ad vim gravitatis ut ſemidiameter baſis coni ad coni altitudinem.

Not. Per vim gravitatis & vim centrifugam nos in hac demonſtratione intelligere vires acceleratrices mobilium; niſi mobilia ponantur æqualia, in quo caſu poſſunt etiam ſumi vires abſolutæ.

THE-

THEOR. VIII.

Si duo mobilia, uti prius, motu conico gyrentur, filis æqualibus vel inæqualibus ſuſpenſa; fuerintque conorum altitudines inæquales, erunt tempora circumlationum in ſubduplicata ratione ipſarum altitudinum.

Sint duo mobilia B & G, ſintque primo coni ABD, EGH, quorum ſuperficies fila deſcribant, ſimiles; (per Corol. Theorem. 7.) erit vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis ut BC ad AC; & erit vis centrifuga mobilis G ad eandem vim gravitatis ut GF ad FE: ſed propter æquiangula triangula ABC, GEF, BC eſt ad AC ut GF ad FE, quare erit vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis ut vis centrifuga mobilis G ad eandem vim gravitatis, ac proinde vires illæ centrifugæ æquales erunt: erunt igitur (per Theorem. 4.) tempora circuitus mobilium in ſubduplicata ratione ſemidiametrorum, hoc eſt, propter æquiangula triangula ABC, EGF, in ſubduplicata ratione altitudinum AC & EF. Sed qualeſcunque ſunt coni quos fila deſcribant, modo eorum altitudines invariatæ maneant, tempora circulationum etiam invariata manebunt; quare in omni caſu conſtat veritas hujus Theorematis. Q. E. D. TAB. 12. *fig.* 4.

THEOR. IX.

Si pendulum motu conico latum circuitus minimos faciat; eorum ſingulorum tempora ad tempus caſus perpendicularis ex dupla penduli altitudine, eam rationem habent quam circumferentia circuli ad diametrum: ac proinde æqualia ſunt tempori duarum oſcillationum lateralium ejuſdem penduli minimarum.

Sit ADB conus cujus ſuperficiem deſcribit filum; ejus altitudo ſit A*c* fere = AB, quia circuitus ſunt minimi. Semidiametro GH = A*c* deſcribatur circulus GLFO, atque in ejus peripheria ponatur mobile revolvi celeritate quæ acquiritur cadendo per $\frac{1}{4}$ ſuæ diametri ſive $\frac{1}{4}$ D. (Per Theor. 5.) erit ejus vis centrifuga vi gravitatis æqualis; ſed eſt vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis, ac proinde ad vim centrifugam mobilis in periph. GLF lati, ut B*c* ad A*c* ſive GH: quare mobilia B & G, cum vires centrifugæ ſunt ut radii, tempora cir- TAB. 12. *fig.* 5.

 cu-

culationum æqualia habebunt (per Cor. Theor. 1.) Eſt vero tempus deſcenſus per GF ſive D ad tempus deſcenſus per $\frac{1}{4}$ D, ut D ad $\frac{1}{2}$ D (per Cor. 3. Theor. 17. Lect. 11.) & eſt tempus deſcenſus per $\frac{1}{4}$ D ad tempus circuitus in periph. GLG ut $\frac{1}{2}$ D ad P: quare ex æquo erit tempus deſcenſus per D ad tempus circuitus in periph. GLF, ſive ad tempus circuitus penduli ABCD, ut D ad P. Pars poſterior Theorematis liquet ex Corollario Theor. 6.

Cor. Hinc cum tempus caſus perpendicularis eſt in ſubduplicata ratione ſpatii à gravi cadente percurſi, erit tempus deſcenſus ex altitudine penduli ad tempus circulationis minimæ ut $\sqrt{\frac{1}{2}} \times$ D ad P.

THEOR. X.

Si mobile in circumferentia feratur, circuitusque ſingulos abſolvat eo tempore, quo pendulum longitudinem ſemidiametri circumferentiæ ejus habens, motu conico circuitum minimum abſolveret, vel duplicem oſcillationem minimam lateralem; habebit vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem.

TAB. 12. *fig.* 5. Quia mobilia B, G (ex hyp.) æquali tempore circuitus ſuos abſolvunt, erit vis centrifuga mobilis B ad vim centrifugam mobilis G ut BC ad GH ſive BC ad AC; eſt vero ut BC ad AC ita vis centrifuga mobilis B ad vim gravitatis (per Cor. Theor. 7.) Quare (per 9. 5. *Euclidis*) erit vis centrifuga mobilis G æqualis vi gravitatis. Q. E. D.

THEOR. XI.

Penduli cujuſlibet motu conico lati, tempora circuitus æqualia erunt tempori caſus perpendicularis, ex altitudine penduli filo æquali; cum angulus inclinationis fili ad planum horizontis fuerit partium 2. ſcrup. 54. proxime: Exacte vero, ſi anguli dicti ſinus fuerit ad radium ut quadratum circulo inſcriptum ad quadratum à circumferentia.

TAB. 12. *fig.* 6. Sit pendulum, cujus filum deſcribat ſuperficiem conicam CAD talem, ut ſit ſinus anguli ACE ad radium (hoc eſt AE ad AC) ut $\frac{1}{2}$ D^2 ad P^2. Sit etiam AFG ſuperficies coni quem penduli filum motu minimo lati deſcribit, cujus proinde altitudo

tudo AB = AF = AC. Erit (per Theor. 8.) tempus circuitus mobilis F ad tempus circuitus mobilis C in ſubduplicata ratione AB ſive AC ad AE; eſt vero ut AC ad AE ita (ex hypoth. P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$; quare erit tempus circuitus mobilis F ad tempus circuitus mobilis C in ſubduplicata ratione P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$, hoc eſt, in ratione P ad $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$. Eſt vero ut P ad $\sqrt{\frac{1}{2}} \times D$ ita (per Cor. Theor. 9.) tempus circulationis minimæ, hoc eſt, tempus circulationis mobilis F, ad tempus caſus perpendicularis ex penduli altitudine; quare tempus circuitus mobilis F eandem habet proportionem ad tempus circuitus mobilis C, quam habet ad tempus caſus perpendicularis ex altitudine æquali longitudini penduli; ac proinde (per 9. Elem. 4.) tempus circuitus mobilis C æquale erit tempori caſus perpendicularis ex altitudine æquali longitudini penduli. Q. E. D.

Cum autem eſt P ad D circiter ut 314 ad 100, erit P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$ ut 98596 ad 5000. Eſt autem AC ad AE ex prius demonſtratis ut P^2 ad $\frac{1}{2}D^2$; quare eſt 98596 ad 5000 ut AC ad AE: & ut AC ad AE ita (per Trigonometriam) eſt ſinus anguli ACE ſeu radius 100000 ad ſinum anguli ACE. Eſt autem ut 98596 ad 5000 ita 100000 ad 5070, qui igitur eſt ſinus anguli ACE, cui quamproxime reſpondent gradus 2 ſcrupula 54.

THEOR. XII.

Si pendula duo pondere æqualia, ſed inæquali filorum longitudine, motu conico gyrentur, fuerintque conorum altitudines æquales, erunt vires quibus fila ſua intendunt, in eadem ratione quæ eſt filorum longitudinis.

Conſtat ex Theor. 7. Nam vis gravitatis eſt in utroque cono ad tenſionem fili ut altitudo coni ad longitudinem fili; cumque eadem eſt conorum altitudo, patet tenſiones filorum eſſe eorum longitudinibus proportionales. Q. E. D.

THEOR. XIII.

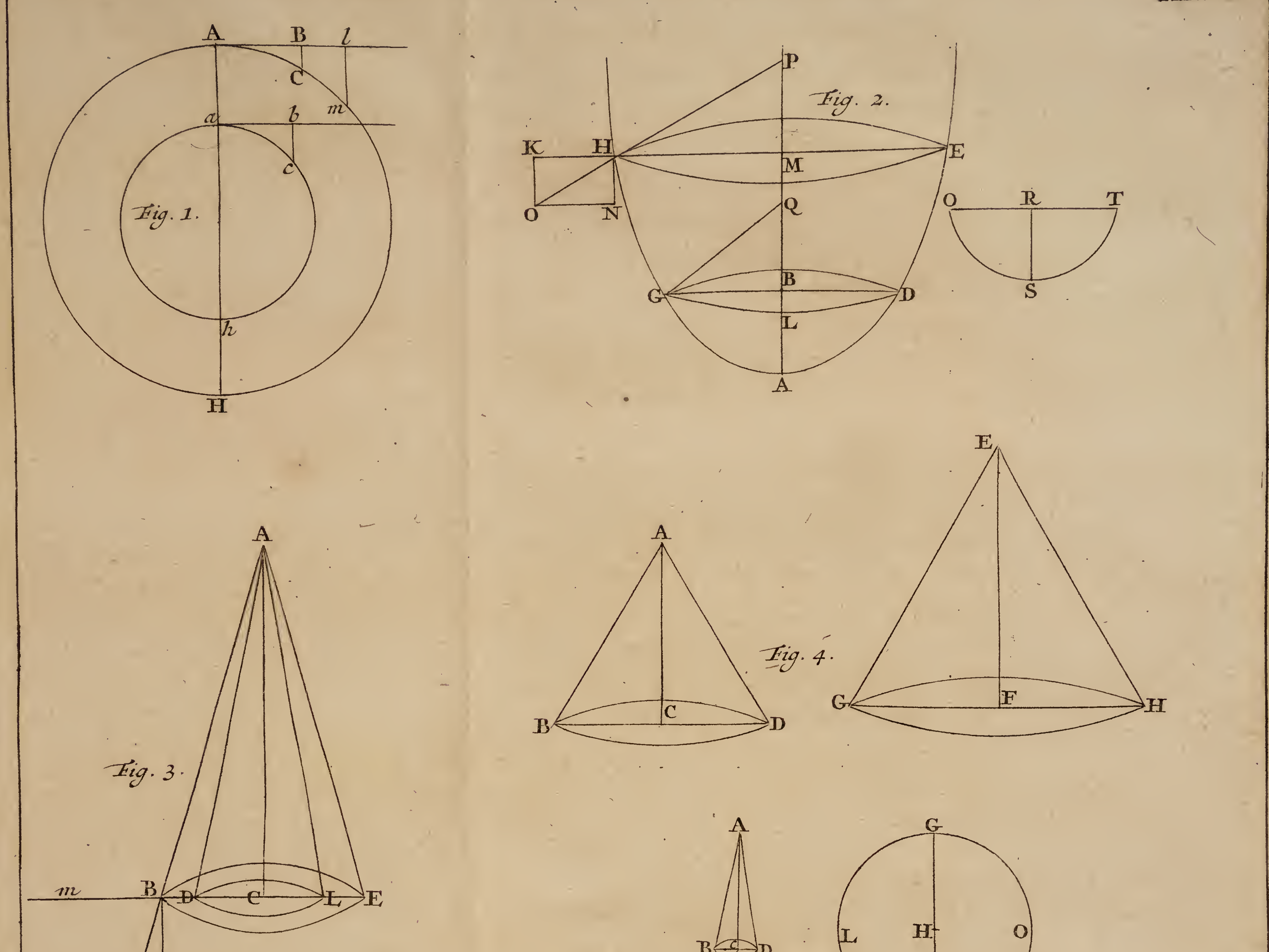
Si pendulum ſimplex oſcillatione laterali maxima agitetur, hoc eſt, ſi per totam circuli quadrantem deſcendat, ubi ad punctum imum circumferentiæ pervenerit, tripla majori vi filum ſuum trahet, quam ſi ex illo ſimpliciter ſuſpenſum foret.

Sit

TAB. 12. fig. 7. Sit pendulum AB per quadrantem FB motum: biſecetur AB, in C, per quod ducatur CE ad AB perpendicularis, circumferentiæ occurrens in E. Si pendulum ſolummodo per arcum EB deſcenderet, acquireret in puncto B eandem velocitatem, ac ſi per CB $\frac{1}{4}$ diametri deſcendiſſet (per corollarium primum Theor. 38. Lectionis XV.) adeoque (per Theor. 5.) habebit in puncto B vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem: & proinde gravitas & vis centrifuga ſimul junctæ dupla majori vi filum trahent, quam ſi ſola adeſſet gravitas. Si vero pendulum elevetur ad F, poſt deſcenſum ad B, eandem acquireret velocitatem, ac ſi per AB cecidiſſet. Eſt vero AB ad BC in duplicata ratione velocitatis acquiſitæ in deſcenſu per AB ad velocitatem acquiſitam in deſcenſu per BC; quare etiam erit AB ad BC (per Theor. 3.) ut vis centrifuga mobilis in puncto B poſt deſcenſum per FB, ad vim centrifugam in puncto B poſt deſcenſum tantum per EB; adeoque vis centrifuga mobilis poſt deſcenſum per FB dupla erit vis centrifugæ poſt caſum per EB; hoc eſt, vis centrifuga in puncto B poſt caſum per FB dupla erit vis gravitatis: quare filum à vi centrifuga & vi gravitatis, ſimul & ſecundum eandem directionem agentibus, tripla majori vi trahitur, quam ſi à ſola gravitate tenderetur. Q. E. D.

IN-

TAB. XII.


Fig. 1.
A
B
l
C
a
b
m
c
h
H
Fig. 2.
P
K
H
E
M
O
N
Q
O
R
T
S
G
B
D
L
A
Fig. 3.
A
m
B
D
C
L
E
F
G
Fig. 4.
A
C
B
D
E
G
F
H
Fig. 5.
A
B
C
D
G
L
H
O
F
Fig. 6.
A
C
E
D
F
G
B
Fig. 7.
A
F
C
E
B

INTRODUCTIO
AD
VERAM ASTRONOMIAM,
SEU
LECTIONES ASTRONOMICÆ

Habitæ in Schola Aſtronomica Academiæ
OXONIENSIS,

Authore
JOANNE KEILL, M. D.
Aſtronomiæ Profeſſore Saviliano. R. S. S.

NOBILISSIMO ET HONORATISSIMO

D^NO. D^NO. JACOBO

DUCI

DE

CHANDOS,

MARCHIONI ET COMITI

DE

CARNARVON.

CUM inter Mathematicæ Scientiæ ſtudia primas merito ſibi vindicavit, & obtinuit Aſtronomia; Felicitati illius tribuam, an virtuti Hominum; quod in omni ætate & populo, primarios Principeſque viros, præ cæteris longe diſciplinis, ſortita fuerit fautores? Digneris itaque, Vir Nobiliſſime, in hujuſce libri Patrocinium vocari, quem ſi parum tibi commendat, aut operis, aut Auctoris meritum, id abunde compenſabit Argumenti Dignitas. Cujus enim Tutelæ potius ſe committat Aſtrorum deſcriptio, quam illius viri, qui, ſi ſapientiam ſpectemus, inter eos primus eſt qui *Aſtris dominantur?* Ad quem potius confugient Noſtra hæc de Cœli ſiderumque motibus Tentamina, quam ad virum Cœleſtis iſtius Regis obſervantiſſimum, qui *numerum ſolus novit & Stellarum nomina?*

 Tu

Tu nimirum inter pauciſſimos unus es, cui Sacrorum Adminiſtratio ita imprimis eſt curæ, ut proprii tui ipſius Domicilii non ante jaceres fundamenta, quam Templum pulchre inſtauratum Deo conſecraveris. Neque interim de cultu minus quam de Templo adornando ſolicitus, Pietatis officium excitaſti Muſicæ adminiculo, & Harmonicum induxiſti chorum, Sphærarum, pene dixerim, concentibus æmulum.

Te omnes, Vir Inſigniſſime, cum admiratione intuentur, & dum virtutes imitari contendunt, aſſequi deſperant. In Publicis negotiis obeundis quis acutior? In rebus Domeſticæ vitæ diſponendis quis expertior? In Rationibus computandis & exigendis providus & frugalis. In pecuniis erogandis liberalis, in largiendis Magnificus.

Ita de literis, ſimul & literatis præclare, meritus es, ut dum optimarum Artium ſtudio Animum penitiſſime excolis, earundem Artium ſtudioſis, materiam pariter & incitamentum ſubminiſtres. Ita illius præcipue Scientiæ, cujus Elementa Tibi offero, utilitati proſpicis & incremento, ut in pulcherrimo, quod jam extruis, Ædificio, ſplendide curaveris, ne vel *Aſtronomicis Speculatoribus* locus peridoneus, vel aptiſſima obſervatoribus deſiderentur inſtrumenta.

Stupendum itaque illud, & per univerſum orbem mirabile Teleſcopium, quod Societati apud Anglos Regiæ donavit illuſtriſſimus *Hugenius*, unanimi omnium conſenſu, in veſtras Ædes transferendum, ibique aſſervandum decernitur. Neque enim Clariſſimi illi viri dignius excogitare po-

poterant Hugeniana Machina Domicilium, aut digniorem Chandoſano Domicilio Machinam.

Quod ſi opuſculum hoc inter pretioſa Muſei Tui ornamenta; inter Conſtellationes Stelliculam, collocare non dedigneris, utcunque proprii & nativi luminis nihil præ ſe ferat, mutuatitia ſatis luce ſplendebit, & reflexis illuſtrabitur Radiis.

Illuſtriſſimæ Meritiſſimæque Dignitatis,

Nobilitatis, & Magnitudinis Tuæ

Obſervantiſſimus Cultor

JOAN. KEILL.

PRÆFATIO.

INTER alia, quæ benigniſſimus Deus humano generi multiplicia impertivit dona, illuſtria imprimis illa ſunt, quæ in artium & diſciplinarum cognitione conſiſtunt; & inter Artes & Diſciplinas, ut Antiquitate & Voluptate, ita & Utilitate non poſtremum locum tenet Aſtronomia; quæ mirabilem naturæ Harmoniam, (qua rerum omnium creatarum compages & machina conſtructa conſtitutaque cohæret) perſcrutatur & obſervat; Corporum cœleſtium motus, motuumque momenta, vireſque unde oriantur, trutinat & penſat. In hac ſcientia magni Heroes à primis ſtatim mundi incunabulis ſibi imprimis elaborandum duxerunt. Adeo ut Aſtronomia ſemper fuit Regum & Imperatorum Doctrina; unde Chaldæi, Magi, & Philoſophi plurimum auctoritate & gratia, apud priſcos Reges valuerunt, quos utpote in Divina ſiderum ſcientiâ inſtruebant: abſurdum enim eſſe, turpeque cenſebant hi Reges, mundo imperare, & quid ſit mundus neſcire.

Aſtronorum Regum & Heroum ſcientia.

Aſtronomia Religioni maxime inſervit.

Aſtronomiæ præſtantia exinde patet, quod nulla eſt lumine naturæ nota ſcientia, quæ ad cognitionem Summi & Omnipotentis, Dei Cœli Terræque conditoris, magis nos ducit, nulla ſolidiora adminiſtrat argumenta, quibus ejus Exiſtentia demonſtratur, quam ea: non aliunde magis evincitur Dei Potentia, ſummaque Sapientia, quam ex ſiderum motuumque Cœleſtium contemplatione. Cœli enarrant Gloriam Dei, & Firmamentum annunciat opera manuum ejus, *inquit ſanctiſſimus Rex & Propheta David; & rurſus:* Annunciarunt Cœli Juſtitiam ejus, & viderunt omnes populi gloriam ejus.

Cicero de Natura Deorum. lib. 2.

Sed & Marcus Tullius Cicero *rationis tantum lumine ductus in hanc ſententiam devenit.* Nihil, *inquit*, poteſt eſſe tam apertum, tam perſpicuum, cum Cœlum ſuſpeximus, Cœleſtiaque contemplati ſumus, quam eſſe aliquid numen præſtantiſſimæ mentis, quo hæc reguntur. *Nihil certe magis rapit*

pit animos hominum in Dei admirationem, reverentiam & amorem, quam tot tantaque corpora & lumina cæleſtia, quæ viſui pulcherrima, & intellectui jucundiſſima ſunt. Eorum obviationes ad invicem, motus ordinatiſſimi, certiſſimæ & determinatæ Circulationes, divinituſque præſcriptæ Reverſionum leges in concinnitate admirabili, ſummam Dei potentiam, ſapientiam, bonitatem & providentiam manifeſtant. Quibus præceptis, ad Univerſi hujus Auctorem & Conditorem, admirandum, venerandum, ſemperque celebrandum impellimur.

*Præterea Aſtronomia mentes hominum tot ſublimibus ſpeculationibus, de tot tantiſque, tamque longe diſſitis corporibus, mirifice delectat, & ſummâ jucunditate recreat. Hinc canit O-*vidius *Faſtor. lib.* I. *v.* 297. Aſtronomiæ Jucunditas & Certitudo.

Felices Animæ, quibus hæc cognoſcere primis,
Inque Domus ſuperas ſcandere cura fuit.
Credibile eſt illos pariter, vitiiſque jociſque
Altius humanis exſeruiſſe caput.
Non Venus & vinum ſublimia pectora fregit;
Officiumque fori, militiæque labor.
Nec levis ambitio, perfuſave gloria fuco,
Magnarumve fames ſollicitavit opum.
Admovere oculis diſtantia ſidera noſtris,
Ætheraque ingenio ſuppoſuere ſuo.

Sic etiam Virgilius. *Georg. lib.* II. *v.* 490.

Felix qui potuit rerum cognoſcere cauſas,
Atque metus omnes, & inexorabile fatum
Subjecit pedibus.

Aſtronomia, certitudine & evidentia demonſtrationum, ne quidem Geometriæ cedit. Uſu latiſſime patet, & amplitudine ſubjecti per omne mundanum ſpatium diffunditur. Nam inter ſcientias arteſque omnes liberales, nulla eſt, quæ aut plura, aut majora, aut longius diſſita contemplatur objecta, quam Aſtronomia, ſed nulla quoque eſt in qua pauciores adhuc reſtant reſolvendi nodi, nulla in qua minores ſuperſunt eximendi ſcrupuli, nulla ad perfectionis culmen propius perducta eſt, quam Divina hæc ſcientia. Aſtronimiæ Perfectio.

In reliquis pleriſque diſciplinis, quidam inextricabiles occurrunt Labyrinthi; eas non parvæ premunt difficultates, multæ in-

interjectæ reperiuntur nebulæ mentis aciem obtundentes, & denſa caligine involventes, quæ ulteriorem inveſtigationem prohibent. At corporum cæleſtium motus nunc certo cognoſcuntur, motuumque cauſæ demonſtrantur, Phænomenônque rationes percipiuntur.

Minimarum quarumcunque ſtellarum, quarum diſtantia eſt immenſa, tam Longitudines quam Latitudines, ſeu in cælis loca nunc dierum accurate habentur, & in Catalogis inſeruntur. At Geographia interim nobis paucarum urbium Longitudines & Latitudines certo oſtendit; adhuc reſtant multæ Terræ incognitæ, plurimæ inexploratæ regiones, & plurium earum, quæ majores appellantur Continentes, vix quicquam præter littora nobis innoteſcit, & quod mirum forte videbitur, locorum poſitiones, in exiguis, & maxime notis, utpote peragratis atque luſtratis provinciis, incertæ admodum ſunt, ut ex mappis, ſeu chartis Geographicis ſibi invicem contradicentibus manifeſtum eſt.

Prædicunt Aſtronomi, in multa futura ſecula; Solis Lunæque defectus, Planetarum Conjunctiones, Oppoſitiones, atque Aſpectus qualeſcunque mutuos, & quæ futuræ ſunt ſtellarum omnium à Polo diſtantiæ, quamvis corpora hæc immenſo à nobis & à ſe invicem locentur intervallo. In Meteorologicis interea peritiſſimus ne divinare quidem poteſt, qualis futurus ſit craſtino die noſtræ Atmoſpheræ ſtatus, quæ ad pauca tantum paſſuum millia extenditur; num ſcil. facies cæli ſerena aut pluvioſa ſit futura, aut ex qua regione ſpiraturus ſit ventus; nec adhuc notum eſt, à quibus cauſis ejuſmodi oriuntur effectus.

Philoſophorum nemo figuras minutiſſimarum materiæ particularum hactenus perſpexit; aut vulgatiſſimæ cujuſvis herbæ texturam, formam internam, partiumve compoſitionem detexit; nec Medicus quiſquis eſt, qui rationes virtutum, & operationum, quas in corpora humana exercent medicamenta indagavit. Immo in corporibus animatis & vegetabilibus, Fons & Principium motus inſcrutabile eſſe videtur, & myſterii inſtar à noſtro ſenſu & intellectu longiſſime diſjunctum, nec fortaſſe ad ejus cognitionem plenam perfectamque ſumus unquam perventuri. Sed longe alia eſt Aſtronomorum ratio, quibus id datur negotii, motus corporum cæleſtium, non eorum naturas contemplari, & Phænomenôn, quæ ex motu oriuntur rationem reddere. Hi non

tan-

tantum determinant quales quantique ſunt illi motus ; Sed deſcribunt ſemitas , per quas in immenſis ſpatii regionibus , feruntur errantes Cometæ. Proprietates orbitarum Geometricas , & legem immutabilem cui in lineis peragrandis ſemper obſequuntur , declarant. Nec Aſtronomos latet , in qua ſpatii parte , & in quibus temporibus , Planetæ ſinguli longiſſime à Sole decedunt ; minimamque caloris atque luminis partem ab eo recipiunt. Unde rurſus digredientes , Sol ipſorum motus continuo accelerat , eoſque verſus ſe trahit , donec ipſos ad ea ſpatii puncta perduxerit , ubi maxime propinquos , maxime etiam perfundit luce , & gravitate ciet.

Hæc pleraque præcedentis Sæculi magiſtris innotuere ; ſed in noſtra tandem ætate , & in noſtra Britannia , exortus eſt vir plane Divinus Iſaacus Newtonus , *qui præter alia inventa innumera , originem & fontem motuum cæleſtium recluſit , & legem illam Catholicam deprehendit , quam Omnipotens & Sapientiſſimus Creator per totum univerſæ Naturæ Syſtema diffudit. Scil. quod Corpora omnia ſe mutuo trahunt , in reciproca diſtantiarum à ſe invicem ratione duplicata.*

Hæc Lex quaſi ligamentum Naturæ , & principium illius quæ univerſalem rerum Fabricam conſervat unionis , tam Cometas , quam Planetas in propriis orbitis & intra limites datos detinet , prohibetque ne ulterius , à ſe invicem recedant , & in ſpatia infinita excurrant ; uti foret ſi corpora vi tantum inſitâ moverentur.

Eodem viro monſtrante , nobis innotuit lex , quæ regit & temperat motus cæleſtes , orbitis limites ponit ; Planetarum longiſſimos excurſus , & acceſſus ad Solem maxime propinquos , determinat. Huic incomparabili viro debetur , quod novimus , unde fit , ut tam conſtans & regularis proportio ſemper obſervetur , inter Planetarum Periodos atque eorum à Sole diſtantias , & cur motus cæleſtes in tam pulchra , tamque mirabili Harmonia peraguntur & ſemper conſervantur. Perpenſis motuum legibus , & probe trutinatis ; ex iis novam Lunæ Theoriam conſtruxit Newtonus , *quæ omnibus ejus inæqualitatibus accurate ſatis reſpondet ; qualem quidem antea ſperare nemini licuerit ; ex illa enim Theoria computatus Lunæ locus vix ſen-*

ſibili quantitate, plerumque ab obſervato differt; ut inde navigantibus nova emergere poſſit ſpes, inveniendi in mari Longitudinem loci ubi navis verſatur, quod eſt Problema maxime deſideratum.

Nihil eſt quod Humani intellectus vim atque penetrationem magis demonſtrat, quam magna hæc & mirabilia inventa, non alio certius modo, Mundanæ Machinæ portentoſam molem, animo comprehendere poſſumus, aut opificii Divini ſtupendam pulchritudinem rectius æſtimare, & ſapientiam admirari valemus, quam per Divinas haſce leges nunc tandem repertas. Eæ nobis repræſentabunt magnificam & nobilem Mundani Syſtematis imaginem. Hinc diſcimus, Terram hanc, quam nos colimus, exiguam admodum eſſe, & vix notabilem totius ſplendidiſſimæ fabricæ partem; Cum fere infiniti ſint mundi, Entis ſummi & omnipotentis operâ producti, qui noſtro habitaculo ſunt longe majores, in quibus diſponendis & regendis, Potentiam & Sapientiam infinitam Ens illud ſupremum exerceat.

Pſal. 148. Qui dixit, & facti ſunt cæli, ipſe mandavit & creati ſunt. Statuit eos in æternum, iis legem dedit, quam tranſgredi nequeunt.

Aſtronomiæ uſus in aliis artibus, *Sed nec Aſtronomiæ uſus ſolummodo in excolendis animi viribus, & dulciſſima rerum, quas ſpeculatur cæleſtium contemplatione perſpicitur, ſed latius patet, & artibus & diſciplinis maximo eſt adjumento; Quibus enim in tenebris errarent Geographus & Chronologus, Aſtronomiæ luce deſtituti? Aſtronomiâ duce, Telluris figuram, & magnitudinem, locorum ſitum & diſtantias inveſtigamus; illius auxilio certam anni menſuram, & res geſtas ſecundum temporum ſeriem diſpoſitas ſignamus. Ex hiſce ſatis intelligitur, quam utilis humanis rebus ſit Aſtronomia, ſine qua, nec* Geographiæ *nec* Chronologiæ, *& proinde nullus quoque eſſet Hiſtoriæ locus.*

In Geographia & Chronologia.

In Navigandi Arte. *Sed inter omnes, quas promovet, Scientias Aſtronomia, non alia plus ex ea incrementi cepit quam* Navigatio, *cujus beneficio, per vaſtum Oceanum iter non devium tenentes, ultimas terrarum oras inviſunt naves noſtræ. Hinc mutui commercii exſurgunt commoda; & quicquid aliæ Terræ vel pretioſum vel delectabile ferunt, id omne ſine eâ qua laborant illæ caloris aut frigoris intem-*

temperie, nos domi manentes excipimus, Navigationis peritiæ debetur illud, quod ſibi vendicat Britannia, Oceani Imperium, *nec ulla gens à littoribus noſtris tam remota eſt, quam non ab injuria noſtris hominibus inferenda, deterreat Armata* Britannica *Claſſis.*

Ut Ars navigandi magna ex parte pendet ab illa quam de aſtrorum motibus habemus, Scientia; Ita vehemens, quæ Reges & Principes inceſſit cupido, longinquas & ignotas explorandi regiones, eos impulit ad Aſtronomiam diligenter excolendam. Primus & Nautarum maximus fuit Neptunus, *qui ob artem ſuam, Oceani Deus celebratur; cujus filius* Belus *Aſtronomiæ peritus ejus ope incolas ex Lybia in Aſiam traduxit. Ubi Collegia Aſtronomorum inſtituit. Nam* Diodorus Siculus *in Hiſtoriarum libro primo, parte ſecunda, ita ſcribit.* Tradunt, inquit, Ægyptii, Belum, Neptuni Lybiæque filium colonos traduxiſſe in Babyloniam, qui Sacerdotes (hos Babylonii Chaldæos vocant) inſtituit qui more Ægyptiorum aſtra obſervarunt. *Ante hunc vero vixit* Atlas Mauritaniæ *Rex, Aſtronomiæ ſcientiſſimus, qui de Sphæra primus inter homines diſputavit; Unde in Æneide,* Virgilius *introducit Iopam canentem ea quæ tradidit Atlas.* Aſtronomiæ antiquitas, & primi Aſtronomi.

Docuit quæ maximus Atlas,
Hic canit errantem Lunam, Soliſque labores.

Sic Uranus quoque Rex iſtius populi (qui incolunt terras juxta littus oceani Atlantici ſitas) ob peritiam in motibus cæleſtibus à Diis originem traxiſſe perhibetur. Zoroaſter *apud Perſas, Philoſopus ut Aſtrorum ſcientiſſimus ab omni antiquitate celebratur. Talis enim apud antiquos fuit hujus Artis Honos, atque Dignitas, ut cum eâ maxime delectarentur Reges, Regia Scientia appellabatur. Reges enim in* Africa *&* Syria *primi eam invenere, & excoluere; idque longe ante quam quidquam de ea,* Græcis *innotuit, ut agnoſcit Plato in* Epinomide. Primus, *inquit*, harum rerum ſpectator Barbarus fuit. Antiqua enim Regio illos alluit, qui propter æſtivi temporis ſerenitatem, primi hæc inſpexerunt, talis Ægyptus & Syria fuit, ubi ſtellæ omnes clare cernuntur, quoniam cæli conſpectum, nec pluviæ intercipiunt, nec nubes: Quoniam

niam vero magis quam Barbari ab æſtiva diſtamus ſerenitate , horum ſiderum ordinem tardius intelleximus. *Sic etiam* Lucianus , περὶ ἀστρολογίας *narrat*, Æthiopes primos ad cæleſtes motus attendiſſe , qui luminarium cauſas ſcrutati, Lunam propriâ luce carere , & à Sole mutuari cognoverunt. *Hoc certum eſt , Aſtronomiam à primis fere mundi initiis , ab orientalibus terræ populis fuiſſe excultam : Nam ſi Porphyrio credendum ſit. Captâ per Alexandrum magnum Babylone, Calyſthenes, rogatu Ariſtotelis , tranſtulit ex ea urbe in Græciam obſervationes fere duo millia annorum ;* Plinius *etiam in Hiſtoria naturali ſcribit , quod Epigenes docet , fuiſſe apud Babylonios obſervationes ſeptingentorum & viginti annorum , coctilibus laterculis inſcriptas ; Et* Achilles Tatius *in principio Iſagoges ad Arati Phænomenon ,* Ægyptios *primos omnium tam cælum quam terram eſſe dimenſos , ejuſque rei Scientiam, columnis inciſam , ad poſteros propagaſſe ;* Chaldæi *tamen hujus inventi decus ad ſe transferunt ; Idque Belo tribuunt. Ab* Ægypto *omnem doctrinam ſuam Aſtronomicam hauſerunt* Græci. *Nam agnoſcit Laertius, Thaletem, Pythagoram , Eudoxum & alios multos , illam adiiſſe regionem ut in Myſteriis Scientiæ Sideralis initiarentur ; Hi non tantum inter Primos , ſed & maximos Græciæ Philoſophos extitere ; & ab eodem diſcimus , quod qui in ea Regione diutius morabantur ; poſt reditum in Patriam , celeberrimi fuere ob Geometriæ & Aſtronomiæ peritiam ; Sic* Pythagoras , *qui ſeptem annos in Sacerdotum conſortio apud* Ægyptios *vixit , & in ipſorum Sacris fuit initiatus , præter multa Geometrica , domum ſecum attulit verum mundi Syſtema , primuſque in* Græcia *docuit Tellurem atque Planetas circa Solem tanquam centrum revolvi, motum autem Solis & Stellarum fixarum diurnum non realem eſſe, ſed apparentem, ortum ex motu Terræ circa Axem. Tum temporis nemo pro Philoſopho habebatur , qui Mathematicis Scientiis non fuit optime inſtructus.*

Aſtronomia poſtea neglecta.

At cito neglectæ jacuerunt hæ Scientiæ ; Philoſophi enim poſteriores à prioribus multum degeneres, tempus in tricis & nugis terebant : omiſſo quippe ſcientiarum ſublimium ſtudio , ſophiſmata quærebant, quibus ſibi & ſenſui hominum communi imponere

vole-

volebant, verum etiamſi à Philoſophorum vulgo, in exilium acta eſt Aſtronomia, à quibuſdam tamen (pauciſſimis licet) recepta & exculta fuit, præcipue in Schola Pythagorica, quæ per multos annos in Italia *floruit, in qua extiterunt magni viri* Philolaus *&* Ariſtarchus Samius. *In Ægypto quoque Reges Ptolemæi, maximi Literarum Patroni, Scholam Aſtronomicam* Alexandriæ *fundaverunt; ex qua etiam prodierunt magni & celebres Aſtronomi, quorum Princeps fuit Hipparchus, qui referente Plinio*, auſus eſt etiam rem Deo improbam annumerare poſteris ſtellas, cælo in hæreditatem cunctis relicto; *Hic utriuſque ſideris defectus in ſexcentos annos præcinuit. Super Hipparchi obſervationibus, ædificata eſt magna illa & pretioſa Ptolemæi Syntaxis; nam ab iis deduxit Æquinoctiorum præceſſionem, & Theorias motuum Planetarum.*

Ægypto per Arabes debellata, & Alexandria capta, Victores Aſtronomiam, aliaſque Artes liberales in ſuum receperunt patrocinium, & quamplurimos ſcientiarum libros ex Græcia, in proprium ſermonem verti curaverunt.

Ex Africa in Hiſpaniam tranſeuntes Arabes, ibique cum occidentalibus Europæis commercia exercentes, Aſtronomicæ quoque artis cognitionem iis tradiderunt; cum hæc ante in Europa fere obliterata latuiſſet. Jubente itaque Imperatore Frederico *ſecundo circa annum Chriſti* 1230., *Ptolemæi* Syntaxis magna *ex Arabica in linguam Latinam tranſlata eſt.*

Poſt illud tempus à maximis viris, atque ſummis Philoſophis exculta eſt Aſtronomia, inter quos eminent Alphonſus Caſtellæ Rex, *ob tabulas, ex ipſius nomine* Alphonſinas *dictas, ſemper celebrandus;* Nicholaus Copernicus *non tantum diligens obſervator, ſed & Syſtematis Pythagorici antiqui Reſtaurator.* Willielmus Princeps, Haſſiæ Landgravius, *qui Quadrantes & Sextantes prioribus longe majores ad altitudines & diſtantias ſyderum dimetiendas adhibuit. Hujus principis obſervationes editas à Snellio habemus. Dominus* Henricus Savilius *tam in Aſtronomia quam in Geometria peritiſſimus, vir à nobis maxime honorandus, qui profeſſionem noſtram Aſtronomicam, Sociamque Geometricam, in Academia* Oxonienſi *fun-*

davit, ampliſque ſtipendiis donavit; cujus memoria ob hæc & alia plura in rem literariam collata beneficia, gratiſſimo animi affectu ſemper eſt celebranda. Tycho Braheus *nobilis* Danus, *ſeculi ſui Atlas, qui obſervandi peritia, omnes qui ante ipſum extiterunt vicit; inſtrumentorum ſuppellectili Reges omnes & Principes longe ſuperavit: Is Catalogum fixarum* 770. *quam diligentiſſime obſervatarum edidit.* Joannes Keplerus *Aſtronomus optimus, laboribus Tychonis fretus, Syſtema mundi, legeſque motuum veras adinvenit, & Aſtronomiam in immenſum auxit. Ejus opera orbi literato ſunt notiſſima, & ampliſſimas auctoris laudes prædicant.* Gallilæus Gallilæi Lyncæus, *qui tubi optici beneficio, nobis plurima nova cæli Phænomena patefecit; Comites Jovis eorumque motus; Saturni phaſes varias; luminis incrementa & decrementa quæ Venus ſubiit; Lunæ ſuperficiem inæqualem, & montibus aſperam; Solares maculas, & Solis circa Axem revolutionem, primus demonſtravit. Non dies integra ſufficeret, ſi debitis cum laudibus nominarem* Hevelium, *qui Catalogum fixarum Tychoniano longe ampliorem ex propriis obſervationibus edidit; Illuſtriſſimos viros* Hugenium & Caſſinum, *qui primi Saturni Comites & annulum conſpexere;* Gaſſendum, Horoxium, Bulialdum, Wardum, Ricciolum, *alioſque plures magni nominis Aſtronomos. Quos tamen ob maxima in rem Aſtronomicam merita, antecellit vir celeberrimus* Edmundus Halley, *hujus Academiæ Geometriæ Profeſſor Savilianus, Collega meus amiciſſimus, cujus laboribus non parva debentur Aſtronomiæ incrementa. In hoc viro, quod neſcio an alii mortalium ulli præterea contigerit, elucet ſumma in Aſtronomia Practica Habilitas, cum præcellenti rei Geometricæ Scientia conjuncta. Quod per Tabulas Aſtronomicas, quas brevi nobis daturus eſt maniſeſto patebit, hæ enim alias omnes ante editas, vel poſthac forſan edendas, longe antecellunt.*

Alios quam plurimos niſi longum foret, poſſum commemorare noſtrates, qui de Aſtronomia optime meriti ſunt. Sed prætereundus non eſt Joannes Flamſtedius *Aſtronomus Regius, qui indefeſſo labore, per triginta & plures annos continuato, cælo invigilavit, innumeras obſervationes de Sole, Luna & Pla-*

Planetis, ampliſſimis inſtrumentis exquiſita arte diviſis, & tubo optico inſtructis, factas conſignavit. Unde hujus Aſtronomi accuratis obſervationibus magis fidendum erit, quam aliorum ante illum, qui oculo inermi ſidera intueri aggreſſi ſunt. Compoſuit præterea Flamſtedius, Catalogum Fixarum Britannicum, *in quo exhibentur ter mille Fixæ; hoc eſt, fere duplo plures quam quæ in Catalogo proſtant* Heveliano, *quibus ſingulis adjunxit propriam Longitudinem, Latitudinem, Aſcenſionem Rectam, Diſtantiam à Polo, cum Variatione Aſcenſionis Rectæ & Diſtantiæ à Polo, dum Longitudo uno gradu mutatur. Hiſtoriam Cæleſtem Britannicam, quæ utrumque Opus, obſervationes ſcil. & Catalogum complectitur, brevi, ut audio, editurus eſt ipſe* Flamſtedius.

Inter tot Aſtronomiæ adjumenta & lumina, deſiderabatur adhuc Univerſa quædam & conſummata Cæleſtium Phænomenôn Theoria, ſecundum rerum veritatem cauſaſque Phyſicas explicata, & in unum corpus redacta; quam magno eruditorum omnium plauſu abſolvit tandem & in lucem edidit, Clariſſimus Dominus Gregorius, *inſigne noſtræ Profeſſionis decus, & Præceptor meus mihi ad extremum vitæ Spiritum gratiſſima uſque memoria recolendus, cui ſi quid ego in hiſce ſtudiis profecerim id illi omne acceptum refero.*

Interim fatendum eſt, opus illud Gregorianum, *minus videri ad diſcentium captum accommodatum; multa enim complectitur quæ reconditoris Geometriæ cognitionem poſtulant, qualem in Tyronibus raro reperire licet, qui tamen in Aſtronomiæ elementis poſſunt inſtrui. Præterea ubique mixtim traduntur motus cæleſtes, cum ipſorum cauſis Phyſicis, quæ duæ res, ſimul à Tyronibus addiſcendæ, eorum mentes nimium diſtrahunt, & doctrinam difficilem reddunt; unde ego ſatius duxi, motus primum explicare, & Phænomenon quæ ex iis oriuntur rationem reddere, quibus perſpectis, facilior ad Phyſicam ſit tranſitus.*

In hunc finem, ſequentes compoſui Lectiones, quas in Schola Aſtronomica, prout officii mei ratio poſtulabat, habui, in quibus imprimis operam dabam, ut motus cæleſtes perſpicue quantum poſſim explicentur, & Phænomenôn inde orientium ra-

rationes reddantur; eorum maximè, quæ paucarum in Geometria propoſitionum ſubſidio intelligi poſſunt. Ideoque conſulerim, ut Tyrones qui Aſtronomiam addiſcere cupiunt, Euclidem *ante oculos ponant, eumque adeant, quoties Propoſitiones aliquas à nobis citatas inveniunt. Sunt autem Propoſitiones numero perpaucæ, quales ſunt Prop.* 13, 15, 27, 28, 29, 32, 47, *Elementi primi. Item* 16, 18, 20, 31, 35, 36, 37. *Elem. Tertii. Item* 4, 5, & 6, *Elem. ſexti. Optamus quoque, ut Tyrones in Trigenometria Planâ, & Sphærica probe inſtructi ſint; Quod ſi ſint aliqui, qui principia Aſtronomica addiſcere volunt, & tamen Trigometriam neſciunt; quales futuri ſunt, ut credo, plures, ab illis hæc poſtulamus concedi. Nempe, quoniam in omni triangulo tam Sphærico quam Plano ſint tres anguli & tria latera: horum ſex, datis tribus quibuſvis, quorum in triangulo rectilineo unum ſit latus, reliqua inveniri poſſunt; quod docet Trigonometria, cujus uſus in Aſtronomia latiſſime patet, ejuſque auxilium ubique conſpicitur.*

Sunt præterea quædam in noſtra Aſtronomia, quæ penitiorem in Geometria cognitionem deſiderant; qualia ſunt quæ de Theoriis Planetarum Ellipticis, à Keplero *inventis, tradidimus. Sed Tyrones, qui de particularibus hiſce, ſunt minus ſolliciti, poſſunt ea præterire. Rogo etiam Tyrones, qui parum in Aſtronomia antea verſati ſunt, ut poſt explicatas in Lectionibus* XI. & XII. *generales Eclipſium cauſas, reliqua relinquant, & poſtquam rite ſatis inſtructi fuerunt in Doctrina Sphærica in Lect.* XIX. & XX. *à nobis tradita, denuo eadem repetant. Qui noſtra hæc prius intellexerint, poſſunt optimo cum fructu eximium illud* Gregorianum *opus legere, & cauſas motuum Phyſicas exinde addiſcere.*

In gratiam potiſſimum Juventutis Academicæ has Lectiones edendas curavi, qui per eas ſemel in Schola recitatas minus proficere valent. Unde mihi reſervo poteſtatem eaſdem iterum, quoties viſum fuerit, in Scholâ habendi, ubi ſiquid in illis obſcurius dictum ſit, dabo operam ut illud in clariore luce exponatur. Auditores autem noſtri hoc pacto, ubi ſemel noſtras Lectiones perlegerint, quotieſcunque eaſdem denuo publice recitatas audiant, poſſint de locis difficilioribus & minus intellectis nos conſulere, & dubia ſua proponere, prout Statuta noſtræ Academiæ requirunt.

LE-

LECTIONES ASTRONOMICÆ.

Lectio I.

De Motu viſibili ſeu Apparente.

ASTronomiæ elementa traditurus, corporumque longiſſime diſſitorum motus, motuumque Phænomena explicaturus, ut ea omnia à Tyronibus melius intelligantur, neceſſarium duxi quædam in genere de motu viſibili ſeu apparenti præfari.

Et primo cum oculus ea corpora tanquam quieſcentia ſpectat, quæ inter ſe eandem ſemper conſervant diſtantiam viſibilem, & quorum, oculi reſpectu, idem manet ſitus, eadem poſitio, atque invariata diſtantia; eorum tantum corporum motus noſtro objicientur viſui, quæ vel inter ſe, vel oculi reſpectu, ſitus, & poſitiones mutant. *Quæ corpora quieſcere videntur.* *Quæ moveri.*

Vel ut paulo altiùs hanc rem ex propriis principiis deducamus, ſciendum eſt apud Opticos demonſtrari, Corpus omne quod videtur, imaginem ſuam depictam habere in fundo oculi, ſuper tunica Retinæ, cujus ſuperficies Sphærica eſt, idque fieri ope radiorum lucis à viſibili prodeuntium. Porro cujuſlibet puncti imaginem eum obtinere locum quem radii à puncto viſibili prodeuntes & refractione convergentes in retinâ offendunt. Portio peripheriæ A B anteriorem oculi ſuperficiem repræſentet, cujus fundus ſeu Retina ſit D G, illa ſcil. tunica quam extremitates nervi optici componunt, atque oculi centrum ſit C. imago puncti F erit in recta F C H atque ideo in puncto H. ſicut imago puncti E erit in L; Radii enim lucis à pellucidis oculi tunicis atque humoribus ita refranguntur, ut qui ex F proveniunt ad H convergant, & qui à puncto E digrediuntur *Quomodo fit viſio.* TAB. 11. *fig.* 1.

in L conveniant, & in iis locis vellicatis nervis, ſenſationem viſus excitabunt.

Hæc res experientiâ certa & explorata eſt. Nam ſi hominis recens defuncti, aut illius defectu bovis oculus è capite evellatur; ablatâ opacâ Choroidis membranâ, quæ cerebro obverſa eſt, ut remaneat ſolum tenuis & pellucida ſatis Retinæ tunica, ſi hic oculus feneſtræ vel objecto cuivis fortiter illuſtrato obvertatur, non ſine voluptate aut forſan admiratione picturam quandam in eo videbimus, objectum extra poſitum ſcite ſatis imitantem. Eadem conſpicientur phænomena ſi loco oculi capiatur lens vitrea convexa, ea enim feneſtræ obverſa, objectorum lucidorum imagines, chartâ albâ ad debitam diſtantiam pone locatâ, exhibebit.

Quomodo motus oculis percipitur.

Si itaque puncti F imago H in eadem retinæ parte maneat immota, oculo etiam immoto, punctum F ut quieſcens habebitur. Quod ſi punctum illud F ad E deferatur, ejus imago in fundo oculi diverſas retinæ partes ſucceſſive percurrendo & ſpatium L H deſcribendo ſenſationem motus excitabit. Et ſi punctum illud longinquum ſit, motuſque factus fuerit in plano trianguli F C E Spectator magnitudinem apparentis motus per angulum F C E æſtimabit.

Si in linea C F aliud ſit viſibile M etiam longinquum, quod motu ſuo ad N deferatur, motus ejus viſibilis idem erit qui fuit puncti F; cum imaginis utriuſque eadem ſit ſemita, idemque motûs veſtigium in oculi fundo cernitur. Si viſibile M per rectam M F ad F feratur motus ille ſpectatoris aciem fugiet, quoniam puncti iſtius imago in H, in eadem retinæ parte immota manet. Et quotieſcunque corpora longinqua moveantur in rectâ aliquâ per oculi centrum tranſeunte, eorum motus non erunt viſu obſervabiles; nec aliâ ratione de iſtiuſmodi motibus conſtabit, quam ex aucto vel diminuto viſibilium ſplendore, & magnitudine apparente. De objectis longinquis hic loquor, nam ſi propinqua ſint, etſi in rectâ lineâ per oculum tranſeunte moveantur, poſſumus tamen de eorum motu judicare, per mutationem ſitûs, & diſtantiæ ad alia corpora, quorum poſitiones & diſtantiæ ſunt notæ. Quin etiam qualiſcun-

que

que fuerit mobilis ſemita in plano E C F ſive motus ſit in recta F E ſive in arcu circulari F P E ſive in alia quacunque curva F Q E ad lineam E C deferatur idem ſemper conſpicietur motus, eodem manente angulo F C E, aucto autem vel diminuto illo angulo augebitur vel minuetur motus viſibilis qui proinde per angulum illum tantummodo menſurari poteſt.

Quo itaque motus corporum apparentes definiantur, Methodus tradenda eſt, quâ Geometræ & Aſtronomi angulorum menſuras inveſtigant, quæ licet paſſim nota ſit, nec Artifices vulgares latet, ne tamen quicquam omiſiſſe videar, quo ſequentia à Tyronibus facilius intelligantur, libet eam paucis exponere. *Angulorum menſura.*

Demonſtravit Euclides angulos ad circuli alicujus centrum conſtitutos, proportionales eſſe peripheriis quibus inſiſtunt, unde angulorum menſuræ ex peripheriis vel arcubus circulorum optime innoteſcunt. Quod ut fiat, totam Peripheriam circularem in partes 360 æquales dividunt Aſtronomi, has partes gradus appellant, ſingulosque gradus in 60 partes æquales ſecant, quas ſcrupulos ſeu minuta prima nominant. Rurſuſque unumquemque ſcrupulum Primum in 60 ſcrupulos Secundos, & Secundorum unumquemque in ſuos Tertios, & Tertios in Quartos, & ita deinceps ſubdividi mente intelligunt. Atque hâc ratione non plures numerant gradus ſeu partes in maximo quovis circulo quam in minimo, adeoque ſi idem angulus ad centrum à diverſis arcubus ſubtendatur, partium ſive ſcrupulorum numerus in omnibus arcubus ſubtendentibus erit æqualis; eandem quippe arcus iſti ad peripherias ſuas totas rationem habent, v. gr. ſit Angulus A C B & centro C deſcribantur arcus duo A B, D E, tot erunt gradus & ſcrupuli in arcu A B, quot ſunt in arcu D E, etiamſi Radius arcûs A B ſit tantum unius pedis in longum & Radius alterius arcûs ſtellas fixas attingat, gradus tamen in peripheria A B in eâ ratione minor eſt gradu in Peripheria D E, quâ radius C B, minor eſt radio C E. Angulus C tot graduum, ſeu ſcrupulorum eſſe dicitur, quot arcus A B vel D E ejuſmodi partes continent. *Gradus qui? Scrupuli.* TAB. 13. *fig.* 2.

 In-

Inſtrumentum, quo anguli vulgo obſervantur, eſt circularis peripheriæ data portio, in gradus, & minuta, diviſa. Quadrans ſcil., Sextans, aut Octans, ſi Inſtrumentum ſit circuli quadrans, Arcum in 90 partes æquales, ſi Sextans in 60., ſi Octans in 45. dividunt Artifices; quæ ſingulæ erunt æquales uni totius peripheriæ gradui, unumquemque rurſus gradum in ſuos ſcrupulos primos, vel etiam ſecundos, ſi inſtrumenti amplitudo hoc permittat, partiuntur. Deinde inſtrumenti lateri Pinnacidia vel dioptras figunt; & Regulam ſuis quoque Dioptris inſtructam, circa centrum peripheriæ volubilem applicant. Obſervantur autem anguli hunc in modum.

Modus obſervandi angulos. TAB. 13. *fig.* 3. Sint duo objecta longe à nobis diſſita A & B ſitque oculus in C, & menſurandus ſit angulus A C B. Convertatur inſtrumentum donec per dioptras lateris C D, videatur punctum A; deinde circa latus C D, inſtrumenti planum & Regula circa centrum ita vertantur ut per regulæ dioptras conſpici poſſit punctum B, Manifeſtum eſt ex dictis Arcum D E oſtendere menſuram anguli A C B & etiam menſuram arcus A B, hoc eſt angulus A C B, & arcus A B tot erunt graduum & minutorum quot arcus D E per Regulam abſciſſus conſtat ejuſmodi partibus.

Horizon. Quin etiam Aſtronomi alias metas ſibi propoſuerunt à quibus eodem vel ſimili inſtrumento diſtantias ſtellarum arcuales numerarent. Eæ ſunt cujuſlibet loci *Horizon*, quem extenſa quaſi infinita Terræ planities efformat, totam Sphæram mundi in duo ad ſenſum hemiſphæria æqualia dividens. Et Arcum verticalem inter ſtellam quamlibet & horizontis limbum interceptum, iſtius ſtellæ *Altitudinem* dicunt. Alia meta eſt *Horizontis Polus*, ſeu punctum quod vertici cujuſque loci quocunque momento temporis imminet, quodque linea perpendiculi denotat, ſecundum quam, & omnia Gravia deorſum rapiuntur, & nos recti conſiſtimus. Hoc pacto Naucleri ſolis Altitudinem inveniunt reſpectu arcus, ſeu anguli quem efficiunt in oculo Radii à ſole, & ab Horizonte venientes. Ita Aſtronomi angulum quoque notant, quem Solis vel ſtellæ Radius format cum li-

Altitudo ſtellæ. *Horizontis Polus.*

linea in ſuperficiem horizontis perpendiculari, Regulis & Quadrantibus in hunc uſum conſtructis.

Dioptrarum loco nunc Teleſcopia vulgo adhibentur; quorum ope, objecta longinqua certius & exactius, quam per dioptras exactiſſimas viſu attinguntur. Sed modum Teleſcopia adaptandi, omnemque illius Inſtrumenti apparatum hic deſcribere, nos ad alia properantes nimis retardaret, hæc igitur nunc ſufficiant.

Ex angulorum quoque menſuris, corporum longinquorum *Diametri apparentes* innoteſcunt; ſit enim quævis linea A B ab oculo C directe viſa, & ab ejus terminis A & B ad oculum C duci ſupponantur rectæ A C, B C; linea illa A B dicitur ſub angulo A C B videri, qui apparens ejus diameter appellatur, & tot eſſe graduum, & minutorum, quot angulus ille, inſtrumento obſervatus, indicabit. Eodem modo objectum quodvis D E ab oculo ad F Spectatum dicitur apparere ſub angulo D F E, & objectorum A B, D E apparentes magnitudines erunt, ut anguli A C B, D F E. *Corporum diametri apparentes.* TAB 13. *fig.* 4. TAB. 13. *fig.* 4. 5.

Quod ſi oculus objecto A B jam propinquior ſit, illud ex dimidia diſtantia ſcil. ex G aſpiciat, objectum illud ſub duplo fere majori angulo videbitur. Si triplo propius accedat oculus, triplo fere major ſit angulus ſub quo apparet objectum, ejuſque apparens diameter triplicabitur, modo anguli illi ſint ſatis parvi, nimirum ſi gradum unum aut alterum non ſuperant, eruntque ejuſdem objecti magnitudines apparentes oculi appropinquationibus proportionales.

Atque hâc methodo ſi duorum corporum habeantur diametri apparentes, una cum diſtantiarum ab oculo ratione, exinde innoteſcet proportio, quam obtinent eorum diametri veræ. Nam ſi objectorum diſtantiæ ſint æquales, diametri veræ erunt apparentibus proportionales; ſi anguli, ſub quibus videntur objecta, ſint æquales; magnitudines veræ diametrorum, erunt ut ipſarum diſtantiæ ab oculo ex. gr. ſi angulus A C B ſit æqualis angulo D F E, at diſtantia C B ſit tripla diſtantiæ F E erit Recta A B triplo major recta D E. Quin etiam ſi non tantum ſit C B diſtantia tripla diſtantiæ f e, ſed & angulus A C B duplus anguli d f e erit TAB. 13. *fig.* 4. 6.

A B ſextuplo major quam d e. Nam capiatur C M æqualis f e, & ſit M N objectum ſub angulo M C N aut A C B apparens, ob angulum illum duplo majorem angulo d f e erit linea M N duplo major quam d e, ſed ob B C triplo majorem quam C M erit A B triplo major quam M N, unde erit ſextuplo major quam d e. Hinc ſi Solis & Lunæ diametri apparentes ſint æquales, & Solis diſtantia à Terra ſit centies major quam Lunæ diſtantia ab eadem, erit vera Solis diameter centies major Lunari diametro. At Solis à nobis diſtantiam pluſquam centies ſuperare diſtantiam Lunæ, in ſequentibus demonſtrabitur, unde diameter Solis pluſquam centies ſuperabit diametrum Lunæ.

Diametri apparentes ad objecta accedendo majores fiunt. Cum, uti dictum eſt, ad objecta longinqua accedendo eorum diametri apparentes majores fiunt, inque ea fere ratione augentur qua iis propius admovetur oculus. v. gr. ſi quis decies propius quam nos Lunam ſpectaret, is Lunam clariorem & ſecundum diametrum decies majorem cerneret. Si adhibeatur Teleſcopium quod decies tantum ampliat objectorum diametros; Luna per illud viſa eandem phaſim nobis oſtendet, quam ſpectatori decies propius admoto *Teleſcopii beneficia.* oſtenderet. Si Teleſcopia adhibeantur, quæ objectorum diametros centies vel etiam ducenties augeant, ea apparentias exhibebunt plane ſimiles iis quæ ex diſtantiâ centies vel ducenties minore conſpicerentur. Atque hinc novimus qualem quantamque oculis noſtris ſe præberet Luna, ex diſtantiâ trium Telluris diametrorum ſpectata. Qualiſque etiam ejus foret facies, ſi multo propius accedamus, & ad diſtantiam 8 tantum ſtadiorum millia ipſam contemplaremur. Ex eo enim intervallo, ingentes montium Lunarium Tractus, profundas valles, & latos campos intueri liceret. Quin etiam his Teleſcopiis altius in cœlum invehimur, & Jovi & Saturno reliquiſque errantibus, quin cometis quoque & fixis tam prope admovemur, ita ut tam longi itineris pars tantum centeſima vel etiam ducenteſima nobis reſtet. Præterea his Teleſcopiis Planetarum circa Axes Proprios converſiones, Jovis atque Saturni Lunas, & Eclipſes hujuſque poſterioris Annulum, variaſque phaſes conſpicimus.

mus. Hæc Teleſcopii beneficia ſilentio præterire in hoc loco haud æquum foret; cum illud potiſſimum ſit inſtrumentum, quo non modo corporum magnitudines, ſed apparentes motus obſervantur. Sed intermiſſum de motu viſibili ſermonem repetamus.

Cum corporum longinquorum motus non aliunde quam ex mutatione anguli qui ad oculum videntis eſt, innoteſcat, facile hinc conſtabit utcunque corpora æquabiliter moveantur & æqualia ſpatia æqualibus temporibus deſcribant, fieri tamen poſſe, ut eorum motus inæquales admodum & irregulares ab oculo conſpiciantur, quod per exemplum patebit. *Corporum longinquorum motus æquales inæquales videntur.*

Ponamus corpus aliquod in peripheria circuli A B D E G Q uniformiter revolvi, æquales arcus A B, B D, D E, &c. æqualibus temporibus percurrendo ejuſque motum oculus alicubi in plano ejuſdem circuli in O, v. gr. poſitus ex longinquo aſpiciat. Cum igitur mobile ab A ad B pervenerit ejus motus apparens per angulum A O B ſeu per arcum H L quem deſcripſiſſe videtur, definietur; dein in æquali tempore, dum arcum B D percurrit, motus apparens ex angulo B O D dignoſcetur; & videbitur mobile tranſiiſſe per arcum L M qui arcu H L multo minor eſt, & mobile in D in peripheriæ N H M puncto M conſpicietur; Poſtquam vero deſcripſerit arcum D E prioribus A B vel B D æqualem, & ad punctum E pervenerit, ab oculo in eodem puncto M ſpectabitur, ita ut eo tempore quo per arcum D E defertur corpus oculo fere ut immotum & quaſi ſtationarium videbitur; At dum in peripheria proprii circuli per arcum E F progreditur, oculo ad O poſito, per peripheriam M L regredi videbitur. Sic ubi ab E per F ad G pervenerit, oculus illud conſpiciet in puncto H, in eo ſcil. ſitu quam prius in A habuit. Dum autem à G per I ad Q defertur, ſpectator ipſum videbit per arcum H K N moveri; at dum in orbita propria progrediens corpus arcum Q P deſcribit, oculus ipſum ad idem punctum N continuo referret, quo tempore rurſus ſtationarium apparebit corpus, deinde poſt digreſſum ejus à puncto P curſum ſuum invertere & per ar- *TAB. 13. fig. 7.*

cum

cum N H L M motibus admodum inæqualibus ferri videbitur.

Inæqualitas Optica. Hæc motuum Inæqualitas ab Aſtronomis *Optica* dicitur, eo quod non corporibus reverà competit, ſed apparens tantum eſt, ex oculi poſitione orta, corpus enim eâdem ſemper velocitate in propria orbita progredi ſupponitur, & ſi oculus in centro iſtius orbitæ conſtitutus fuerit, motum ejus æquabilem ſemper conſpiceret.

Motus æquabilis in peripheria circuli à ſpectatore intra arcum locato inæquabilis videtur. TAB. 14. *fig.* 1. *Sed nunquam retrogradus.* Si in quovis intra circulum puncto O quod centrum non eſt, immobilis locetur ſpectator, is motus corporis peripheriam A B C D percurrentis, in ſe quidem æquales, inæquales admodum videbit; & cum longiſſime diſtat corpus à ſpectatore ut in A, tardiſſime incedere videbitur, propinquius accedens corpus ut in C, velociùs progredi apparebit, ob angulum C O D majorem angulo A O B, licet arcus A B, C D ſint æquales. At nunquam ſtare aut regredi conſpicietur corpus. Adeoque ſi ſpectator intra circulum in quo defertur corpus locetur, illudque nunc progredi, nunc ſtare, nunc regredi videat concludendum erit ſpectatoris locum etiam mobilem eſſe.

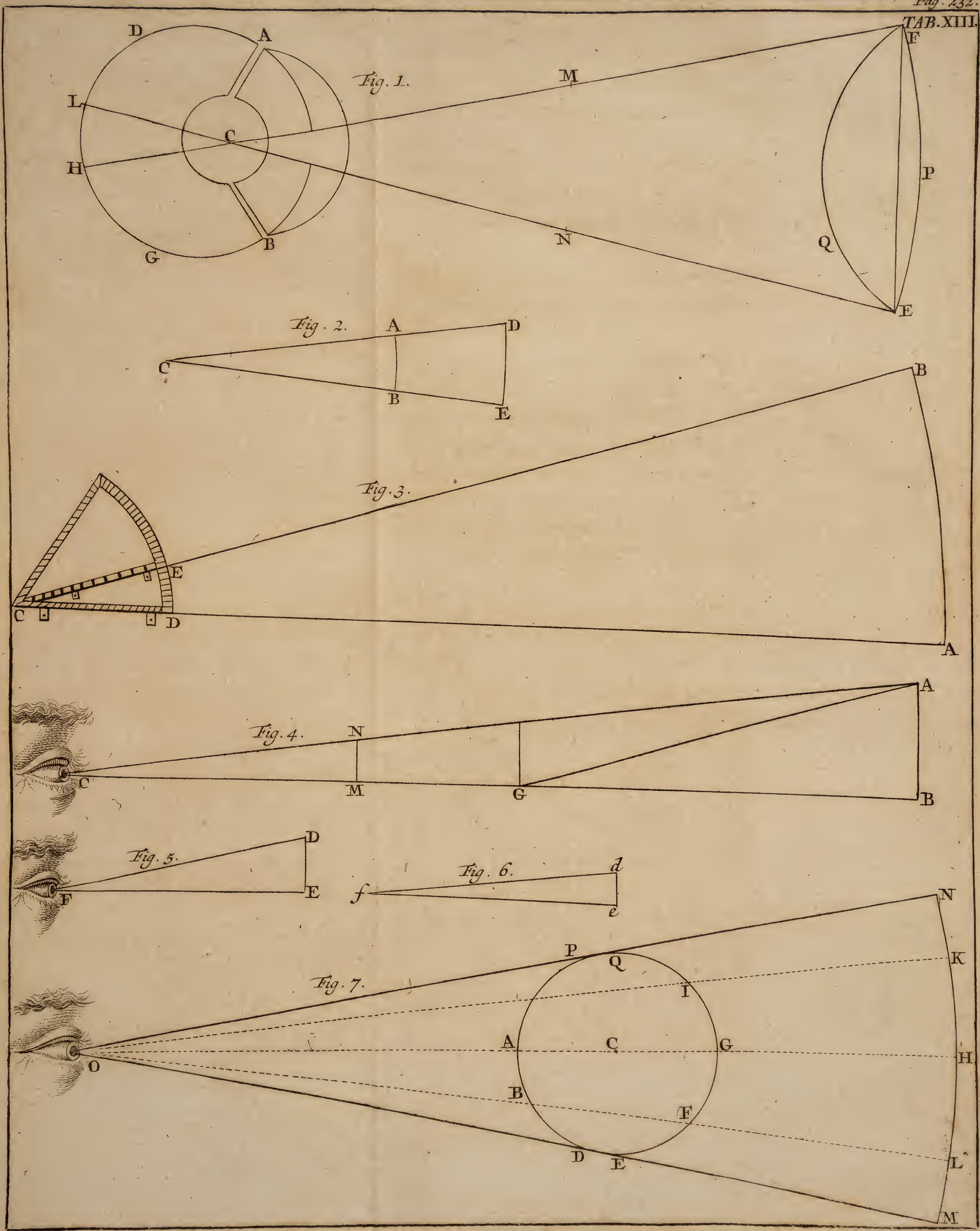
LECTIO II.

De Motu apparenti qui ex Obſervatoris Motu oritur.

HUcuſque ſuppoſuimus ſpectatorem loco immotum toto obſervationis tempore conſtitiſſe. At ſi Spectatoris locus etiam moveatur, diverſæ tum naſcentur rerum apparentiæ, & oculus ea corpora quieſcere cernet, quæ celerrime progrediuntur, quieſcentia autem corpora veloci impetu deferri conſpiciet. Quin etiam fieri quoque poteſt ut motus corporum apparentes fiant veris & abſolutis directe contrarii, & quæ corpora reverà ad orientem feruntur, ad occidentem tendere ſpectatori videantur. Quæ omnia ex motuum apparentiis, quæ ſe offerunt iis qui in nave vehuntur, ſatis apte illuſtrari poſſunt.

Qui in nave vehuntur motum navis non percipiunt. Si navis aliqua motu utcunque veloci, ſed uniformi, à ventis deferatur, nec motus navis nec corporum quorumlibet eun-

TAB. XIII.


Fig. 1.
D
A
L
C
H
M
F
P
Q
N
G
B
E
Fig. 2.
A
D
C
B
E
Fig. 3.
B
E
C
D
A
Fig. 4.
N
C
M
G
A
B
Fig. 5.
D
F
E
Fig. 6.
d
f
e
Fig. 7.
N
P
Q
K
I
A
C
G
H
O
B
F
D
E
L
M

eundem intra navem ſitum ſervantium & relative quieſcentium motus *vectorum* oculis percipitur; cum enim omnes navigii partes eundem ſemper inter ſe & etiam vectoris reſpectu, ſitum, & poſitionem conſervant, ipſorum imagines in oculi fundo depictæ, iiſdem ſemper retinæ partibus quaſi immotæ adhærebunt. Ex quo fiet ut quamvis omnia quæ intra navem locantur corpora unà cum ipſa celerrime progrediantur, eorum tamen motus, ſpectator ſimul cum iis in nave vectus non viſurus ſit. Idem tamen ad littora oculos vertens, ea cum aliis objectis extra poſitis, moveri conſpiciet, nam dum ipſa navis movetur & oculum ſpectatoris ſecum vehit, neceſſe eſt objecta externa ſitus ſuos oculi reſpectu mutare, & ipſorum imagines nunc has, nunc alias Retinæ partes ſucceſſive occupare, unde fit ut quieſcentia objecta externa moveri, & quæ intra navem ſimul cum ea progrediuntur quieſcere videant, in nave collocati vectores.

At objecta externa quieſcentia moveri videntur.

Motus Globi in nave cadentis.

Si dum navis celerrime progrediatur, globus plumbeus de ſummo malo demittatur, eum quaſi in perpendiculo cadentem aſpicient vectores. Qui quidem globus (quod idem faceret ſi navis omnino quieſceret) tabulatum navis juxta pedem mali percutiet, verus tamen ejus motus non fit in perpendiculari ad ſuperficiem globi terreſtris, ſed deflexo per aërem itinere fertur Globus, quam ejus ſemitam incurvatam facile deprehenſurus eſt quiſquis qui ex alia quieſcente nave motum ſpectaret. Hujus phænomeni cauſa facile oſtenditur. Nam juxta primariam Naturæ legem, corpus omne in incepto ſemel motu ſecundum eandem directionem ſemper perſeverare conatur, jam Globus dum in ſummo malo hærebat, unà cum malo progrediebatur, adeoque poſtquam dimittitur eandem progrediendi vim retinebit, & urgente gravitatis vi progredietur ſimulque deſcendet; neutra enim harum virium alteram deſtruet aut imminuet, (neque enim ſunt contrariæ) adeoque nec minus prorſum nec minus deorſum tendet globus, quam ſi viribus ſeparatis impelleretur; ſed hiſce conjunctis viribus ſolum impeditur rectitudo ſemitæ, quam ſeorſim haberent

perpendicularis & horizontalis impetus, motuſque peragetur in linea curva iis ſimili quas deſcribunt Gravia horizontaliter projecta, quæque ſimul prorſum & deorſum feruntur, & ſpectator in quieſcente nave Globum ejuſmodi percurrere curvam videbit. Porro cum Globus & malus eadem velocitate progrediuntur, eadem inter utrumque ſemper manebit diſtantia, & proinde Globus juxta pedem mali tabulatum feriet; Præterea motus Globi quo prorſum tendit, tam navi ejuſque partibus quam *vectoribus* communis eſt. At motus ille communis uti oſtenſum eſt, ante caſum Globi videri non potuit, quare nec poſtea in deſcenſu erit obſervabilis. Sed Solus ille motus quo Globus vi gravitatis propriæ deorſum tendit, quique Globo peculiaris eſt viſu percipitur; hoc eſt Globum quaſi in perpendiculo cadentem aſpicient *vectores.* Hæc omnia reverà ſic accidere experimenta ſæpius facta adeo confirmant, ut dubitationi nullus relinquatur locus.

Motus Globi projecti intra navem.

Si quis in prorâ ſedens, Globum verſus puppim eâ celeritate quâ navis fertur, projiciat, Globus ille nec prorſum, nec retrorſum, movebitur, ſed ſublatâ gravitatis vi in aëre immotus maneret, gravitate autem urgente, rectâ ad navem deſcendet, talemque eſſe ejus motum, in ripâ vel in quieſcente nave ſedentes agnoſcent ſpectatores; vis enim à projiciente impreſſa, contrariam & æqualem deſtruet vim quam Globus à nave acceperat. At illi qui in nave vehuntur, Globum non quieſcentem nec rectâ cadentem, ſed verſus puppim ea velocitate latum conſpicient, quam reverà haberet, ſi quieſcente nave, eâdem vi projectus fuiſſet.

Si velocitas quâ projicitur Globus verſus puppim ſit minor velocitate navis, Globus in eo caſu in eandem cum nave plagam ſed tardius deferetur, nondum deſtructâ vi totâ quam à navis motu accipiebat. At in nave ſedentes Globum non ſimul cum nave progredientem conſpicient, ſed in contrariam prorſus plagam tendentem ea celeritate quam haberet, ſi quieſcente nave eadem vi projectus fuiſſet. Hinc liquet

liquet motum apparentem vero & abſoluto poſſe fieri directe contrarium.

At objiciat aliquis Globum è manu projicientis emiſſum, *Objectio.* in ipſam puppim impingere, eique ictum imprimere; quod fieri non poteſt niſi reverà Globus verſus puppim moveretur. Qui nodus ſolutu non difficilis eſt, Globum enim ii qui intra navem verſantur in puppim irruere eamque percutere cernent. At ſi ponatur aliquis in ripa quieſcens, ille non Globum in puppim ſed puppim in Globum impingentem videbit & ictûs magnitudo in utrovis corpore recepti, eadem omnino erit ac ſi navis quieſceret & Globus reverà in puppim impelleretur ea celeritate qua puppis ad Globum accedebat. Si enim duo ſint corpora A & B utcunque *TAB. 14. fig. 2.* æqualia vel inæqualia, eâdem erit percuſſionis vis, ſive B cum datâ celeritate in corpus A quieſcens impingeret, ſive quieſcat B, & A cum eadem celeritate in ipſum B irrueret, vel ſi utrumque corpus verſus eandem plagam moveretur, & ſubſequens A celerius motum in ipſum B impingat, eadem erit quantitas ictûs, ac ſi B omnino quieſceret & A latum eſſet ſolummodo differentiâ celeritatum quâ ſcil. ipſius celeritas ſuperat celeritatem corporis B. Vel denique ſi A & B in contrarias ferantur plagas, atque in ſe invicem impingant, ictûs magnitudo eadem erit ac ſi ipſorum unum quieſceret, alterum motum eſſet cum eâ celeritate quæ ſit utriuſque celeritatum ſummæ æqualis. Verbo dicam, eâdem ſemper manente velocitate corporum relativâ, qua ad ſe invicem accedant, eadem quoque manebit percuſſionis quantitas quomodocunque velocitates illæ partitæ fuerint. Atque hinc fit ut in nave quantumvis velociter latâ motus omnes noſtri rerumque à nobis mobilium eadem ratione peraguntur, iidemque apparent ac ſi navis reverà quieſceret. Et univerſaliter verum eſſe deprehendimus, quod corporum in dato loco incluſorum, iidem erunt motus inter ſe, iidem congreſſus, eadem percuſſionis vis, ſive locus ille quieſcat, ſive moveatur uniformiter indirectum.

Hæc adduxi exempla, ut vobis conſtaret quantum diſcriminis inter motus corporum reales, & apparentes, poſ-

ſit intercedere; & quam difficile ſit de illis, ex his, judicium facere.

Ex iiſdem conſtabit, quod ſi in Jove vel Saturno vel alio quovis Planetarum locetur ſpectator, is loci ſui motus proprios non magis viſu percipiet, quam navigantes motum navis in qua vehuntur oculis diſcernere poſſunt. Et hi quidem ex ſubitaneis navis jactationibus quas ſibi frequenter moleſtas experiuntur, motum ejus aliqualem dignoſcunt. At Planetæ nullis fluctibus, nullis procellis ſunt obnoxii ſed placidiſſima latione in tranquillo quaſi æquore natantes fruuntur, & in motibus ſuis abſque omni impedimento perſeverant.

LECTIO III.
De Syſtemate Mundi.

CUm ut oſtenſum eſt, pro vario oculi ſitu atque motu tot & tam variæ fiunt rerum apparentiæ, quo melius mundi fabrica innoteſcat, & Univerſi admiranda pulchritudo, motuumque Harmonia, animo concipiatur; convenit ut Divinum hoc & immenſum opus non ex uno aliquo ſpectetur puncto ſeu angulo, ſed ex pluribus locis debitis intervallis à ſe invicem diſtantibus luſtrandum erit, ut diverſos hos aſpectus comtemplando, eoſque comparando vera tandem, & juſta, ſummoque Conditore digna univerſi opificii eliciatur cognitio.

Cæleſtia itaque corpora motuumque phænomena ut pernoſcantur, fingamus nos non Terricolas eſſe, & uni ſedi quaſi puncto affixos, ſed poteſtatem nobis dari libere quocunque libuerit, per ſpatia indefinita vagandi. Et ut diverſitas aſpectuum ex diverſis locis habeatur, aliquando noſmet in ſpatio quodam immoto ſiſtamus, aliquando in Sole, ſæpius in planetarum aliquo & nonnunquam etiam in Stellis fixis vel in Cometa locari nos ſupponamus.

————— Juvat ire per alta
Aſtra. Juvat Terris & inerti ſede relictis
Nube vehi, validique humeris inſiſtere Atlantis.

Et

Et quamvis corpora noſtra utpote in Terram ſua gravitate depreſſa ad altiſſimas illas domos avolare non poſſunt; nihil tamen prohibet quo minus animo & imaginatione cæleſtes illas peragremus regiones. Nec deneganda eſt hæc quam noſmet nobis vindicamus licentiam, quippe quæ omnibus omnis ævi Aſtronomis ſemper conceſſa fuit; hi enim oculum à ſuperficie ad ipſum telluris centrum detulerunt, ut motuum æqualitas exinde ſpectaretur, quin & circulos & lineas rectas per Solem & Sidera traducunt, quæ licentia, ni peteretur ſemper, & concederetur, brevis admodum & imperfecta eſſet Aſtronomiæ Scientia, & irritus omnis Aſtronomorum labor.

Ut igitur Aſtronomis ſolenne fuit, oculum ad Terræ centrum detrudere, quò is motum apparentem diurnum conſpiceret æquabilem, nobis è contra, quo motus corporum reales & abſoluti, quantum fieri poteſt æquabiles videantur; liceat ſpectatorem in cælum invehere & in loco quodam immoto conſtituere. Nam omnes cujuſque ſectæ Aſtronomi facile agnoſcunt Planetarum motus eſſe in ſe ſimplices uniformes & regulares. At ex Terræ ſuperficie, aut ab ejus centro ſpectati Planetæ in motibus propriis inæquali admodum & minime regulari curſu deferri videntur, adeoque certum eſt Tellurem hanc non in illorum motuum centro locari. Motus itaque corporibus mundanis proprios qui contemplari velit ſpectator, primo vel in Solis centro vel etiam extra ſolaris corporis Globum, non tamen in loco ab illo nimis remoto ſe ſiſtat, & quales is ſit viſurus rerum apparentias hic perpendamus.

Planetæ è Terra ſpectati irregulari curſu moveri videntur.

Et hîc in primis notandum eſt; quod in quocunque loco ponatur ſpectator, ſemper in centro proſpectus proprii ſe conſtitutum cernet. Nam corpora longinqua etiamſi magnis intervallis à ſe invicem diſtent, ſi tamen in eâdem fuerint lineâ per oculum tranſeunte, in eodem ſpatii puncto, & quaſi æque remota videntur; Unde fiet, ut ſpectator ea corpora quorum diſtantias viſu æſtimari nequit, ad ſuperficiem Sphæræ referet, cujus centrum ab oculo tenetur, motuſque omnes in ea ſuperficie peragi apparebunt. Hinc fit ut So-

Spectator eſt ſemper in centro proſpectus proprii.

lem, & Lunam, & reliqua omnia ſidera, quæ diverſiſſimis intervallis à nobis diſtant, unà cum nubibus quæ non ultra milliare unum aut alterum aſcendunt, tanquam in eâdem ſuperficiâ Sphæricâ concavâ locata intuemur; Qualiſcunque igitur ſit ſpectatoris habitatio ſive in Sole, ſive in Saturno Planetarum Extimo, vel etiam in ſtella quavis fixa, locus ille pro medio mundani ſpatii, ſeu pro centro Univerſi ab iſtius loci incola habebitur.

Proſpectus è centro Solis.

Spectator itaque Solis centrum tenens, & cælum intuens, ſuperficiem ejus Sphæricam concavam oculo concentricam innumeriſque Stellis, quas fixas dicimus, undique refertam videbit; cumque Stellæ illæ è tellure ſpectatæ eundem inter ſe immutabilem ſitum atque ordinem ſervare deprehenduntur, ſic etiam è Sole viſæ, eandem quoad ſenſum quæ è Terra obſervatur à ſe invicem invariatam diſtantiam & poſitionem obtinebunt; tanta enim eſt ipſarum vel à Terra vel à Sole diſtantia, ut poſtea oſtendetur, ut exigua illa loci mutatio, quæ fit ſpectatorem à tellure ad Solem deducendo, vix ſenſibilem mutationem in Stellarum ſitu viſibili efficiet. Verum quamvis Stellæ fixæ è tellure viſæ eaſdem ſemper à ſe invicem diſtantias & eoſdem inter ſe ſitus conſervare videantur, at oculi reſpectu poſitiones mutare, & nunc ſupra attolli, nunc infra deprimi, perpetuoque motu circa telluris Axem gyrare obſervantur, cum tamen interea qui è cælo Solari illos intuetur, omnino immobiles ſeu in eodem ſemper loco permanentes conſpiciet. Nec profecto refert ſive omnino quieſcerent Stellæ, ſive circa Tellurem cælum omne ſidereum una cum ſole eſſet volubile, ſemper enim è Sole eadem eſſet quietis apparentia, nam motus ille ſi quis fuerit gyrationis circa Terram fit ſpectatori Stelliſque omnibus communis, adeoque non magis ſenſibus percipietur, quam navigantium oculis curſus navis, in qua vehuntur, ſit obſervabilis.

Immenſa Stellarum à Sole diſtantia.

Stellæ fixæ poſitionem reſpectu oculi mutant.

Planetæ ſeu Errones ſex.

Præter Stellas innumeras quieſcentes, ſex alii in cælo nitent circa Solem volubiles Globi, qui diverſis omnino periodis gyros complent, adeoque varias & continuo mutabiles poſitiones tam à ſe invicem, quàm ab immotis Stellis

eas

eas ſortiri neceſſe eſt. Stellas has errantes ſive Planetas dicimus, quarum una eſt ipſiſſima Tellus noſtra habitatio. Quin ſi Tellurem quieſcere, Solemque circa ipſam motu annuo deferri ſupponamus; certum tamen eſt ſpectatorem in Sole, Tellurem eundem in cælo circulum & eodem tempore deſcribentem videre, quem nos in Terra habitantes à Sole percurri obſervamus, uti in ſequentibus demonſtrabitur.

Planetarum nomina & Characteres ſunt, Saturnus ♄, Jupiter ♃, Mars ♂, Tellus ♁, Venus ♀, Mercurius ☿ qui eſt Soli proximus.

Planetæ omnes Secundum eandem plagam, ſcil. ab occidente in orientem, circa Solem in orbitis in uno fere plano jacentibus ſeu non multum à ſe invicem dehiſcentibus, feruntur; & orbitarum plana ſe mutuo ſecant in lineis quæ per Solis centrum tranſeunt; adeoque ſpectator in Solis centro locatus, in orbitarum omnium planis conſiſtet, & Planetas in concava cæli ſuperficie motus ſuos peragentes, circuloſque circa ſe maximos deſcribentes videbit, unde ſit ut ſingulorum planetarum diverſas a Sole diſtantias oculorum acies æſtimare non poteſt. Quo itaque tam diſtantiæ quàm motus Planetarum videantur, convenit ut è Sole migremus, oculuſque ſupra orbitarum plana aſcendat, in recta quæ per Solem tranſeat, & ad orbitam Telluris perpendicularis ſit, & quanta Terræ à Sole diſtantia eſt, tanta etiam ſit ſpectatoris diſtantia, in hâc rectâ poſiti. Ex hoc loco cernere licebit Planetas diverſis admodum intervallis à Sole removeri, & qui gyros citius conficiunt, ipſi propiores eſſe; qui tardius abſolvunt circuitus, longius abeſſe. Eritque Planetarum talis ordo, qualis in annexâ figurâ repræſentatur. Ubi in orbitarum centro perſtat Sol loco immobilis, circa quem volvuntur planetæ ſex, Mercurius, Venus, Tellus, Mars, Jupiter, & Saturnus, ab occidente in orientem. Secundum ordinem literarum A B C D; Mercurius Soli proximus, circulum ſuum peragrat, ſpatio temporis trimeſtri; deinde Venus paulo majori ambitu periodum abſolvit menſibus fere octo. Ultra hanc Tellus circuitum conficit

Planetæ moventur circa Solem ab occidente in orientem.

TAB. 14. *fig.* 3.

Planetarum Ordo.

ficit ſpatio unius Anni. Deinde Mars biennio circulum proprium complet. At longius multo protenditur orbita Jovis, tardiuſque ille ſcil. duodecim annorum ſpatio circulationem perficit. Extimus denique atque omnium lentiſſimus Saturnus reliquas omnes orbitas gyro ſuo continet, & triginta annos ad periodum propriam complendam, poſtulat. Hoc eſt antiquiſſimum Mundi ſyſtema à Pythagora ejuſque ſequacibus in Græcia ab Orientis populis introductum, quamvis alterum illud apparens Syſtema, quod Terram immobilem, cælumque volubile ponit à vulgo fuit receptum. Quod etiam Ariſtoteles reliquique qui poſt illum in ſequentibus ſeculis vixerunt Philoſophi, à prioribus magnis viris multum degeneres amplexi ſunt, uſque ad Nicolaum Copernicum, qui verum veterum ſyſtema ab oblivione vindicavit, & reſuſcitavit, ſolidiſque argumentis confirmavit. Unde ab Aſtronomis ſyſtema hoc Copernicanum dicitur. Poſt inventum Teleſcopium nova ſpectacula non ante obſervata, cælum intuentibus manifeſtè ſe oſtentabant, quæ ſyſtema Antiquum mirifice auxerunt, invictiſque argumentis ſtabiliverunt.

Planetæ ſunt corpora Sphærica opaca.

Planetas Teleſcopio adjutus, diligentiùs luſtrans ſpectator, deprehendet eos Telluris inſtar, eſſe corpora Sphærica, & opaca, nam facies eorum quæ Soli obvertuntur illuminari, Soliſque luce reflexâ ſplendere, facies autem averſas tenebris obvolvi, eoſque umbras in plagam Soli oppoſitam projicere, conſpicimus. Lineaque illa quæ ſplendentem partem à tenebroſa diſterminat, aliquando recta apparet, aliquando curva, & nunc convexitate, nunc concavitate ſua lucentem partem reſpiciet, pro vario planetæ & oculi ſitu, reſpectu Solis illuminantis ſuperficiem planetæ Sphæricam. Quin etiam pro diverſo ſpectatoris ſitu nunc major nunc minor illuminatæ faciei cernitur portio; Ut in corporibus opacis Sphæricis lucenti Soli expoſitis, fieri oportet.

Planetæ ſecundarii.

Planetarum tres, nimirum Tellus, Jupiter, & Saturnus, aliis minoribus Planetis continuo ſtipari obſervantur; qui Planetæ ſecundarii, Lunæ, ſeu Satellites appellantur. Hi

pri-

primarios in ſuis circa Solem circulationibus perpetuo comitantur, & interea etiam unuſquiſque circa Primarium proprium, gyros perficit. Tellus quidem unicâ tantum comitatur Lunâ, quam illa ſecum annuo circa Solem curſu vehit, & præterea circa ſe, tanquam centrum, menſtruo itinere gyrare facit. *Tellus Lunâ ſtipatur.*

Quod autem Luna præ omnibus ſtellis tanta luce fulgeat & magnitudine Solem ipſum adæquare videatur, in cauſa eſt ejus Telluri proximitas; nam è Sole vix ſine Teleſcopio erit obſervabilis, ac proinde ſi tantum à Terris diſtaret, quam Sol, opus eſſet Terricolis teleſcopio, quo videatur.

Jovem quatuor Lunæ tanquam Satellites perpetuo ſtipant, quæ diverſis periodis atque diſtantiis circulationes circa ipſum perficiunt. Harum intima ad diſtantiam $2\frac{5}{6}$ diametrorum Jovis periodum abſolvit, die una cum tribus partibus quartis. Secunda $4\frac{1}{2}$ diametris Jovis à Jove diſtat, & orbitam propriam deſcribit ſpatio dierum trium, horis tredecim. Tertia diebus circiter ſeptem, horis tribus ſeptemque Jovis diametris cum parte ſexta à Jove remota, circulum peragrat. Extima denique diebus ſedecim, cum octodecim horis, ad diſtantiam duodecim circiter diametrorum Jovis revolutionem in orbita ſua perficit. *Jupiter quatuor Lunis.*

Planetas hos Joviales primus mortalium conſpexit magnus ille Galilæus, tubi optici ſeu Teleſcopii beneficio, hiſque cælum ſidereum adauxit, Stellas Mediceas eos appellans, quorum motibus obſervatis non pauca debentur Aſtronomiæ atque Geographiæ incrementa.

Saturnum in ſuo circa Solem itinere, non pauciores quam quinque comitantur Planetæ minores, horum plerique ob magnam vel à Terra, vel à Sole, diſtantiam; & exiguam corporum, molem, non niſi longiſſimis perquiſiti Teleſcopiis ſe produnt, quorum tempora periodica, & diſtantiæ à Saturno ita ſe habent. Intimus revolutionem conficit die $1\frac{7}{8}$ & diſtat à Saturni centro ejus ſemidiametris $4\frac{3}{8}$. 2[dus] diebus 2 horis 17, ad diſtantiam $5\frac{3}{5}$ ſemidiametris, Saturni periodum abſolvit. Tertius 4 diebus, horis 13, ad diſtan- *Saturnum comitantur quinque planetæ ſecundarii.*

Hh tiam

tiam octo ſemidiametrorum, integrum circulum deſcribit. Quartus, diebus fere ſedecim periodum abſolvit, diſtans à Saturno octodecim ſemidiametris. Quintus & viſorum extimus ſpatio dierum 79⅓ orbitam percurrit, diſtans à Saturno 54. ſemidiametros Saturni.

Saturni annulus. Exornat, præterea, Saturnum Annulus, qui eum medio cingens, nuſquam contingit, ſed undique ab ejus corpore diſtans, fornicis inſtar, pondere libratus ſuo, ſeipſum ſuſtinet. Annuli hujus diameter pluſquam dupla eſt diametri Saturni, & quamvis tenuis admodum ſit ſuperficiei convexæ craſſities, tanta tamen eſt annuli latitudo, ſive profunditas, ut pars circiter media iſtius ſpatii quod ab extima ejus ſuperficie ad Saturnum porrigitur, ab ejus corpore occupetur, reliquo tantum ſpatio vacuo manente. Quibus uſibus inſervit admirabilis hic annulus, Terricolas & latet & perpetuo forſan latebit, cum nihil ei ſimile in rerum naturâ deprehendimus. Suſpicienda tamen eſt infinita Majeſtas atque potentia Dei qui noſtrâ hâc ætate, nova operum ſuorum ſpecimina, nobis conſpicienda deprompſit.

LECTIO IV.

In qua probatur Syſtema ſuperius expoſitum eſſe verum Mundi Syſtema.

Contra Mundi Syſtema in ſuperiore lectione expoſitum, nobis fortaſſe objiciat aliquis; nos finxiſſe noſmet in cælum evectos, & ordinem atque motum planetarum ſupra traditum propriis luſtraſſe oculis, ſed finximus tantum, & qui proinde ponitur corporum mundanorum ordo ſive ſitus, erit figmentum. An non eâdem fingendi licentiâ, alius quivis Planetarum ordo ſupponi poteſt? poſſumus, accedente ſenſuum teſtimonio, Terram ponere immobilem, Solemque atque planetas circa illam motus ſuos deſcribentes, atque ex illis poſitionibus poſſumus omnes apparentias & phænomena explicare. Reſpondeo quamvis finximus non in altum ſublatos, è cælo in Solem atque Planetas deſpexiſſe, qui tamen ex hâc hypotheſi è cælo conſpiciendus erit Planetarum ſitus atque ordo, figmentum non eſſe; ſed ordo ille non

non minus verus, certus, & indubitatus erit, ac ſi reverà è cælo illum oculis contueri liceret. Nam in noſtra Aſtronomia nihil omnino fingitur, quod non habet naturam ducem, & comitem obſervationem, quicquid in eâ aſſeritur, ex rationibus phyſicis, & demonſtrationibus Geometricis certiſſime pendet. Veterum Aſtronomia ſicut & Tychonica recte Hypotheſes & figmenta dicuntur, cum ultrà ſuppoſitionem nudam nihil habeant, quo nitantur ſed deformem Mundi fabricam exhibeant. At Noſtra Aſtronomia quæ & antiquiſſima Pythagoreorum fuit, undique ſibi conſentiente compagine cohærens, mirandum in modum Mundi faciem ornat, & ſplendiſſima Symmetria decorat. Nihil eſt in rerum natura quod magis monſtrat acrem humani ingenii vim, ſummamque intellectûs perſpicaciam, quam quod mens noſtra ultra ſenſuum teſtimonia, imo repugnantibus ſenſibus, auſa ſit ſe in ſublime attollere, & ſubtiliſſimis ſuffulta rationibus, verum Mundi Syſtema partiumque diſpoſitionem eruere. Quibus vero artibus has arces attigit igneas, paucis hic declarabo.

In vera Aſtronomia nullæ hypotheſes aut figmenta.

Primo qualiſcunque locus Soli concedatur, certiſſimum eſt Veneris orbitam illum cingere, nam aliquando ſupra Solem attolitur Venus, aliquando inferius deſcendit, & inter Solem, & Terram conſpicitur. Quod ſupra Solem aſcendit Venus, exinde patet quod in conjunctione cum Sole, hoc eſt cum juxta Solem è Terrâ videtur; plenâ & rotundâ facie *fulgentem* ſe Terricolis oſtendit. Nam cum Venus, ſicuti reliqui omnes Planetæ, lucem omnem à Sole accipiant, neceſſe eſt ut ea ſola eorum facies ſplendeſcat quæ Soli obvertitur quæ vero averſa eſt, tenebris obvolvatur; adeoque cum Terricolis pleno fulget orbe, facies Soli obverſa, & ab illo illuminata, Terræ quoque obvertitur; & proinde tunc temporis ultra Solem eſt. In Figura ſit S Sol, T Terra, Venus in F, vel V locata, facie plenâ à Terricolis conſpicietur, adeoque in illo caſu Venus loca ultra Solem protenſa, peragrat. Quod autem Venus infra Solem deſcendit, exinde conſtat, quod in conjunctione cum Sole, vel prorſus evaneſcit, vel corniculata Lunæ inſtar ap-

Demonſtratur Planetas Solem circumire.

TAB 14. *fig.* 4.

paret, adeoque ejus facies Solis luce illuſtrata, vel Terræ non obvertitur, ut in G, vel parva aliqua ejus pars à Terricolis conſpicitur, ut in H. Unde neceſſe eſt ut inter Terram & Solem tunc temporis locetur. Semel quidem Venus viſa eſt nigræ inſtar Maculæ Solis diſcum pertranſire, quod unicum ſpectaculum nemini mortalium præter Horoxium noſtrum contigit videre, Anno Chriſti 1639. nec iterum Stella Veneris ſubtercurret Solem uſque ad annum 1761 Menſis Maji die 26 mane; quo tempore rurſus in medio diſci Solaris exſpectanda erit. Præterea Veneris Stella nunquam à Sole digreditur ultra certum ac determinatum intervallum 43 circiter graduum, nec unquam Solis oppoſitionem attingit; ſed neque ad quadratum aut ſextilem aſpectum pervenit, at tales aſpectus neceſſario ſubiret, ſi circa terram periodum ſuam abſolveret.

Similes quoque ſunt & Mercurii motus. Similiter Mercurius ſemper in viciniâ Solis commoratur, propius ſemper abeſt à Sole quam Venus, adeoque Veneris æmulus in orbita minore, intra Veneris orbitam concluſâ, & Solem ambiente neceſſario locandus erit. Præcipue vero cum eum Soli quam proximum eſſe, oſtendit egregius illius ſplendor quo & Veneri cæteriſque Planetis longe antecellit.

Martis orbita Solem ambit. Mars cum veniat ad oppoſitionem Solis, ejus orbita complectitur terram. Sed & hoc neceſſarium eſt, ut amplectatur etiam Solem. Nam cùm venit ad conjunctionem cum Sole, ſi ſubter illum incederet, corniculatus appareret inſtar Veneris & Lunæ: Atqui ſemper ille rotundam ſpeciem exhibet, niſi quod in quadrato cum Sole Aſpectu, aliquantulum gibboſus apparet.

TAB. 14. fig. 5. *Et Terra non locatur in orbitæ centro.* Referat S Solem, T Terram, circulus M N P R orbitam Martis. Patet Martem tam in M quàm in P Terricolis plena & rotunda facie ſplendere, quoniam in his poſitionibus facies Soli obverſa Terræ quoque obvertitur, at in N & R paululum gibboſus apparebit. Præterea Mars Soli oppoſitus ſepties major videtur quam conjunctioni propinquus, adeoque in illo ſitu ſepties propius ad Terram accedit, quàm in conjunctione, ubi longiſſime à Terrâ diſtat. Hinc conſtat

ſtat non Terram, ſed Solem in centro orbitæ Martis locari, apparentiæ enim demonſtrant Terram longiſſime ab illo centro diſtare.

Præterea cum eadem obſervantur Phænomena, in Jove & Saturno licet multo minore diſtantiarum diverſitate in Jove, quam in Marte, & adhuc minore in Saturno quam in Jove hos quoque Planetas in diverſis orbitis ultra Martis Sphæram circa Solem rotari neceſſe eſt. Præterea Planetæ omnes è Terrâ viſi, motus admodum inæquales, & irregulares peragere obſervantur, nam nunc progredi, nunc ſtare, mox regredi cernuntur. At qui è Sole illos conſpiceret, ſemper uniformi quadam lege unumquemque proprium circulum decurrere videbit. *Eadem obſervantur Phænomena in Jove & Saturno.*

Sol itaque, non Terra, in centro orbium Planetarum collocatur. Hanc enim demonſtravimus inter Veneris & Martis orbitas medium ſortiri locum, ſed & neceſſe erit, orbitis quieſcentibus, ut Terra quoque circa Solem moveatur, nam ſi immobilis conſiſteret, cum intra ambitum orbium quos ſuperiores Planetæ Mars, Jupiter, & Saturnus percurrunt, claudatur, nunquam illos ſtare, aut regredi, aſpiceret Terricola. Verum horum Planetarum ſtationes & regreſſus non minus quam progreſſus è Terra obſervantur; itaque Terram in medio partium mobilium, inter Veneris & Martis orbitas conſtitutam, circulum quoque reliquorum Planetarum ritu, circa Solem deſcribere concludendum eſt. Utque locus Terræ medius eſt inter Venerem & Martem; ita quoque periodus quâ curſum ſuum circa Solem perficit, media erit inter periodos Veneris & Martis. Venus enim octo menſibus; Terra ſpatio annuo, Mars biennio circuitus abſolvunt: His indubiis rationibus inducti, Tellurem in cælum inveximus, & inter Planetas poſuimus, Solemque ad centrum detruſimus. Atque ita ex indubitatis principiis, & invictis ratiociniis, verum Mundi ſyſtema, ordinem, ſitum, & motum corporum mundanorum declaravimus. *Terra etiam in orbita circa Solem movetur.*

Comparatione factâ, miram quandam inter Planetarum Tempora, quibus circuitus ſuos circa Solem abſolvunt, & ipſorum à Sole diſtantias deprehendimus harmoniam, & Pro- *Mira harmonia inter Planetarum à Sole diſtantias & eorum tempora periodica.*

Hh 3 por-

portionem; nam quo quilibet Planeta Soli propior eſt, eo citius periodum abſolvit, & celerius fertur, ſecundum datam & immutabilem legem, quam omnia corpora mundana conſtanter obſervant. Nempe *Quadrata Temporum Periodicorum ſunt cubis diſtantiarum à Sole proportionalia.* Quod omnium primus detexit ſagaciſſimus Keplerus in Planetis primariis. Poſtea deprehenſum eſt Planetas omnes ſecundarios tam Saturnios quàm Joviales eandem quoque in motibus ſuis legem obſervare, eorum enim periodi ita temperantur, ut quadrata temporum periodicorum ſint cubis diſtantiarum à centro Jovis, vel Saturni, proportionalia. Ita intimus Jovis Satelles diſtat à centro Jovis diametris Jovis $2\frac{5}{6}$ & periodum conficit horis 42. Extimus autem circulum proprium percurrit horis 402. Adeoque ſi fiat ut 1764 quadratum numeri 42 ad 161604 quadratum numeri 402 ita $\frac{4913}{216}$ cubus numeri $2\frac{5}{6}$ ad alium is erit $\frac{450090}{216}$ ex quo extracta Radice cubica dabitur $\frac{76}{6} = 12\frac{2}{3}$ qui numerus exprimet diſtantiam extimi ſatellitis Jovis, in diametris Jovis, talemque reverà eſſe ejus diſtantiam obſervationibus deprehenſum eſt.

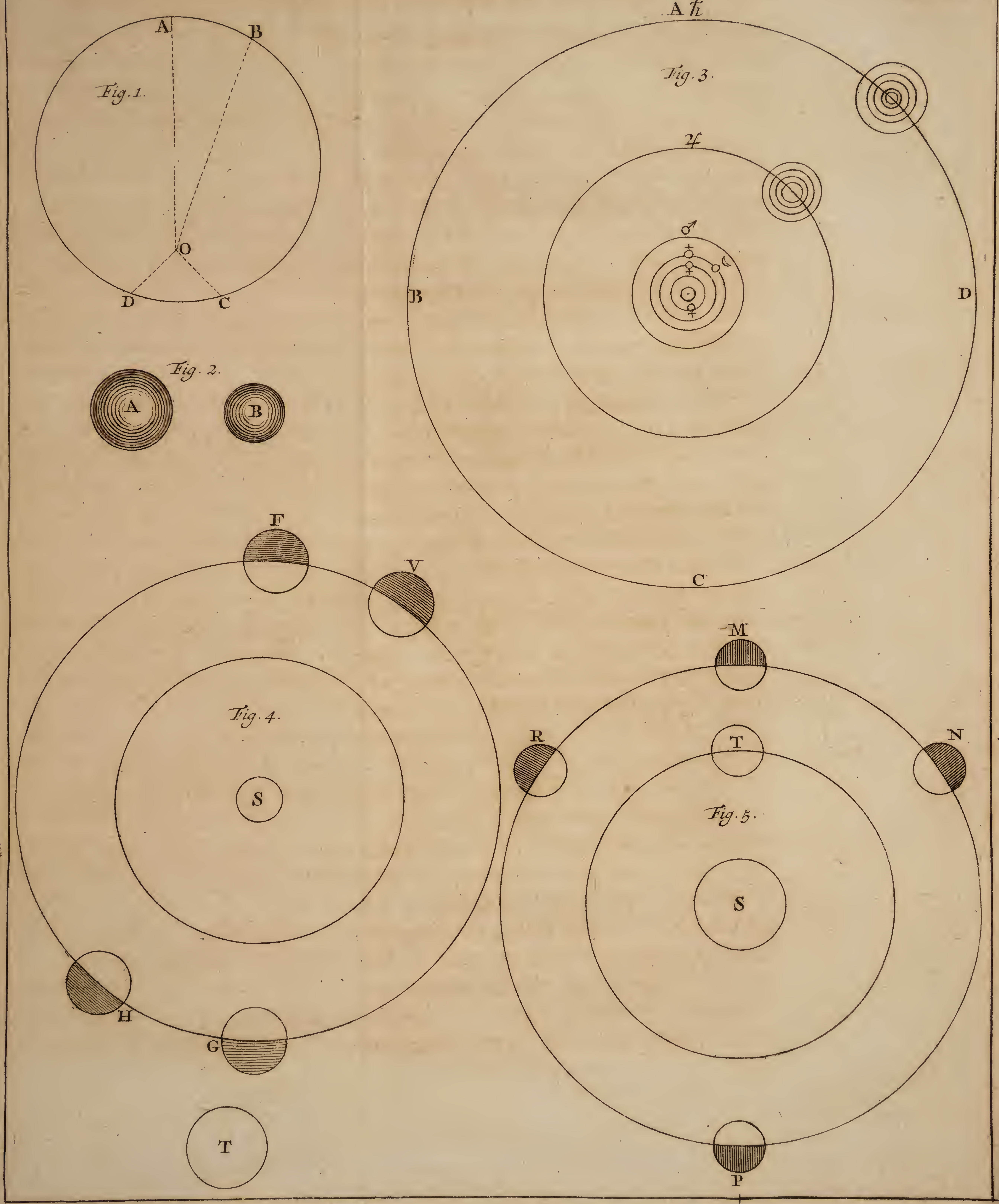
Hujus Regulæ cauſam Phyſicam Primus invenit Newtonus.

Hujus Regulæ cauſa Phyſica Keplerum latuit, qui ſolummodo eam invenit, comparando diſtantias Planetarum, cum ipſorum Periodis; at gloria illam à priore inveſtigandi & illius cauſam ex neceſſitate Phyſica monſtrandi, magno Neuwtono noſtro reſervata fuit, qui demonſtravit ſalvis naturæ legibus, aliam regulam in mundo locum obtinere non poſſe: Quod nos quoque oſtendemus cum de cauſis Phyſicis agendum erit.

Cum itaque omnes agnoſcunt Aſtronomi, Legem ſuperius traditam, conſtanter obſervari à quatuordecim corporibus mundanis, quorum plures circa commune centrum revolvuntur, nempe à quinque planetis primariis, & novem ſecundariis, & cum Luna circa Terram, tanquam centrum, gyros ducit; ſi Sol etiam circa ipſam, circulationem perficeret, congruum eſſet ut eadem Lex ipſorum motus regeret. Adeoque cum Luna diebus 27, Sol 365 diebus, circulos abſolvunt, & Luna 60 ſemidiametris Terræ, à Terra removeatur, ſi fiat ut 729 quadratum numeri 27 ad 133225

qua-

TAB. XIV.



quadratum numeri 365, ita 216000 cubus numeri 60 ad alium, is erit 39460356 cujus Radix cubica eſt 340, & ille numerus diſtantiam Solis exhiberet, ſi modo in ejus motu locum obtineret eadem Regula qua reliqua omnia corpora mundana motus ſuos conſtanter temperant.

Verum omnes conſentiunt Aſtronomi, & invictis rationibus demonſtrari poteſt, Solem pluſquam trigeſies magis à Terra diſtare quam ſunt 340 ſemidiametri Terreſtres.

Sed non poteſt circa Terram moveri niſi tollatur motuum Harmonia.

Ex quo liquet, ſi admittatur Solis motus circa Terram annuus, violari univerſalem jam traditam Naturæ legem, & concidere motuum proportiones, quæ ut integræ maneant, Terra in ſuo loco inter Planetas reponi debeat, Solemque cum iis circumire, quibus poſitis reſtituetur pulcherrima circulationum Harmonia, & ſine omni exceptione, motuum ordo manebit immutabilis.

Sol & fixæ ſunt corpora ejuſdem naturæ.

Ut Planetarum omnium agnoſcimus cognationem, ſimilemque naturam, ex eo quod Telluris inſtar, ſint corpora opaca, Sphærica, Soliſque luce illuſtrata, circa quem etiam motibus omnino ſimilibus continuo cientur; ſic etiam cum Sol & reliqua omnia ſidera propria luce ſplendeant, & ſedibus ſuis immota conquieſcant, ſimili ratione pro corporibus ejuſdem naturæ haberi poſſunt. Quodque Sol præ reliquis omnibus ſtellis tantus Terricolis appareat, quodque tanta luce refulgeat, ut ejus præſentia omnes ſtellarum flammas ſplendore ſuo extinguat, in cauſa eſt quod Terra à reliquis omnibus ſideribus immenſo intervallo diſtans, in Solis viciniâ circa ipſum continuo gyrat. Nam qui fixam aliquam ex eodem intervallo, quo nos Solem, aſpiceret, ſe Solem noſtro Soli per omnia ſimilem intueri crederet; ſpectator etiam à Sole noſtro æque remotus, ac nos ab aliqua fixâ, eum ſtellis annumeraret. Fixæ itaque omnes ſunt Soles; eſtque Sol una ex fixis.

Immenſa eſt Fixarum diſtantia præ Terræ diſtantiâ à Sole.

Quamvis tanta ſit Telluris à Sole diſtantia, ut ex hoc ſpectata Tellus, quaſi ut minutum aliquod punctum videtur, ea tamen diſtantia, ad ſtellarum fixarum diſtantiam comparata, tam exigua habenda eſt, ut etiam ſi orbita in quâ diximus Terram circa ſolem deferri è ſtellis fixis conſpi-

ſpiciatur, ea etiam ut punctum apparebit anguluſque ſub quo orbitæ diameter, ex fixâ videtur, tam exiguus eſt, ut ab Aſtronomis acutiſſimis vix obſervari hactenus potuit; certe qui in hoc angulo (quem paralaxim orbis annui dicunt) obſervando maxime invigilarunt, illum ſemper uno minuto primo minorem deprehenderunt, adeoque neceſſe eſt ut ſtellæ decies millies aut longius à nobis diſtent, quam nos à Sole diſtamus.

Hinc ſequitur, quod etiamſi Tellus ad aliquas ſtellas propius uno anni tempore accedat, quam in oppoſito, idque intervallo diametri orbitæ ſuæ, non tamen ſtellæ illæ majores apparebunt, neque ulla fiet apparentis intervalli inter duas quaſvis ſtellas ſenſibilis mutatio, propter diverſas ſpectatoris poſitiones.

Sint enim in Terrâ, duæ turres ſibi invicem propinquæ, à quibus tamen diſtet ſpectator ſpatio decem mille paſſuum, is ſi per unum tantum paſſum ſitum ſuum mutat, ad ipſas accedendo, tantillo ſpatio propius admotus, nec turres magnitudine auctas, nec à ſe invicem longius diſſitas conſpiciet. Itaque cum Tellus una anni tempeſtate tantum per decies milleſimam diſtantiæ ſuæ partem ad fixam aliquam accedit, quam aliâ; nulla tamen ſenſibilis orietur in ſtella, ſitûs aut magnitudinis reſpectu mutatio.

Angulus ſub quo Sol ex diſtantia fixarum apparet.

Hinc etiam ſequitur quod ſi Sol tantum à nobis diſtaret, quantum proxima quævis fixa, angulus ſub quo videbitur, erit decies millies minor quam nunc eſt; cumque angulus ſub quo videtur Sol à Terricolis, ſit dimidii circiter gradus, ſeu triginta ſcrupulorum primorum, ex ſtellâ fixâ ſpectatus Sol ſub angulo qui eſt milleſima pars trium ſcrupulorum hoc eſt ſub angulo decem circiter ſcrupulorum Tertiorum videbitur.

Objectio.

Contra hanc poſitionem objiciunt aliqui; ſi tanta ſit fixarum diſtantia, oportet ut ſtellæ Solem noſtrum magnitudine multum ſuperent, nec minores poſſunt eſſe quam Sphæra, cujus diameter diametro orbitæ annuæ Telluris æqualis ſit; volunt enim ſtellas, ſaltem ordinis primi, ſub angulo non minore uno minuto videri: cumque orbitæ Telluris diameter

ter è fixis ſub majori angulo non cernitur, ſtellarum diametri diametro orbitæ in qua fertur Tellus, magnitudine non cedunt. Cumque Sphæra illa cujus ſemidiameter diſtantiam Terræ à Sole adæquat, Solem noſtrum centies centenis mille vicibus ſuperat, toties quoque ſuperabunt ſtellæ Solem noſtrum, adeoque cum enorme interſit magnitudinis diſcrimen, non erunt Sol noſter & Fixæ corpora cognata; neque proinde Sol pro fixâ habendus eſt.

Stellæ fixæ nullius magnitudinis ſed ut mera puncta apparent.

Sed qui de magnitudine fixarum talia prædicant, multum falluntur, dum tantas iis aſſignant diametros apparentes; eæ enim tam exiguæ apparent, ſi rite obſerventur, ut veluti puncta tantum lucentia ſine viſibili quâvis latitudine refulgeant; quo fit, ut obſervationibus nulla earum menſura deprehendi poteſt; cingit quidem flammea omnia corpora in tenebris viſa irradiatio quædam ſeu capillitium, unde fit ut centies & pluribus vicibus majores conſpiciuntur quam ſi ſublato capillitio viderentur; multum autem minuitur capillitium, ſi per exiguum foramen aciculâ in charta factum conſpiciantur, facilius vero & melius huic incommodo medetur, Teleſcopia adhibendo, quæ radios illos adventitios auferunt, & ſtellas, ut mera puncta lucentia ſpectandas præbent. At Teleſcopia quamvis multum augeant objectorum diametros, non tamen certas & definitas ſtellarum menſuras nobis exhibent, cum ſidera ut lucida puncta, ſeu nullius magnitudinis per ea etiam viſa appareant; Unde mirum eſt quod Ricciolus Syrii ſive Canis majoris ſtellam poſuit ſub angulo 18″ videri. Nam ſi tantus Syrius nudo oculo appareret, per Teleſcopium viſus, quod ducenties ampliat objecta quoad diametros, debet ille ſub angulo 3600. ſcrupulorum ſecundorum ſeu angulo unius gradus videri; unde & ejus diſcus Solarem diſcum quater ſuperare videbitur; cum tamen certum eſt Teleſcopium illud exhibere Syrium ut punctum tantum lucens, & ſtellâ Martis non majorem. Mars autem cum nobis proximus atque maximus adeſt, ſub angulo 30 ſcrupulorum ſecundorum conſpicitur. Unde diameter Syrii ducenties ampliata, non major erit 30 ſcrupulis ſecundis, adeoque angulus ſub quo

Quod per Teleſcopium demonſtratur.

nudo oculo apparere debet, non major erit $\frac{1}{20}$ unius ſcrupuli ſecundi, ſeu novem ſcrupulis tertiis: Hoc eſt Syrius Soli fere æqualis cernitur, ſi is tantum à nobis diſtaret quam Syrius. Mirum fortaſſe quibuſdam videbitur, quod ſtellæ fixæ omnino conſpiciantur, cum eorum diametri tantillos ſubtendunt ad oculum angulos. Sed flammea & ignita corpora ex maximis intervallis cerni poſſunt, iis ſcil. unde alia corpora æque exiguis angulis comprehenſa, prorſus evaneſcunt. Quod comprobat candelæ flamma, quæ noctu ad diſtantiam duo millia paſſuum cernitur, cum tamen interdiu objectum opacum Solis luce illuſtratum, etiamſi decies & amplius flammam latitudine ſuperat, ex ea diſtantia videri nequit. Lux enim quam ex ſe undique defundunt ignita corpora, vegetior multo eſt, fortiuſque fibrillas Retinæ vellicat, quam ea quæ à corporibus opacis reflectitur, reflectionibus enim debilis redditur radiorum actio; & inde fit ut corpora lucida in ſpecies ampliores ſpargantur.

Fixæ ſunt corpora ignea.

Immota itaque cæli aſtra ſunt corpora ſuâ naturâ ignea, inſtar Solis noſtri, quæ huic nec magnitudini cedunt, nec multum ſuperant, adeoque, pro totidem Solibus haberi poſſunt. Concipiendum porro eſt, Soles hos non in unâ eademque ſuperficie hærere, ſed per immenſa mundi ſpatia, undique diſſeminari & longiſſimis intervallis à ſe invicem diſtare; ita ut tantùm inter duos quoslibet Soles proximos, interjaceat ſpatium quantum ad minimum inter Solem noſtrum, & Syrium porrigitur. Hinc ſpectator qui alicui Soli propius adeſt, illum tantum ut Solem conſpiciet, & reliquos omnes Soles ut micantia aſtra, in cœlo ſeu firmamento proprio inhærentia videbit.

Fixæ ſunt Soles.

Porro non credibile eſt, Deum tot innumeros Soles in locis tam remotis ſolitarie locaſſe, & nulla juxta poſuiſſe corpora quæ horum luce & calore foveantur; hoc certe ſapientiæ divinæ minime congruum eſſe videtur; cum Deus nihil fruſtra creavit, ſed confitendum potius eſt, Solem unumquemque ſuo quoque Planetarum comitatu cingi, qui circa Soles hos, diverſis periodis, ad diverſas diſtantias, Lunis quoque ſuis ſtipati rotantur.

Quam

Quam admirabilis & magnifica hinc nobis oritur amplitudinis mundanæ Idea. Concipiendum enim eſt Indefinitum ſpatium mundanum, in quo innumerabiles locantur Soles, Soleſque illi ſunt ſtellæ quas vel nudo oculo, vel Teleſcopii ope detegimus; harum ſinguli propriis Planetis ſtipati totidem Mundos ſeu ſyſtemata conſtituunt. Et unuſquiſque Sol in proprio ſyſtemate idem munus obit, quod in hoc ſuo ſyſtemate Sol noſter. *Idea amplitudinis Mundanæ.*

Hinc Mundus exiſtet Divinæ Sapientiæ, Omnipotentiæ, & Bonitatis Theatrum, Gloriæque Immenſæ, & Infinitæ Palatium.

LECTIO V.

De Maculis Solaribus, & Solis, & Planetarum, circa proprios Axes, vertigine, & de Stellis fixis.

Ob maximam Telluris à Sole diſtantiam, Solis convexitas noſtris oculis prorſus evaneſcit, nec mirum cum & Lunæ, quæ nobis multo propius adeſt, Sphærica ſuperficies à ſenſibus non percipitur, & tam Lunæ quàm Solis orbes tanquam diſci plani nobis appareant; quorum in medio punctum, quod reverà eſt in ſuperficie centrum, ſeu centrum apparens, dicitur. Et ſi Solis facies æqualiter ubique luceret, ob uniformem ejus faciem quæ nullam varietatem oculo objiceret, poterit ille circa ſuum Axem rotari, & ejuſmodi rotatio nobis non innoteſceret; nunc vero cum in lucidiſſimo Solari diſco, & puriſſimâ ejus flammâ, ſæpe nigræ conſpiciuntur maculæ ejus ſuperficiei adhærentes, ex eorum motu nobis conſtat de Solis rotatione; nam hæ maculæ à margine Solis orientali, medium verſus progredi cernuntur, deinde ulterius provectæ in oppoſita margine ſcil. occidentali margine occidere videntur. Et earum aliquæ poſtquam in oppoſitâ nobis Solis ſuperficie per quatuordecim circiter dies delituerunt, in margine rurſus oriri incipiunt. Circulus AGHD repræſentent Solarem ſuperficiem nobis conſpicuam, ſæpe vidimus materias quaſdam denſas & obſcuras nubibus circumterreſtribus perſimiles in margine A oriri, *Solis & Lunæ convexitas noſtris oculis evaneſcet.* *In Solis ſuperficie ſunt maculæ.* *Sol circa axem ſuum vertitur.* *TAB. 15. fig. 1.*

quæ paulatim verſus B repentes in medio tandem diſci conſpiciuntur, deinde per BC ad circumferentiam progredientes, poſt aliquam moram in D evaneſcunt.

Maculæ à puncto aliquo digreſſæ aliquando ad idem redeunt poſt 27 dies.

Aliquando macularum aliquæ, interjecto dierum viginti ſeptem circiter ſpatio, poſt digreſſum ab A rurſus in eodem puncto conſpiciuntur tantumque temporis per Solis ſuperficiem nobis averſam tranſcurrendo impendunt, quantum in obverſa Solis facie noſtro conſpectui ſubjiciuntur. Macularum motus in diſci peripheria A vel D tardiſſimus apparet, & verſus medium velocior: præterea earum figuræ, circa margines Solis arctiſſimæ, in medio latæ, & plena majeſtate ſeſe oſtendunt; & hæ apparentiæ reſpondent materiis quibuſdam denſis & obſcuris Solis ſuperficiei contiguis, & Solari vertigine abreptis. Quidam exiſtimaverunt maculas has non corpori Solari adhærere, ſed ab eodem aliquantulum diſtare, & circa Solem revolvi ad modum ſatellitum Jovis;

Maculæ in ſuperficie Solari exiſtunt.

TAB. 15. fig. 2.

ſed ii facile refelluntur, nam ſi maculæ in ſuperficie Solis non exiſterent, eadem macula non videretur per totum tempus ſemiperiodi in ſuperficie Solari. Sit enim Sol in A viſus ex Tellure B ſub angulo DBC 30. minutorum, ſi macula orbitam HEG extra Solis ſuperficiem percurreret, non videbitur Solis diſcum intrare, antequam ad E pervenerit, ubi recta BED ex terra ducta diſcumque tangens maculæ orbitam ſecat, & ductâ BCG Solem quoque tangere per Solis ſuperficiem tantummodo decurrere videtur, dum arcum EG deſcribit, qui arcus ſemiperipheriâ minor erit & tempore quod ſemiperiodo minus eſt percurretur. Sed ex obſervationibus conſtat maculas quæ integram revolutionem abſolvunt, (fuere enim nonnullæ, quæ duas aut tres periodos abſolverunt, ſingulas nempe viginti ſeptem dierum) illæ inquam $13\frac{1}{2}$. impendunt, ad hoc ut à limbo occidentali Solis ad limbum orientalem perveniant; adeoque cum dimidium periodi ſuæ tempus in tranſcurrendo Solis diſcum impendunt, ipſarum orbitæ in ipſa ſuperficie Solari extabunt.

Maculæ ſæpe diſſolvuntur ſæpe plures in unam confluunt.

Macularum plures in medio Solis diſco primo videri incipiunt, alias in eodem diſſolvi & evaneſcere cernimus; ſæ-

ſæpe plures in unum confluunt, ſæpius una in plures diffluit. Primus eas Teleſcopio ſuo detexit Gallilæus, poſtea accuratius obſervavit Scheinerus qui magnum volumen de iis edidit, & tunc temporis plures quinquaginta in Sole viſæ ſunt. At ab anno 1653 uſque ad annum 1670. vix una aut altera viſa eſt, exinde ſæpe plures una conſpectæ ſunt, & nullâ conſtanti temporum lege apparent aut evaneſcunt.

Solem aliquando Pallidum per integrum annum apparuiſſe.

Narrant Hiſtorici Solem per integrum annum aliquando pallidum apparuiſſe, & ſine ſolito fulgore, calorem tenuem debilemque emiſiſſe, quod credibile eſt ex eo proveniſſe, quod plures ingentes maculæ non minimam Solaris ſuperficie partem tunc temporis texerunt; & nunc aliquando videntur maculæ quæ non tantum *Aſiam*, aut *Africam*, ſed totius Telluris ſuperficiem latitudine ſuperat.

Axis Solis inclinatur ad planum Eccliptica ſicuti Solis æquator.

Macularum motus eſt ab occidente in Orientem, & ex eo conſtat, Axem circa quem vertitur Sol, non eſſe ad planum orbitæ Telluris perpendiculariter erectum, ſed ad illud inclinari, & facere cum Axe orbitæ qui per Solis centrum tranſit angulum ſeptem circiter graduum, & proinde Solis Æquator, ſeu circulus in medio inter duos polos, orbitæ planum ſecabit in linea recta quæ producta orbitæ occurret in duobus punctis. Et cum Terra in hiſce duobus punctis invenitur, ſemitæ macularum rectæ lineæ apparebunt, cum ſcil. oculus ſpectatoris eſt in earum plano. At in alio quovis Telluris ſitu, cum ſcil. æquator Solaris ſupra oculum attollitur, aut infra illum deprimitur, veſtigia macularum erunt curvilineæ & Ellipſes.

In Planetis maculæ videntur.

Cum ſplendidiſſimum Solare corpus obſcuris maculis fœdatur, non cogitandum eſt corpora Planetarum opaca nævis carere; quibus eorum facies aſperguntur. Et reverâ Jupiter Mars & Venus, ſi Teleſcopio ſpectentur, nobis maculas ſuas produnt, ex quarum motu conſtat has Planetas circa Axes rotari. Simili ſcil. argumento quo Solarem vertiginem probavimus. Venus ſcil. ſpatio 23 horarum gyrationem circa proprium Axem ab occidente in orientem perficit, Mars ſimilem rotationem horis 24 min. 40. abſolvit. Terra una die ab occidente in orientem etiam circa Axem

Planetæ circa axes ſuos rotantur.

rotatur quod ex apparenti motu omnium Aſtrorum ab oriente in occidentem nobis conſtat.

In Jove præter maculas, plures ſunt *faſciæ* ſibi invicem parallelæ, at hæ neque eandem conſtantem magnitudinem, nec diſtantias conſervant eaſdem, nunc creſcunt, nunc diminuuntur, aliquando à ſe invicem longius diſcedunt, aliquando propius accedunt & plures unà cum maculis, ſubeunt mutationes. Anno 1665 D[nus] Caſſini inſignem detexit in Jove maculam, quam per duos annos obſervavit, Jovis corpori per totum illud tempus firmiter adhærentem, & ejus figura & poſitio *reſpectu Faſciarum* probe determinatæ fuere; evanuit tamen illa macula anno 1667, nec rurſus uſque ad annum 1672 viſa fuit, poſt illud tempus per tres fere annos in conſpectum aſſidue veniebat: ſæpius deinde à noſtris oculis ſe ſubduxit, & identidem ſe conſpiciendam præbuit; & ut verbo dicam ab anno 1665 quo primo viſa eſt, uſque ad annum 1708 octies apparuit & evanuit. Ejus revolutionibus ſæpius obſervatis D[nus] Caſſini comperuit periodum Jovis circa proprium Axem eſſe horarum 9 minutorum 56.

Veriſimile quidem eſt, quod Terra ſtabili magis & tranquillâ fruatur conditione quam Jupiter, in cujus facie majores cernuntur mutationes, quam Telluri obtingerent, ſi Oceanus alveo ſuo relicto per Terras undique ſe diffunderet, novas continentes, nova maria exhiberet, permutato invicem Soli Salique vultu.

Mercurius prope Solem continuo commorans, tantâque luce cum videtur, perfunditur cælum, ut obſervationes non admittat, quibus ejus maculæ dignoſcantur, & Saturni maxima à nobis præ reliquis Planetis diſtantia macularum viſum oculis adimit. Credibile tamen eſt illos, prædictorum inſtar, circa Axem quendam revolvi, nempe ut ſæpius quam ſemel in unâ revolutione circa Solem, cujuſque Planetæ pars quælibet radiis Solaribus expoſita & iis rurſus ſubducta, viciſſitudines patiatur naturæ ſuæ congruas.

LECTIO VI.

De Magnitudine & Ordine Fixarum, De Conſtellationibus, Stellarum Catalogis, & Mutationibus quæ fixis accidere viſæ ſunt.

QUod fixæ diſpari inter ſe magnitudine appareant inde evenit, quod non omnes pari à nobis diſtent intervallo, ſed quæ propius abſunt reliquis tum magnitudine tum luce præcellere videntur; illæ interea quæ longius diſtant minore & mole & ſplendore conſpiciuntur. Hinc oritur ſtellarum illa in claſſes diſtributio, quarum Claſſium Prima ſtellas primæ magnitudinis, 2da ſecundæ, 3tia tertiæ, & ita porro uſque ad ſextum ſtellarum ordinem, quæ minimæ ſunt omnium, quæ nudis oculis videri queunt. Nam cæteræ ſtellæ, quas non niſi Teleſcopii ope detegimus, his claſſibus non continentur. Licet vero antiquum & vulgo receptum ſit ſex tantum eſſe fixarum claſſes & magnitudines, non tamen exiſtimandum eſt unamquamque ſtellam ad harum aliquam præciſe referri poſſe, quin potius tot conſtituendi ſunt magnitudinum ordines, quot fere ſunt ſtellæ, nam raro admodum duæ fixæ cernuntur ejuſdem ſplendoris; & iſtarum ſtellarum, quas inter primas numerant Aſtronomi, apparet magnitudinis diverſitas, clarior enim eſt Syrius, aut Arcturus, quam Aldebaram, aut Spica, omnes tamen magnitudinis primæ habentur; ſunt quoque nonnullæ magnitudinis intermediæ, adeo ut alii hujus, alii illius æſtimant, v. gr. Canicula quæ Tychoni eſt magnitudinis 2dæ Ptolemeo fuit primæ, quod indicio eſſe poteſt, nec eſſe primæ, nec ſecundæ, ſed ordinis intermedii. *Stellarum ordo.*

Verum ſtellas non tantum magnitudine ſuâ deſignant Aſtronomi, ſed quo melius in ordinem referant, eas per ſitum & poſitionem ad ſe invicem diſtinguunt, & in Aſteriſmos ſeu Conſtellationes diſtribuunt, plures ſtellas uni conſtellationi aſſignando, eſtque Conſtellatio plurium ſtellarum ſibi juxta jacentium ſyſtema. Præterea ut ſtellas omnes facilius in cœlo notent & obſervent, conſtellationes ad formas animantium & rerum quarundam imagines reducunt. Pleraſque *Conſtellationes.*

que has imagines ex fabulis, ſeu religione ſuâ in cælum tranſtulerunt veteres, & recentioribus Aſtronomis eaſdem retinere placuit; ut perturbationis periculum evitetur, cum obſervationes antiquæ cum noſtris conferantur.

Diſtinctio ſtellarum in imagines longe antiquiſſima fuit, ipſi ſcil. Aſtronomiæ ſeu Philoſophiæ coœva. Nam in vetuſtiſſimo libro Job memorantur Orion, Arcturus atque Pleiades, & multa conſtellationum occurrunt nomina apud Homerum atque Heſiodum Poëtarum antiquiſſimos, neceſſe enim fuit ſic ab initio ſtellas per partes diſtinguere, & ordine quodam deſignare.

Eadem cœli ſtellati facies ex omnibus Planetis ſpectatur.

Cum immenſa admodum ſit ſtellarum diſtantia, nihil refert in quo Solaris noſtri ſyſtematis loco reſideat ſpectator, ſive is ſit in ipſo Sole, ſive in Tellure, vel etiam in Saturno Planetarum extimo; ex omnibus enim noſtri ſyſtematis partibus eadem videbitur cæli facies, eadem ſtellarum poſitio atque invariata magnitudo. Planeticolis omnibus eadem ſpectantur Aſtra; commune cælum eſt, idem eos omnes involvit mundus.

Cæli Regiones.

Cælum ſtellatum in tres Regiones partiuntur Aſtronomi, quarum media eas continet ſtellas, quæ circa plana orbitarum in quibus deferuntur planetæ jacent, & hoc cæli ſpatium Zodiaci nomine inſignitur, ob conſtellationes ibi poſitas, & animalia referentes, & extra quod nunquam videntur vagari Planetæ. Zonam hanc ex utroque latere claudunt duæ reliquæ cæli regiones, quarum una comprehendit Borealem cæli plagam, altera Auſtralem.

Veterum imagines XLVIII.

Veteres cælum ipſis viſibile XLVIII. imaginibus diſtinxerunt, quarum duodecim Zodiacum occupant, ejuſque *Dodecatemoriis* nomina imponunt ſua, ſuntque Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpius, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Piſces.

In ſeptentrionali regione numerantur Imagines XXI. nempe Urſa minor, Urſa major, Draco, Cepheus, Bootes, Corona Septentrionalis, Hercules, Lyra, Cygnus, Caſſiopeia, Perſeus, Andromeda, Triangulum, Auriga, Pegaſus, Equuleus, Delphin, Sagitta, Aquila, Serpentarius,

&

& Serpens. Hiſce poſtea adjectæ ſunt conſtellationes Antinoi ex *informibus* prope Aquilam, & Comæ Berenices, ex informibus prope Caudam Leonis.

Ad Auſtralem Zodiaci partem ſunt Aſteriſmi xv veteribus cogniti, nempe Cetus, Eridanus, Lepus, Orion, Canis major, Canis minor, Argo navis, Hydra, Crater, Corvus, Centaurus, Lupus, Ara, Corona auſtralis, & Piſcis Auſtrinus. Hiſce nuper adduntur conſtellationes xii circa polum Auſtrinum, quæ nobis Borealem Telluris partem habitantibus, ob gibboſitatem Terræ ſunt inconſpicuæ, ſcil. Phænix, Grus, Pavo, Indus, Apus, Triangulum Auſtrale, Muſca, Chamæleon, Piſcis volans, Taucan ſive Anſer Americanus, Hydrus, Xiphias ſive Dorado.

Extra depictarum imaginum limites ſunt ſtellæ quædam ad illas irreducibiles, quas ideo informes vocant; ex quibus inſigniores Aſtronomi novos aliquando aſteriſmos conficiunt. *Stellæ informes.*

Ad Aſteriſmos etiam pertinet Galaxia, ſeu Via Lactea, quæ eſt circulus latus candore lactis perfuſus, nonnunquam duplici tramite, plerumque ſimplici totum cælum ambiens. Hunc cæli tractum innumeris minutiſſimis ſtellis refertum eſſe, Teleſcopio ſuo deprehendit Galilæus; & quamvis ſingulæ ſtellæ nudo oculo ſint imperceptibiles; conjunctis tamen luminibus eam cæli regionem illuſtrant, & candore ſuo perfundunt. *Galaxia.*

Imaginum ope, uti diximus, ſtellas omnes diſtinguere & in cælo notare valuerunt vetuſtiſſimi Aſtronomi, & catalogos fixarum mirâ ſolertiâ & curâ exinde condiderunt; Hi catalogi recentiorum obſervationibus adaucti & correcti omnes continent ſtellas viſu perceptibiles, imo plures in iis nunc notantur ſtellæ quæ non ſine Teleſcopio videri poſſunt.

Hipparchus Rhodius annis circiter ante Chriſtum natum 120. primus inter Græcos ſtellas fixas in Catalogum reduxit, *auſus* ex ſententiâ Plinii (*rem etiam Deo improbam*) *annumerare poſteris ſtellas, ac ſidera ad normam expangere, organis excogitatis, per quæ ſingularum loca atque magnitudines* *Hipparchus primus fixarum catalogum compoſuit.*

ſignaret: Uti facile diſcerni poſſet ex eo, non modo an obirent naſcerenturve ſtellæ, ſed an omnino aliqua tranſirent moverenturve, item an creſcerent, minuerenturque, cælo in hæreditate cunctis relicto, ſi quiſquam qui rationem eam caperet inventus eſſet.

Hipparchus ex propriis & antiquorum obſervationibus 1022 ſtellas in Catalogum retulit, & unicuique propriam latitudinem & longitudinem tunc temporis competentem adſcripſit.

Ptolomeus Hipparchi catalogum quatuor ſtellis adauxit.

Ptolomeus Hipparchi Catalogum quatuor ſtellis adauxit 1026 numerando. Poſt Ptolemeum, Ulug Beighi magni Tamerlani Nepos ſidera obſervavit & 1017 ſtellas catalogo ſuo intulit. Sæculo decimo ſexto & ſequente, plures Urania nacta fuit cultores, inter quos eminebant Regiomontanus & Copernicus. At omnium conatus ſuperavit nobiliſſimus ille Aſtronomus Danicus Tycho Brahe, qui magna & exquiſitâ arte facta inſtrumenta comparavit, quibus cœlum denuo luſtraret. Is loca 777 fixarum propriis obſervationibus ex cælo deduxit, & in Catalogum retulit. Keplerus quidem in Tabulis ſuis Rodolphinis ſtellarum catalogum exhibet, quem Tychonicum vocat, in quo numerantur 1163 ſtellæ, at reliquas præter illas 777 à Tychone obſervatas, partim ex Ptolomeo, partim ex aliis diverſis authoribus hauſit, nihil enim Tycho in proprium catalogum retulit, quod non ipſe ſuis inſtrumentis calculoque inveſtigaverat.

Tycho Brahe 777 ſtellas obſervavit & in catalogum retulit.

Gulielmus Haſſiæ principis 400 ſtellas obſervavit.

Tychoni coævus Sereniſſimus Haſſiæ Princeps Gulielmus ſidera contemplari aggreſſus eſt, & cum Mathematicis ſuis Rothmanno & Byrgio, indefeſſo per 30 annos labore, 400 ſtellas obſervavit, & catalogo incluſit, adjunctis ſtellarum locis ſecundum longitudinem ex propriis obſervationibus computatis.

Ricciolus Catalogum edidit ſed paucas ipſe obſervavit. ſtellas.

Ricciolus Jeſuita Kepleri catalogum 305 ſtellis locupletavit, & exinde earum numerus ad 1468 excrevit, ſed hunc catalogum ex propriis obſervationibus haud conſtruxit, ſed tantum 101 ſtellas propriis inſtrumentis cum Socio Grimaldi obſervavit: & earum loca ſupputavit; reliquas ex Tychone, Keplero & aliis auctoribus deprompſit. Mirum eſt

quod

quod Ricciolus plures ſtellas, quæ tempore Tychonis in oculos omnium incurrebant, quæque ab ipſo Tychone rite ſunt obſervatæ, tempore verò Riccioli plane evanuerunt, etiam adhuc, licet non amplius conſpiciuntur, in catalogo ſuo retineat, quaſi ipſe illas obſervaſſet.

Bartſchius in Globo ſuo quadrupedali, anno 1635 Argentorati in 4to edito, meminit Bayerum in ſua Uranometria 1725 ſtellas delineaſſe; gloriatur etiam quod ipſe in ſuo Globo 1762 ſtellas deſignaverat, ſed quis eas obſervavit, aut quo anno, non prodit.

Stellas ad polum Antarcticum ſitas, & noſtræ Zonæ inconſpicuas, primus rectè obſervavit Cl. meus Collega Edmundus Halley qui magno Sidereæ ſcientiæ amore percitus, longam & periculoſam ad Inſulam S^tæ^ Helenæ ſuſcepit navigationem, ut ſitus ſtellarum ſub polo Antarctico nos latentium exquireret, edidit is Catalogum 373 Fixarum auſtralium, quarum loca ſupputavit ad annum 1677.

Edmundus Hallejus primus rite obſervavit ſtellas ad polum Antarcticum ſitas.

Illuſtris Joannes Hevelius Dantiſcanus vir maxime Induſtrius & indefeſſus aſtrorum cultor, exquiſitiſſimis inſtrumentis & omni apparatu Aſtronomico inſtructus, fixas majori quam antea curâ obſervavit, loca 1553 ſtellarum ex propriis obſervationibus ſupputavit, & novum omnino condidit ſtellarum catalogum, qui continet ſtellas 1888, nimirum 950 veteribus cognitas, & ſupra Horizontem Gedanenſem conſpicuas; 603 alias quas ante ipſum nemo rite debitis inſtrumentis determinavit, & 335 circa polum Antarcticum, & infra Horizontem Gedanenſem ſemper depreſſas ex Catalogo Halleano tranſtulit.

Hevelius 1553 ſtellas obſervavit & catalogus ejus continet ſtellas 1888.

At Catalogum longe ampliſſimum & correctiſſimum, brevi, ut ſpero, nobis dabit Joannes Flamſtedius Aſtronomus Regius Greenovicenſis, in hoc catalogo numerus ſtellarum ad 3000 excurrit. Et ſicut Hevelius duplo plures ſtellas obſervavit quam Tycho, ſic Aſtronomus noſter Britannicus numerum ſtellarum ab ipſo obſervatarum duplo auctiorem reddidit quam eſt numerus earum quæ ab Hevelio obſervatæ fuerunt. Tantum Urania hujus Aſtronomi debet laboribus, ut ne minima quævis conſpicitur ſtella, cujus

Flamſtedii Catalogus longe ampliſſimus.

locus in cælis non melius innoteſcit, quam plurimarum urbium & civitatum ſitus & poſitiones, per quas quotidie itinera faciunt viatores. Non mirum eſt quod Aſtronomi tot pertinaces vigilias, tam Herculeos labores in ſtellis obſervandis ſuſtinuerunt, cum non alio poterunt modo inveſtigare Planetarum vias, & orbitas in cœlo notare, niſi per cognita prius fixarum loca, quibus, tanquam columnis firmiſſimis, omnis innititur Aſtronomia.

Stellæ inermi oculo viſibiles numero non multæ ſunt.

Ex tribus millibus ſtellis à Flamſtedio in catalogum relatis, plures ſunt quæ non ſine Teleſcopio videri poſſunt, adeoque non plures in hemiſphærio viſibili oculo inermi ſimul conſpici poſſunt, quam mille. Mirum hoc plerisque videbitur, cum hyeme, illuni & ſerenâ nocte, primo intuitu innumerabiles videntur conſpici ſtellæ. Sed apparentia illa eſt viſus hallucinatio, ex vehemente ſtellarum micatione profecta, dum oculus confuſe & ſine ordine omnes ſimul intueatur; at qui diſtinctè ad ſingulas attendit ſpectator, nullas inveniet ſtellas, quæ ab Aſtronomis non notantur; Quod ſi quis Globum cæleſtem majoris formæ, qualis eſt Blavianus, adhibeat, eumque cum cælo comparet, quantumvis acri oculo cælum rimetur, non facile tamen ſtellam inveniet vel minimam, cujus imago in ſuperficie iſtius Globi non depingitur.

Eſt tamen ſtellarum numerus immenſus.

Interim fateor ſtellarum numerum eſſe immenſum & tantum non infinitum, nam qui Teleſcopio cælum vult intueri, ingentem ubique fixarum multitudinem inveniet, quæ nudis oculis ſe minime produnt, præſertim in viâ Lacteâ tam confertim reperiuntur fixæ, ut illum cæli tractum ſingulæ licet imperceptibiles, luce ſua, ſeu candore quodam perfundant.

Cl. Hookius Teleſcopium duodecim pedum verſus Pleiades dirigens, (quæ olim ſeptem ſunt viſæ, at nunc tantùm ſex, inermi oculo viſuntur,) ſeptuaginta & octo ſtellas notavit, & longiora adhibens Teleſcopia longe plures diverſæ admodum magnitudinis detexit: vide Microgr. pag. 241. Et *Antonius Maria de Rheita in Radio ſuo ſidereomyſtico* pag. 197. affirmat à ſe per tubum opticum numera-

meratas fuiſſe in ſolâ conſtellatione Orionis ſtellas quaſi bis mille.

Ex dictis in præcedenti Lectione conſtat, quam falſa & vana fuit veterum Philoſophorum opinio, qui cælis nimium faventes quædam iis privilegia ſine ratione indulſerunt; eos quippe ab omni mutatione immunes ſtatuebant; materiamque cæli à Terreſtri ſpecie diverſam eſſe pronunciabant, hanc corruptibilem eſſe, & in varias formas mutabilem; illam non item, ſed ſub eadem formâ & facie ſemper permanentem nullique mutationi obnoxiam prædicabant. Vidimus in Sole atque Planetis quotidie nova corpora generari, rurſuſque corrumpi, & Planetarum facies varias mutationes ſubire. Nec ſolum in Terrâ noſtrâ, aut in noſtri ſyſtematis corporibus locum obtinent mutationes Verum longe ulterius porrigitur Generationis & corruptionis Principium; inter ſtellas enim immotas longiſſime à nobis diſſitas dominatur & nullum corpus eſt quod ejus imperium non patitur. Perierunt enim ſtellæ plures à veteribus conſpectæ, novæ renaſcuntur, ipſæ etiam aliquando perituræ. Quin etiam quorundam ſiderum extinguuntur flammæ, quæ poſt ſtatam periodum rurſus reſplendeſcent. Inter ſtellas has maxime celebris eſt illa, quæ in collo Cæti videtur, quæ octo vel novem anni menſibus inconſpicua, reliquis quatuor vel tribus menſibus variâ magnitudine ſe videndam præbet; hujus ſtellæ ſuperficies corporibus opacis ſeu maculis maximâ parte tegi videtur, aliquâ tamen ejus portione lucidâ manente, quæ dum circa ſuum axem convolvitur, modo hanc, modo illam partem nobis obvertit, ſed & hujus ſtellæ maculæ quaſdam mutationes ſubire videntur; non enim ſingulis annis eandem obtinet ſtella magnitudinem, quandoque ſecundi ordinis fixas ſuperat magnitudine, aliquando inter tertium ordinem vix conſiſtere videtur; nec eodem ſemper temporis ſpatio ſui copiam facit, nam ſæpe non ultra tres menſes continuos, ſæpe etiam per quatuor integros & amplius conſpicitur, neque æquis temporum intervallis incrementa ſumit.

Materia cæli non eſt incorruptibilis.

Principium Generationis & corruptionis ad ſtellas fixas pertingit.

Stellæ quæ periodice apparent & evaneſcunt.

Præterea ex Aſtronomorum obſervationibus conſtat, ſæ-

Stellæ novæ.

pius novas aliquas prius latentes emicuiſſe ſtellas, quæ per aliquod tempus inſignes & maxime conſpicuæ apparuere; ſed deinde paulatim decreſcentes, tandem evanuere quaſi exſtinctæ fuiſſent. Harum ſtellarum una ab Hipparcho Aſtronomorum principe notata & obſervata fuit, eumque impulit ut fixarum catalogum adornaret, poſteriſque traderet, ut ex eo facile diſcerni poſſit an obirent inciperentve ſtellæ.

Stella nova in Caſſiopeia.

Poſt plura deinde ſæcula, alia etiam nova Tychoni Braheo, ejuſque temporis Aſtronomis, in conſtellatione Caſſiopejæ apparuit; quæ non ſecus ac Hipparchea illa Tychonem admonuit, opus eſſe ut novum conderet ſtellarum Catalogum: viſa eſt hæc ſtella circa Novembris medium Anno 1572; permanſit eodem inter fixas loco, toto apparitionis tempore, quod per menſes circiter ſedecim duravit, tandemque paulatim extincta fuit; magnitudo ejus apparens Lyram aut Syrium inerrantium ſplendidiſſimas ſuperabat, Veneris *Perigeæ* fere æmula, in meridie â non paucis viſa eſt. Sed tandem ſenſim imminuta evanuit, nec ex eo tempore in cælis eſt conſpicienda. Leovicius ex hiſtoriis iſtius temporis tradit anno 945 regnante Othone imperatore, ſtellam novam in Caſſiopeja apparuiſſe, ſimilem ei quæ ſuo tempore viſa eſt anno 1572. aliud quoque adducit teſtimonium perantiquum, quod anno 1264. viſa eſt in ſeptentrionali cæli parte, circa conſtellationem Caſſiopejam nova & maxima ſtella quæ nullum habebat motum proprium; credibile eſt hanc & ſupra memoratam quæ anno 945 apparuit eandem fuiſſe ſtellam cum eâ quæ a Tychone viſa fuit.

Stella nova in pectore Cygni.

Anno 1600. & ſequenti deprehendit Keplerus aliam novam ſtellam in pectore Cygni quæ multos annos ibidem perſtitit, & Hevelio apparuit tertiæ magnitudinis; evanuit tamen anno 1660 indeque ad annum 1666 latuit, donec in menſe Septembri eam denuo conſpexit Hevelius nudo oculo, ut ſtellam ſextæ magnitudinis, & quidem in eodem loco quo fuerit ab anno 1601 ad uſque 1662.

Ex catalogis fixarum liquet plures ſtellas fuiſſe â veteribus & etiam â Tychone obſervatas quæ nunc non amplius con-

conſpiciuntur. Et ſpeciatim Pleiades vulgo habentur numero ſeptem, at nunc in ſerena nocte, non plures quam ſex cerni poſſunt. Unde Ovidius lib. 3*tio* Faſtorum

Quæ ſeptem dici, ſex tamen eſſe ſolent.

Clariſſimus Montanerus profeſſor Mathematum Bononiæ literis ad Societatem Regiam datis, Apr. 30. 1670. ſic ſcribit. *Deſunt in cælo duæ ſtellæ 2dæ magnitudinis in puppi navis, ejuſque tranſtris, Bayero β & γ prope canem majorem à me & aliis, occaſione præſertim Cometæ Anni* 1664 *obſervatæ & recognitæ; earum diſparitionem cui anno debeam non novi, hoc indubium eſt quod à die* 10. *Apr.* 1668. *ne veſtigium quidem illarum adeſſe amplius obſervo, cæteris circa eas etiam tertiæ & quartæ magnitudinis immotis, plura de aliarum ſtellarum mutationibus pluſquam centenis at non tanti ponderis notavi.*

Credibile eſt ſtellas has maculis, & corporibus opacis, penitus obſitas & obrutas fuiſſe; & lucem exinde omnem amiſiſſe, quarum proinde Planetarum cohortes tenui admodum reliquarum fixarum luce tantum illuſtrantur.

LECTIO VII.

De Motu Telluris annuo circa Solem & circa proprium Axem, & de Motu Apparente Solis & cæli inde orto.

PErluſtratâ curſorie Univerſali Mundi materialis Fabricâ, traditiſque quæ de ſtellis fixis comperta habuimus, ad noſtrum Solare accedamus Syſtema, cujus partes omnes accuratiore intuitu ſunt contemplandæ, nam circa corporum in eo contentorum motus, motuumque phænomena præcipue verſatur noſtra Aſtronomia.

Et primo à Motu Terræ, domicilii noſtri, ſcil. à nobis ipſis convenit ut incipiamus, nam ex noſtro motu oritur motus Solis apparens, ſine quo reliquorum Planetarum phænomena, nec explicari, nec computari poſſunt. *Exordium à motu Terræ.*

Oſtenſum eſt in præcedentibus, Solem noſtri ſyſtematis corpus maximum & nobiliſſimum, ſuique generis unicum, *Sed noſtri Syſtematis centrum occupat.*

centrum occupare, à quo ille undique diffundens radios, Planetarum corpora opaca luce ſuâ illuſtrat, & calore fovet, atque vivificat, circa hunc aguntur in orbem diverſis periodis & diſtantiis Planetæ omnes, inter quos Tellus numeratur, quæ periodum abſolvit ſpatio unius anni, & interea circa ſuum axem vertitur ſpatio viginti quatuor horarum. Cumque diſtantia Fixarum à Terrâ vel Sole ſit admodum immenſa, reſpectu diſtantiæ Terræ à Sole, eadem apparebit cæli ſtellati facies, idem manebit ſitus, atque ordo fixarum ad ſe invicem, ſive è Sole, ſive è Terrâ, aſpiciantur aſtra. Sed cum corpora omnia longinqua ad cælum referantur, Spectator in Sole locatus, videbit Tellurem circulum in cæli ſtellati ſuperficie maximum, inter fixas deſcribere.

Tellus circa Solem movetur & interea circa ſuum Axem.

Idem ſtellarum aſpectus è Sole qui eſt è Terrâ.

Motus Terræ è Sole ſpectatus. TAB. 15. *fig.* 3.

Repræſentet S Solem, ABCD Telluris orbitam in quâ movetur Tellus ab Occidente in Orientem, ſcil. ab A per BCD. Spectator in S Terram in A poſitam ad ſtellam ♈ referet; cum Terra pervenerit in B, illam juxta ſtellam in ♋ aſpiciet & cum ad C progreſſa fuerit in ♎ videbit, in D vero delatâ Tellure è Sole in ♑ eam ſpectabit. Et in A periodum perficiens rurſus in ♈ videbit eam.

Hinc ſi planum orbitæ Telluris ad fixas uſque protendatur, efficiet in ſuperficie cæli ſphærica concava, circulum quem inter fixas peragrare videbitur Tellus, quolibet anno. Circulus hic *Ecliptica* dicitur, & ab Aſtronomis in duodecim æquales partes, quæ ſigna appellantur dividitur; quarum unaquæque nomen ſortitur à conſtellatione quæ tunc temporis, quando nomina impoſita fuere juxta illam partem viſa fuit. Partes illæ ſunt *Aries* ♈, *Taurus* ♉, *Gemini* ♊, *Cancer* ♋, *Leo* ♌, *Virgo* ♍, *Libra* ♎, *Scorpio* ♏, *Sagittarius* ♐, *Capricornus* ♑, *Aquarius* ♒, *Piſces* ♓.

Ecliptica.

Eclipticæ partes duodecim.

Motus Solis apparens è Terrâ.

E Sole ad Terram tranferatur ſpectator, & ponamus Terram in C locatam, è quâ Terricola Solem obſervet, is quoque Solem ad cælum referet, & cum Tellus eſt in orbitæ puncto C Sol in cælis videbitur in ♈. ſpectatorque ille motus annui particeps, Terræ partes omnes in eodem ad ſe invicem ſitu, & in eadem ab oculo diſtantiâ manere videbit; & proinde motum illum ſenſibus percipere non poteſt; at

at Solem aſpiciens, cum ad D pervenerit Terra, Solem juxta ſtellam in ♋ videbit, & eum inter fixas locum mutaſſe deprehendet, & ab ♈ per ♉ & ♊ ad ♋ pertranſiiſſe; ex D vero ad A progrediens Terra, Sol ex eâ conſpicietur ſigna ♋ ♌ & ♍ percurriſſe; & rurſus dum ſemicirculum ABC deſcribit Terra, Sol per ſex ſigna ♎ ♏ ♐ ♑ ♒ ♓ in ſuperficie cæli ſphærica deferri videbitur. Terricola igitur Solem loco reverà immotum, eundem in cœlo circulum deſcribere videbit, quem ſpectator in Sole Terram deprehendet percurrere.

Hinc oritur motus ille apparens Solis verſus ſtellas orientaliores. Ut ſi ſtella obſervetur prope Eclipticam, una cum Sole oriri; aliquod interjectis diebus, Sol magis verſus orientem promotus videbitur, & ſtella ante Solem orietur, citiuſque occidet; ſic etiam quæ nunc poſt Solis occaſum videtur ſtella, in Ecliptica notabili ſatis intervallo à Sole diſtans, poſt aliquod interjectum tempus, unà cum Sole occidet, nec amplius noctu conſpicietur: Hunc motum motui diurno contrarium, realem eſſe & Soli revera competentem ſtatuebant Ptolomei ſectatores; at illum apparentem tantum eſſe, & ex motu Terræ ortum hic oſtenſum eſt.

Similes quoque motus reliquorum Planetarum Incolæ in Sole obſervabunt, & unuſquiſque Planeticola Solem circa ſe eundem circulum inter fixas, & eodem tempore, deſcribentem aſpiciet, quem idem Planeta, è Sole Spectatus, in cælo deſcribere videtur, v. gr. Jovis Incola obſervabit Solem circa Jovem in orbem agi, & circulum diverſum quidem à noſtra Ecliptica, & per diverſas ſtellas tranſeuntem percurrere, ſpatio duodecim annorum. *Similes Solis motus è reliquis Planetis ſpectantur.*

Eadem ratione & ob ſimiles cauſas, Sol videbitur ex Saturno alium diverſum circulum circa ipſum abſolvere, ſpatio triginta annorum, qui tempus periodicum Saturni complent. Cumque impoſſibile ſit, ut omnes hi motus ſimul ſint in Sole, nec ratio excogitari poteſt, cur unus eorum potius quam reliqui Soli tribuatur; dicendum eſt, omnes eſſe tantum apparentes & ex veris motibus Planetarum ortos.

 Præ-

Gyratio Terræ circa ſuum Axem. Telluris Poli.

Præter motum hunc Circulationis annuum, Terra etiam circa ſuum Axem rotatur, ab occidente in orientem, & puncta illa duo in quibus Telluris Axis ejus ſuperficiei occurrit, Telluris Poli dicuntur; & ſi Axis utrinque ad cælum producatur, ſignabit quoque in cælo duo puncta, qui poli cæleſtes nominantur: unumquodque autem punctum in Telluris ſuperficie, polis exceptis, ex hujus rotationis natura, deſcribet circumferentiam circuli majorem vel minorem, prout punctum ſignatum plus minuſve fuerit à polis remotum & poli erunt ſoli loci in ſuperficie Telluris, omnis rotationis expertes. Locus autem ille qui deſignatur à puncto, æqualiter ab utroque polo remoto, maximum circulum deſcribit, & is Telluris *Æquator* ſeu *circulus Æquinoctialis* dicitur; reliqui circuli minores paralleli appellantur.

Telluris Æquator & Paralleli.

Horizon circulus.

Porro ſi per punctum, in quo inſiſtit ſpectator, duci intelligatur planum Tellurem tangens, ad cælum uſque protenſum, hoc planum in duas partes cælum dividet, & circulum in illo efficiet qui *Horizon* dicitur, cæli partem conſpicuam & viſu patentem, ab illa infra depreſſam, & propter Telluris opacitatem, latentem diſtinguens. Hic Horizon eſt proprie Horizon ſenſibilis, à quo differt rationalis qui tranſit per centrum Terræ, ſenſibili parallelus. Hi duo circuli in cælo coincidere cenſendi ſunt, evaneſcente in tanta diſtantia ipſorum intervallo, ſeu Telluris ſemidiametro.

Senſibilis.

Rationalis. TAB. 15. *fig.* 4.

Rotatio Terræ efficit motum diurnum apparentem cæli ab oriente in occidentem.

Cum Terra circa ſuum Axem rotetur, huic inſiſtentem ſpectatorem unà cum horizonte ſuo ſimul in eandem plagam (ſcil. Orientem) rotari neceſſe eſt, unde verſus ortum poſita prius inconſpicua, retegentur, propter Horizontem infra illa ſubſidentem, & alia verſus occaſum abſcondentur, Horizonte ſupra illa elevato; & ideo ſpectator illa ſupra Horizontem aſcendere ſive oriri videbit, hæc infra eundem deſcendere; unde & Plagis iſtis, talia nomina ſunt impoſita. Hinc provenit motus ille apparens omnium corporum mundanorum, Terræ non adhærentium; quo cælum omne ſidereum & unumquodque in eo punctum præter Polos circa Axem Telluris ad cælum productum ab oriente in occidentem rapi, & circulos deſcribere videntur, majores aut mi-

minores, pro majore aut minore ipſorum diſtantia à polis, qui ſoli ut puncta immota ſpectantur.

Licet ſuperficiei Terreſtris locus quilibet à qualibet ſtellâ ſupra Horizontem conſpicuâ illuminetur, illuſtratio tamen à Sole facta, tanta eſt, ut Sol præſentiâ ſuâ reliquas omnes ſtellarum flammas extinguat, & diem efficiat; abſentia autem Solis, ubi is infra horizontem deprimitur, vel quod verius eſt, ubi Horizon ſupra illum attollitur, noctem efficit. Cumque Terra figuram Sphæricam & ſubſtantiam opacam obtineat, & à Sole ſecundum medietatem ſuperficiei ſuæ illuminetur, alterâ medietate tenebris opertâ manente; circulus ille in Terrâ Maximus illuminatam Terræ faciem à tenebroſa diſtinguens, *lucis & Umbræ Terminator* dici poteſt, ejuſque planum erit ad rectam jungentem centra Solis & Telluris normale.

Quando fit dies.

Quando nox.

Circulus Lucis & umbræ Terminator.

Si Telluris Axis ad planum Eclipticæ eſſet normalis, coincideret æquatoris planum cum plano Eclipticæ, & circulus lucis Terminator in eo caſu ſemper per polos tranſiret, & æquatorem omneſque ejus parallelos in partes æquales ſecaret; adeoque in eo caſu aſtra omnia unà cum Sole tantundem temporis ſupra Horizontem fierent conſpicua, quantum infra eum depreſſa laterent, dieſque noctibus per totum Terrarum orbem perpetuo forent æquales. Verum Axis Terræ non eſt ad Eclipticæ planum perpendiculariter erectus, ſed ad illud inclinatur angulo 66½ graduum; nec proinde coincidet planum Æquatoris cum plano Eclipticæ.

Telluris Axis non eſt ad planum Eclipticæ normalis.

Et ſi planum æquatoris ad cælum uſque protendatur, efficiet in cælo circulum, qui Æquator ſeu Æquinoctialis cæleſtis nominatur, & hi duo circuli, Æquinoctialis nimirum & Ecliptica angulum conſtituunt 23½ graduum.

Ita verò in ſuâ orbitâ progreditur Tellus, ut Axem ſuum retineat ſibi ſemper parallelum; hoc eſt, ſi ducatur linea quævis, axi in quovis ejus ſitu parallela, Axis ille in omnibus aliis orbitæ ſuæ punctis eidem lineæ parallelus manebit: nec unquam directionem variabit, ſed verſus eandem mundi plagam continuò dirigetur. Atque hoc neceſſario fiet,

ſi Terra nullo alio motu præter progreſſivum in orbita propria, & rotatione circa Axem ciatur. Sit enim corpus cujus centrum in linea A B feratur, & in A notetur quælibet diameter C D, utcumque ad lineam A B inclinata, ſi corpus nullum alium præter progreſſivum motum habeat, cum ad B pervenerit Diameter C D in ſitu *c d* priori C D parallelo invenietur, quod ſi eidem corpori circa Axem C D rotatio imprimatur, omnes ejuſdem corporis diametri præter Axem, ſitus ſuos conſtanter mutabunt. At Axis per rotationem illam è ſtatu ſuo non turbabitur, adeoque parallelus, ut prius, ſibi ſemper manebit.

TAB. 15. *fig.* 5.

Hinc conſtat non opus eſſe, ut tertius quidam motus Terram exerceat, quo parallelifmum Axis ſui conſervaret, ut quidam ſomniârunt: ad hoc enim nihil aliud requiritur, quàm ut ſoli prædicti duo motus Terræ imprimantur, nam ſi tertius nullus eidem inſit, Axis neceſſario erit perpetuo eidem rectæ parallelus, cui ſemel parallelus erat.

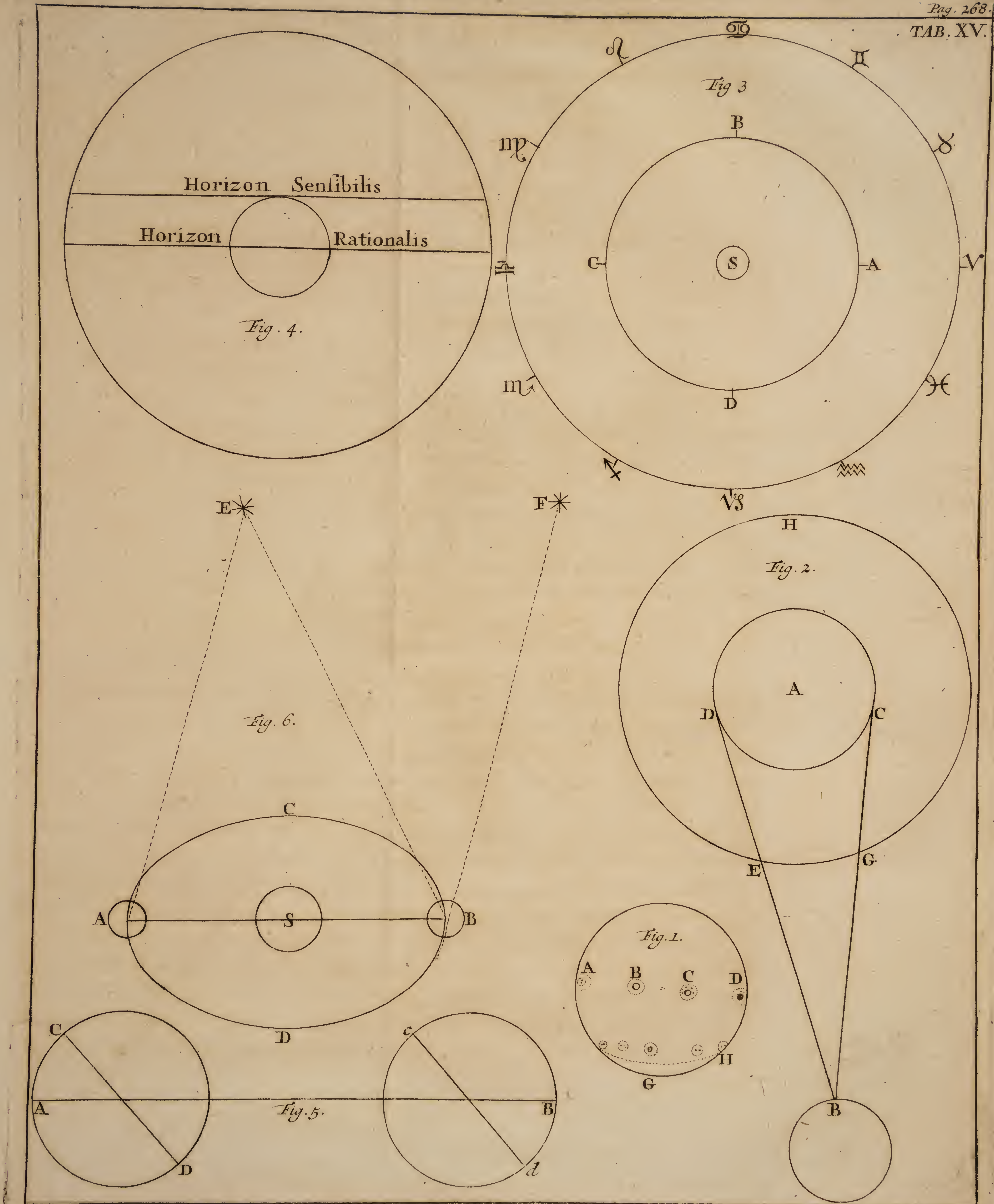
Cum planum Æquatoris non coincidat cum plano Eclipticæ, hæc duo plana ſe mutuo in rectâ lineâ ſecabunt, & communis eorum ſectio ſibi ſemper parallela manebit; ob eandem ſcil. cauſam, quâ Axis Terræ parallelifmum conſervare oſtenſus eſt. Sectio itaque illa ad duo oppoſita Eclipticæ puncta ſemper dirigitur eaſdemque ſemper Univerſi partes reſpicit.

Colurus æquinoctiorum. *Colurus Solſtitiorum.*

Et circulus in cælo maximus per Polum Æquatoris & communem illam interſectionem tranſiens dicitur *Colurus æquinoctiorum*; ſicut alter, hunc ad rectos angulos in polo ſecans, dicitur *Colurus Solſtitiorum*; qui tranſit per puncta, ubi Ecliptica ab æquatore maxime diſtat, & tam æquatorem quam Eclipticam ad rectos angulos ſecat, adeoque per utriuſque circuli polum tranſit. Quatuor puncta, in quibus hi duo coluri Eclipticæ occurrunt, *Puncta Cardinalia* appellantur, quod Sole in iis exiſtente, quatuor anni Cardines ſeu tempeſtates determinant. Et duæ interſectiones coluri Æquinoctiorum cum Ecliptica dicuntur puncta Æquinoctialia, aliæ duæ in quibus colurus Solſtitiorum occurrit Eclipticæ, dicuntur puncta Solſtitialia.

Aſpi-

TAB. XV.


Horizon Senſibilis
Horizon Rationalis
Fig. 4.
Fig 3
B
C
S
A
D
E
F
Fig. 6.
C
A
S
B
D
H
Fig. 2.
A
D
C
E
G
Fig. 1.
A B C D
H
G
B
C
A
D
Fig. 5.
c
B
d

Aſpiciat jam ex obliquo oculus orbitam Terræ, cujus repræſentatio ſecundum leges Artis perſpectivæ erit figura Ovalis ſeu Ellipſis, in quâ medium tenet Sol S, per Solis centrum ducatur recta ♈ S ♎ communi Sectioni æquatoris & Eclipticæ parallela, Eclipticæ in duobus punctis ♈ & ♎ occurrens; & cum Tellus in utrovis horum punctorum invenitur, recta illa ♈ ♎ quæ Solis & Terræ centra conjungit cum communi planorum ſectione coincidit, eritque perpendicularis ad Axem Terræ, utpote eſt in plano æquatoris, ſed & eadem recta eſt perpendicularis ad Planum circuli terminatoris lucis & umbræ; adeoque Terræ Axis, erit in plano ejuſdem circuli & circulus terminator per polos Terræ tranſibit, & æquatoris parallelos omnes in partes æquales ſecabit. Terra igitur *Initium* ♎ tenente, Sol videbitur in ♈ communi ſectione plani æquatoris cum plano Eclipticæ, adeoque videbitur in circulo æquinoctiali cæleſti, neque declinabit ad polum Boreum aut Auſtrium ſed inter utrumque medius æquinoctialem circulum motu diurno apparente deſcribet, & in hoc ſitu illuſtratio Terræ à Sole facta ad utrumque polum A & B pertinget, & parallelos omnes, uti dictum eſt, æqualiter dividet, locuſque Terræ quilibet qui motu diurno æqualiter circumvectus parallelum deſcribit, tamdiu in tenebris quàm in luce manebit, hoc eſt, per totum Terrarum orbem dies noctibus æquantur. Unde circulus quem illo die Sol deſcribere videtur, æquinoctialis nomen eſt adeptus.

TAB. 16. *fig.* 1.

Apparentia cum Terra eſt in ♎ *& Sol videtur in* ♈.

Terrâ motu annuo paulatim verſus ♏ ♐ ad ♑ delatâ, ſectio planorum æquatoris & Eclipticæ ſibi ſemper parallela manens non amplius verſus Solem dirigtur, ſed in ♑ facit cum linea SP jungente Solis & Terræ centra angulum rectum. Cumque linea illa SP non ſit in æquatoris, ſed in Eclipticæ plano, Angulus BPS, quem cum eo facit Axis Terræ non erit rectus ſed acutus 66½ graduum æqualis, ſcil. inclinationi Axis Terræ ad Planum Eclipticæ. Fiat angulus SPL rectus, & circulus lucis Terminator per punctum L tranſibit, & arcus BL, ſeu angulus BPL, erit 23½ graduum, æqualis ſcil. complemento anguli BPS ad rectum. Fiat angulus BPE rectus, & recta PE erit in æquatoris plano, unde ob arcum BE æqualem arcui LT, æquali quadranti, erit ablato communi BT, arcus TE æqualis

Apparentia cum Terra eſt in ♑ *& Sol videtur in* ♋ *ſcil. puncto Solſtitiali æſtivo.*

LB, æqualis 23½ gradibus. Fiat EM æqualis ET, & deſcribantur per T & M paralleli æquatoris duo MN, TC. Hic dicitur *Tropicus Cancri* ♋, ille *Tropicus Capricorni* ♑, & Terrâ in hoc ſitu exiſtente, Sol ſuper punctum Terræ T perpendiculariter eminet; ubi maxime ab Boream ab æquatore declinat, & circulus, quem tunc temporis motu diurno deſcribere videbitur, ſuper circulum TC directe eminet & proinde Tropicus ♋ cæleſtis dicitur. Et propter revolutionem diurnam circa Axem ſtabilem omnia paralleli TC puncta per idem punctum T tranſibunt, & Soli directe obvertentur, tunc Sol in meridie fiet verticalis omnibus habitatoribus paralleli TC. Dumque Tellus hanc poſitionem obtinet, manifeſtum eſt, circulum lucis terminatorem ultra Polum Borealum B pertingere in L, & citra Auſtrinum A deſinere in F; Per L & F deſcribantur circuli æquatori paralleli, circuli illi *Polares* dicuntur, ille *Arcticus* hic *Antarcticus*: & Telluris Tractus polari Arctico KL incluſus, non obſtanti revolutione diurnâ, continua in luce verſabitur perpetuoque die fruetur; è contrario, quæ circulo Antarctico concluditur Terræ portio, continuis tenebris & nocte involvetur. Patet porro, cujuſlibet circuli æquatori paralleli, inter hunc & polarem Arcticum interjecti, partem majorem in luce verſari, cujuſvis autem qui æquatorem & polarem Antarcticum interjacet, partem majorem tenebris obvolvi, & quidem partes illæ majores erunt aut minores, prout circuli ab æquatore magis minuſve diſtant. Itaque in illo Telluris ſitu, cum Sol in ♋ apparet, Borealis hemiſphærii incolis longiſſimi fiunt dies, noctes breviſſimæ, adeoque illis erit æſtas. Auſtralis autem Hemiſphærii incolæ noctes habebunt longiſſimas, dies breviſſimos, & Hyemis frigora ſentient.

Tropici duo.

Circuli Polares.

Quibus dies ſunt longiſſimi. Quibus breviſſimi.

Et quidem cujuſque loci longiores erunt dies longiſſimi; & breviores noctes breviſſimæ, prout locus ille ab æquatore remotior eſt. Vidimus etiam ex omnibus parallelis ſolum æquatorem circulum utpote maximum, ſecari in partes æquales à terminatore lucis, adeoque incolæ, qui in æquatore degunt, ſoli habebunt per totum annum dies noctibus æquales.

Pro-

Procedente Terra à ♑ per ♒ ♓ ad ♈, quo tempore Sol ſigna ♋ ♌ & ♍ peragrare videtur, Sol paulatim verſus æquatorem revertitur, & cum ad ♈ pervenerit Terra, Sol videtur in ♎ ubi communis interſectio æquatoris & Eclipticæ ſibi parallela manens per Solem tranſibit, & Sol in Æquatore cæleſti conſpicietur, ubi rurſus dies noctibus æquales efficiet, pari modo quo factum eſt dum Terra erat in ♎, & in eo denuo ſitu circulus lucis terminator per polos tranſibit, adeo ut polo B quo Tellus ♎ reliquit, nimirum per ſemeſtre ſpatium perpetua fuit dies, quippe qui in luce verſabatur, ſicut A polus ſemeſtri premebatur noctu.

Apparentia cum Sol videtur in ♎ puncto æquinoctiali Autumnali.

Terrâ porro per ſigna ♈ ♉ & ♊ motâ Sol interim per ♎ ♏ & ♐ apparenter incedens paulatim ab æquatore verſus auſtrum declinare videbitur, & Terra reverà in ♋ exiſtente Sol inter fixas in ♑ videbitur. Et cum Axis B A non mutaverit inclinationem, ſed ſibi parallelus, manſerit, aſpectum & poſitionem reſpectu Solis, Terra habebit, omnino ſimilem ei, quem obtinebat dum ♑ occupabat. Sed cum hâc differentiâ, quod cum circulus K L, dum Terra ♑ tenebat, unà cum tractu Terræ intus contento totus fuit in luce, jam Terra in ♋ exiſtente totus tenebris tegitur. Et oppoſitus F G jam totus eſt in luce qui prius tenebris fuit involutus.

Apparentia quando Sol videtur in ♑ puncto Solſtitiali Hyberno.

Ex parallelis inter æquatorem & polum B, arcus illuminati ſeu diurni minores ſunt tenebroſis ſeu nocturnis, cujus contrarium prius acciderat; ex alteris verſus polum A jacentibus parallelis, arcus diurni jam ſunt majores nocturnis, cujus oppoſitum accidebat in priori Terræ poſitione. Sol quoque verticalis factus erit Tropici M N habitatoribus, & deſcendet verſus auſtrum à parallelo T C ad parallelum M N per arcum C Q N 47 graduum. Hinc Sol in quolibet ultra tropicos verſus alterutrum polum loco altius obſervabitur in meridiano, ſeu propius ad verticem accedit per 47 integros gradus unâ anni tempeſtate quam in oppoſitâ, atque hæc omnis mutatio non proficiſcitur ex eo, quod Terra deprimitur aut elevatur, ſed contra ex eo quod nuſquam deprimitur, nuſquam elevatur; ſed eundem ſemper retinet ſitum

Sol propius accedit ad verticem habitatoribus ultra Tropicos per 47. integros gradus unâ anni tempeſtate quam aliâ.

&

& ſtatum reſpectu Univerſi, Solem tantummodo circumiens, qui poſitus eſt in medio fere iſtius orbitæ quem deſcribit Terræ centrum motu annuo.

Quomodo hæc omnia oculis repræſententur. Hæc omnia oculis fient manifeſta, ſi in loco obſcuro accendatur candela, quæ Solem repræſentet, & Globus comparetur, cujus diameter ſit duorum aut trium digitorum in quo ſignentur poli, æquator, ejuſque paralleli aliquot, & meridiani; deinde ita teneatur Globus, ut ejus Axis non fiat ad Horizontem (qui hic loci Eclipticæ planum refert) perpendicularis, ſed ad illum aliquantulum inclinatus; deinde primò in eo ſitu ponatur Globus, ut Polorum unus plagam cæli Boream reſpiciat & lumen candelæ ad utrumque Polum exacte pertingat, hoc eſt circulus lucis & Umbræ terminator per Polos tranſeat; & probe notetur Axis poſitio, ſeu plaga mundi ad quam dirigitur; tandem circa candelam in circulo horizonti parallelo, ita feratur Globus, ut Axis ejus eandem plagam ſcil. boream ſemper reſpiciat; & tunc videre licebit flammam candelæ eodem prorſus modo illuminare Globum, Polos, æquatorem ejuſque parallelos, quo Terra à Sole reverà illuſtratur, & eadem prorſus conſpicientur Phænomena, quæ prius de Sole & Terra declaravimus.

Phænomenis ex vertigine Terræ ortis, ſimilia obſervari poſſunt ex alio quovis Planeta circa Axem rotato. *v. gr.* cum Jupiter circa Axem ſuum vertitur ſpatio decem horarum; Jovis incola videbit cælum omne ſidereum & Terram noſtram una cum Sole circa ipſum eodem tempore motu rapidiſſimo revolvi. At cum Jovis Axis ad planum ſuæ orbitæ ſit normalis, circulus lucis Terminator ſemper & ubique per polos tranſibit, unde in Jove dies noctibus ſunt perpetuò æquales, & Jovis incola uniformem per totam periodum ſentiet temperiem, nec æſtatis calores aut Hyemis frigora pertimeſcet.

Si per Telluris, Soliſve centrum (perinde enim eſt, cum hæc duo puncta è cælo ſtellato ſpectata coincidere videntur) erigatur recta ad planum Eclipticæ perpendicularis, & ad cælum uſque producatur; dicitur hæc linea *Axis Eclipticæ*, punctumque quod in cælo offendit erit *Eccliptica Polus.* *Axis Eclipticæ.* *Polus Eclipticæ.*

Quod

Quod ſi per hunc Polum, & quaſlibet ſtellas, traducantur circuli maximi, erunt ex natura ſphæræ omnes ad Eclipticam perpendiculares. Et ſecundarii Eclipticæ ſeu Latitudinum circuli nominantur. Et Arcus ejuſmodi circuli inter ſtellam quamvis & Eclipticam interceptus, dicitur iſtius ſtellæ Latitudo, ſeu diſtantia ab Ecliptica. Sicut Arcus Eclipticæ inter initium ♈ & ejus interſectionem cum Secundario per ſtellam tranſeunte dicitur Longitudo ſtellæ. *Secundarii Eclipticæ.* *Stellæ Latitudo.* *Longitudo ſtellæ.*

Similiter ſi per polum Telluris ſeu Æquatoris & quælibet loca in ſuperficie Telluris traducantur circuli, erunt omnes ad Æquatorem perpendiculares, & ſecundarii Æquatoris nominantur; Locorum verò reſpectu Meridiani dicuntur, quia cum Sol in Plano alicujus Meridiani videtur, incolis ſub illo Meridiano degentibus fit Meridies. Arcus ſecundarii inter locum quemlibet & Æquatorem interceptus dicitur *loci Latitudo* quæ eſt diſtantia ejus ab Æquatore. Et arcus Æquatoris interceptus inter ſectionem ejus cum Æquatore, & punctum aliquod in Æquatore fixum dicitur loci Longitudo. *Loci latitudo.* *Loci longitudo.*

LECTIO VIII.

De Variis aliis Phænomenis ex motu Terræ Pendentibus.

Cum Terra circa Solem ita feratur, ut ejus Axis ſibi ſemper parallelus maneat, neceſſe erit ut Axis ille diverſis anni temporibus, ad diverſas fixas dirigatur; & ſtella ſeu punctum cæli quod directè ſupra Polum terreſtrem imminet in æſtate, in hyeme non directè eidem Polo incumbet; ſed punctum, cui hyeme dirigitur Axis, à priore diſtabit intervallo diametri orbitæ Terræ. *Terræ Axis debet ad diverſas Fixas diverſis anni temporibus dirigi.*

Sit enim ACBD orbita Terræ, in cujus centro ſit Sol S, cum Terra eſt in A, axis ejus dirigitur ad ſtellam E, quæ directè ſupra Polum imminet, at cum ad oppoſitum orbitæ punctum B pervenerit Terra, Axis in poſitione priori parallela, non ad E dirigitur ſed ad aliam ſtellam F, quæ duæ fixæ diſtabunt à ſe invicem intervallo æquali AB diametro orbitæ Telluris, Angularis autem ſeu obſervabilis ſtel- TAB. 15. *fig. 6.*

 la-

larum diſtantia erit angulus EBF, cui æqualis eſt angulus AEB per 29. El. I. qui eſt angulus ſub quo videtur diameter orbitæ quam orbem Magnum appellant Aſtronomi, è Fixa E conſpecta. Angulus ille EBF vel AEB *Parallaxis orbis magni* dicitur; & ſi is obſervari poterit, daretur fixæ E diſtantia à Terra, reſpectu Solis diſtantia ab eadem. Nam in triangulo EAB datur angulus E, æqualis EBF obſervatione ſcil. noto; datur etiam angulus EAB, qui in æquinoctiis eſt rectus, in Solſtitiis autem eſt æqualis inclinationi Axis Terræ ad planum Eclipticæ, & univerſaliter eſt ubique æqualis complemento declinationis Solis. Unde dabuntur omnes anguli & latus AB, & proinde per Trigonometriam innoteſcet latus AE diſtantia Fixæ.

Parallaxis orbis magni Quid?

Parallaxis orbis magni vix obſervabilis.

Incerta eſt fixarum diſtantia.

Verum tanta eſt fixarum diſtantia ut angulus ille EBF exquiſitiſſimis inſtrumentis vix deprehendi poteſt; & qui ei inveſtigando quam maxime inſudârunt, ſemper uno minuto primo minorem invenerunt; Et cum in tam parvis angulis capiendis, error facile admitti poteſt, qui error in computo maximas diſtantiarum differentias producet, iſtiuſmodi obſervationibus vix tutò fidendum erit. Nam ſi cum Flamſtedio Parallaxis obſervata 42 ſecundorum ſtatuatur, & error in obſervando admiſſus ſit 25 ſecundorum in exceſſu peccans, qualis error haud facile vitari poteſt, diſtantia fixarum pluſquam dupla erit ejus quæ ex obſervatione prodit. Et ſi minus accurate factæ fuerint obſervationes, ita ut intra minutum primum non conſiſtant (quales pleræque ſunt) in immenſum à ſe invicem, & a veritate diſcedent diſtantiæ, ex talibus obſervationibus computatæ.

Axis Terræ non conſervat exactum paralleliſmum.

Huc uſque poſuimus, Axem Telluris poſitionem ſtabilem & perfectum paralleliſmum ſemper tenuiſſe, neque alium habuiſſe motum quàm illum quo circa Solem in orbem motu annuo defertur. At ex plurium annorum obſervationibus deprehenderunt Aſtronomi, Axem illum à paralleliſmo paululum deflectere, motu quidem lentiſſimo, ita ut aberratio à paralleliſmo intra duos treſve annos facta vix ſenſibilis evadat; plurium tamen annorum decurſu ſatis notabilis invenitur. Adeoque dum Phænomena unius anni

Expli-

Explicanda erant, de tantillâ aberratione omnino tacendum fuit, utpote quæ Phænomena tradita minime turbaret, quæ tamen temporis progreſſu ſenſibilis invenitur, & directionem Axis mutari vidimus quamvis ejus inclinatio ad planum Eclipticæ immutabilis maneat. Unde Telluris Axi neceſſario competit alius quidam motus cujus modus hic exponendus eſt.

Sit linea DCH portio orbitæ Telluris, ſitque centrum Terræ in C, & ex C erigatur recta CE ad planum Eclipticæ normalis, ſuperficiei cæli occurrens in E, recta CE eſt Eclipticæ Axis & punctum E Polus Eclipticæ. Sit C*p* Axis Terræ, qui ad cælum productus ſignabit in ſuperficie cæli punctum P Polum cæleſtem ſeu Polum mundi, circa quem ſidera omnia motu diurno revolvi videntur. Per E & P traducatur circulus maximus EPA, Eclipticæ occurrens in A; hic circulus cum tranſit tam per Polum Æquatoris quam Eclipticæ Polum, erit ad utrumque circulum rectus & arcus PA metitur angulum PCH inclinationem Axis Terræ ad planum Ecclipticæ quæ eſt $66\frac{1}{2}$ grad. unde erit arcus EP ejus complementum ad quadrantem $23\frac{1}{2}$ graduum, & arcus ille metitur angulum ECP, quem Axis Terræ facit cum axe Eclipticæ. Polo E per P deſcribatur circulus minor PFG qui erit Eclipticæ parallelus, & cum Axis Terræ eundem ſemper facit cum Axe Eclipticæ immutabilem angulum ſcil. $23\frac{1}{2}$ graduum; Polum mundi P in peripheria circuli PFG ſemper locari neceſſe eſt. Quinetiam ſi eandem quoque directionem immutabilem retineret Axis, quoties Terra in orbitæ ſuæ puncto C invenitur, Polus Mundi in puncto immoto P ſemper conſpiceretur; verum obſervatum eſt Polum in peripheriâ PFG locum continuo mutare; & Axis Terræ qui prius ad P dirigebatur, poſt ſeptuaginta & duos annos ad punctum Q dirigitur uno gradu â P verſus anteriora remotus, ita ut Axis Telluris ſive mundi motu conico feratur ſeu deſcribat ſuperficiem Coni cujus vertex eſt Terræ centrum C & baſis circulus PFG; Et Polus P ſemper fertur in peripheria PFG motu lentiſſimo, & retrogrado, ſive ab oriente in occidentem, & perio-

TAB. 16. fig. 2.

Eclipticæ Axis.

Polus mundi regreditur in circulo minore parallelo Eccliptica.

riodum abſolvit in peripheria P F G non niſi poſt 25920 annos, poſt quod tempus Polus à ſtella in P digreſſus ad eundem rurſus dirigitur. Atque hinc ſequitur ſtellam in P quæ hodie cum Polo coincidit, poſt 12960 annos (ſemiperiodum nempe motus Poli) per integros gradus 47 ab eodem Polo dimotam ire ſcil. cum Polus eſt in G.

Circulus E P A *eſt colurus Solſtitiorum.*

Circulus maximus E P A, cum tranſit per Polos tam Eclipticæ quam æquatoris, erit ad utrumque circulum perpendicularis. Ac proinde eſt colurus Solſtitiorum, & Eclipticæ punctum A erit Solſtitium ſeu punctum Eclipticæ omnium maxime ab æquatore declinans; cum Axis Terræ productus pervenerit ad ſitum C Q, ſi per Polos Eclipticæ E & æquatoris Q ducatur circulus maximus E Q B, hic cirlus erit ad utrumque circulorum, Eclipticæ nimirum & Æquinoctialis, perpendicularis; adeoque Axe Terræ hunc ſitum tenente, erit circulus ille E Q B colurus Solſtitiorum, & B erit Solſtitii punctum, adeoque ſemper una cum Polo regredientur Solſtitia, & quidem æqualiter.

Puncta Solſtitialia regrediuntur.

Nam cum motus Poli in peripheria P F G fuerit P Q unius v. gr. gradus, erit A B regreſſus Solſtitii unius quoque gradus ſunt enim arcus Q P, B A (cum ſint paralleli) ſimiles.

Puncta æquinoctialia ſimili & æquali motu retrocedunt.

Hinc Solſtitii puncta à ſtellis fixis continuo recedunt, adeo ut ſi punctum Eclipticæ Solſtitiale ſit hodie juxta ſtellam A, poſt ſeptuaginta & duos annos Solſtitium erit in B uno gradu à ſtella verſus occidentem dimotum. Cum itaque puncta Solſtitiorum continuo regrediuntur, neceſſe erit ut puncta æquinoctialia omniaque reliqua Eclipticæ puncta ſimili & æquali motu retrocedant, quippe quæ à Solſtitiis dato intervallo diſtant. Nempe cum inter puncta æquinoctialia & Solſtitia 90 gradus ſemper interjacent, quando Solſtitia per unum gradum regreſſa fuerint, neceſſe erit ut tantundem retrorſum ferantur æquinoctialia puncta; alioquin non maneret eadem ſemper diſtantia eorundem à ſe invicem.

Motus in Antecedentia quid?

Puncta itaque æquinoctialia cum omnibus reliquis Eclipticæ punctis continuo regrediuntur, qui motus dicitur fieri in *Antecedentia*, ſeu ad occidentem & contra ſeriem ſigno-

gno-

gnorum, ſicut alter motus, quo Terra & Planetæ omnes feruntur circa Solem ab occidente in orientem dicitur fieri in *Conſequentia*, ſive juxta ordinem ſignorum ab ♈ ad ♉ ♊, &c. Motus ille Æquinoctiorum retrorſum dicitur eorum *Præceſſio* qua in præcedentia ſeu antecedentia ſignorum feruntur. *Motus in Conſequentia.* *Præceſſio æquinoctiorum.*

Cum ſtellæ fixæ immobiles maneant, & retrocedat communis ſectio Æquatoris & Eclipticæ, neceſſe eſt ut fixarum diſtantia à punctis æquinoctialibus continuo mutetur, & ſtellæ ab iiſdem punctis verſus orientem magis quotidie promoveri videantur; unde ipſarum longitudines quæ in Ecliptica ab initio Arietis ſive interſectione Eclipticæ & Æquatoris vernali computantur, continuo creſcant; & fixæ omnes videntur ferri in conſequentiâ ſignorum, non quod reverâ in orientem moventur, ſed quod contrario motu regreditur punctum æquinoctii vernalis, à quo ſtellarum longitudines initium ducunt. *Punctorum æquinoctialium motus in antecedentia, efficit motum Fixarum apparentem in conſequentia.*

Hinc fit, quod conſtellationes omnes mutaverunt loca, quæ tenebant dum à primis Aſtronomis obſervatæ fuerunt; & conſtellatio Arietis, quæ tempore Hipparchi prope interſectionem Eclipticæ & Æquatoris vernalem viſa fuit, eidemque Eclipticæ portioni nomen ſuum communicavit; nunc ab eâdem digreſſa in ſigno Tauri commoratur; ſicut & Tauri conſtellatio Geminorum ſedem occupat, Geminique in Cancrum promoti ſunt, & Cancer Leonem ex ſede expulit, & hic Virginem e loco detruſit. Ita ut unaquæque conſtellatio ex illo tempore, è ſuo in proximæ tranſivit locum. Quamvis autem Conſtellationes è locis migrârunt, Eclipticæ tamen portiones ſeu *Dodecatamoriæ* quas tempore Hipparchi tenebant ſidera, nomina ab iiſdem ſideribus deſignata adhuc retinent; at ut diſtinguantur, Portiones Eclipticæ vocantur ſigna *Anaſtra*, Conſtellationes vocantur ſigna *ſtellata*. *Conſtellationes Eclipticæ mutaverunt Loca.*

Veteres quidam Aſtronomi ſectiones Eclipticæ & Æquatoris fixas & immobiles ſtatuebant; at quoniam ſtellas ab hiſce punctis diſtantias continuo mutare obſervarunt, Fixarum ſphæram ſupra Polos Eclipticæ lentiſſimo motu volubilem

lem poſuerunt. Ita ut ſtellæ omnes circuitus in Eclipticâ aut ejus parallelis abſolvant ſpatio 25920 annorum, poſt quod tempus Fixæ ad priſtinas ſedes reſtituentur. Quod Temporis ſpatium, quod ætatem Mundi quinquies ſuperat, Annum magnum vocabant, quo demum finito res omnes eodem ordine renaſci voluerunt.

Annus Magnus Quid?

Præceſſionum æquinoctiorum Cauſam Phyſicam ante Neuwtonum Aſtronomorum nemo vel conjecturâ aſſequi potuerit; at ille perpenſis motûs & Gravitatis legibus, è figura Telluris ſphæroidicâ motum illum oriri demonſtravit. Et figura ſphæroidica ex vertigine Terræ ortum ducit.

Motus Terræ æquabilis non eſt.

Quamvis Terra ita circa Solem motu annuo feratur, ut æqualibus ſemper temporibus periodos abſolvat, motus tamen ejus in ſuâ orbitâ per totam periodum, æquabilis non eſt; ſed nunc gradum accelerat, nunc remittit; in aliquibus orbitæ ſuæ locis velocius incitatur, in aliis remiſſius; adeoque motus apparens Solis in Eclipticâ uniformis non erit; neque ille quidem conſpicitur æquam Eclipticæ portionem ſingulis diebus deſcribere; æſtate noſtrâ ſegnius incedit, hyeme incitatius ferri videtur: & tanta quidem eſt motuum differentia, ut locus ejus in Eclipticâ aliquando antecedat duos fere gradus, locum quem teneret, ſi æquabili motu latus eſſet, aliquando per tantidem ſpatium ab eo deficiat; Præterea Sol obſervatur in ſex ſignis Borealibus diutius commorari, per octo integros dies quam in ſex Auſtralibus, adeo ut ab Æquinoctio vernali ad autumnale ſunt dies 186½; quo tempore unam Eclipticæ ſemiſſem motu apparente deſcribere videtur; at ab Æquinoctio autumnali ſunt tantum dies 178½, quo tempore alteram Eclipticæ ſemiſſem & ſigna Auſtralia Sol videtur percurrere. Obſervationes quoque oſtendunt diametrum Solis apparentem tempore Hyberno, ubi motus ejus eſt velociſſimus, majorem eſſe quam in æſtate, ubi Sol tardiſſimus incedit. Et differentia quidem tanta eſt, ut Hyeme ubi Sol maximus apparet, videtur ſub angulo 32′ & 47″, at æſtate ubi minimus, ejus diameter eſt

Æſtas octo diebus longior Hyeme.

Apparens Solis diameter major Hyeme quam æſtate.

31′.

31′. 40″, quæ differentia minuto major eſt, adeoque longius debet abeſſe æſtate quam Hyeme.

His Phænomenis ut ſatisfacerent quidam Aſtronomi, orbitis circularibus pertinaciter nimium adhærentes; ſtatuebant quidem Tellurem in peripheriâ circuli æqualiter moveri, & æquales angulos circa centrum æqualibus temporibus deſcribere; at Solem non in iſtius circuli centro locari ſupponebant, ſed extra in determinatâ à centro diſtantia ſtatuebant.

Sit Circulus ABCD orbita Terræ, cujus centrum E atque Sol ſit in S. Cum Terra eſt in A, Sol videtur in puncto ♈, & cum ad B pervenerit Terra, Sol in ♋ conſpicietur; ad C autem delatâ Tellure, Sol ſignum ♎ tenere aſpicietur; & dum Tellus ab A ad C pervenerit, Sol unam tantum Eclipticæ medietatem motu apparente peragraſſe videbitur; alterum autem Eclipticæ dimidium motu apparente percurret Sol, dum Terra orbitæ ſuæ portionem CDA deſcribet. Et cum arcus ABC arcu CDA major ſit, liquet Solem plus temporis impendere debere in percurrendo Eclipticæ ſemiſſem ♈♋♎ quam alteram illam ♎♑♈. Præterea cum Terra in B longius à Sole diſtet quam in D, & ſi motus ejus foret æquabilis, è Sole tamen illius motus conſpectus inæquabilis apparebit, in B tardiſſimus, in D velociſſimus, ſed huic motui æqualis eſt Solis motus apparens è Tellure viſus, Unde cauſam reddere facile eſt, cur Sol æſtate noſtrâ lentius incedere, in Hyeme autem gradum accelerare videtur. Atque ita motum Solis vel Terræ inæquabilem obſervatum non realem eſſe & Phyſicum, ſed opticum tantum & apparentem ſtatuebant, & exinde oriri quod Sol non in centro orbitæ in E, ſed extra in S locatur, & contendebant ſpectatorem in E Terram uniformi motu ſemper deferri viſurum.

Motus Terræ in circulo excentrico.

TAB. 16. fig. 3.

Hæc quidem Hypotheſis, ſimplex ſatis, primo intuitu Phænomenis bene reſpondere, & apparentias explicare viſa fuit; & Aſtronomi plerique ante Keplerum ut veram amplectebantur. Apud eos enim tanquam indubitatum invaluit Axioma; motus omnes cæleſtes in ſe æquabiles eſſe; & orbitas perfecte circulares. At cum accuratiori examini cæle-

Motus Planetarum veri nec æquabiles nec eorum orbitæ perfecte circulares ſunt.

leſtes motus ſubjecit Magnus Keplerus, obſervationibus Tychonis Brahei innixus; Axioma hoc motibus Planetarum veris non congruere deprehendit. Et certiſſimis rationibus ab eo oſtenſum fuit, motus Planetarum veros nec eſſe in ſe æquabiles, nec eorum orbitas eſſe perfecte circulares. Obſervationes enim teſtantur, idque ultra omnem diſputationem, Figuram orbitæ Planetariæ eſſe Ellipſin, ſive ovalem, & a circulo deficientem, motumque Planetæ in hac Ellipſi inæqualem eſſe & pro diſtantiâ ſuâ à Sole intendi, & remitti.

Planetarum orbitæ ſunt Ellipſes.

Ellipſis autem eſt linea curva, quam Geometræ tranſverſe Conum vel Cylindrum ſecando repræſentare ſolent. At ejus natura ſequenti deſcriptione tyronibus melius innoteſcet, quam ex cylindri aut coni ſectione. Concipiantur duo pali ſeu paxilli plano defigi, alterum in puncto H, alterum in puncto G, & filum capiatur, quod duplicatum nexis extremitatibus, longitudinem quamvis diſtantia paxillorum HG majorem adæquet; illudque filum paxillis circumponatur, & in fili duplicaturâ immiſſo ſtylo paloſque circum eundo & filum ſemper eadem vi adducendo ut ſcil. illud æqualiter intendatur, linea curva DKB in plano deſignabitur, quæ erit Ellipſis. Et ſi non mutatâ longitudine fili pali tantum HG aliquanto propius ad ſe invicem adducantur, alia denuo Ellipſis deſcribetur, ſed alterius ſpeciei quam prior, & ad circuli formam magis accedens, & ſi adhuc propius admoveantur Pali, alia itidem habebitur Ellipſis; poſtremo ſi conjungantur paxilli, Ellipſis in circulum migrabit. Puncta H & G, ubi Pali figuntur, dicuntur Ellipſeos *Foci* ſeu *umbilici*, & Biſecta HG in C, punctum C erit centrum Ellipſis recta DK per focos & centrum tranſiens & utrinque in Ellipſi terminata, dicitur Axis Ellipſeos. Hinc apparet ſi ex aliquo puncto in Ellipſi pro arbitrio electo verbi gr. B, agantur ad focos duæ lineæ BH, BG, has duas lineas ſimul junctas Ellipſeos Axi æquales fore, ſeu longitudine fili, dempta HG diſtantia focorum.

Ellipſis deſcriptio.

TAB. 16. *fig* 4.

Foci ſeu Umbilici Ellipſeos.

Sol non in Ellipſeos centro ſeu puncto Axis medio, ſed in focorum alterutro, locatur, & Axis Ellipſeos AP dicitur

li-

linea *Apſidum*, A *ſumma Apſis* ſeu *Aphelium*, P *ima Apſis* ſeu *Perihelium*; & SC diſtantia inter Solem & centrum Ellipſeos, *Excentricitas* dicitur: ſi ex centro ad axem erigatur CE Ellipſi occurrens in E & ducatur SE, hæc linea dicitur *Diſtantia Planetæ media* à Sole; æqualis ſcil. ſemiaxi majori CA vel CP, quæ eſt media Arithmetica inter maximam & minimam Planetæ a Sole diſtantiam; verum in orbitis planetariis Ellipſium formæ à circularibus parum recedunt, ita ut in orbita Terræ forma Ellipſeos talis eſt, ut Excentricitas SC ſit tantum partium fere 17 qualium diſtantia media SE eſt 1000, eſtque excentricitas dimidia tantum pars iſtius quam poſuere Aſtronomi, qui Terram in circulari orbita deferri contendebant. *Linea Apſidum.* *Aphelium Perihelium.* *Excentricitas.* *Diſtantia media.* *Excentricitas orbitæ Terræ qualis.*

Planeta in Ellipſeos perimetro fertur, non quidem motu æquabili, ſed eâ ratione, ut radius à centro Solis immobili ad planetam ductus, & motu angulari latus verrat, ſeu deſcribat, Aream Ellipticam tempori proportionalem: *v. gr.* ſit Planeta in A, ex quo in quavis temporis particulâ ad B perveniat, & Area quam verrat radius è Sole ad Planetam ductus ſit ASB; ſi deinde Planeta ſit in P & ducatur recta SD talis, ut Area PSD ſit æqualis Areæ ASB; æqualibus temporibus percurret Planeta arcus Ellipticos AB, PD, qui quidem erunt inæquales; & in initio motus quam proximè in ratione diſtantiarum à Sole reciprocâ; Nam ob æquales areas tanto minor erit arcus AB arcu PD, quanto AS altitudo Areæ ASB eſt major PS, altitudine Areæ PSD. Hæc omnia à Sagaciſſimo Keplero in Commentariis de motibus ſtellæ Martis abunde demonſtrata ſunt, atque huic ejus ſententiæ omnes jam ſubſcribunt Aſtronomi, cum alia nulla ſit quæ phænomenis ſatisfacit. Circuli arcus, vel angulus, vel Area ASG tempori proportionalis dicitur *Anamolia* Planetæ *media*. Sicuti Angulus ASG cum Planeta eſt in G, dicitur ejus *Anamolia vera*: at ſi Planetæ motus ab æquinoctio vernali computetur, ſeu ab initio Arietis; *Motus ejus in Longitudinem* dicitur, eſtque vel medius, qualis eſſet ſi Planeta motu æquabili orbitam circularem percurreret, vel verus, qui eſt motus Planetæ reverà competens, & nunc accelera- *Motus Planetæ in Ellipſi qualis.* *Areæ Ellipticæ æqualiter creſcunt.* *Anamolia Media.* *Anamolia vera.* *Motus in Longitudinem.*

tur, nunc retardatur, pro variâ diſtantiâ Planetæ à Sole.

Determinatio loci Planetæ in ſua orbitâ. Hâc ratione determinare licet locum Planetæ in ſuâ orbitâ pro quolibet tempore ex quo Aphelium reliquit. Nempe ita dividatur Area Ellipſeos rectâ S G, ut fiat tempus Periodicum Planetæ ad tempus datum, ita Area totius Ellipſeos ad Aream A S G, & erit G locus Planetæ quæſitus. Methodos autem varias tradiderunt Geometræ, quibus Ellipſis Area in datâ ratione ſecanda eſt, de quibus in proprio loco erit dicendum.

Quare recedente Terrâ à Sole calor major ſit. Cum in æſtate Terra longius à Sole diſtat, Hyeme propius ipſi accedat, mirum fortaſſe videtur recedente Sole, Terram magis incaleſcere, Hyeme autem, cum propius Soli adſtamus, ingraveſcere frigora. At ſciendum eſt, quod caloris & frigoris incrementa non tota pendent ex diſtantia Solis, ſed aliæ potentiores concurrunt cauſæ, ad harum qualitatum mutationes producendas. Nam primo directi radiorum impetus fortiores ſunt quam obliqui; Hyeme autem oblique admodum Solis lucem recipimus, ejuſque potentia non tantum ideo debilitatur, ſed etiam quia pauciores in datam ſuperficiem agunt Radii, quo magis oblique ipſis objicitur ſuperficies. Præterea Hyeme, radii Solares obliquius incidentes magis craſſum aëris corpus pervadunt, & longiore itinere per aera feruntur quam æſtate, quando directius incidunt; unde radiorum vires plures aëris particulas offendendo, magis franguntur quam in æſtate. Atque hinc ratio patet cur Solem in Horizonte poſſumus ſine oculorum damno contueri; quem cum altius aſcendit oculi ferre non poſſunt.

Dies noctibus longiores augent calorem. Eſt & alia potentior cauſa quæ tempeſtatum varietates inducit: nempe, notum eſt quo diutius corpus aliquod durum & ſolidum, igni objicitur, eo magis id incaleſcere; at in æſtate per ſedecim continuas horas Solis ardori objicimur, & per octo tantum horas ejus abſentiam perſentimus; cujus contrarium Hyeme experimur, unde non mirum erit tantas his tempeſtatibus oriri caloris & frigoris differentias.

Cum Solis potentia maxima ſit quando ejus radii ſunt directiſſimi atque dies longiſſimi, videtur nos debere maximos calo-

calores ſentire cum Sol Tropicum ♋ occupat, quo tempore propius ad verticem accedit, ejuſque radii directiùs, atque diutiùs nos feriunt; quotannis tamen experimur calorem æſtivum poſt digreſſum Solis à Tropico creſcere, & annum maxime fervere circa finem menſis Julii, cum integro fere ſigno à Tropico diſtat Sol. *Quare calor non maximus eſt, quando Sol tropicum tenet.*

Ut hujus rei cauſa reddatur, obſervandum eſt actionem Solis, qua corpora calefacit, non eſſe tranſeuntem, qualis eſt ejus illuminatio, ſed permanentem, ita ut corpus ſemel à Sole calefactum, poſt ejus abſentiam per aliquod tempus calidum maneat, ſcil. particulæ calorificæ è Sole in corpus calefactum continuo recipiuntur, quæ per aliquod tempus eidem inhærent, & in ipſum agendo calorem excitant, aufugientibus autem iſtiuſmodi particulis frigeſcit corpus, unde ſi plures recipiantur in corpore particulæ calorificæ quam aufugiunt, iſtius corporis calorem continuo creſcere neceſſe erit. Verum in præſenti caſu, poſt adventum Solis ad Tropicum, numerus particularum aerem & Terram noſtram calefacientium continuo creſcit, adeoque augebitur ſimul calor. Ponamus *v. gr.* die, lucente Sole, centum tantum particulas calorificas intra corpus aliquod admitti, & nocte, cum ea ſit die brevior, iſtarum tantum quinquaginta avolare, aliis quinquaginta manentibus; proxima die eâdem fere vi agens Sol alias centum particulas eidem corpori immittet, quarum non plures fere quam dimidia pars nocte evadunt, adeoque initio tertii diei numerus particularum calefacientium centenario augebitur; dum itaque plures die recipiuntur particulæ, quam nocte aufugiunt, calor neceſſario creſcet; at decreſcentibus diebus, & noctibus creſcentibus, fiet tandem, ut plures abſente Sole effugiant particulæ quam die recipiuntur, quo fit ut calor continuo minuetur, frigeſcetque Terra.

LECTIO IX.

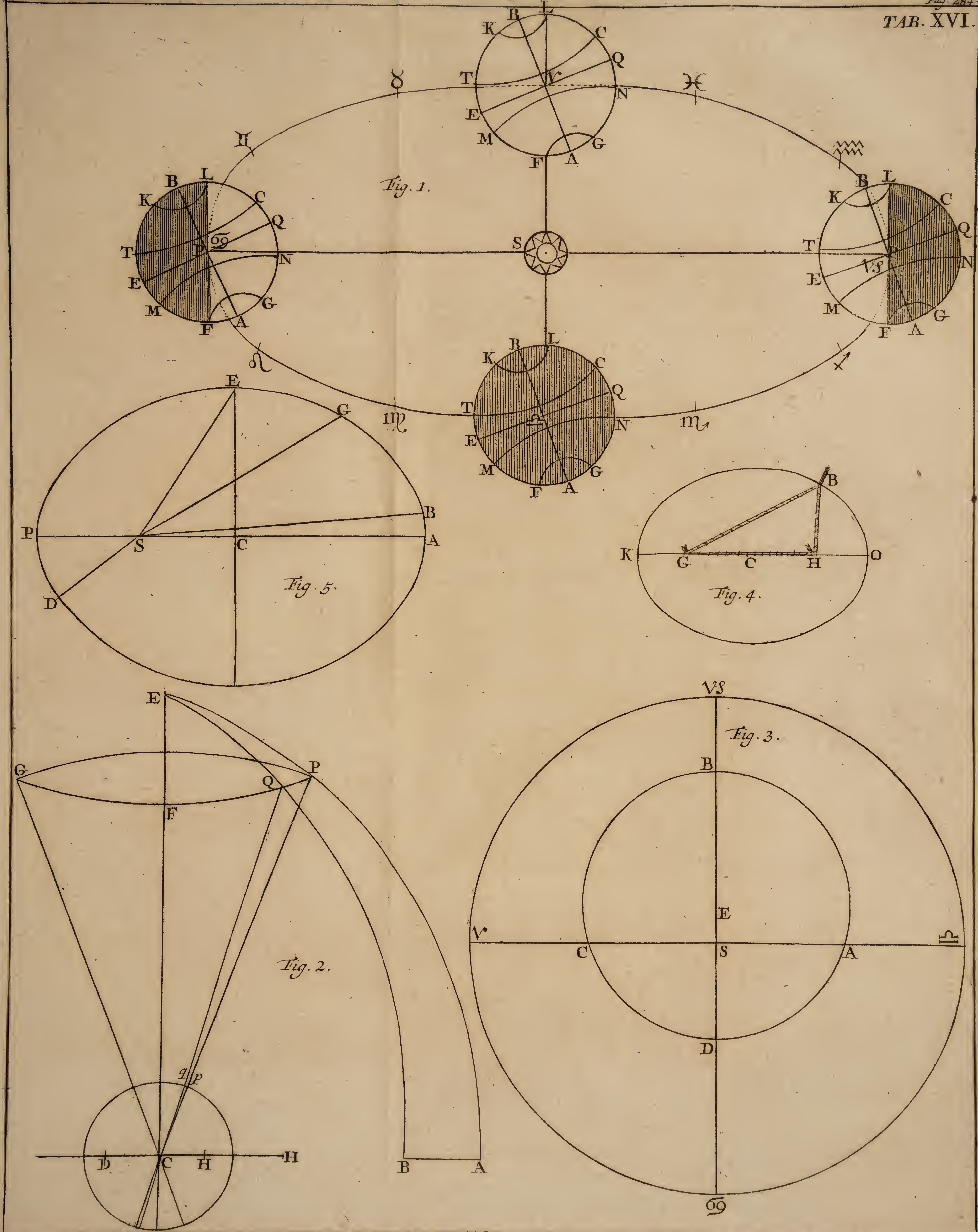
De Luna ejuſque Phaſibus & Motu.

LUna corporum cæleſtium omnium, ſi Solem excipias, ſplendidiſſime lucens, ad Terram noſtram proprie per-

 tinet,

tinet, cujus eſt aſſecla & indivulſa Comes. Adeo quidem in viciniâ Terræ ſemper commoratur, ut è Sole ſpectata, nunquam arcu decem Minutis primis majore à Tellure diſcedere videretur. Sed terræ perpetuo juncta, ipſique quaſi ſatelles data, una cum eâ revolutionem annuam circa Solem perficit, & interea etiam in orbita circa Tellurem ſpatio menſtruo periodum abſolvit. Planetæ primarii Solem ut Centrum Motus atque Rectorem reſpiciunt, & nunc longiſſime à Terra digrediuntur, nunc ad eam propius accedunt. Luna tanquam terreſtre corpus in noſtra viciniâ propriâ propenſione ſeu gravitate detinetur; ejuſque vi à motu rectilineo continuo retrahitur, & circa terram revolutionem perficere cogitur, ſpatio viginti ſeptem dierum, horarum circiter ſeptem. Varias continuo Luna ſubit Phaſes, Varias induit formas, adeo ut multiformi ambage ſemper torqueat contemplantium ingenia, creſcens ſemper, aut seneſcens, modo curvata in cornua, modo æquâ portione diviſa, modo ſinuata in orbem, mox fulgens orbe pleno, ac deinde repente nulla; alias pernox, alias ſera, deficiens, & in defectu tamen aliquando conſpicua, uti Plinius notavit, jam vero fit humilis, jam excelſa, nunc in Aquilonem elata, nunc in Auſtros dejecta, quæ ſingula deprehendit primus *Endymion*, ob quod eum amore Lunæ captum fuiſſe fama traditur.

Eſt autem Luna corpus ſphæricum, Terræ inſtar, ſcabrum, opacum, & denſum; Solis luce, non ſua, reſplendens; Sol quippe Fons luminis, perpetuo dimidiam corporis Lunaris partem, quæ ipſi obvertitur, illuminat, dum altera averſa à Sole medietas, tenebris obvolvitur; Lunæ autem ſuperficies à Terricolis ſpectabilis, eſt ea quæ Terræ obvertitur, adeoque pro vario Lunæ reſpectu Solis Terræque ſitu, variæ videntur Lunæ illuminationes, & Luminis viciſſitudines; & nunc major, nunc minor, aliquando nulla illuſtratæ faciei pars, ex Terra videtur, & aliquando etiam tota Terræ obvertitur, quæ ut melius intelligantur, libet
TAB. 17. *fig.* 1. Diagrammate declarare. Sit S Sol, T Terra, R T S portio orbitæ Telluris, quam motu annuo circa Solem deſcribit;


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.

ABCDEFGH orbita Lunæ in qua ſcilicet circa Tellurem fertur ſpatio menſtruo ab Occidente in Orientem; qui motus manifeſte oculis obſervari poteſt, ſi enim Luna una cum Stella aliqua ad Meridianum appellat, poſtero die ſerius quam Stella Meridianum attinget, minutis temporis circiter 47, & à Stella Orientem verſus 13. gradibus receſſit; connectantur Solis & Lunæ centra rectis SL, & per Lunæ centrum tranſeat planum MLN, cui recta SL ſit normalis; planum illud efficiet in ſuperficie Lunari circulum, qui erit *Lucis & Umbræ finitor*, illuminatam ſcilicet faciem à Tenebroſâ diſtinguens; eodem modo jungantur centra Terræ & Lunæ rectis TL, quæ ſint normales ad aliud planum PLO, etiam per Lunæ centrum tranſiens. Planum illud efficiet in Lunæ ſuperficie circulum, qui Lunæ Superficiem à Terra ſpectabilem ab averſa & inconſpicua dividet, qui itaque *circulus viſionis* dici poteſt.

Motus Lunæ ab oriente in occidentem.

In Luna circulus lucis finitor.

Hinc patet primò, cum Luna eſt in ſitu A, puncto ſuæ orbitæ Soli oppoſito, quod coincidat circulus Lucis finitor cum circulo viſionis, & tota Lunæ illuſtratæ facies Terræ obvertitur, & à Terricolis videtur, in quo caſu *Luna plena, pernox, Plenelunium* nominatur, & reſpectu ſitus ad Solem dicitur eſſe in oppoſitione; cum ſcilicet è Terra, Sol & Luna in oppoſitis cæli punctis videntur. Cum ad B pervenerit Luna, illuminatus ſemicirculus MPN totus Terræ non obvertitur, ſed pars MP è conſpectu noſtro ſubducitur, adeoque illuminatio ſpectabilis à circulo deficiet, & Luna gibboſa apparebit, Phaſiſque erit ea, quæ in figura 2. Tab. XVII. per B notatur: Luna ad C perventa, angulus CTS eſt rectus, & illuminati diſci MPN, pars media à Terra videtur, & Luna dimidiata apparet, ut in C, fig. 2. & *Biſecta* ſeu *Dichotoma* nominatur: in hoc ſitu Sol & Luna quadrante circuli à ſe invicem diſtant, diciturque Luna eſſe in Aſpectu Quadrato ſeu in Quadratura: Procedente Lunâ ad D faciei illuminatæ MPN, pars parva PN Terræ obvertitur; & Diſci ONP qui Terræ obvertitur, pars maxima ON tenebroſa manet, & proinde ob Lunæ figuram ſphæricam & apparenter planam, illuſtrata pars veluti in cornua

Circulus viſionis. TAB. 17. *fig.* 2.

Lunæ Phaſes declarantur.

Luna gibboſa.

Luna Biſecta.

Luna corniculata

curvata videbitur ubi circulus lucis finitor, & circulus viſionis in angulos coeunt, ejuſque Phaſis è Terrâ ſpectata apparebit ut in D. Tandem Lunâ ad ſitum F progreſſâ, nulla illuſtratæ faciei pars è Terra videbitur, ſed obſcura & tenebroſa tota Terræ obvertitur, tunc Luna dicitur eſſe in *conjunctione* cum Sole, cum ſcilicet Sol & Luna in eodem Eccliptricæ puncto videntur, in quo fit *Novilunium*, *Neomenia* ſeu *Interlunium*: Ubi Luna ulterius ad F promovetur, corniculatam ſeu falcatam figuram rurſus induit, & ante quidem novilunium, cornua in occaſum ſpectabant, & nunc poſt novilunium, in ortum tendunt: cum Luna ad G provehitur, & in aſpectu cum Sole quadrato venit, biſecta & dimidiata apparet, & in H Gibboſa, & ubi ad A denuo pervenerit, rurſus pleno fulget orbe.

Novilunium.

Arcus E L, ſeu angulus S T L, contentus rectis ductis è centris Solis & Lunæ ad Terræ centrum, dicitur *Elongatio* Lunæ à Sole, & arcus M O illuminati ſemicirculi M O N pars illa, quæ Terræ obvertitur, quique eſt menſura anguli quem circulus Lucis finitor & circulus viſionis efficiunt, eſt ubique quam proxime ſimilis arcui E L Elongationi Lunæ à Sole, ſeu quod idem eſt angulus S T L eſt quam proxime æqualis angulo M L O, quod ſic demonſtro; producatur S L utcunqne in X, & erunt anguli T L P, M L S æquales, utpote uterque rectus eſt; ſed anguli O L S & P L X ſunt æquales, ad verticem enim ſunt, quare demptis æqualibus, erit angulus M L O æqualis angulo T L X, ſed angulus T L X externus eſt & æqualis duobus internis & oppoſitis trianguli S T L, ſcilicet angulus S T L & T S L; erunt igitur hi duo anguli æquales angulo M L O ſed angulus T S L exiguus admodum eſt, & cum maximus, hoc eſt in quadraturis non decem minutis primis major; nam tantilla eſt diſtantia Lunæ à Terra præ Solis ab eadem diſtantia, ut angulus ille ad Solem evaneſcat, & pro nullo haberi poſſit; eſt itaque angulus M L O æqualis angulo S T L & arcus M O ſimilis eſt arcui E L.

Elongatio Lunæ à Sole.

Vide ſitum Lunæ F.

Semicirculus O M P, cum ejus planum per oculum tranſit, in rectam O P projicitur, ſeu in Lunæ diſco, ut recta O P apparet, at circulus Lucis finitor, cum obliquè è Terrâ videde-

detur, in Ellipſim projicitur; atque hinc data Elongatione Lunæ à Sole, facile exhibetur Phaſis, ſub qua Luna tunc temporis apparet. Repræſentet circulus C O B P Lunæ diſcum è Terra ſpectabilem, O P rectam in quam projicitur ſemicirculus O M P, hanc ad rectos angulos ſecet alia diameter B C, & poſito L P radio, capiatur L F æqualis coſinui elongationis Lunæ à Sole, & axe Majore B C, & ſemiaxe minore æquali L F, deſcribatur ſemiellipſis B F C, abſcindet illa ex lunari diſco partem illuminatam B F C P B è Terrâ ſpectabilem. *Delineatio Phaſis Lunæ pro datâ Elongatione à Sole.* TAB. 17. *fig.* 3.

Cum poſito L P radio, L F ſit coſinus Elongationis Lunæ à Sole, erit P F ſinus verſus ejuſdem Elongationis; Eſtque B F C linea (quæ tenebroſam Lunaris diſci partem ab illuminata dividit) ſemiellipſis, cujus axis major æqualis eſt Lunæ diametro, ſemiaxis autem minor æqualis eſt Lunæ ſemidiametro diminutæ ſinu verſo Elongationis Lunæ à Sole. Sit jam O B P C Lunæ diſcus Terræ obverſus, B F C ſemiellipſis illuminatam diſci partem à tenebroſa dividens; ducatur quævis recta G H N Axi minori Parallela, & axi majori occurrens in M; Ex natura Ellipſis & circuli, erit L P, ad L F; ut M G, ad M H; adeoque per diviſionem rationis L P ad P F ut G M ad G H, & duplicando antecedentes P O ad P F ut G N ad G H; idem de alia quavis recta G N Axi minori parallela demonſtrabitur, adeoque per 12 Elementi 5[ti], ut P O ad P F, ita omnes G N ad omnes G H. Sed omnes G N faciunt Lunæ diſcum Terræ obverſum, & omnes G H faciunt partem diſci illuminatam, adeoque erit P O ad P F ſeu diameter circuli ad ſinum verſum elongationis Lunæ à Sole, ut totus Lunæ diſcus ad partem ejus illuminatam. Hinc illuſtratio quolibet tempore à Luna facta eſt ad ejus illuſtrationem maximam tempore plenilunii, ut ſinus verſus elongationis Lunæ ad circuli diametrum. *Quantitas illuſtrationis determinatur.* TAB. 17. *fig.* 4.

Sicut Luna luce Solis reflexa Terram illuminat, ſic & Terra plus quàm par pari referens, viciſſim ſolarem lucem reflectendo, Lunæ ſuperficiem multò majore luce perfundit; ſiquidem cum Terræ ſuperficies ſit quindecies circiter major lunari, ſi Luna & Terra æque in reflectendo polleant, hæc *Terra luce reflexâ Lunam illuminat.*

quin-

quindecies plus lucis ad Lunam remittet, quàm ab illa accipit. Et Lunicolis quindecies major apparet Terra, quam nobis Luna videtur. In noviluniis illuſtrata Terræ facies tota Lunæ obvertitur, & tenebroſam Lunæ ſuperficiem luce illuſtrans Lunicolis *Pleniterreum* efficit. Hinc oritur lucula illa, quæ in Lunâ nova veterique præter argentea cornua apparet, reliquum Lunæ diſcum, tenebroſum licet, conſpicuum exhibens. Cum autem Luna ad oppoſitum Solis pervenerit, Terra è Lunâ in conjunctione cum Sole videtur, ejuſque tenebroſa facies Lunæ obvertitur, in quo ſitu è Lunâ videri nequit, ſicuti in noviluniis nos non videmus Lunam, & ut verbo dicam, Phaſes Terræ è Lunâ conſpicuæ per omnia ſunt ſimiles iis quæ à nobis in Luna obſervantur.

Menſis Periodicus. Quamvis Luna Terram circumeundo, orbitam ſuam deſcribat ſpatio dierum 27. horis circiter ſeptem, quod tempus *Menſis periodicus* appellatur, tempus tamen quod impendit Luna, dum ab unâ conjunctione cum Sole ad proximam pervenit, quod *Menſis ſynodicus*, ſeu Lunatio dicitur, menſe Periodico majus eſt. *Menſis ſynodicus.* Nam dum Luna in propriâ orbitâ periodum abſolvit, interea Tellus ejuſque comes Luna, cum ſuâ orbita circa Solem eundo, integro fere ſigno verſus Orientem promotæ ſunt, & punctum Orbitæ quod in priore ſitu, in recta centra Terræ & Solis jungente jacebat, nunc Sole paulo Occidentalior eſt, adeoque cum Luna ad illud punctum pervenerit, nondum in conjunctione cum Sole invenitur.

TAB. 10. fig. 1. Sit enim A B portio orbitæ Telluris, Terra T, S Sol, A C L orbita Lunæ, & cum Terra eſt in T ſit Luna in L in conjunctione cum Sole, & dum Luna ab L digreditur, orbitamque propriam L A C D deſcribit, Tellus interea per arcum T *t* defertur, & cum ad *t* venit, orbita Lunæ ſitum *l a c d* obtinet, punctumque orbitæ L erit in recta *t l*, priori T L parallela, unde patet ad *l* diventâ Lunâ, eam totam orbitam percurriſſe, ſed nondum ad conjunctionem cum Sole perveniſſe, ſed opus eſſe, ut ulterius progrediatur Luna, & arcum *l m* deſcribat, priuſquam Solem aſſequatur; & cum Luna orbitam abſolvat diebus viginti ſeptem, horis circiter

ſe-

ſeptem, Terra hoc tempore deſcribet arcum T *t* viginti ſeptem circiter graduum, cui ſimilis eſt arcus *l* M, ob angulum *l t* M æqualem angulo M S L; at verò opus eſt ut majore arcu quam *l* M Luna deſcribat, (ob motum Terræ interea factum) priuſquam ad conjunctionem cum Sole perveniat, inde fit ut Lunatio tota ſeu Tempus ab uno novilunio ad proximum, non niſi diebus 29, horis circiter duodecim compleatur, & ſeparetur Luna à Sole dietim angulo graduum 12 & aliquot minutorum, qui *motus à Sole diurnus* nuncupatur. *Motus Lunæ à Sole diurnus.*

Si planum orbitæ Lunaris coincideret cum plano Eclipticæ, hoc eſt, ſi orbita Lunæ circa Terram, & orbita Terræ circa Solem, in eodem jacerent plano, ſemita motûs Lunæ in cælis è terrâ viſa eadem eſſet, quæ eſt motus Solis apparens, ſeu eundem omnino circulum, Eclipticam nempe, quem Sol ſpatio unius anni conficere apparet, Luna menſe quolibet percurrere videretur; verùm orbitæ Lunaris planum non coincidit cum plano Eclipticæ, ſed ſe mutuo interſecant hæc duo plana, in linea per centrum Terræ tranſeunte, eorumque inclinatio angulum quinque circiter graduum conſtituit. *Luna in Ecliptica non movetur.*

Sit A B portio orbitæ Telluris, T Terra, circulus CDEF Lunaris orbita, cujus centrum eſt centrum Terræ T, eodem centro T deſcribatur in plano orbitæ Telluris, circulus CGH, cujus diameter æqualis ſit diametro orbitæ Lunæ: Hi duo circuli cum idem habeant centrum, in recta per Terram tranſeunte ſe interſecabunt, & Lunaris orbitæ medietas una CED ſupra planum circuli CGH attolletur in Boream; altera medietas DFC deprimetur in Auſtrum, recta CD communis circulorum interſectio *Linea nodorum* dicitur, & anguli C & D *Nodi* dicuntur; & quidem nodus C, ubi Luna aſcendit ſupra planum Eclipticæ verſus Boream *nodus aſcendens* & *caput Draconis* nuncupatur, & brevitatis cauſa ſic ☊ notatur; alter nodus D, ubi Luna in Auſtrum deſcendit, *Nodus deſcendens* & *cauda Draconis* nominatur, cujus ſignum eſt ☋ & ſi Linea nodorum immobilis eſſet, hoc eſt non alium haberet motum, præter illum quo circa Solem *TAB. 17. fig. 5.* *Linea nodorum.* *Nodus aſcendens.*

fertur, ad idem Eclipticæ punctum ſemper dirigetur, utpote ſibi ſemper parallela manens, ſed linea Nodorum continuo ſitum mutare deprehenditur, & ab Oriente in Occidentem contra ſeriem ſignorum motu retrogrado fertur, circulumque abſolvit ſpatio annorum fere novemdecim, poſt quod tempus nodus utervis ab aliquo Eclipticæ puncto digreſſus, ad idem redit, ſeu in eodem quo prius Eclipticæ gradu è Terra videtur.

Nodi moventur motu retrogrado.

Ex dictis conſtat Lunam non niſi bis in qualibet periodo in Ecliptica videri, ſcilicet cum in nodis verſatur, in aliis orbitæ ſuæ locis nunc magis nunc minus ab Ecliptica diſtare, prout nodorum alicui remotiorem aut propriorem eſſe contigerit; maxime autem ab Ecliptica diſtat Luna cum eſt in E vel F, quæ media ſunt à nodis puncta; & *Limites* vocantur. Diſtantia Lunæ ab Ecliptica ejus Latitudo vocatur, hanc metitur arcus circuli per locum Lunæ in cælo tranſeuntis, & ad Eclipticam perpendicularis, arcus inquam ille inter Lunam & Eclipticam interceptus, metitur Lunæ ab Ecliptica diſtantiam; ſeu Latitudinem, & idcirco tales Circuli ad Eclipticam perpendiculares *Circuli Latitudinum* dicuntur, & Latitudo Lunæ, cum maxima eſt, ut in E vel F, æqualis eſt quinque gradibus cum octodecim minutis primis, eſtque illa Latitudo menſura angulorum ad nodos.

Latitudo Lunæ.

Circuli Latitudinum qui?

LECTIO X.

De Inæqualitate motuum Lunarium, de Lunæ facie, ejuſque Montibus & Vallibus.

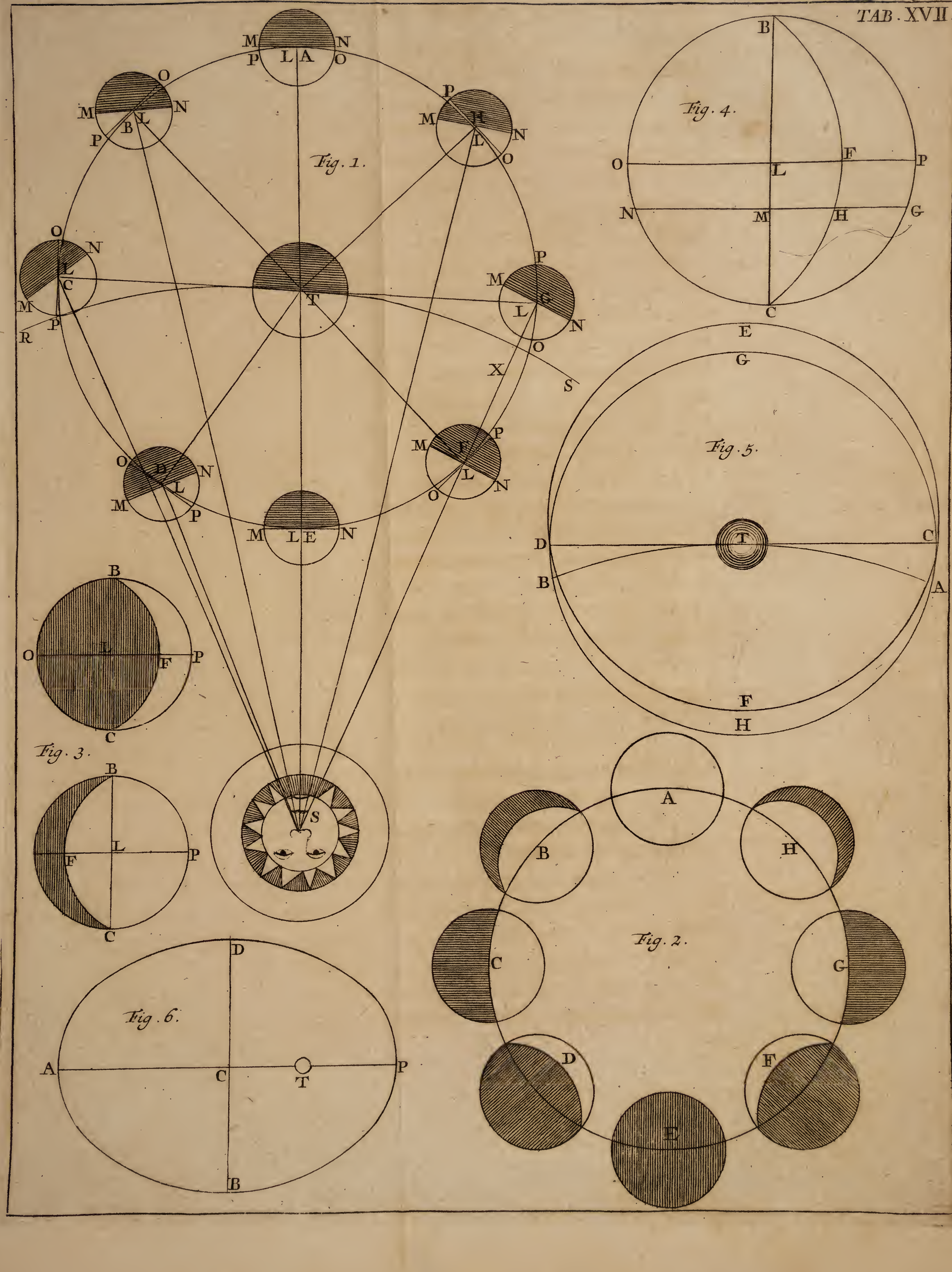
Luna in orbitâ Elliptica movetur.

ASTronomorum obſervationes teſtantur, Lunæ diſtantiam à Terra multum variari, & nunc propius nobis accedere Lunam, nunc longius recedere; hoc ideo fit quod Luna non in Orbita circulari, circa Terram fertur, ſed in Ellipticâ, qualem repræſentat figura ABPD, cujus focorum alterum tenet Terra, & Axis Ellipſeos major AP eſt linea Apſidum; TC Excentricitas, Punctum A ſumma Apſis vocatur *Apogeon* Lunæ, ubi ſcilicet maximè à Terrâ diſtat; Punctum P ima Apſis, ubi maximè ad Terram accedit, *Perigeon* nominatur. Et ſi Orbita Lunæ non alium haberet motum

TAB. 17. *fig.* 6.

Apogeon Lunæ. Perigeon.

TAB. XVII.



tum præter illum, quo circa Solem fertur, Axis Ellipſeos ſibi ſemper Parallelus maneret, & ad idem cæli punctum ſemper dirigeretur, ad quod cum pervenerit Luna eandem ſemper à Terrâ diſtantiam obtineret; ſed Linea Apſidum eſt etiam mobilis ſicut Linea Nodorum, & motu Angulari circa Terram fertur, ſecundum ſeriem ſignorum ſeu ab Occidente in Orientem, circulum abſolvit hæc linea, & ad eundem ſitum redit annis fere novem.

Motus Lunæ ejuſque orbitæ multiplici afficiuntur inæqualitate; nam *Primò* cum Tellus Aphelion tenet, ubi unà cum Luna longiſſimè à Sole diſtat, motus Lunæ aliquantulum accelleratur; Tellure autem ad Perihelion delatâ, ubi proxime ad Solem accedit Luna, aliquantulum retardatur ejus motus; unde fit ut minore tempore Luna ſuam orbitam percurret, breviuſque fit tempus Periodicum Terra Aphelion tenente, quàm cum eadem in Perihelio verſatur, & menſes Periodici neutiquam ſint inter ſe æquales: 2do Luna in Syzigiis id eſt, cum eſt in linea quæ jungit centra Solis & Terræ, cæteris paribus celerrimè movetur; in Quadraturis tardiſſimè. *Tertiò* pro varia diſtantiâ Lunæ à Syzigiis, hoc eſt ab conjunctione ſeu oppoſitione, ejus motus inæquabilis redditur, motus enim in primo menſis quadrante, ſive pergente Lunâ à conjunctione ad quadraturam proximam retardatur, in ſecundo acceleratur dum tendit à Quadratura ad oppoſitionem; in tertio retardatur rurſus; & in quarto iterum acceleratur; hanc inæqualitatem in motu Lunæ, primus deprehendit Tycho, & *Variationem* Lunæ appellavit.

Inæqualitates in motu Lunæ.

Variatio Quæ?

4to Cum Luna in Ellipſi moveatur, cujus umbilicum tenet Terra, circa quam Areas deſcribit temporibus proportionales, oportet Planetarum primariorum more, ut in Apogeo ſuo tardius incedat, in Perigeo velocius feratur.

5to Orbita etiam Lunæ eſt continuo mutabilis, & ejuſdem non eadem manet ſpecies, aut figura, ſed excentricitas nunc augetur, nunc minuitur, & maxima quidem eſt cum linea Apſidum eſt in Syzigiis, hoc eſt cum coincidit cum rectâ quæ centra Solis & Terræ conjungit; minima autem cum hanc rectam normaliter ſecat; & differentia inter maximam & mi-

Orbita Lunæ ejuſque excentricitas ſemper mutabilis.

nimam excentricitatem tanta eſt, ut illa ſemiſſem Excentricitatis minimæ ſuperet.

Apogeum inæquabili motu fertur. 6to Ipſum Apogeum Lunare inæquabili fertur motu; quando enim eſt in Syzigiis cum Sole progreditur, in quadraturis regreditur, & progreſſus & regreſſus illi non ſunt æquabiles, ſed Lunâ in quadris verſante tardius progreditur, vel forſan etiam regreditur, in Syzigiis verſante Luna, Apogeum celerius progreditur. *Septimo* Nodorum motus retrorſum eſt minime æquabilis, nam nodi in Syzigiis poſiti penitus quieſcunt, dvm vero quadratum ad Solem obtinent aſpectum, velociſſime in Antecedentia feruntur.

Harum omnium inæqualitatum cauſas, primus & Solus detexit ſagaciſſimus Neuwtonus, eaſque ſecundum leges Mechanicas ex Theoriâ Gravitatis oriri demonſtravit. Mirum videtur, quod etſi Luna ſit corporum cæleſtium omnium nobis maxime propinqua, ad eam tamen acceſſus patet maxime difficilis, cum non ſine multo labore & longis annorum obſervationibus illius irregulares excurſus inveſtigari poſſunt.

Luna æquabiliter circa axem ſuum rotatur. Solus in Lunâ motus æquabilis eſt ille, quo circa Axem ſuum rotatur, in eodem præciſe tempore, quo circa tellurem periodum abſolvit, unde fit ut eandem fere ſui faciem Terræ oſtendat, ſed ea ipſa æquabilitas cauſa eſt apparentis inæqualitatis quod Luna videtur è Terra ſuper Axem ſuum nunc ab ortu in occaſum, nunc ab occaſu ad ortum paululum librari, & partes quædam in limbo occidentali Lunæ per quoddam ſpatium modo recedunt, modo accedunt, quædam antea viſæ occultantur, ac deinde rurſus in conſpectum veniunt, taliſque motus *Libratio* dicitur; oriturque ex motu Lunæ inæquali in perimetro Ellipſeos; nam ſi Luna in circulo moveretur, cujus centrum teneret Terra, & circa axem ſpatio temporis Periodici rotaretur, ejuſdem meridiani Lunaris planum ſemper per Terram tranſiret, & eadem ubique Lunæ facies Terræ obverteretur; at cum Luna in Ellipſi feratur, in cujus umbilico ſeu foco locatur Terra, & converſio Lunæ circa Axem æquabilis eſt, ſeu quod idem eſt, datum quodlibet Lunare meridianum angulos temporibus proportionales deſcribit, illud planum non ubique per Terram tranſibit. *Libratio.*

Sit

Sit enim ALP orbita Lunæ, cujus focum tenet Terra in T, & cum Luna eſt in A ejus meridianus MN productus per Terram tranſeat; ſi Luna in orbita abſque converſione lata eſſet, idem meridianus MN ſibi ſemper Parallelus maneret, & cum Luna ad L pervenerit, meridianus MN eſſet in ſitu PQ, ad MN Parallelo, verum per rotationem æquabilem, Meridianus MN ſitum mutat, anguloſque deſcribit temporibus proportionales, & tempore Periodico quatuor rectos abſolvit, unde erit in ſitu *m* L *n* tali, ut angulus Q L *n* ſit ad rectum, ut tempus quo Luna confecit arcum AL ad quartam partem temporis periodici, ſed tempus quo Luna confecit arcum AL, eſt ad quartam partem temporis periodici, ut area ATL ad aream ACL, ſcilicet quartam partem Areæ Ellipſeos, unde erit angulus QL*n* ad rectum angulum, in eadem ratione; eſt autem area ATL major area ACL, unde angulus QL*n* recto major erit, ſed eſt angulus QLT acutus, major itaque eſt angulus QL*n* angulo QLT, adeoque Meridianus MN, cujus, planum cum Luna fuit in A, per Terram tranſibat, nunc Lunâ ad L delatâ verſus Terram non dirigitur, unde conſtat Lunæ Hemiſphærium in L è Tellure viſum aliquanto eſſe diverſum ab hemiſphærio, quod è Terra videtur cum Luna fuit in A, parteſque ultra Q nunc retegi, quæ prius Luna in A exiſtente fuerunt inconſpicuæ. At cum Luna ad Perigeum P pervenerit, in eo tempore Meridianus MN ſemicirculum abſolvit, rurſuſque ejus planum per Terram tranſibit, ut eadem Lunæ facies è Tellure conſpiciatur, quæ prius in A viſa fuit; hinc patet hanc Lunæ librationem bis in quovis menſe periodico reſtitui, ſcilicet cum Luna eſt in Apogeo & Perigeo. *TAB 20. fig 2.*

Si Lunæ ſuperfies terſa & polita eſſet, ut in ſpeculis, illa non lucem undequaque reflecteret, ſed Solis imaginem exiguam admodum inſtar puncti ſplendidiſſimè micantis, tantum oſtenderet, verum ſicut in corporibus terreſtribus, ſic in Luna Aſpera & ſcabra eſt ejus ſuperficies, qua fit ut lucem ſolarem undequaque diffundat & corpora Terreſtria illuminet. *Lunæ ſuperficies aſpera.*

At non tantum inæqualis & aſpera eſt Lunæ ſuperficies, ſed altiſſimis montibus profundiſſimiſque vallibus tota obſita; nam ſi nullæ in Luna extiterint eminentiæ, ſive partes re- *Et montibus obſita.*

liquis altiores, linea recta in Dichotomia, aut Elliptica in reliquis Phaſibus, ſemper diſterminaret confinia lucis & umbræ. Verum ſi tubo optico aſpiciatur Luna, confinium illud in nulla regulari linea, ſed dentatum, ſerratum multiſque anfractibus interciſum apparet. Quin etiam in tenebroſâ Lunæ facie, partes aliquæ à confinio non multum diſtantes cernuntur Solis Luce illuſtratæ: Et die circiter quarto poſt novilunium in tenebroſa Lunæ facie quædam Cuſpides luminoſæ, tanquam ſcopuli aut parvæ inſulæ, apparent, quæ non multum à confinio illuſtratæ & tenebroſæ partis diſtant; aliæ item dantur illuminatæ parti adhærentes areolæ, paulatim formam figuramque cum lumine creſcente mutantes, donec parti illuſtratæ omni ex parte annectantur, & cum locis vicinioribus lumine prorſus imbuuntur. Mox quam plurimas iterum novas in illa tenebroſâ parte orientes cernimus, & in locum antecedentium ſuccedentes. Contrarium autem accidit in phaſibus Lunæ decreſcentibus, ubi lucidæ areolæ, quæ nunc confinio & parti illuſtratæ adhærent, paulatim avelluntur, & confinio relicto diutius tamen conſpiciuntur, quod impoſſibile foret, niſi areolæ illæ eſſent partibus reliquis altiores, ut Solis lux illas ſtringeret. Puncta itaque illa, extra lucis confinium micantia, ſunt cuſpides & vertices præaltorum montium, quæ cum altiora ſunt quam reliqua loca vicina, citius à Sole illuſtrantur, ſeriuſque ab ejus lumine ſubducuntur. Præterea multæ nigricantes maculæ in parte illuminata conſpiciuntur, quæ ſunt ingentes cavitates ſeu cavernæ, in quibus cum Sol illas oblique irradiat, ejuſque lux limbum externum tantum attingit profundiores partes obſcuræ manebunt; at Sole aſcendente plus lucis hauriunt, & quo altius ſuper illas attollitur Sol, eò vallium umbræ magis ſe comprimunt, brevioreſque evadunt, uſque dum Sol punctum attingit verticale, quo tempore totam illuſtrat cavernam, umbrâ penitus evaneſcente; & prædictæ valles æque clare ac montium vertices conſpiciuntur; immo multo illis lucidiores. Lunæ itaque ſuperficies præruptis montibus profundiſſimiſque vallibus ubique ſcatet.

Demonſtratur dari in Luna montes.

In Luna ingentes cavernæ.

Geometræ poſſunt montes Lunares metiri.

Montes Lunares noſtris Terreſtribus longe excelſiores de-

pre-

prehenduntur; poſſunt enim Geometræ horum altitudinem hac ratione metiri. Sit Hemiſpherium Lunæ illuſtratum EGD, ECD Diameter circuli lucis & Umbræ Finitoris, A vertex montis, ubi primo illuminari inceperit. Obſervetur Teleſcopio, vel Micrometro, proportio rectæ AE, ad Lunæ diametrum ED; & quia ES tangit Lunæ Globum, junctâ AC, erit AEC triangulum rectangulum per 16 El. tertii. Adeoque datis AE, EC, dabitur CA, ex qua ſubductâ CB, æquali CE, reſtabit BA altitudo montis Quæſita, v. gr. Dicit Ricciolus quarto die poſt novilunium, ſe obſervaſſe montem *S^{tæ} Katharinæ* illuminatum, ejuſque diſtantiam AE à limite conſueto illuminationis, fuiſſe diametri Lunaris partem decimam ſextam, ſeu ſemidiametri partem octavam: Unde ſi EC ſit partium 8, erit EA harum partium una, adeoque quadratum lateris EC erit 64, ad quod addatur quadratum lateris AE quod eſt 1, & per 47. *El. primi*, habebitur quadratum hypotenuſæ AC æquale 65 cujus Radix Quadrata eſt 8, 062 æqualis AC; unde dempta BC = 8 erit AB altitudo montis æqualis 0, 062, & eſt CB, vel CE ad AB ut 8000, ad 62, adeoque cum ſemidiameter Lunæ ſit milliarium circiter 1182, ſi fiat ut 8000, ad 62, ita 1182, ad quartûm, qui erit 9. Altitudo igitur hujus montis novem milliaria adæquat, eſtque altiſſimis noſtris montibus triplo celſior. TAB. 20. *fig.* 3.

Qui Lunæ vultum Teleſcopio contemplari velit, cernet illam mirabili varietate diſtinctam; Quædam enim partes ſplendidiſſime lucent, quas quidam philoſophi Rupes Adamantum eſſe prædicant, alii Unionibus vel Margaritis eas aſſimilant, quæ partes videntur montes parteſque ſolidas Lunæ repræſentare; at aliæ interim partes, eæque non paucæ, nec parvæ, tanquam maculæ obſcuriores, & nigri coloris apparent, quæ Maria, Paludes, & lacus, eſſe ſuſpicati ſunt philoſophi. Verum partes has obſcuriores, quas maria appellant, revera non eſſe liquidas exinde conſtat, quod ſi melioris notæ Teleſcopio inſpiciantur, innumeris cavernis, ſeu cavitatibus vacuis (umbris intus cadentibus) conſtare deprehenduntur, quod maris ſuperficiei convenire nequit: quocirca maria eſſe non poſſunt; ſed materiâ conſtant minus candican- *Facies Lunæ mira varietate diſtincta.* *In Luna non ſunt maria.*

te

te quam eſt ea, quæ in partibus aſperioribus conſpicitur; intra has tamen partes quædam vividiore lumine fulgent, cæteriſque antecellunt. Sed neque nubes ullæ, unde pluviæ generantur; ſi enim eſſent, viderentur nunc has, nunc illas Lunæ regiones obtegere, atque viſui noſtro occultari, quod nunquam contingit, ſed in Lunâ perpetua apparet ſerenitas. Præterea nec videtur Luna, Atmoſphærâ donari; nam Planetæ & ſtellæ prope ejus marginem ſiti, nullam patiuntur refractionem.

Nullæ nubes.

Nulla Atmoſphæra.

Aſtronomi ſelenographi. TAB. 18. 19.

Lunæ faciem (qualem eam exhibent melioris notæ Teleſcopia) accurate depinxerunt Aſtronomi Selenographi Florentius Langrenus, Joannes Hevelius, Maria Grimaldus, & Ricciolus; & ſplendentes quoque partes annotaverunt, & quo melius diſtinguantur, iis nomina impoſuerunt. Langrenus & Ricciolus regiones Lunares inter Philoſophos alioſque inſignes viros diſtribuerunt, quælibetque pars nomen celebris cujuſdam Philoſophi, vel Mathematici, accepit. At Hevelius veritus, ne de diviſione agrorum lites inter philoſophos orirentur; Ditiones Lunares ab omnibus eripuit, & Geographica noſtræ Telluris nomina in Lunam tranſtulit, nullo habito ad figuram aut ſitum reſpectu.

LECTIO XI.

De Solis & Lunæ Deliquiis, ſeu de Eclipſibus.

Nihil eſt in Aſtronomiâ, quod miram humani intellectus ſolertiam, acremque ejus perſpicaciam magis oſtendit, quam defectuum Solis & Lunæ clara explicatio; & accurata prædictio, qualis apud Aſtronomos habetur. Subtilis quidem eſt hæc noſtræ ſcientiæ pars, ſed tamen certa & indubitata, quâ nihil ſublimius, aut contemplatione dignius.

Eclipſis Quid eſt.

Eſt autem *Eclipſis* vox Græca, ab ἐκλείπω deficio, quæ deliquium, aut defectionem ſignificat, unde ægri & moribundi cum deliquium animi, & languor lethalis eos corripit, in Eclipſin incidiſſe dicuntur. Sic etiam Luna, cum orbe pleno fulget, ſi in umbram Terræ incidat, vivificâ Solis luce ſpoliata, expalleſcit; & Sol viciſſim interjecta Lunâ,

TAB. XVIII.
Pag. 296.



R. Blokhuyson Fec.



R. Blokhuysen. Fec.

nâ, non ſibi, ſed nobis deficiens, obſcurari videtur; tunc dicuntur Sol & Luna Eclipſin ſeu deliquium pati. Ut autem à primis principiis exordiamur.

Sciendum eſt, corpus omne lucenti Soli expoſitum, *Umbram* projicere in plagam Soli oppoſitam; eſtque hæc *Umbra* nihil aliud quam privatio Lucis in ſpatio quodam, ob Solis radios ab opaco corpore interceptos. Adeoque Terra, opaca cum ſit, umbram projiciet in plagam Soli oppoſitam, in quam ſi incurrat Luna, eam obtenebreſcere neceſſe eſt. Et quia figura Telluris eſt ſphærica, Umbræ figura cylindrica foret, ſi Terra Solem magnitudine æquaret: aut ſi Solem ſuperaret, figura umbræ eſſet coni vertice truncati & craſſitie creſcens; & in utroque caſu umbra in infinitum porrigeretur; alioſque Planetas, Martem ſcil. Jovem, & Saturnum, tenebris ſuis involveret. Quod cum nunquam facit, neceſſario erit Terra Sole minor; in quo caſu, figura umbræ eſt conica in apicem deſinens.

Umbra Corporis. *Figura Umbræ.* TAB. 20. *fig.* 4. 5. *Sol Terrâ major eſt.* TAB. 20. *fig.* 6.

At Luna, cum ejus diameter in diametro Umbræ Terreſtris ter contineatur, eſtque diameter Umbræ minor diametro Terræ, erit Terrâ multo minor.

Sit itaque S Sol, T Terra, Conus A B C umbra Telluris; patet nullam duci poſſe rectam lineam à Sole ad punctum quodvis intra ſpatium A B C, quæ non in Terram incidat, adeoque cum opaca ſit Terra, tranſitum Solis radiis negabit, & illuſtrationem ſpatii A B C impediet. Et ſi Luna Soli oppoſita per hoc ſpatium tranſeat, illam tenebris involvi neceſſe erit, fietque Eclipſis Lunæ tempore Plenilunii.

TAB. 21. *fig.* 1. *Quando ſit Eclipſis Lunæ.*

Quin etiam Luna ſuam quoque umbram Conicam in plagam Soli oppoſitam projiciet; ſi hæc umbra in Terram incidat, quod fieri non poteſt, niſi cum Luna in conjunctione cum Sole è Terra videtur, Incolæ iſtius partis in quam incidit umbra, in tenebris includentur, iiſque Sol videbitur deficere, quamdiu intra umbram morantur. At cum Luna multo minor ſit quam Terra, ejus umbra non poteſt niſi partem aliquam ſuperficiei Terreſtris nempe B C tegere, & totalibus tenebris involvere; reliquis interim circum-

Quando ſit Eclipſis Solis. TAB. 21. *fig.* 2. *Aliquibus Terræ Locis eſt Eclipſis Solis totalis, aliquibus partialis, aliquibus nulla.*

 jacen-

jacentes partes quidam Solis radii illuſtrabunt, & incolæ partem tantum Solaris diſci obſcuratam videbunt, majorem aut minorem, prout umbræ propiores, aut ab eâ remotiores fuerint. Et ſpeciatim qui circa P degunt, dimidium Solis eclipſari videbunt. Qui vero regiones ultra M ad N uſque colunt, ii nullam Solaris diſci partem obſcuratam percipient.

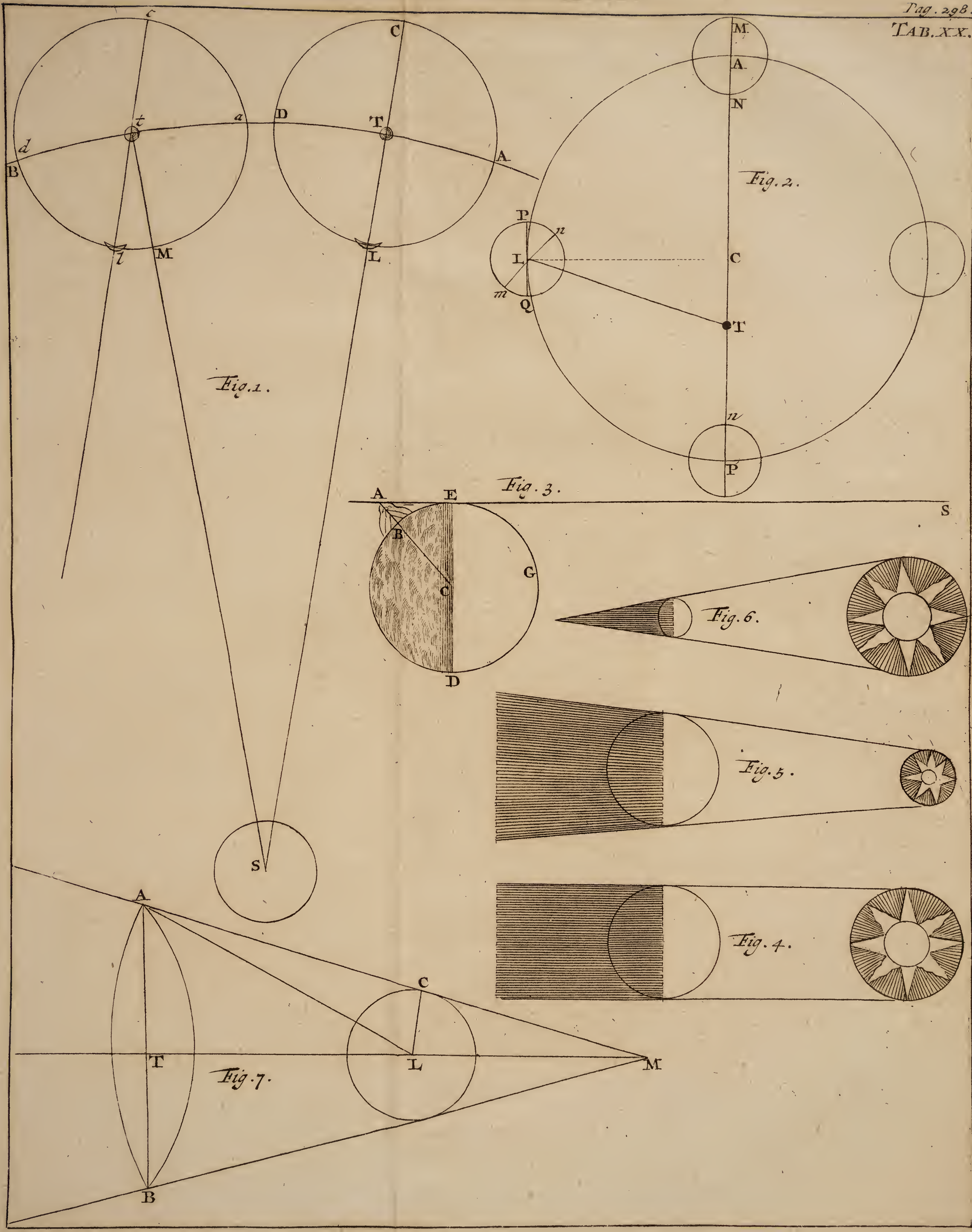
Hinc patet, nullam unquam fieri poſſe Eclipſin Lunæ niſi in Plenilunio, cum Luna ſcil. ad oppoſitionem Solis pervenerit; nec unquam contingere Eclipſin Solis, niſi in Novilunio, cum Luna in conjunctione cum Sole videtur; Cum itaque in ſingulis menſibus ſemel ſit novilunium, ſemelque Plenilunium, quæratis fortaſſe Academici, cur non ſingulis menſibus Sol & Luna Eclipſes patiantur? Et quidem ſi Luna in Eclipticæ plano ſemper incederet, cum Axis Umbræ Terreſtris in eodem quoque ſit plano, Luna Umbram Terræ ſemper in Plenilunio pervaderet, fieretque Lunæ Eclipſis totalis, & centralis. Quin etiam in ſingulis Noviluniis, ubi non nimium à Terrâ diſtat Luna, illa umbram in Terram projiceret, & Solem in aliquibus Terræ locis obſcuraret. At oſtenſum eſt, planum orbitæ Lunaris non coincidere cum plano Eclipticæ, ſed illud ſecare in rectâ quæ per Terræ centrum tranſit; adeoque Luna nunquam erit in plano Eclipticæ, niſi cum in hâc rectâ, hoc eſt in Nodis verſatur, adeoque ſi contingat, ut Luna in plenilunio ſit etiam in nodorum alterutro, Axis umbræ per Lunæ centrum tranſibit; fietque Eclipſis totalis & centralis.

Quare Sol & Luna Eclipſes ſingulis menſibus non patiuntur.

Eclipſes Lunæ totales & centrales.
TAB. 21. *fig.* 3.

Exponat circulus MN umbræ Terreſtris ſectionem tranſverſam, per orbitam Lunæ tranſeuntem, Linea CD portionem orbitæ Lunaris, quam percurrit Luna tempore Plenilunii, quæ cum ſit exigua, per rectam repræſentari poteſt. Recta BGA ſit in plano Eclipticæ. Sitque F Luna cum primo umbram ingreditur. E Luna ultimo egrediens. G Luna in ipſo umbræ axe, patet hujuſmodi Eclipſim totalem & centralem eſſe. Et quandocunque Lunæ & umbræ centra in nodo coincidunt, fient Eclipſes totales & centrales. Hinc Duratio maxima Eclipſis Lunaris tanta eſſe poteſt, quanta æqualis ſit tempori, quo Lunæ motus ſupra motum umbræ Terreſtris inter-

TAB. XX.



interea factum ſit per arcum FE, quæ quatuor diametris Lunaribus eſt æqualis, hoc eſt duobus circiter gradibus, quem arcum Luna quatuor horis plerumque abſolvit.

Fieri etiam poſſunt Eclipſes totales, quæ non ſunt centrales, ubi nodus non in Axe, ſed ne quidem intra umbram ponitur, uti figura oſtendit. *TAB. 21. fig. 4.* Poteſt etiam nodus tantum ab umbrâ diſtare, ut non niſi pars Lunæ illam ſubeat, fientque Eclipſes partiales, uti figura monſtrat, *Eclipſes partiales. TAB. 21. fig. 5. 6.* quæ erunt majores, aut minores, prout diſtantia Nodi ab umbra minor majorve fuerit. Quod ſi contingat, Nodum tempore Plenilunii, magis tredecim gradibus ab Axe Umbræ diſtare, tanta tunc erit Lunæ à plano Eclipticæ diſtantia, ut ab umbrâ intemerata maneat.

Ut umbra Terræ in Lunam projecta efficit Eclipſin Lunæ; ſic viciſſim umbra Lunæ, ſi in terram incidat, efficiet Eclipſim Terræ. *Eclipſis Terræ.* At cum Luna multo minor ſit Terrâ, non poteſt ejus umbra totum Terræ diſcum Tenebris involvere, ſed exigua tantum ejus pars obſcurabitur; & Eclipſes hæ erunt omnes partiales; eæque ſolum partes tenebreſcent, in quas incidit umbra Lunæ, & earum Incolæ Solem obſcurari videbunt. Ideoque Eclipſes Solis eas appellant, ſed improprie, cum Sol lucem omnem illibatam retineat; & tantum eæ Terræ partes, quæ ſub umbra verſantur, lumine orbantur.

Sed ut Eclipſium Phænomena melius vobis Academici innoteſcant; Coni umbroſi, tam Terreſtris, quam Lunaris, dimenſiones exhibere convenit. Quod ut facilius fiat, libet ſequens præſternere poſtulatum.

Si à centro Solis ducantur lineæ rectæ, ad quævis Telluris puncta, eæ omnes erunt quam proxime parallelæ, *Lineæ à centro Solis ad Terram ductæ ſunt quam proxime parallelæ.* nam parallelæ ſunt quæ non concurrent niſi ad infinitam diſtantiam; adeoque quæ non concurrant niſi ad diſtantiam reſpectu diſtantiæ linearum immenſam, ſunt Phyſice parallelæ, at tanta eſt diſtantia Terræ à Sole ut ejus Diameter ſi ad diſtantiam illam comparetur, puncti inſtar habeatur; quod omnes agnoſcunt Mathematici, nam Telluris ſemidiameter è Sole viſa ſub angulo prorſus imperceptibili, ſeu qui oculis diſtingui nequit, apparet; & tanquam punctum indiviſibile

ſibile videtur; adeoque præ Solis diſtantiâ evaneſcet, & proinde lineæ omnes è centro ad Terram ductæ, erunt Phyſice parallelæ. Præterea, ſi recta linea in alias duas incidens, faciat duos internos angulos æquales duobus rectis, erunt lineæ in quas incidit, inter ſe parallelæ, per *prop*. 29. TAB 21. fig. 7. *El. primi*. Sit jam A B ſemidiameter Terræ, C Solis centrum, ductis AC, BC, per 32. *El. primi* erunt anguli A, B, & C æquales duobus rectis, ſed angulus C evaneſcit, & eſt nihilo fere æqualis, cum Tellus è Sole viſa, ut punctum appareat, ergo anguli A & B ſunt duobus rectis æquales; & proinde rectæ A C, B C, ſunt quam proximè parallelæ. Sic etiam duo fila, ponderibus appenſis pendula, pro parallelis habentur, attamen filorum directiones ſi producantur, concurrent ad centrum Terræ, ad quod Gravia omnia tendunt.

Quæ de Terrâ hic oſtenſa ſunt, de Lunâ quoque magis vera erunt; nam ejus ſemidiameter ad diſtantiam Solis minorem habet rationem, quam Terræ ſemidiameter ad eandem. At non tantum lineæ à centro Solis ad quævis in Terrâ Lunave puncta ductæ, pro parallelis habendæ ſunt, ſed etiam duæ lineæ à centro Solis ad Terræ Lunæque centra ductæ à paralleliſſimo ſenſibiliter non aberrabunt. Nam angulus quem continent præſertim in *Syzigiis* tamen parvus eſt, ut tuto negligi poteſt, ejuſque neglectus calculum, & Eclipſium Phaſes, minime turbabit.

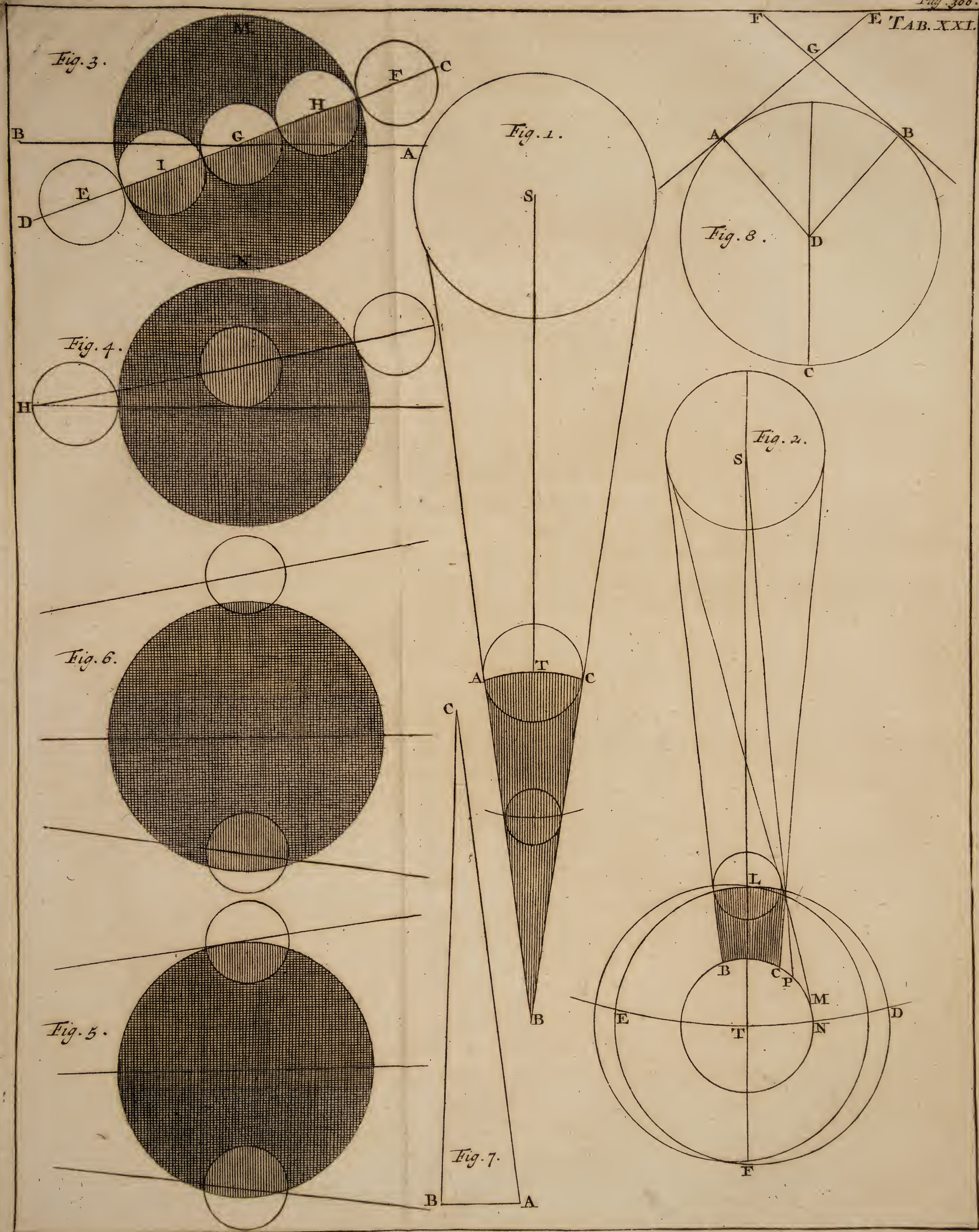
Hoc etiam Lemma demonſtratu facile præmittimus.

TAB. 21. fig. 8. *Si circulum* A B C *tangant rectæ* A E, B F, *& a punctis contactuum ad centrum ducantur rectæ* AD, BD, *Angulus ad centrum ductis lineis contentus, æqualis erit ei quem continent rectæ tangentes.*

Nam in quadrilatero G A D B, omnes anguli efficiunt quatuor rectos, ſed anguli A, & B, ſunt recti per 18. Elem. tertii, quare anguli A G B & D ſunt æquales duobus rectis. ſed per 13 *El. primi* A G B & A G F ſunt æquales duobus rectis, quare angulus D erit æqualis angulo A G F.

Dimenſio anguli coni Umbroſi. TAB. 22. fig. 1. Circulus ABK repræſentet Telluris globum, A M rectam quæ Terræ & Solis centra conjungit, ad quam ſit perpendicularis ſemidiameter Terræ C B, ſi à B ad centrum Solis du-

Tab. XXI.



ducatur recta B F, erit illa ad C M parallela; uti oſtenſum fuit; ſaltem recta illa à parallelâ minime poſitione differet. Fiat angulus B C D æqualis ſemidiametro apparenti Solis, hoc eſt æqualis angulo ſub quo ſemidiameter Solis è Terrâ videtur, & per D ducatur tangens D G, eritque per Lemma ſuperius traditum, angulus G E F, æqualis angulo B C D, ſeu ſemidiametro apparente Solis, adeoque cum B F ad centrum Solis tendit, recta G E D Solis limbum tanget, & Terram quoque in D ſtringet, & producta cum H C concurret in H, eritque angulus D H C ſemiangulus Coni umbroſi. Sed quia F E eſt ad M H parallela, D H C angulus æqualis erit G E F angulo, *per* 29. *El. primi.* hoc eſt ſemidiametro apparenti Solis. Adeoque totus angulus coni æqualis eſt diametro apparenti Solis.

Similiter in Luna hoc idem demonſtrari poteſt, & eâdem manente Solis diametro, in omnibus ſphæris, quæ Tellure non ſunt majores, æquales erunt anguli Conorum quæ umbras includunt, & Coni umbroſi erunt ſemper figuræ ſimiles. Quod hâc etiam ratione demonſtrari poteſt. *In omnibus ſphæris anguli conorum, qui umbras includunt, ſunt æquales.*

Sit A G F Sol, D E H Terra, vel aliud quodvis corpus Sphæricum Terrâ non majus, S C linea jungens centra Solis & Terræ, A D recta quæ utramque ſphæram tangit cum S C productâ concurrens in M. Erit angulus A M S ſemiangulus Coni umbroſi. Et in triangulo S D M, angulus externus A D S, æqualis eſt duobus internis & oppoſitis D M S, & D S M; ſed angulus D S M ſub quo ſcil. è Sole videtur ſemidiameter Terræ, fere nullus eſt. Nam Terra, uti ſæpius dictum eſt, è Sole viſa ut punctum apparet. Quare erit angulus D M S ſemiangulus Coni æqualis angulo A D S ſemidiametro apparenti Solis. Q. E. D. TAB. 22. *fig.* 2.

LECTIO XII.

De Penumbra ejuſque Cono, de Coni umbroſi altitudine, & Umbrarum diametris apparentibus.

Præter umbram omni luce privatam, eſt & ſpatium quoddam Penumbroſum, quod ab aliquibus Solis radiis il- *Penumbra quid?*

 lu-

luſtratur, reliquis per opacam Sphæram interceptis; cujus partes diverſos obtinent illuminationis gradus, ſcil. minores aut majores, prout umbræ propiores ſunt, aut ab eâ remotiores: hoc ſpatium *Penumbra* dicitur; eamque ſic determinamus.

TAB. 22. fig. 3. Exponat circulus A E F G Solem, HED ſphæram quamlibet opacam, v. gr. Lunam, SC ſit linea centra conjungens; ducatur recta FDO inferiorem Solis limbum, ſuperioremque Lunæ contingens. Item AHP ſuperiorem Solis, & inferiorem Lunæ limbum lambens, quæ rectam SC ſecent in I. Si manente puncto I immobili, recta IDO, vel IHP, indefinite protenſæ, & Lunæ Globum ſemper contingentes, motu conico circa Axem I M vertantur, generabitur ſuperficies conica Indefinita P H D O umbram perfectam includens, & etiam ſpatium circumambiens O D M, P H M, à quo radii ab aliquibus Solaris diſci partibus prodeuntes arcentur per interpoſitam ſphæram opacam; hoc ſpatium *Penumbra* dicitur, quæ obſcurior eſt in X & Y verſus coni umbroſi oras quam in V & N quæ loca à ſuperficie Penumbræ conica minus diſtant. Nam loca X & Y à minore Solaris diſci parte illuſtrantur, quam reliqua ab axe Coni magis remota. Si itaque Tellus intra hoc ſpatium verſetur, quædam ſuperficiei Terreſtris pars ad S poteſt totalibus tenebris includi. Et ſpectatores in eâ degentes totalem Solis Eclipſim videbunt. At qui extra Umbram degunt, in cono tamen Penumbroſo locati, ut ad Q aliquam ſaltem Solaris diſci portionem videbunt, reliquâ per Lunam tectâ. Nam ducatur QD Lunam tangens & ad Solem producta, manente puncto Q, ſi motu conico circumagatur Q D indefinite protenſa; ſuperficies quam deſcribit Conicam abſcindet Solaris diſci portionem à Luna tectam.

Coni penumbroſi dimenſio. TAB. 22. fig. 4. Coni penumbroſi dimenſio hac ratione habetur. Circulus H D L ſphæram opacam v. gr. Lunam repræſentet; cujus & Solis centrum conjungat linea S C, ad quam perpendicularis ſit ſemidiameter Lunæ C B, & eidem parallela B F, Lunam tangens. Fiat angulus B C D æqualis apparenti Solis ſemidiametro, per D ducatur tangens DG, eritque per Lemma,

ma, angulus FEG æqualis angulo BCD, ſeu ſemidiametro Solis; adeoque cum EF ad centrum Solis tendat, EG Solem ad ſuperiorem marginem continget. Sed & Lunam quoque tangit; adeoque puncto ejus I manente immobili, ſi motu conico feratur, conum penumbroſum efficiet. Ob parallelas autem EF, CS, erunt anguli FEI, EIC alterni æquales. Sed angulus EIC eſt ſemiangulus Coni Penumbroſi. Et eſt FEI ſemidiameter apparens Solis; erit itaque ſemiangulus Coni ſemper æqualis ſemidiametro apparenti Solis. Conus itaque umbroſus & Penumbroſi pars ea quæ Solem & ſphæram opacam interjacet, ſunt figuræ ſimiles & æquales, habent enim angulos & baſes æquales.

Coni umbroſi terreſtris altitudo ſic invenitur. Sit CT ſemidiameter Terræ, TM altitudo Coni. Poſito TM radio erit CT ſinus anguli TMC ſemianguli coni, qui æqualis eſt ſemidiametro apparenti Solis, in mediocri ejus diſtantia, circiter 16′; Fiat igitur ut ſinus 16′, ad radium, ita ſemidiameter Terræ, ad quartum; & invenietur TM æqualis 2148. ſemidiametris Terrenis. At quando Terra maxime à Sole diſtat, ſemidiameter Solis ſeu ſemiangulus Coni eſt 15′: 50″ & tunc altitudo umbræ evadit æqualis 217 ſemidiametris Terræ. Cum Terræ diameter ſit ad diametrum Lunæ ut 100 ad 28. erit Altitudo Coni terreſtris ad altitudinem coni umbroſi Lunæ in eadem ratione; ſunt enim Figuræ ſimiles, adeoque erit æqualis 59. 36 ſemidiametris Terræ. Hinc ſi diſtantia Lunæ à Terra ejus mediocrem diſtantiam (quæ 60 circiter ſemidiametris Terræ æqualis eſt) ſuperet, umbroſus Lunæ Conus ad Terram non pertinget; in quo caſu, Eclipſis poteſt eſſe centralis, at non Totalis; ſed circa Lunam luminoſus Solis circulus quaſi annulus, aureus eam cingens, apparebit. Sequitur etiam quod ſi tempore Eclipſeos, Anomalia Lunæ minor ſit tribus ſignis, aut major novem, fieri non poteſt Eclipſis Solis totalis; in his enim omnibus Anomaliæ gradibus, Lunæ diſtantia eſt major media.

Altitudo Coni umbroſi Terræ. TAB. 22. *fig.* 5.

Altitudo Coni umbræ Lunæ.

Ut inveniatur quanta Terrenæ ſuperficiei pars Lunari umbra involvi poteſt. Ponamus diſtantiam Solis eſſe maximam, in quo caſu Altitudo Coni umbroſi eſt maxima, ſcil. circiter

Quanta ſuperficiei Terreſtris pars Umbrâ includi poteſt.

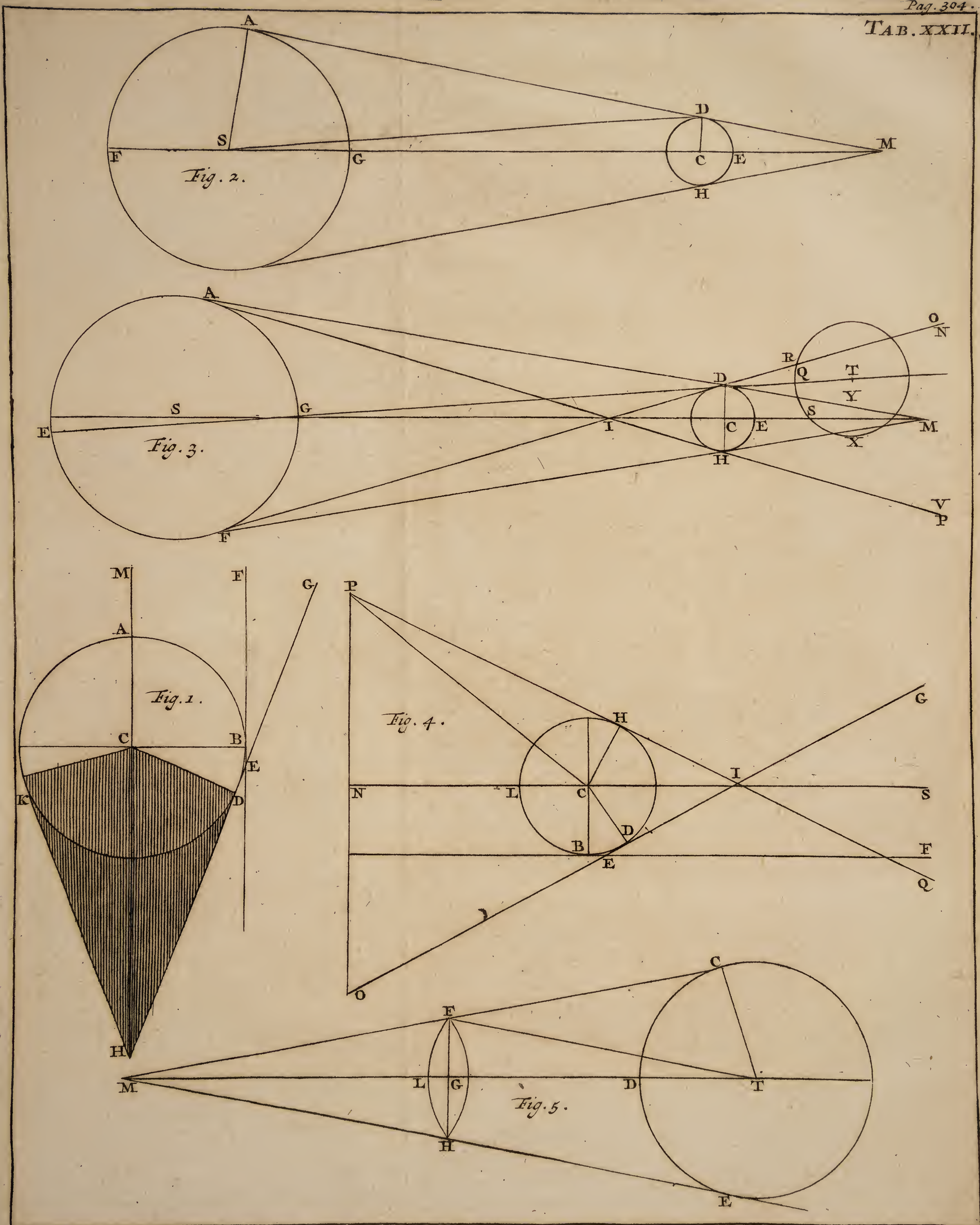
ter 60 ſemidiametris Terræ. Ponamus etiam diſtantiam Lunæ à Terra eſſe minimam, ut craſſior pars umbræ in Terram incidat, eſtque hæc diſtantia minima æqualis circiter 56. ſemidiametris Terræ.

TAB. 23. fig. 1. Sit L Luna, ABD, Terra, cujus centrum T, LM altitudo coni umbroſi, æqualis 60 ſemidiametris Terræ; LT diſtantia Lunæ à Terra æqualis 56 ſemidiametris. Erit itaque TM æqualis quatuor ſemidiametris Terræ, unde TB, ad TM, ut 1, ad 4, ſed ut TB, ad TM, ita ſinus anguli TMB, ad ſinum anguli TBM, eſt vero angulus TMB 15′: 50″ adeoque innoteſcet angulus TBM 63. min. primis cum 13 ſecundis cui ſi addatur angulus TMB 15′: 50″; habebitur angulus ATB, qui his duobus eſt æqualis nempe 79 min. prim. quibus æqualis eſt arcus AB, cujus duplum BAC eſt 158 min. ſeu 2 grad. 38 minut. ſeu milliaribus Anglicanis 180 circiter. Supponimus hic Axem umbræ tranſire per centrum Terræ; At ſi Axis hic ſit ad Terræ ſuperficiem obliquus, Conus oblique ſecabit ſuperficiem Terræ & figura umbræ evadet Ovalis.

Quantam ſuperficiei partem penumbra continet. *TAB. 23. fig. 2.* Si quæratur quanta ſuperficiei Terreſtris pars poteſt in Penumbra Lunari contineri; illam hac ratione exquirere licet. Ponamus apparentem Solis diametrum eſſe maximam, cum ſcil. Terra eſt in Perihelio, eſtque illa 16′: 23″ Sit jam ABD Terra, L Luna, AMB ſemiangulus coni Penumbroſi 16′ 23″. unde invenietur altitudo LM æqualis 58 ſemidiametris terreſtribus. Sit Luna in Apogeo, adeoque in diſtantiâ à Terra maximâ, quæ eſt 64 ſemidiametris Terræ; hinc eſt TM æqualis TL + LM æqualis 122 ſemidiametris Terræ, adeoque TB, ad TM, 1 ad 122; ſed per Theorema Trigonometricum eſt TB, ad TM, ut ſinus anguli TMB ſcil. ſinus 16′: 23″ ad ſinum anguli MBN, qui itaque erit 35°: 42′. à quo ſi ſubſtrahatur angulus TMB, 16′ 23″, reſtabit angulus MTB, ſeu arcus AB 35° 25: cujus duplus eſt arcus CAB æqualis 70. grad. min. 50, qui conſtat circiter 4900 milliaribus Anglicanis.

Apparens diameter Umbræ terreſtris. Si conus Terræ umbroſus, ad Lunæ cælum plano transverſe ſecetur, Sectio fit circulus, quæ umbra dicitur, cujus

TAB. XXII.


Fig. 2.
A
S
F
G
D
C
E
H
M
Fig. 3.
A
S
G
E
I
D
C
E
H
F
R
Q
T
Y
S
X
O
N
M
V
P
Fig. 1.
M
F
G
A
C
B
E
K
D
H
Fig. 4.
P
H
I
G
N
L
C
S
D
B
E
F
Q
O
Fig. 5.
C
F
M
L
G
D
T
H
E

jus apparens diameter è centro Telluris viſa ſic determinatur: ſit T centrum Terræ, CMT ſemiangulus Coni umbroſi; FLH ſectio umbræ ad Lunæ cælum, ejuſque diameter FH. Ex noto ſemiangulo coni innoteſcet ejus altitudo TM; datur etiam TL diſtantia Lunæ à Terra; unde innoteſcet quoque ML, ſed datur angulus FML, æqualis ſcil. ſemidiametro Solis apparenti; anguli autem ſub quibus idem objectum videtur, ſunt reciproce ut diſtantiae unde videtur objectum; quare ſi fiat ut TG ad MG, ita angulus FMG notus ad angulum FTG, qui propterea innoteſcet. *TAB. 22. fig. 5.*

Quin etiam hâc ratione obtineri poteſt angulus FTG, ſcil. datâ FT diſtantiâ Lunæ à Terrâ & CT ſemidiametro Terræ, dabitur angulus CFT ſemidiameter apparens Terræ è Luna viſa quæ *Parallaxis Lunæ horizontalis* dicitur, utpote quæ eidem eſt æqualis; quare in triangulo TFM, eſt angulus externus CFT, æqualis duobus internis & oppoſitis, adeoque ſi ab angulo CFT noto, auferatur angulus FMT notus, reſtabit angulus FTM vel FTG apparens umbræ ſemidiameter. Apparentes autem Terræ ſemidiametri ſeu Lunæ Parallaxes horizontales, pro variis ejus à Terrâ diſtantiis, habentur in Tabulis Aſtronomicis. *Alia methodus idem exquirendi. Parallaxis Lunæ horizontalis.*

Sit vel ☊L portio orbitæ Lunaris, quam Luna prope plenilunium percurrit; quæ cum parva ſit, pro recta haberi poteſt, per quam tranſeat planum ad Eclipticæ planum normale illudque ſecat in recta ☊M, in quam ex L cadat perpendicularis LG, circulus FMO repraeſentet umbram Terræ, cujus centrum G, erit GL latitudo ſeu diſtantia Lunæ ab Eclipticâ, momento plenilunii, quæ parum differt à Lunæ diſtantia minima. Patet ſi GL Latitudo Lunæ major ſit quam ſumma ſemidiametrorum umbræ & Lunæ, tunc Lunam in umbram non incurrere. Neque fiet Eclipſis. At ſi Latitudo Lunæ ſit huic ſummæ æqualis, Lunæ limbus tanget umbram, ſed non ingredietur. Si Latitudo Lunæ ſit minor ſummâ ſemidiametrorum umbræ & Lunæ, at major earum differentiâ, fiet Eclipſis partialis. At ſi Latitudo ſit minor eâdem differentiâ ſemidiametrorum umbræ & Lunæ Eclipſis erit totalis. Hinc innoteſcent termini Ecliptici, quibus ſi diſtantia Lunæ à nodo ſit minor, tempore Plenilunii fieri po- *Quando fient Eclipſes Lunæ. TAB. 23. fig. 3. 4. 5. fig. 3. fig. 4. fig. 5. Termini Ecliptici.*

 teſt

TAB. 23. *fig.* 6. teſt Ecclipſis: ſi major, non poteſt. Referat ☊s portionem Eclipticæ, ☊L portionem orbitæ Lunæ, SL latitudinem Lunæ tempore plenilunii; quæ latitudo ſit talis, ut Lunæ limbus tangat circulum umbroſum, ſitque Nodus ad ☊, angulus L☊S eſt inclinatio orbis Lunaris ad Eclipticam 5 circiter graduum, & LS Latitudo Lunæ, ubi ejus limbus contingit umbram 66′. min. Itaque datis LS & angulo L☊S invenitur ☊S ſeu diſtantia puncti Eclipticæ Soli oppoſiti, à nodo ſcil. 754 min. ſeu 12 gr. 34′ unde ſi longius diſtet punctum Eclipticæ Soli oppoſitum, vel Luna à ☊. nulla erit Eclipſis.

TAB. 23. *fig.* 7. Sit L Lunæ centrum, ejus Conus umbroſus DME, hic conus ad diſtantiam Terræ plano transverſe ſecetur, ſectio fiet circulus, cujus ſemidiameter dicitur ſemidiameter umbræ Lunæ; angulus autem, ſub quo ſemidiameter umbræ ex Lunâ viſa apparet, æqualis eſt differentiæ ſemidiametrorum

Apparens umbræ Lunaris diameter è Luna viſâ. apparentium Solis & Lunæ è Terra viſarum. Eſt enim angulus LPD ſemidiameter apparens Lunæ, æqualis duobus internis angulis PLM, & PML; unde angulus PLM vel PLT ſemidiameter apparens umbræ æqualis eſt angulo LPD dempto angulo LMP, hoc eſt ſemidiametro Lunæ apparenti dempta ſemidiametro apparenti Solis.

Apparens Penumbræ diameter. TAB. 20. *fig.* 7. Sit L Luna, AMB conus penumbroſus ad terram uſque protenſus, ejuſque Axis MT; ſi conus per T tranſverſe plano ſecetur, fiet circulus, cujus ſemidiameter AT, dicitur Penumbræ ſemidiameter; & angulus ſub quo illa ex Lunâ apparet eſt TLA, qui cum trianguli LMA externus ſit angulus, erit æqualis internis & oppoſitis LAM & LMA; ſed angulus LMA eſt ſemiangulus coni, & æqualis ſemidiametro apparenti Solis & MAL ſeu CAL æqualis eſt ſemidiametro apparenti Lunæ, ex Terra conſpectæ, unde ſemidiameter apparens Penumbræ ex Lunâ viſa, æqualis erit ſummæ ſemidiametrorum apparentium Solis & Lunæ.

Via Lunæ à Sole. Si nullus eſſet motus Solis apparens, ex motu reali Terræ ortus, *via Lunæ à Sole* eadem eſſet ac via in propria orbita. At quia dum Luna in orbita progreditur, Sol etiam in Ecliptica incedere videtur, via Lunæ à Sole diverſa erit

ab

ab orbitâ Lunæ, ejuſque inclinatio ad Eclipticam major e-rit inclinatione orbitæ Lunaris ad eandem. Sit ☊ A Lunaris orbitæ portio, & Sol & Luna conjungantur in ☊ deinde dum Luna in orbita deſcribit ſpatium ☊ L, Sol in Ecliptica per ſpatium ☊ S motu apparenti feratur, erit SL via Lunæ à Sole. At ſi duo corpora ſecundum eandem plagam ferantur, motus ipſorum relativus, quo unum ab altero recedit, idem erit ac ſi corpus tardius motum quieſceret, & alterum cum velocitatum differentia latum eſſet, ut in Lectionibus Phyſicis demonſtratur. Per Lunæ locum L ducatur BL Eclipticæ parallela, cui ſit perpendicularis ☊ B. Et dum Luna in orbitâ lineam ☊ L deſcribit motus ejus ſecundum Eclipticam erit per ſpatium æquale BL, ſit Ll æqualis S☊, & ducta ☊l, erit ea ad SL parallela, motuſque Lunæ à Sole, idem erit ac ſi Sol in ☊ quieſceret, & Luna ſecundum Eclipticam lata eſſet, velocitate Bl, velocitatum ſcil. differentiâ. Cum autem anguli BL☊, & Bl☊ parvi ſint, erit angulus BL☊ ad angulum Bl☊, ut Bl ad BL; hoc eſt ut differentia motuum Solis & Lunæ ſecundum Eclipticam ad motum Lunæ in Eclipticâ, ita erit angulus quem facit orbita Lunæ cum Ecliptica, ad angulum Bl☊; qui æqualis eſt angulo l☊E, ſeu LSE angulo inclinationis viæ Lunæ à Sole cum Eclipticâ. TAB. 23. fig. 8.

Hinc quoque innoteſcet angulus, quem circulus Latitudinis per quodvis Eclipticæ punctum ductus facit cum via Lunæ à Sole. Nam in Triangulo Sphærico rectangulo, quem Ecliptica, via Lunæ, & circulus Latitudinis faciunt, datur unus angulus, Inclinatio viæ Lunæ ad Eclipticam, & baſis, diſtantia ſcil. circuli Latitudinis à Nodo, unde & alter angulus acutus dabitur.

LECTIO XIII.

De Projectione Umbræ Lunaris in Telluris Diſcum.

SI linea recta in planum ſibi parallelum projiciatur, demiſſis à ſingulis ejus punctis perpendicularibus in planum, Projectio, ſeu locus ubi perpendiculares planum offendunt, erit linea recta priori parallela, & æqualis; nam perpendicula-

culares, quæ ab extremis Rectæ punctis in planum ducuntur, ſunt parallelæ & æquales, unde quæ ipſas conjungunt rectæ lineæ, æquales & parallelæ erunt. Hinc ſi duæ rectæ lineæ ſeſe contingentes, plano alicui ſint parallelæ, ipſarum in planum illud Projectiones, & ipſæ rectæ lineæ æquales angulos continebunt, uti liquet per 10. El. XI. Adeoque ſi Figura quælibet plana in planum ſibi parallelum projiciatur, Projectio erit figura ei ſimilis & æqualis.

At ſi linea ad planum inclinetur, ejus projectio, demiſſis perpendicularibus in planum, erit ad ipſam lineam, ut coſinus anguli inclinationis ad radium. Sit AB linea ad planum inclinata, & DE repræſentet planum ad quod inclinatur, demiſſis à punctis A & B perpendicularibus rectis A*a* B*b*; erit *ab* projectio lineæ AB, cui ſi ducatur per B parallela BC perpendiculari A*a* occurrens in C, erit BC æqualis *ab*; ſed eſt BC ad AB; ut coſinus anguli ABC ad radium; unde erit *ab* ad AB, ut coſinus anguli inclinationis ad radium. Hinc ſequitur figuram omnem, cujus planum ad planum projectionis eſt perpendiculare, projici in lineam rectam. Nam perpendiculares à quibuſvis plani punctis in planum projectionis demiſſæ, ſemper cadent in communem planorum ſectionem. Hujuſmodi linearum & Figurarum projectio Dicitur *Projectio Orthographica.*

TAB. 23. *fig.* 9.

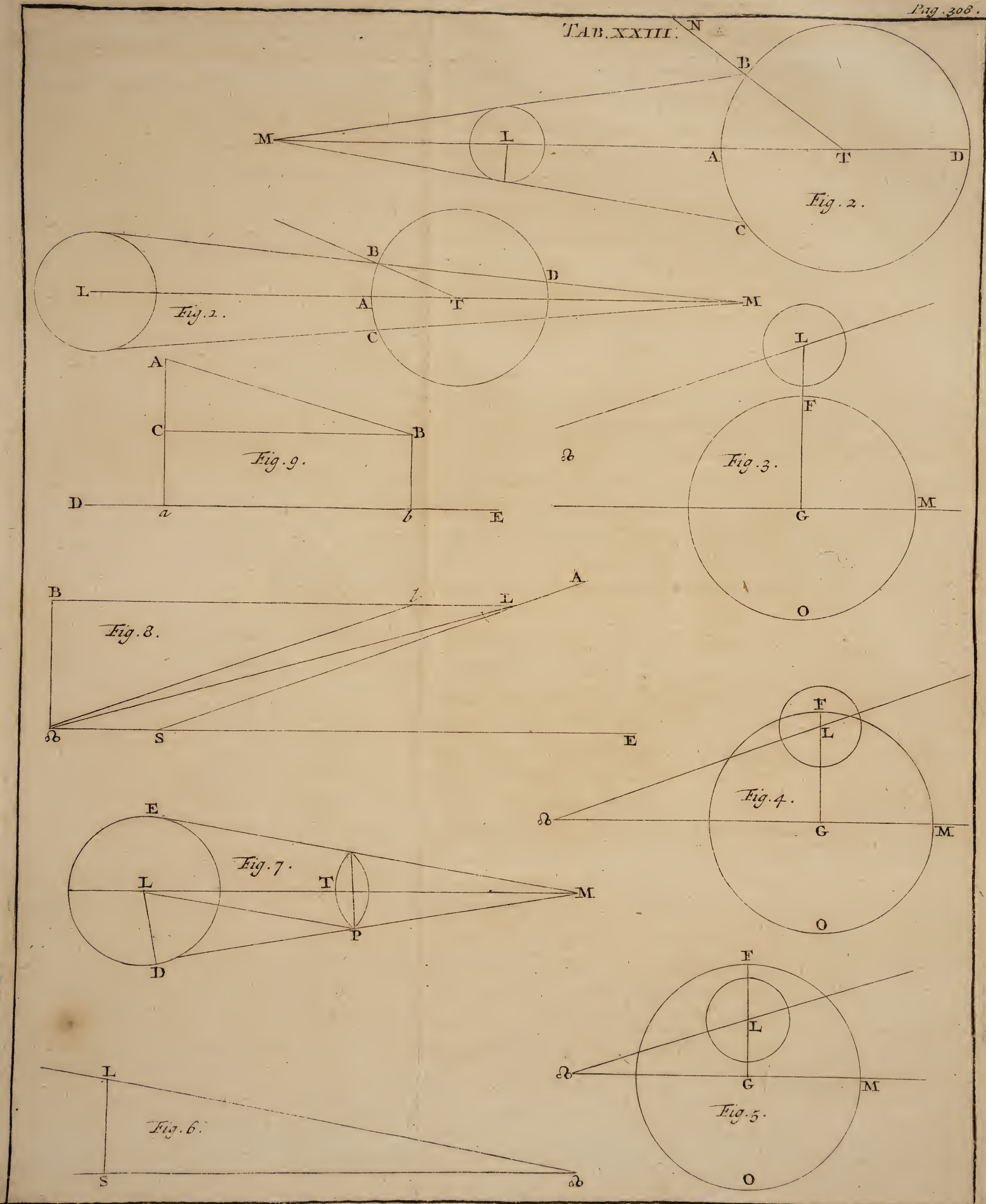
Projectio Orthographica.

Si per Telluris centrum tranſire concipiatur Planum, ad quod recta, Solis & Terræ centra conjungens, ſit perpendicularis, planum hoc in Terrâ efficiet circulum, qui Hemiſphærium illuſtratum à tenebroſo diſtinguet; quemque circulum lucis & umbræ Finitorem in ſuperioribus lectionibus nominavimus; hìc *Telluris Diſcum* appellari illum liceat, qui diſcus ſpectatori in Lunæ cœlo, & in recta quæ centra Solis & Terræ conjungit conſtituto, directe obvertitur, & in illum Æquator Terreſtris, ejuſque Paralleli, Poli & circuli omnes in ſuperficie Terræ projici videntur. Nam rectæ è centro Solis ad quælibet diſci puncta cenſendæ ſunt parallelæ, adeoque cum ea linea, quæ ad centrum diſci ducitur, ſit ejus plano perpendicularis, erunt reliquæ omnes, a centro Solis ductæ & per quælibet Telluris puncta tranſeuntes

Telluris Diſcus.

Projectio in Diſcum Orthographica.

eunte3.


TAB. XXIII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.

euntes lineæ, ad diſci planum normales. Præterea per converſionem Telluris circa proprium Axem, Regiones omnes Terreſtres, Civitates & oppida, ſemitas in hoc diſco deſcribere à ſpectatore in Lunæ cœlo conſpicientur. Nam vertigine diurnâ Æquatorem, vel ei parallelos deſcribunt, & ſi Sol ſit in Æquinoctiali plano, hi circuli, cum in hoc caſu ſint ad planum diſci recti, in rectas lineas projicientur: at in aliis caſibus projicientur in Ellipſes quæ erunt ſemitæ, quas ſpectator loca Telluris in diſco percurrere videbit. Et ſi per Polum Telluris circulus immobilis traducatur, cujus Planum productum per Solem tranſeat, fiet Meridianus Univerſalis; ad cujus Planum cum locus quilibet pervenerit, fit iſtius loci incolis meridies: cum vero locus quilibet marginem diſci occidentalem primo attigerit, iſtius loci incolæ Solem orientem videbunt. At ſpectator in Lunæ cælo, locum in diſco oriri aſpiciet; & verſus orientem progredi, cumque meridianum tranſiverit, locus Sole orientalior factus Sol è Terra verſus occidentem vergere, apparebit; ad marginem denique diſci orientalem pervento loco, mox is occidere & in tenebroſâ Telluris parte ſe abſcondere, è Luna videbitur, cum Loci Incola Solem occidentem & è conſpectu ejus ſeſe ſubducentem videbit. *Meridianus Univerſalis.*

Diſci magnitudo per angulum ſub quo Terræ ſemidiameter è Luna videtur, æſtimatur; Eſtque idem angulus qui Parallaxis Lunæ Horizontalis dicitur. Et ſi a Lunâ in planum Eclipticæ perpendicularis demittatur, quæ Lunæ diſtantiam ab Ecliptica metitur, erit hæc linea plano diſci parallela, adeoque in rectam ſibi æqualem & parallelam projicietur in planum diſci; eritque angulus ſub quo projectio è Luna apparet, æqualis angulo ſub quo ipſa perpendicularis è Terra videtur; nam æquales rectæ ex æqualibus diſtantiis directe viſæ, ſub æqualibus angulis videntur. *Diſci magnitudo.*

Via Lunæ à Sole, ſi ejus capiatur pars illa exigua, quæ tempore Eclipſis Diſco obvertitur, pro recta linea haberi poteſt, & in diſco in rectam ſibi æqualem projicietur, ejuſque projectio cum circulo Latitudinis projecto eundem angulum continebit, quem via Lunaris facit cum eodem in *Via Lunæ à Sole in diſcum projecta.*

Eclipticæ. Hanc lineam centrum Penumbræ in plano diſci exceptæ percurrere videbitur.

TAB. 24. fig. 1.

Latitudo Lunæ in diſcum projecta.

Circulus DKG Telluris diſcum repræſentet, cujus ſemidiameter tot contineat partes quot parallaxis Lunæ horizontalis, ſeu ſemidiameter apparens Terræ è Luna viſa conſtat ſcrupulis. Linea NT ſit diſtantia Lunæ à plano Eclipticæ tempore novilunii in planum diſci projecta, tot etiam conſtans partibus, quot Latitudo Lunæ habet ſcrupula. ☊ K Eclipticæ portio ☊ *l* viæ Lunaris à Sole portio in diſci planum projectæ. Ex centro diſci T, in Penumbræ ſemitam demittatur perpendicularis TV; hæc recta metitur minimam diſtantiam centrorum Diſci & Umbrae Lunaris. Centro V deſcribatur circellus parvus, cujus ſemidiameter ſit æqualis exceſſui ſemidiametri Lunæ apparentis ſupra Solis apparentem diametrum: circellus ille umbram Lunarem exponet, nam oſtenſum eſt Umbram illam è Luna viſam æqualem eſſe differentiæ apparentium diametrorum Solis & Lunæ. Rurſus ſi deſcribatur circulus HM priori concentricus, cujus ſemidiameter VM ſit ad ſemidiametrum diſci, ut ſumma ſemidiametrorum Solis & Lunæ ad diametrum apparentem Terræ, ſeu ad parallaxem Lunæ horizontalem circulus hic penumbram Lunarem exponet, in ejus diſtantiâ à centro diſci minimâ. Oſtenſum enim eſt ſemidiametrum apparentem penumbræ huic ſummæ fuiſſe æqualem. Adeoque ſi hic circulus diſcum non attingat, nulla omnino futura eſt Solis Eclipſis; hoc eſt ſi diſtantia illa VT major ſit ſummâ ſemidiametrorum diſci & Penumbræ, vel quod idem eſt, major ſummâ ſemidiametrorum Solis & Lunæ & Parallaxis Lunæ horizontalis, nulla habebitur Eclipſis: ſi diſtantia VT huic ſummæ ſit æqualis, Penumbra Terram ſtringet, in illam tamen non incurret. At ſi VT ſit hâc ſummâ minor, hoc eſt ſi VT, ſit minor quam VM, & TR, aliquam diſci Telluris partem Penumbra teget. Et qui ſegmento RZMY includuntur, Eclipſim Solis partialem ſaltem videbunt.

Quando Terra ab Eclipſi immunis eſt.

TAB. 24. fig. 2.

Quando Eclipſes Partiales.

Si vero diſtantia minima TV, ſit minor differentiâ ſemidiametri diſci, & circelli penumbroſi, hoc eſt ſi minor ſit differentiâ ſemidiametrorum Solis & Lunæ & Parallaxi Lunæ ho-

Quando Eclipſes Solis totales.

horizontali ſimul ſumptis, circellus umbroſus aliquam diſci partem percurret, inque iis locis per quæ tranſit, Eclipſim Totalem Solis efficiet. Eclipſis illa Totalis ſemper fit ſine notabili morâ, quia circellus admodum parvus eſt, cum Lunæ apparens diameter Solis apparentem diametrum parum ſuperet: & raro exceſſus hic ſeu diameter umbræ duobus minutis primis adæquatur, quod ſpatium in plano diſci ab umbra percurretur quatuor circiter horæ minutis primis; ejus tamen mora in aliquo loco longior eſſe poteſt, ob motum loci interea factum ſecundum eandem plagam. TAB. 24. *fig.* 3.

Hinc innoteſcent termini Ecliptici, ſeu diſtantia Lunæ à nodo tempore conjunctionis ut poſſibilis ſit Eclipſis Solis; Sit enim circulus ROG diſcus Terreſtris, ☊TK linea ſit interſectio plani Eclipticæ cum plano diſci, eſtque projectio portionis Eclipticæ in idem planum ☊N portio viæ Lunaris in planum diſci projectæ. TV minima diſtantia centrorum umbræ & diſci ſimiliter projecta, æqualis ſemidiametro diſci & ſemidiametro penumbræ ſimul ſumptis: in Triangulo ☊TV, datur latus TV, quod cum maximum eſt, 94½ minutis primis conſtat, datur quoque angulus ad ☊ qui cum minimus eſt, conſtat gradibus 5. min. 30. unde invenietur ☊T æquale 986 minutis primis ſeu grad. 16. min. 26., cumque in hoc caſu penumbra Telluris diſcum tantùm ſtringit, neceſſe eſt ut tempore noviluni Ecliptici Luna à nodo minus diſtet quam 16 gr. 26. *Termini Ecliptici.* TAB. 24. *fig.* 4.

Referat ut prius RKG diſcum Terreſtrem, ☊TK portionem Eclipticæ in diſci planum projectam, ☊*l* ſemitam centri penumbræ per diſcum tranſcurrentis, erit TN Latitudo Lunæ, & TV minima diſtantia centrorum umbræ & diſci. Sit circulus OPQ penumbra, à D per VN ad *l* pergens, in cujus medio eſt circellus umbram repræſentans, ſitque notum tempus conjunctionis, ſeu cum penumbræ centrum eſt in N, quod per Tabulas Aſtronomicas datur; dabitur inde tempus cum centrum Umbræ eſt in V, hoc eſt tempus Eclipſationis mediæ. Nam in triangulo rectangulo TVN, datur TN latitudo Lunæ, & angulus TNV, quem circulus La- TAB. 24. *fig.* 5. *Tempus Eclipſationis mediæ.*

titudinis facit cum via Lunæ unde innoteſcet VN, & TV; ſed ex motu Lunæ à Sole dabitur tempus, quo umbræ centrum percurrit ſpatium VN, hoc tempus à tempore conjunctionis ſubductum, vel additum, dabit tempus Eclipſationis mediæ. Præterea in triangulo rectangulo DTV, dantur DT ſumma ſemidiametrorum diſci & Penumbræ, & TV diſtantia minima jam inventa, ex his innoteſcet DV, & inde tempus quo umbra percurret arcum DV, hoc eſt ſemiduratio Eclipſeos in diſco, & hinc quoque datur punctum temporis quando Penumbra diſcum primo attingit, & ſimiliter invenietur tempus quando ipſum relinquit.

Semiduratio Eclipſeos.

Locus cui Sol dato temporis momento eſt verticalis.

Dato Loco Solis in Eclipticâ pro quovis temporis momento, exinde innoteſcet locus in ſuperficie terreſtri, cui Sol eo momento eſt verticalis, ſeu in cœli puncto altiſſimo. Nam loci Latitudo eſt æqualis declinationi Solis, ſeu diſtantiæ ejus ab æquatore; & Longitudo a loco quo tempus computatur habetur, vertendo tempus à meridie in gradus & minuta Æquatoris, ſingulis horis quindecim gradus, ſingulisque minutis quindecim gradûs minuta aſſignando, v. gr. Longitudo loci in cujus vertice eſt Sol, cum Oxonii hora nona & dimidia matutina numeratur, habetur ſubſtrahendo 9 h. 30′ à 12 & reſtabunt horæ 2. 30′ quæ in 15 ductæ efficiunt gradus 37: minut. 30. Locus itaque ille erit gr. 37. min. 30. Oxonio orientalior.

Elevatio Poli ſupra diſcum. TAB. 24. *fig.* 6.

Circulus FRK ut prius repræſentet Telluris diſcum, FTK portionem Eclipticæ in diſcum projectam, cui ſit normalis TR, erit illa axeos Eclipticæ projectio & punctum R ejuſdem polus, ſitque P polus Terræ projectus. Per T & polum P concipiamus tranſire circulum TPS qui meridianum univerſalem repræſentet, & Elevatio Poli ſupra diſci planum æqualis erit declinationi Solis. Nam arcus meridiani inter Solem & diſci peripheriam interceptus eſt circuli quadrans; & arcus ejuſdem meridiani inter æquatorem & polum eſt quoque circuli quadrans. Quare ab æqualibus ablato communi TP, erit PS elevatio poli ſupra diſcum, æqualis diſtantiæ Solis ab Æquatore.

Notandum eſt quando Sol tenet ſigna ♑ ♒ ♓ ♈ ♉ ♊ ſeu po-

potius quando Terra tenet ſigna oppoſita, Punctum S, ubi meridianus diſci peripheriæ occurrit, cadere ad dextram Poli Eclipticæ, at quando in reliquis ſex ſignis ſit, punctum illud erit ad ſiniſtram reſpectu poli Eclipticæ, ſecus ac fit ubi projectio concipitur fieri in plano ad Lunæ cælum, quod eſt ad planum diſci parallelum; quodque per rectam jungentem Solis & Terræ centra tranſit.

Poſitio meridiani per Solem tranſeuntis determinatur.

Ut habeatur angulus RTS, ſeu diſci arcus RS, inter polum Eclipticæ & meridianum interceptus; In triangulo Sphærico rectangulo RSP, datur arcus RP, diſtantia Poli Eclipticæ, ab æquatoris polo ſcil. 23$\frac{1}{2}$ grad. Item latus PS æquale declinationi Solis. Quare per Trigonometriam innoteſcet latus RS, ſeu menſura anguli RTS. In TS capiatur TP æqualis conſinui declinationis Solis poſito TS radio & erit P Punctum in quod projicitur Polus.

Determinatur locus Terræ in quem penumbra primo incidit.

Ut habeatur locus Terræ Q. ubi penumbra diſcum primum attingit, ſeu ubi Sol oriens in ſupremo ſui puncto deficere videtur, ducatur per polum meridianus PQ ad punctum Q, ubi penumbra primo tangit diſcum. Et primo in triangulo rectangulo rectilineo DTV ex datis DT TV, innoteſcet angulus DTV, cui ſi addatur vel ſubtrahatur angulus datus VTP, qui eſt ſumma vel differentia notorum angulorum VTN, NTP, dabitur angulus QTP. Hinc in Triangulo in ſuperficie terræ Sphærico rectangulo SPQ, datur SP æqualis declinationi Solis & arcus SQ qui eſt menſura anguli STQ; dabitur inde arcus PQ complementum Latitudinis loci Q. Item dabitur SPQ angulus, ejuſque complementum ad duos rectos, ſcil. angulus QPT; qui eſt menſura diſtantiæ meridianorum loci Q, & loci iſtius cui Sol eſt verticalis, cumque locus hic notus ſit, innoteſcet quoque locus Q, nam nota eſt tam Longitudo ejus, quam Latitudo.

Determinatio Loci Terræ qui dato quolibet momento umbrâ involvitur.

Eâdem methodo innoteſcet locus Terræ qui umbra totali primo involvitur. Et ſimili fere ratione habebitur locus terræ M, qui umbrâ involvitur pro quolibet temporis momento, ante vel poſt Eclipſationis medium. Nam ex dato temporis momento per motum horarium Lunæ â Sole invenitur recta MV, & punctum M in diſco ubi incumbit centrum um-

bræ, & in triangulo itaque rectangulo MVT, ex datis MV, VT, dabitur MT, & angulus MTV, cui ſi addatur vel ſubtrahatur angulus notus VTP, dabitur angulus MTP; eſt vero MT ſinus arcus circuli verticalis, qui per verticem loci M & punctum ſub Sole tranſit, poſita ſemidiametro diſci pro radio; ſi itaque fiat ut ſemidiameter diſci, ad MT, ita Radius ad ſinum arcus, qui erit diſtantia Solis à vertice M. In triangulo itaque Sphærico in ſuperficie Terræ MPT, dantur PT diſtantia Solis à polo, & MT diſtantia Solis à vertice, & angulus MTP, unde dabitur MP complementum Latitudinis Loci, & angulus MPT qui oſtendet differentiam meridianorum loci M, & loci illius cui Sol verticalis eſt; ſed datur differentia meridianorum iſtius loci cui Sol verticalis eſt, & loci à quo tempus computatur; quare dabitur differentia meridianorum loci M, & loci à quo tempus computatur. Ex quâ innoteſcet locus M. Atque hâc methodo ſi plura inveniantur loca, per quæ centrum umbræ tranſit, lineiſque jungantur, habebitur ſemita Umbræ in Telluris ſuperficie.

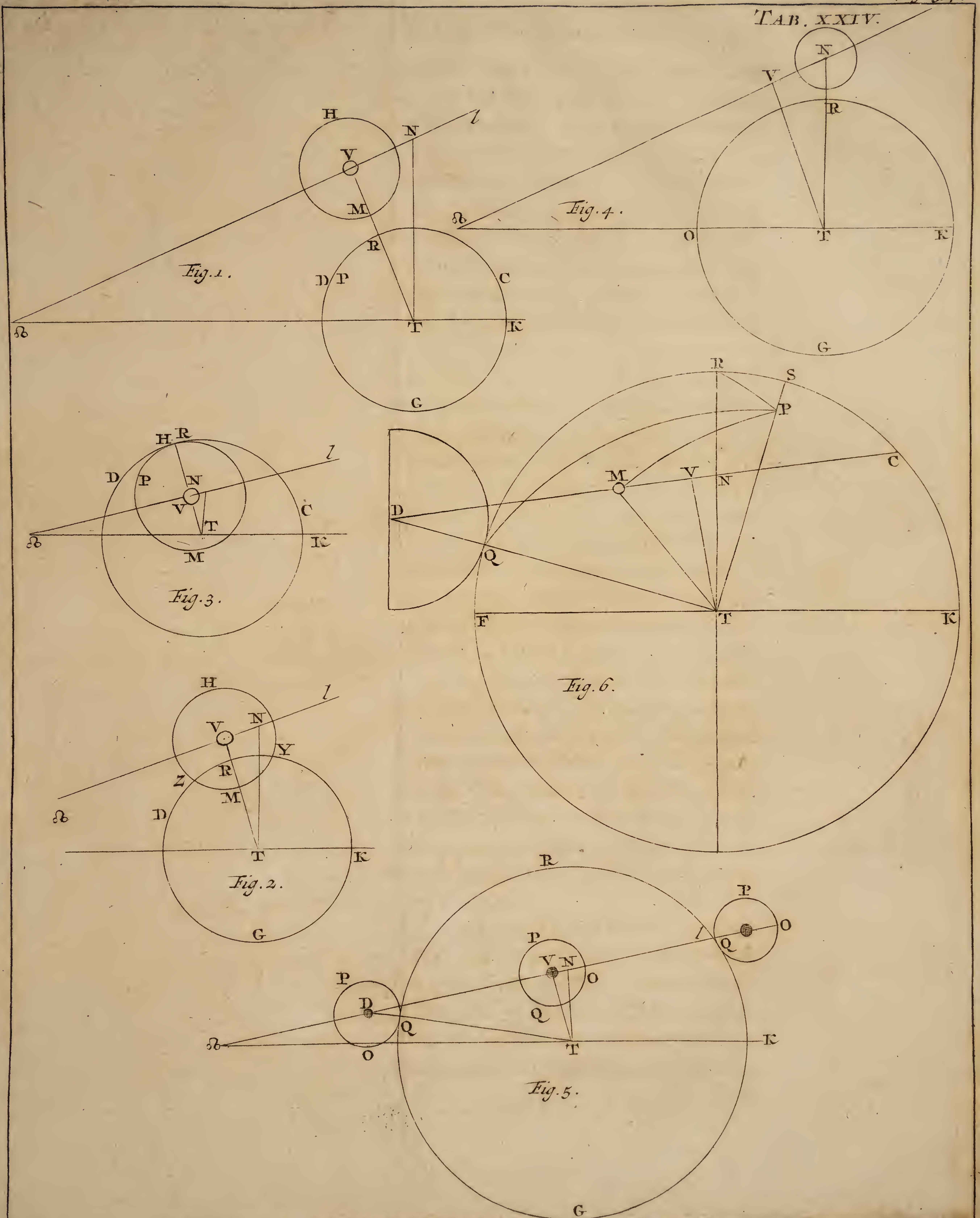
Pars Solaris diametri obſcurata. TAB. 25. *fig.* 1.

Pars diametri Solaris obſcurata innoteſcet ex loco ſpectatoris intra penumbram, ſeu ex ejus diſtantia à centro umbræ. Sit enim ASB diameter Solis diametro Penumbræ EF parallela, ducatur recta MCB, Lunam ſtringens ad dextrum Solaris diametri terminum, GCA vero ad ſiniſtrum Solaris diametri terminum tendat: erit angulus ACB æqualis diametro apparenti Solis, & Triangula ACB, MCF erunt ſimilia: ſit jam ſpectator intra penumbram in G locatus, ducatur recta GCP, tangens Lunæ globum, & erit AP pars diametri Solaris à Lunâ obſcurata ſpectatori in G; ſed recta GA cum per triangulorum vertices ad C quam proxime tranſit, baſes AB, MF ſimiliter fere dividet; unde AP, ad AB, ut GF, ad MF. Eſt itaque pars obſcurata diametri Solaris, ad ipſam diametrum, ut diſtantia Loci à margine Penumbræ, ad Penumbræ ſemidiametrum diminutam ſemidiametro Umbræ.

Quantitas Eclipſeos per digitos menſuratur.

Dividunt Aſtronomi Solarem Diametrum, ſicuti etiam Lunarem in duodecim partes æquales; quas digitos appellant, quibus quantitatem obſcurationis dimetiuntur. Et Eclipſim dicunt tot eſſe digitorum, quot diametri pars obſcurata conſtat digitis.

Si


TAB. XXIV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.

Si detur ſitus loci in diſco pro quolibet temporis momento, & quæratur quæ futura ſit Phaſis Eclipſeos eo momento in loco illo; hæc ſic invenitur. Sit s ſitus loci in diſco, quæratur pro illo temporis momento locus centri penumbræ in propria ſemitâ, qui ſit M; quo centro & ſemidiametro æquali ſemidiametro Lunæ deſcribatur circulus A F L, Item centro S, ſemidiametro SB, æquali ſemidiametro Solis, circulus EBG deſcribatur, quem circulus EFL interſecat in E & F, erit EBFA pars Solis à Lunâ tecta ſpectatori in S. Nam producatur MA ſemidiameter Lunæ ut fiat AD per S tranſiens æqualis ſemidiametro Solis, ſcil. æqualis BS, unde erit MD æqualis ſummæ ſemidiametrorum Solis, & Lunæ; adeoque ſemidiametro Penumbræ æqualis, & diſtantia Loci à margine Penumbræ erit SD. At quia eſt BS æqualis AD, erit AB æqualis SD. Fiat AN æqualis ſemidiametro Solis, eritque MN æqualis differentiæ ſemidiametrorum Solis & Lunæ; ſeu æqualis ſemidiametro umbræ: Sed oſtenſum eſt eſſe DS, ad DN, ut pars diametri Solis obſcurata, ad Solis diametrum; & ita quoque erit AB quæ eſt, ipſi DS æqualis, ad DN; ſed eſt DN æqualis Solis diametro, quare erit AB æqualis parti diametri Solis obſcuratæ.

Dato ſitu in diſco pro quolibet temporis momento invenitur phaſis Eclipſeos pro eo momento. TAB. 25. *fig.* 2.

Hinc Cuſpidum quoque poſitio determinatur, nam ducto verticali circulo TSG, arcus GE, GF, oſtendunt diſtantiam cuſpidum à ſupremo Solis puncto.

Si quæratis, Academici, velocitatem qua umbra Terræ diſcum percurrit, obſervandum eſt, viam Lunæ à Sole in diſcum projici in lineam ſibi æqualem, & parallelam; adeoque velocitas centri umbræ in propriâ ſemitâ in diſcum excepta, æqualis eſt velocitati quâ Luna viam ſuam à Sole percurrit. At motus Lunæ à Sole eſt circiter 30′½ in unâ horâ, adeoque ſpatium, quod centrum Penumbræ in unâ horâ intra diſcum percurrit, æquale eſt arcui 30′½ in orbita Lunari; verum orbitæ Lunaris ſemidiameter mediocris æqualis eſt 60 ſemidiametris Terræ, adeoque 1′ orbitæ Lunari æquale erit 60 minutis primis in Terræ ſuperficie, ſeu uni gradui circuli in Telluris ſuperficie maximi; hoc eſt 69 milliaribus Anglicanis; & proinde 30′½ minuta æquipollent 2104 milliaribus

Anglicanis; quod ſpatium umbra conficit in una horâ. At quamvis hæc ſit velocitas umbræ in Diſco Terreſtri, velocitas tamen, quâ à dato Loco in ſuperficie Telluris recedit, eâ minor eſt: Nam dum umbra ab occidente in orientem movetur, loca omnia Telluris interea per vertiginem Terræ diurnam abrepta, etiam ab occidente in orientem, ſed Lunâ tardius, feruntur; adeoque motum umbræ lentius ſequentes, velocitatem, quâ umbra ab iis recedit, diminuunt.

LECTIO XIV.

Nova Methodus computandi Eclipſes Solis e dato loco viſibiles.

Initium & finis Generalis Eclipſeos à paucis videri poſſunt.

HUc uſque Generalis Eclipſeos Solaris Phænomena expoſuimus, qualia ſcil. à Spectatore in Luna conſtituto videntur, modumque oſtendimus, quo univerſalis Eclipſeos Initium, Medium, atque Finis determinentur. Verum initium illud atque finis à paucis tantum videri poſſunt, ab iis ſcilicet, qui marginem diſci tunc occupant, & prope ſemitam umbræ locantur, cum interim ex aliis locis verſus interiora diſci ſitis nulla videbitur Eclipſis, neque iis Eclipſari Sol videbitur, niſi poſt ſatis notabile Tempus, quando ſcil. Penumbræ margo primo loca illa attigerit: finiſque erit Eclipſeos, quando margo eadem reliquerit; unde pro vario locorum ſitu, varia quoque erunt durationis Tempora, ſicuti & Eclipſeos quantitas, pro diversâ diſtantiâ locorum à ſemita umbræ.

Tempora & initia Eclipſeos pro diverſitate locorum ſunt diverſa.

Ut igitur Eclipſeos particularis Phaſes, quales è dato loco conſpiciendæ ſunt, habeantur; liceat novam vobis, Academici, exponere methodum, qua abſque moleſto illo, multiplici, & laborioſo Parallaxium calculo, quo ante nos utebantur Aſtronomi omnes, Phaſes illæ determinari poſſint. Sit itaque ſemicirculus AEB ſemidiſcus Telluris à Sole illuminatus, Polus Eclipticæ E, Terræ P. Cum locus quilibet in Terræ ſuperficie, motu diurno raptus, deſcribit circulum æquatori parallelum, & omnes paralleli præterquam in æquinoctiis ſint ad planum diſci inclinati, projicitur parallelus loci cujuſlibet in Ellipſim, quæ erit ſemita, in qua fer-

TAB. 26. fig. 1.

Paralleli omnes in Ellipſes projiciuntur.

ferri videbitur locus in plano diſci à ſpectatore in Luna conſtituto. Sit itaque F XII D. Ellipſis in quam projicitur parallelus loci cujuſlibet. Et projiciantur quoque circuli horarii, ſaltem projiciantur puncta in quibus circuli horarii parallelum ſecant, ſintque puncta VI VII VIII IX X XI XII I II III IV V VI. Et hora ſextâ matutinâ quem intra diſcum tenet locus erit VI; hora ſeptima in VII invenietur; hora octava ad punctum VIII deveniet; nona punctum IX occupabit, atque ita deinceps.

Sit C T portio ſemitæ centri Penumbræ in planum diſci exceptæ, atque hora 2da ſupponatur centrum illud in 2, hora tertia in 3, quarta in puncto 4 locari, itque ita deinceps. Hora ſecunda locus in diſco punctum II occupat, itaque diſtantia centri umbræ à loco erit 2 II. At ſi diſtantia illa ſecundum ſemitam Umbræ æſtimatur, demittatur à loco in ſemitam perpendicularis II L, eritque diſtantia hac ratione æſtimata, æqualis 2 L, & L punctum erit poſitio loci ad ſemitam umbræ reducta. Hora Tertia centrum umbræ ſit in 3, locus autem in III, eorum diſtantia ſit 3 III minor priore: hora quarta umbra ſit in 4 & locus in IV, in quo ſitu umbra propior ad locum facta erit, ita ut penumbræ margo locum attingat, & Eclipſis incipiat. Hora autem quinta cum centrum umbræ ſit in 5 & locus in V, magis in Penumbra involvitur, & magis ad locum accedit centrum umbræ. At hora ſexta centrum umbræ eſt in 6, jam magis in orientem promotum quam locus, qui punctum in diſco VI occupat, adeoque centrum umbræ locum præteribit; & continget tempus minimæ centri umbræ & loci diſtantiæ inter horam quintam & ſextam, poſt quod tempus ſemper augetur umbræ à loco diſtantia: & margo Penumbræ tandem locum relinquet, fietque finis Eclipſeos. Sequenti autem methodo Initium, Medium, Finis ſicuti Phaſes Eclipſeos è dato loco viſibiles accuratius definiuntur. Utque hoc fiat duo præmittimus Problemata.

Poſitio loci ad ſemitam Umbræ reducta.

PROBLEMA I.

Invenire in Diſco Telluris, ſitum dati loci, pro quolibet Temporis momento dato.

Inveſtigatio ſitus loci in diſco pro dato tempore. TAB. 25. *fig.* 3.

Sit ſemicirculus AEB ſemidiſcus Terræ à Sole illuminatus, AB portio Eclipticæ in diſcum exceptæ ejus Axis SE, Polus E, ſitque linea SP illa in quam Axis Terræ projicitur, atque P projectio Poli. Fiat ut Radius ad ſinum Latitudinis loci ita SP ad SH punctum H erit projectio centri paralleli. Per H ducatur HG æqualis ſemidiametro paralleli, ſeu ſinui diſtantiæ loci à Polo, quæ ſit ad SP perpendicularis, & erit illa ſemiaxis major Ellipſeos, in quam projicitur parallelus loci. Fiat, ut Radius ad ſinum elevationis poli ſupra planum diſci, ita GH ad HL erit HL ſemiaxis Ellipſeos minor. In GH capiatur HQ, quæ ad GH eam habeat rationem quam ſinus anguli circuli Horarii & meridiani habet ad radium; ſitque QR ad GH perpendicularis. Fiat item, ut Radius ad coſinum anguli quem circulus horius facit cum Meridiano, ita GH ad D. Denique, fiat ut Radius ad ſinum Elevationis Poli ſupra planum diſci, ita D ad QR erit R ſitus loci quæſitus in diſco pro temporis momento dato.

Idem aliter ope circuli horarii perficitur.

TAB 25. *fig.* 4.

Sit AOB ſemidiſcus illuminatus. Polus P, meridianus univerſalis SP, cum peripheria diſci conveniens in G, ſitque circulus horarius pro temporis momento dato FPO. In triangulo Sphærico rectangulo PGO, datur PG Elevatio Poli ſupra planum diſci, & angulus GPO, quem circulus horarius facit cum meridiano, unde innoteſcet angulus GOP inclinatio circuli horarii ad planum diſci, item arcus PO & GO, adeoque dabitur Punctum O, ubi circulus horarius convenit cum peripheria diſci: ducatur SO, erit illa communis ſectio circuli horarii cum plano diſci, & ſit arcus FP diſtantia loci à Polo, ſeu complementum Latitudinis. Poſito SO radio, ſit SQ ſinus arcus, cujus complementum eſt FO, æquale ſcil. ſummæ duorum arcuum datorum FP & PO, ſitque D coſinus ejuſdem arcus cujus ſinus eſt SQ. Ad Q ſuper OS erigatur perpendicularis QR, ad quam D eandem habet rationem,

quam

quam habet radius ad coſinum anguli inclinationis circuli horarii ad planum diſci, & erit R punctum quæſitum, quod oſtendet poſitionem loci in diſcô pro tempore dato. Atque eadem ratione pro aliis diverſis temporum momentis aliæ inveniuntur loci poſitiones in diſco, quæ omnes locantur ad Ellipſim, in quam projicitur parallelus loci. Hæc omnia patent ex legibus projectionis Ortographicæ.

PROBLEMA II.

Invenire tempore Eclipſeos, ſitum centri Penumbræ in diſco Telluris, pro dato quolibet temporis Momento.

Sit ut prius AEB ſemidiſcus Telluris à Sole illuſtratus, SE Axis Eclipticæ, CL ſemita centri penumbræ per planum diſci tranſcurrentis, Axemque Eclipticæ ſecans in N: cum autem centrum penumbræ invenitur in N, celebratur conjunctio Solis & Lunæ vera, cujus proinde tempus per tabulas Aſtronomicas datur; datur etiam per eaſdem tabulas, motus horarius Lunæ à Sole. Fiat, ut parallaxis horizontalis Lunæ ad ejus motum horarium à Sole, ita ſemidiameter diſci ad quartam, quæ ſit M; erit illa linea æqualis ſpatio quod intra horam à centro umbræ percurritur in diſco. Deinde fiat, ut hora una ad tempus interjectum intra conjunctionem veram & temporis momentum pro quo quæritur poſitio centri umbræ, ita recta M ad aliam: hæc recta oſtendet diſtantiam centri penumbræ in propria ſemita à puncto conjunctionis veræ N, pro momento temporis dato. Dabitur itaque poſitio umbræ pro tempore dato. Quæ erat invenienda. TAB. 26. fig. 1.

Sit hora quæ immediate præcedit tempus conjunctionis, v. gr. quarta. Fiat, ut hora una ad tempus inter conjunctionem & horam quartam interjectum, ita recta M ad N 4. Erit punctum 4 ſitus centri umbræ ad horam quartam. Capiantur deinde 4. 3, 3. 2, 4. 5, 5. 6 ſingulæ æquales M, & puncta 2, 3, 4, 5, 6, oſtendent ſitus centri penumbræ pro reſpectivis horis.

Hiſce præmiſſis, ſit ut prius AEB ſemidiſcus; CT ſemita centri umbræ ſupra planum diſci, quam ſecet Axis Eclipticæ in N & cum umbra ad N pervenerit celebratur conjunctio TAB. 26. fig. 2.

vera.

Calculus initii Eclipſeos. vera. Sit hora quæ conjunctionis tempus immediate præcedit v. gr. ſecunda, & notentur in ſemita umbræ ejus loca horis 1, 2, 3, 4, 5. Item iiſdem horis notentur ſitus loci in diſco, fiantque I II III IV V. Hora prima diſtantia centri umbræ à loco eſt 1 I, hæc ad ſcalam partium æqualium applicata ſit, ejuſque magnitudo numeris exhibeatur, ab illa auferatur ſemidiameter penumbræ, eadem ſcalâ dimenſa, reſtabit diſtantia marginis penumbræ à loco. Hora ſecunda capiatur rurſus diſtantia marginis penumbræ à loco in II poſito; harum diſtantiarum differentia, cum margo penumbræ ſit in utroque ſitu loco occidentalior, erit acceſſus ſeu motus relativus horarius penumbræ ad locum. Fiat itaque, ut acceſſus horarius marginis penumbræ ad locum, ad diſtantiam marginis penumbræ à loco hora ſecunda; ita hora una ſeu 60 minuta ad tempus quartum, quod tempus additum ad horam ſecundam dat tempus, quando margo penumbræ locum attingit; ſeu tempus initii Eclipſeos oſtendet.

Calculus momenti maximæ obſcurationis. A poſitione loci II ad horam ſecundam, demittatur ad ſemitam umbræ perpendicularis II *a*, & cum centrum umbræ ſit in 2, erit diſtantia loci ad ſemitam reducti, ab umbra 2 *a*. Item hora Tertia poſitio loci eſt III, demittatur perpendicularis in ſemitam umbræ III *b*, erit diſtantia centri umbræ à loco ad ſemitam reducto, 3 *b*; harum diſtantiarum differentia eſt acceſſus umbræ ad locum reductum, intra ſpatium unius horæ: differentia hæc, ope ſcalæ, numeris exhibeatur; fiatque per regulam proportionis, ut acceſſus horarius umbræ (ad locum reductum) ad diſtantiam umbræ hora tertia, ita hora ſeu 60 minuta ad tempus quartum. Quod tempus horæ tertiæ additum dat tempus medii Eclipſeos ſeu maximæ obſcurationis quam proxime.

Calculus Temporis finis Eclipſeos. Hora quarta centrum umbræ ſit in 4, & locus in puncto IV; horum diſtantia ſcalâ menſuretur, & quoniam illa minor eſt ſemidiametro Penumbræ ſubducatur hæc diſtantia, & reſtabit diſtantia loci ab occidentali margine penumbræ, qua ſcil. margo illa loco occidentalior eſt; deinde hora quinta, umbra eſt in 5, & locus in V, earumque diſtantia 5 V major eſt ſemidiametro penumbræ; unde margo occidenta-

lis

TAB. XXV.

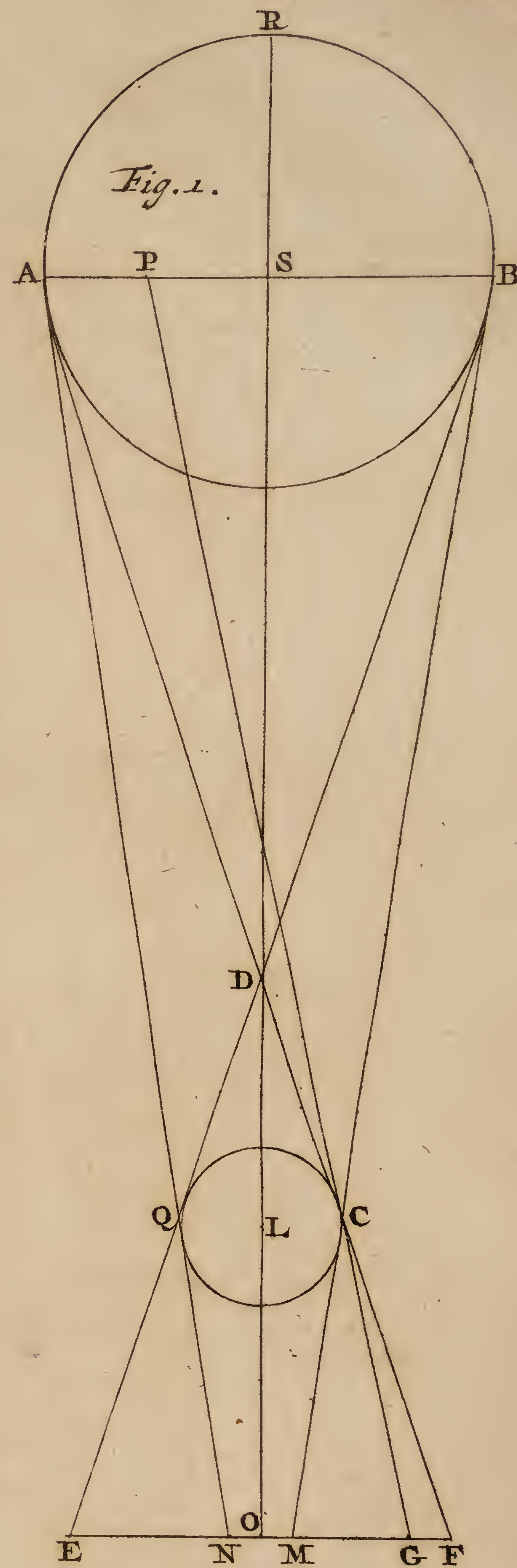


Fig. 1.

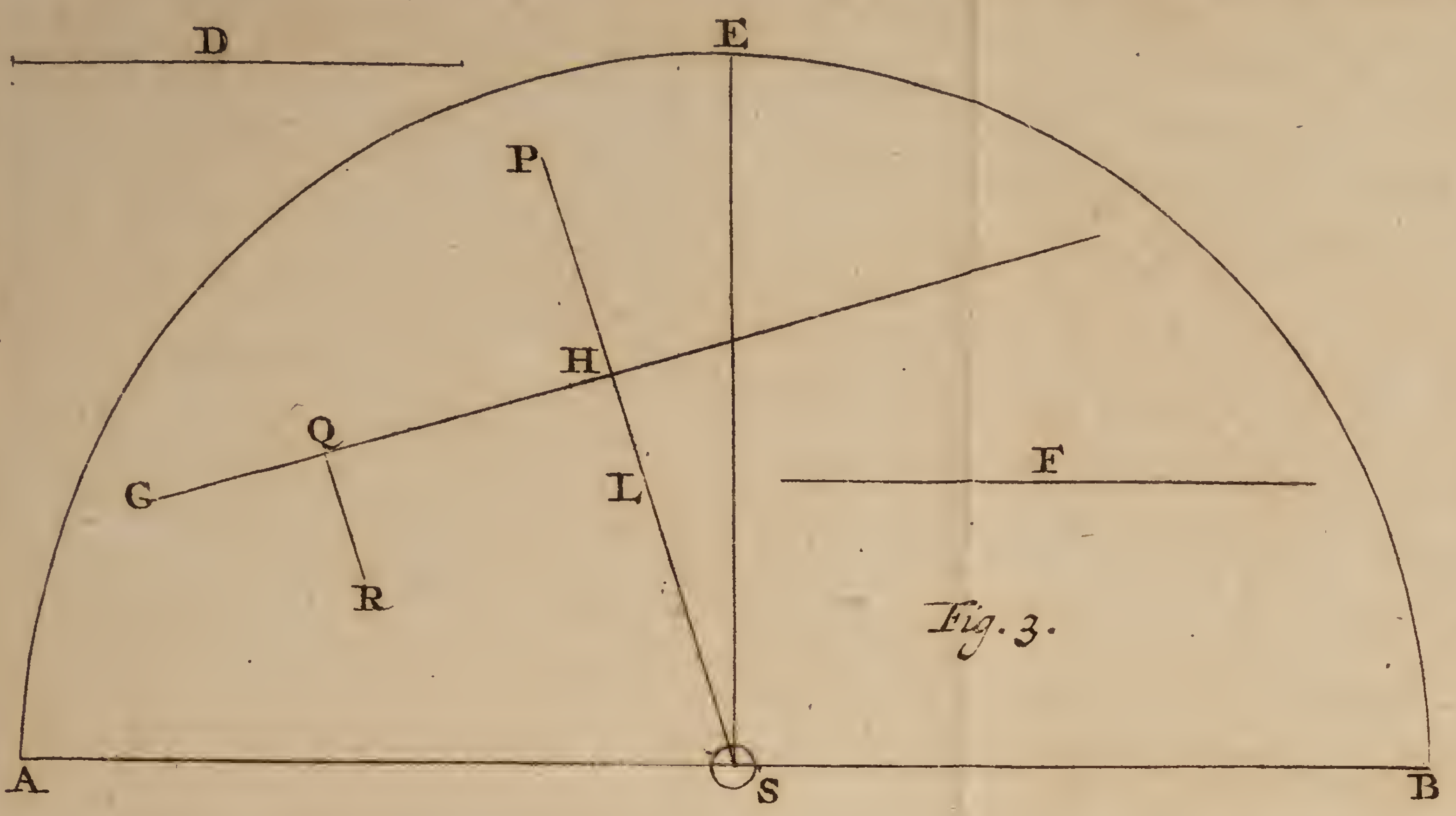


Fig. 3.

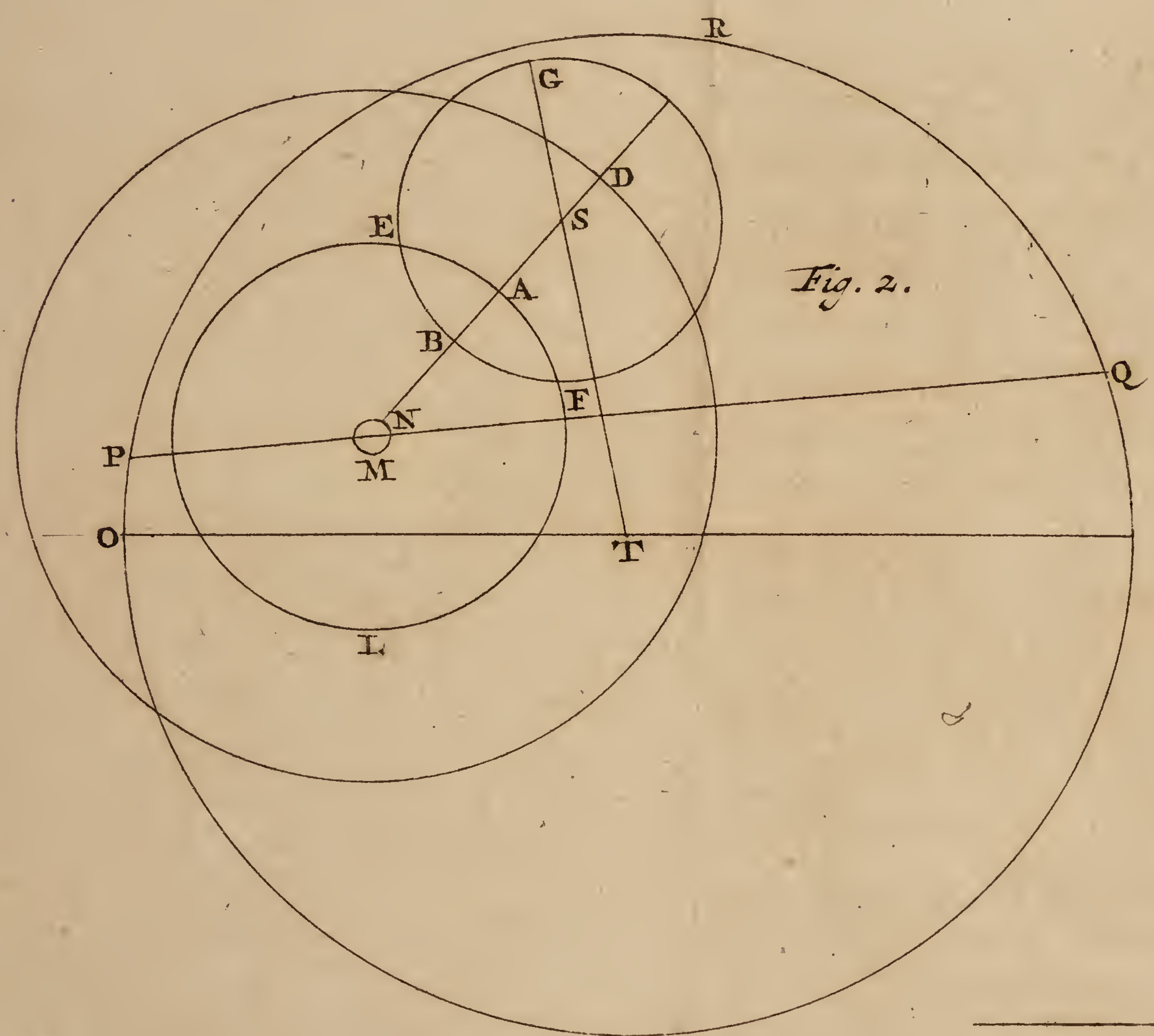


Fig. 2.

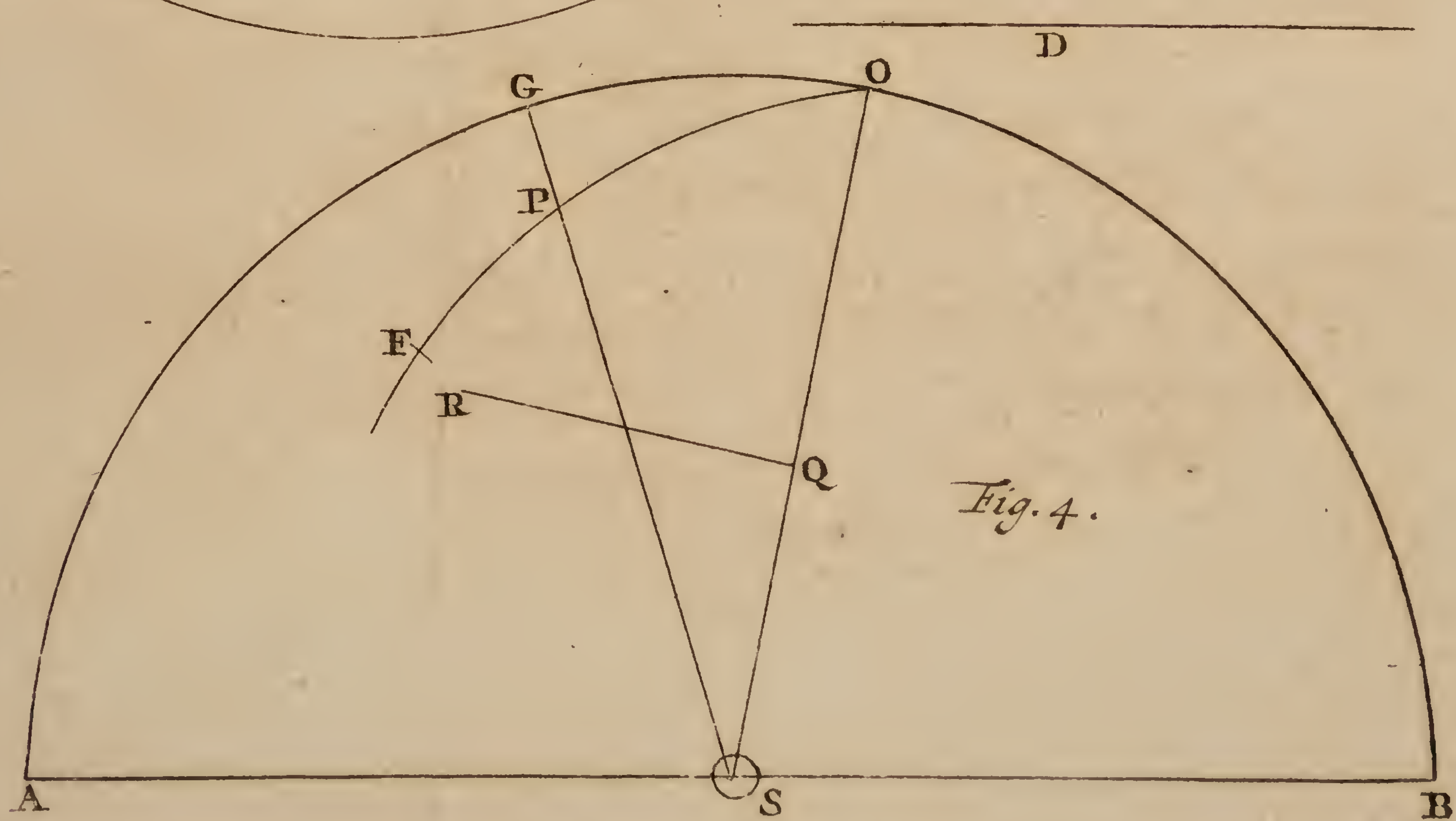


Fig. 4.

lis penumbræ magis erit in orientem provecta quam locus; & ante hoc tempus, penumbra locum relicta finem fecerit Eclipſeos. A diſtantia 5 v ſubducatur ſemidiameter penumbræ, relinquetur diſtantia occidentalis marginis penumbræ à loco; cumque in priore caſu margo fuit loco occidentalior, & nunc ſit loco orientalior, harum diſtantiarum ſumma erit motus relativus umbræ reſpectu loci factus, in ſpatio unius horæ; fiat itaque, ut hæc ſumma ad diſtantiam marginis occidentalis penumbræ à loco horâ quartâ, ita una hora ad tempus quartum, hoc dabit tempus cum occidentalis margo locum attinget, eumque relinquet, ſeu finem Eclipſeos oſtendet.

Accuratius omnia definientur, ſi loco duarum horarum ante conjunctionem, capiantur duæ ſemihoræ, quæ conjunctionem immediate præcedunt, & quæratur motus umbræ ad locum ſemihorarius, & error qui ex inæquabili motu oritur minor erit, utpote in minore tempore productus. *Accuratior determinatio.*

Motus Umbræ in ſemita ſuâ æquabilis eſt ſaltem in tempore Eclipſeos pro æquabili habere poteſt. At motus loci in diſco non eſt æquabilis, ſed verſus marginem diſci contractior videtur, in medio per latiora ſpatia progreditur; præterea calculus ſupponit motum Relativum Umbræ ad locum æquabilem quoque eſſe, & Eclipſeos medium ſeu maximam approximationem centri umbræ & loci, eſſe ubi linea jungens locum & centrum umbræ eſt perpendicularis ad viam Umbræ quorum neutrum præciſe verum eſt, & exinde errorem aliquem oriri neceſſe eſt; is tamen hac ratione corrigi poteſt. Ad tempus Initii Eclipſeos, priore methodo computatum, inveniatur locus centri Umbræ; item ſitus loci in diſco pro eodem temporis momento, & in plano diſci centro umbræ deſcribatur circulus penumbroſus, & ſi margo penumbræ per locum tranſeat, tempus computatum verum erit. Sin minus, notetur loci & marginis penumbræ diſtantia, & deinde ex dato umbræ & loci motu relativo pro ſemihora, operando rurſus per regulam proportionum, dabitur verum tempus initii Eclipſeos. Et ſimili- *Erroris, qui oriri poteſt, correctio.*

ter corrigetur temporis error, qui in fine Eclipſeos accidit; atque hac ratione non minus accuratè habentur tempora Eclipſium quam vulgari methodo, quæ fit per parallaxium computum: ubi etiam ſupponitur motum Lunæ viſibilem eſſe per aliquod tempus æquabilem, qui reverà non minus inæquabilis eſt quam motus loci in diſco; nam ille per parallaxes continuo mutatur.

Quantitas obſcurationis maximæ. Si tempore medii Eclipſeos, centro umbræ deſcribatur circulus, cujus diameter ſit æqualis diametro Lunæ; item deſcribatur alius circulus, cujus centrum ſit locus ſpectatoris, & diameter æqualis diametro Solari, horum circulorum interſectiones oſtendent quantitatem obſcurationis maximæ.

Si quibuſdam minus arrideat Mechanica hæc methodus lineas ſeu diſtantias per ſcalam partium æqualium dimetiendi, poſſunt Trigonometriam adhibere & linearum longitudines per calculum exquirere methodo ſequenti.

Methodus Trigonometrica diſtantias umbræ & loci computandi. TAB. 27. *fig.* 1. Sit ut prius AEB ſemidiſcus, P polus Telluris, CNT via ſeu ſemita umbræ ſupra diſcum, punctum 2 ſitus umbræ pro tempore dato, & pro eodem momento ſitus loci ſit II. Sit SE Axis Eclipticæ ſemitam ſecans in N, & erit SN latitudo Lunæ tempore conjunctionis veræ; ducantur ab umbra & loco ad centrum diſci rectæ 2 S, II S, & jungatur 2 II. In triangulo rectilineo 2 NS datur NS, latitudo Lunæ, & 2 N diſtantia umbræ in propria ſemita à puncto conjunctionis, item datur angulus 2 N S inclinatio Semitæ ad latitudinis circulum, quare dabitur 2 S, & angulus 2 S N. Deinde in triangulo Sphærico P S II. Datur Arcus PS complementum declinationis Solis, & P II complementum Latitudinis loci, item angulus S P II, quem circulus horarius efficit cum Meridiano, unde dabitur S II arcus, qui eſt diſtantia Solis à vertice, ejuſque ſinus æqualis eſt diſtantiæ S II, poſito SE radio; item dabitur angulus PS II, cui ſi addatur vel dematur angulus notus PSE dabitur angulus N S II: ſed datus fuit angulus 2 S N, unde dabitur totus angulus 2 S II. In triangulo denique rectilineo 2 S II dantur 2 S & II S & angulus iis comprehenſus 2 S II quare per Trigonometriam

triam planam dabitur diſtantia 2 II, quæ erat invenienda. Hac methodo procedendo non opus eſt ut ſitus loci & umbræ in diſco inveniantur, ſed erunt illi calculo ſolum acquirendi.

Hinc obiter patet alia methodus inveniendi ſitum loci in diſco, pro temporis momento dato, ſcil. per calculum trianguli P S II inveſtigando angulum P S II & diſtantiam S II.

Per Eclipſes Solares, non minus quam per Lunares, inveniri poſſunt Locorum in ſuperficie Terræ longitudines; ſi obſervetur in loco, cujus longitudo quæritur, momentum temporis initii vel finis Eclipſeos. Sit illud, v. gr. ad horam quintam, & centro V nempe ſitu loci in diſco pro momento initii vel finis Eclipſeos, & diſtantia æquali ſemidiametro penumbræ deſcribatur arcus circuli, qui ſemitam penumbræ ſecet. Sitque punctum ſectionis *d*, erit illud poſitio centri umbræ momento initii vel finis Eclipſeos obſervatæ: ſcala deinde menſuretur diſtantia N *d*, ex qua data, & ex dato motu Lunæ à Sole dabitur tempus conjunctionis veræ à Meridiano Loci computatum. Deinde, ſi in alio quovis loco obſervetur initium vel finis Eclipſeos, ſimiliter habebitur momentum conjunctionis veræ ſecundum tempus à meridiano iſtius loci computatum, & temporum iſtorum differentia in gradus æquatoris converſa oſtendet differentiam Longitudinum Locorum, quæ erat invenienda.

Locorum Longitudines Geographicæ per Eclipſes ſolares determinantur.

TAB. 26. *fig.* 2.

In praxi convenit ſemidiametrum diſci æqualem decem digitis ponere, ut illa in mille partes ope ſcalæ diagonalis diviſa habeatur: Eſt enim hic numerus qui radium Tabularem exprimit; & latitudo Lunæ S N omneſque lineæ quarum dimenſiones quæruntur, iiſdem partibus exprimantur. Nam ſi fiat, ut Parallaxis horizontalis Lunæ ſcrupulis exhibita ad Lunæ Latitudinem, ita 1000 ad quartum; & capiatur S N ex ſcala huic quarto æqualis, erit linea hæc latitudini Lunæ æqualis, & ſimiliter in cæteris lineis operando habentur earum quantitates.

Novam itaque methodum vobis, Academici, expoſui, qua Eclipſium Solarium momenta atque Phaſes, quatenus è

 dato

dato loco ſpectantur, definiri poſſunt, per quam non opus eſt, ut ad longum illum & moleſtum Parallaxium calculum recurratis, ut habeatur locus Lunæ in cælo viſus, tam quoad longitudinem quam latitudinem, quo utuntur Aſtronomi plerique: methodus enim noſtra illa facilior multò eſt, & ut opinor, non minus accurata. Nam in vulgari methodo diverſæ Eclipticæ poſitiones, quoad horizontem nunquam non variantes, in Lunæ locis, ſive ſecundum longitudinem ſive latitudinem ſpectatis, inæqualitatem in ejus motu non exiguam ubique inducunt, & Parallaxes pro Luminarium minore aut majore ſupra horizontem Elevatione admodum mutantur, adeoque niſi earum habeatur frequens reſpectus, in errores incidere pronum erit.

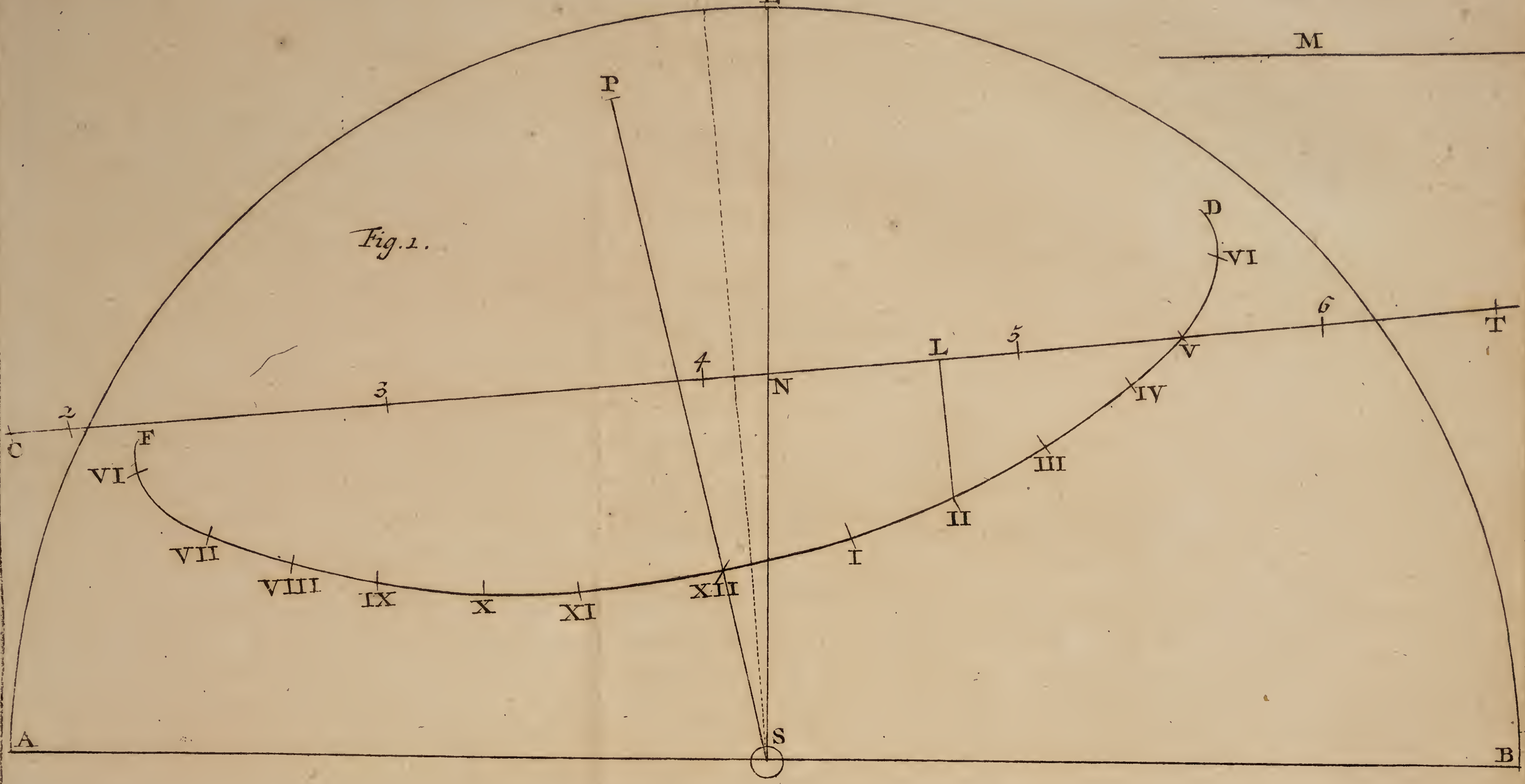
At quia methodus Phænomena Eclipſium per Parallaxes computandi, à pleriſque Aſtronomis adhibetur, viſum eſt, illam etiam Vobis exponere: Vos autem in Parallaxium ſcientia vel per vulgares libros Aſtronomicos, vel per doctrinam Parallaxium à nobis poſthac tradendam, ſatis inſtructos eſſe ſupponere liceat. Quibus poſitis, principia, quibus fundatur hic Eclipſium calculus, facillime explicari poſſunt.

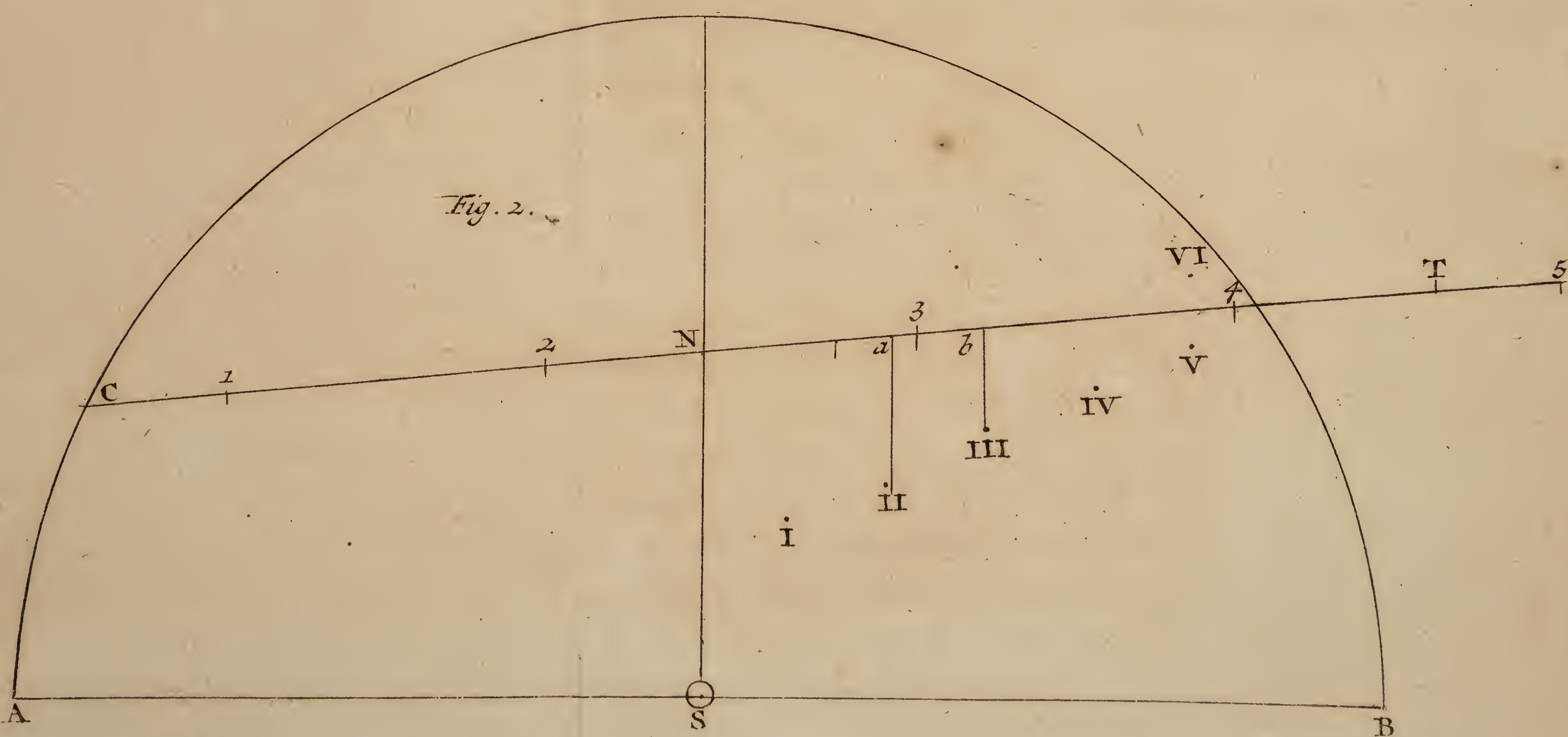
Conjunctio vera & viſa differunt.

Primo conjunctio viſa, ſemitaque Lunæ in cælo viſa ſunt inveſtigandæ: differunt enim conjunctio vera & viſa, & non in eodem temporis momento accidunt; Nam locus Lunæ viſus non coincidit cum vero, qui è Telluris centro conſpiciendus eſt, quod figuræ inſpectione manifeſtum fiet. Semicirculus CAB repræſentet Hemiſphærium Terræ, cujus centrum T, è quo ducatur recta TLS, in qua ſit Luna in L, & Sol longius diſtans in S; adeoque cum Solis & Lunæ centra in eadem recta linea ſpectantur è centro Telluris, ad idem cæli punctum referri debent; eruntque in conjunctione vera. At ſpectator in ſuperficie Telluris in A locatus, Solis & Lunæ centra ad diverſa puncta referet; eorumque diſtantia erit arcus SE ad cælum productus, punctumque, quod recta TL per Telluris & Lunæ centra tranſiens, in cælo offendit, dicitur locus Lunæ verus. At punctum, cui recta per ſpectatoris oculum & Lunæ centrum ducta in cælo occurrit,

TAB. 27. fig. 2.

dici-


E
P
M
Fig. 1.
D
VI
6
T
L
5
V
4
N
3
2
C
F
VI
IV
III
II
I
VII
VIII
IX
X
XI
XII
A
S
B


Fig. 2.
VI
4
T
5
N
3
a
b
2
1
C
V
IV
III
II
I
A
S
B

dicitur locus Lunæ viſus. Sint puncta illa s, E, Arcus SE, diſtantia inter locum verum & viſum Parallaxis Lunæ vocatur; & cum puncta L & T reſpectu diſtantiæ cæli coincidunt, idem erit arcus SE, ſive ejus centrum concipiatur eſſe in L, ſive in T, adeoque arcus SE erit menſura anguli SLE, vel huic æqualis ALT; ſed angulus ALT eſt ille, ſub quo ſemidiameter Terræ AT per ſpectatoris locum ducta è Lunâ videtur; adeoque Parallaxis Lunæ eſt ſemper æqualis angulo, ſub quo ſemidiameter Terræ per ſpectatorem ducta è Lunâ videtur. At angulus ille fit maximus, cùm ſemidiameter Terræ directè videtur, hoc eſt cùm angulus LAT eſt rectus, & Luna in horizonte ſpectatur, unde Parallaxis horizontalis eſt Parallaxium maxima. At ſi Luna in vertice in F exiſteret, evaneſceret angulus ALT, & Lunæ locus in cælo viſus idem eſſet ac verus, qui è Terræ centro conſpicitur, in quo ſitu nulla erit Lunæ Parallaxis.

Solis nulla erit Parallaxis ſenſibilis.

Cum Phænomeni cujuſvis Parallaxis ſit ſemper æqualis angulo, ſub quo Telluris ſemidiameter per ſpectatoris locum ducta, è Phænomeno videtur, Solis nulla erit Parallaxis ſenſibilis. Nam uti ſæpiùs dictum eſt, Terra ut punctum & ſub nullo ſenſibili angulo è Sole videtur. Lunæ autem Parallaxis cum illâ in horizonte & nobis proxima videtur, gradum unum aliquot minutis ſuperat.

Hinc ſequitur Parallaxes ſemper reddere locum Lunæ depreſſiorem, & magis à vertice diſtantem, quàm revera eſſet, ſi è centro Terræ ſpectaretur hic Planeta; & hæc depreſſio mutationem loci Lunæ ſecundùm Eclipticam quoque inducet, facietque ut ejus Longitudo & Latitudo viſæ à veris differant.

TAB. 27. *fig.* 3.

Sit enim in Figura circulus HCZ meridianus, ceu circulus per Spectatoris verticem & Polum traductus, Z vertex, HED horizon loci, CE Ecliptica, in qua ſit verus locus Lunæ ſine latitudine L; ſit ZT circulus verticalis per Lunam tranſiens, cumque Parallaxis ſemper deprimit Lunam in verticali, locus Lunæ viſus magis à vertice diſtabit, quam verus; ſit locus viſus *o*, erit L*o* Parallaxis altitudinis. Per locum viſum *o* traduci concipiatur circulus ad Eclipticam Perpendicularis *om* Eclipticæ occurrens in *m*,

Parallaxis Longitudinis.

erit punctum illud locus Lunæ viſus ad Eclipticam reductus, & L *m* erit Parallaxis longitudinis, ſeu diſtantia inter locum Lunæ verum & locum viſum ad Eclipticam reductum, ar-

Parallaxis Latitudinis. cuſque *om* ſeu diſtantia Lunæ ab Ecliptica in hoc caſu erit Parallaxis Latitudinis.

Ut Phaſes itaque Eclipſium è dato loco ſpectabiles per Parallaxes definiantur, neceſſe erit, ut cognoſcantur Lunæ Soliſque loci veri, qui per tabulas Aſtronomicas pro dato quolibet temporis momento habentur, præterea cognoſcendus eſt locus Lunæ in cælo viſus, qui ex loco vero per Parallaxium calculum inſtitutum, tam quoad Longitudinem quàm Latitudinem, definiendus eſt, quibus cognitis, ſic inveniuntur Tempora & Phaſes.

TAB. 27. *fig.* 4. Sit *pk* portio Eclipticæ, *s* locus Solis tempore conjunctionis veræ, *l* locus Lunæ viſus ad Eclipticam reductus pro eodem temporis momento; *lo* Latitudo Lunæ viſa, *ls* Longitudo Lunæ à Sole viſa. Exiguo ſatis temporis intervallo ante conjunctionem veram inveniatur rurſus locus Lunæ viſus in Ecliptica qui ſit *p*, ejuſque Latitudo viſa ſit *pq*; ducatur *qo* quæ producta cum Ecliptica conveniat in *k*, erit *qk* via viſa Lunæ à Sole tempore conjunctionis. In triangulo *qon* rectangulo datur *on* differentia Longitudinum à Sole, & *qn* differentia Latitudinum, unde dabitur angulus *qon* ſeu *qkp* inclinatio viæ viſæ ad Eclipticam, & latus *qo*, ex quo etiam inveniuntur *ot*, *tk* & *sk*. Nam *pl* eſt ad *qo* ut *ls* ad *ot*, & in triangulo *olk* ex datis *ol* & angulo *k* dabuntur *ok lk*, unde dabuntur *lk sk* & *st*. At cùm Lunæ centrum in *t* videtur, fit tempus conjunctionis viſæ, adeoque ſi fiat ut *qo* ad *ot* ſeu ut *pl* ad *ls* ita tempus quo Luna percurrit lineam *qo* ad aliud, dabitur tempus inter conjunctionem veram & viſam. Ex *s* in viam Lunæ viſam demittatur perpendicularis *sm*. In triangulo rectangulo *skm* datur *sk* & angulus *k*, unde dabitur *sm*, quæ eſt minima viſibilis centrorum Solis & Lunæ diſtantia. Si hæc diſtantia ſit major ſumma ſemidiametrorum Solis & Lunæ, nulla videbitur Eclipſis; ſin minor, differentia ad digitos reducta oſtendet Eclipſeos quantitatem. Ex datis *sm* & angulo exinde

inde tsm æquali angulo k, dabitur tm, & inde invenitur tempus, quo Luna ſemitæ viſæ portionem tm percurret hoc eſt tempus inter conjunctionem viſam & maximam obſcurationem.

Initium Eclipſeos viſibilis ſic definitur; ſit pk ut prius TAB 28. portio Eclipticæ, centrum Solis s, via Lunæ qk, sm di- *fig.* 1. ſtantia minima centrorum Solis & Lunæ; ducatur a Sole ad viam Lunæ recta sq quæ ſit æqualis ſummæ ſemidiametrorum Solis & Lunæ. Et cum centrum Lunæ in q cernitur, incipiet marginem Solis attingere, fietque Eclipſeos initium. in triangulo rectangulo qsm ex datis qs sm, dabitur angulus qsm ſcil. angulus incidentiæ; item qm, adeoque dabitur tempus quo Luna in via viſa percurrit ſpatium qm, quod à tempore obſcurationis maximæ ſubductum dat tempus initii Eclipſeos.

Similiter invenitur tempus finis Eclipſeos, ſed ut illud habeatur invenienda eſt rurſus via Lunæ à Sole viſa poſt conjunctionem, quæ à priore differet: nam reverà inclinatio viæ viſæ ad Eclipticam continuò mutatur, ob continuas Parallaxium mutationes. Quæratur itaque intra horam vel exiguum ſatis temporis intervallum poſt conjunctionem Longitudo Lunæ à Sole viſa, ejuſque Latitudo viſa, & exinde inveniatur inclinatio viæ viſæ ad Eclipticam, motuſque Lunæ à Sole viſus, quibus datis, eadem methodo qua initium Eclipſeos inveſtigatur, finis quoque & temporis momentum innoteſcent.

Si quæratur Phaſis Eclipſeos pro dato quolibet temporis momento, quæratur pro illo momento Locus Lunæ in via viſa, quo centro, & intervallo æquali ſemidiametro Lunæ deſcribatur circulus, item centro, quod ſit locus Solis, deſcribatur alius circulus, cujus ſemidiameter ſit æqualis ſemidiametro Solis, horum circulorum interſectiones oſtendent phaſim Eclipſeos, quantitatem obſcurationis & cuſpidum poſitionem pro tempore dato.

Priuſquam huic Eclipſium doctrinæ finem imponamus, liceat Phænomenon ſatis notabile vobis exponere, ejuſque cauſam reddere.

Scil.

Scil. in Eclipſibus Lunæ totalibus, etiam dum Luna prope centrum umbræ verſabatur, ſæpius ea viſa eſt tenui pallidâque luce perfuſa: mirum fortaſſe pleriſque videbitur, unde oritur hæc Lux: quidam enim eam Lunæ nativam eſſe ſuſpicabantur, alii à Stellis Planetiſque eam deducebant, nam interpoſitio Telluris omnem Solis lucem à Luna arcere, & denſiſſimis tenebris conum umbroſum involvere videretur. At vero cum Terram amplectatur Sphæra Aëris ſatis craſſa, & vi refractiva pollens, illa Solis radios è medio rariore obliquiſſime in ſe incidentes è propria directione detorquet, itaque illos refranget, ut umbroſum ſpatium pervadant lucis Solaris radii, Lunæque corpus interpoſitum illuſtrent, illudque nobis conſpicuum reddant. Uti figuræ inſpectione manifeſtum fiet.

TAB 27. fig. 5.

LECTIO XV.

De Phænomenis ex motibus Telluris & duorum Planetarum Inferiorum Veneris & Mercurii ortis.

HUcuſque Telluris Lunæque motus contemplavimus, & varia inde orta Phænomena recenſuimus. Luna autem eſt Planeta non Primarius, ſed ſecundarius, quæ non aliter circa Solem, ſyſtematis noſtri centrum, defertur quam quod Tellurem, ad quam proprie pertinet, in annuo ſuo curſu perpetuo comitatur.

Planetæ Primarii ſex.

At Primarii noſtri Syſtematis Planetæ, qui circa Solem & nullum aliud corpus circuitus perficiunt, ſunt numero tantum ſex, ſcil. Mercurius ☿, Venus ♀, Tellus ♁, Mars ♂, Jupiter ♃, & Saturnus ♄, quorum motus indeque orta Phænomena vobis, Academici, ſunt nunc exponenda. Et primo Veneris atque Mercurii orbitas Solem ambire, eaſque intra Telluris orbitam includi, ſuperius demonſtravimus, cumque brevioribus Periodis quam Terra circuitus abſolvunt, manifeſtum eſt hos Planetas è Sole conſpectos, nunc magis nunc minus in cælo à Tellure diſtare videri, & nunc in oppoſitis ſitis cæli punctis ſpectari, nunc in eodem cum Tellure puncto conjungi, & cum circa Solem celerius ferantur, eos poſt conjunctionem à Tellure decedere, eamque

TAB. XXVII.

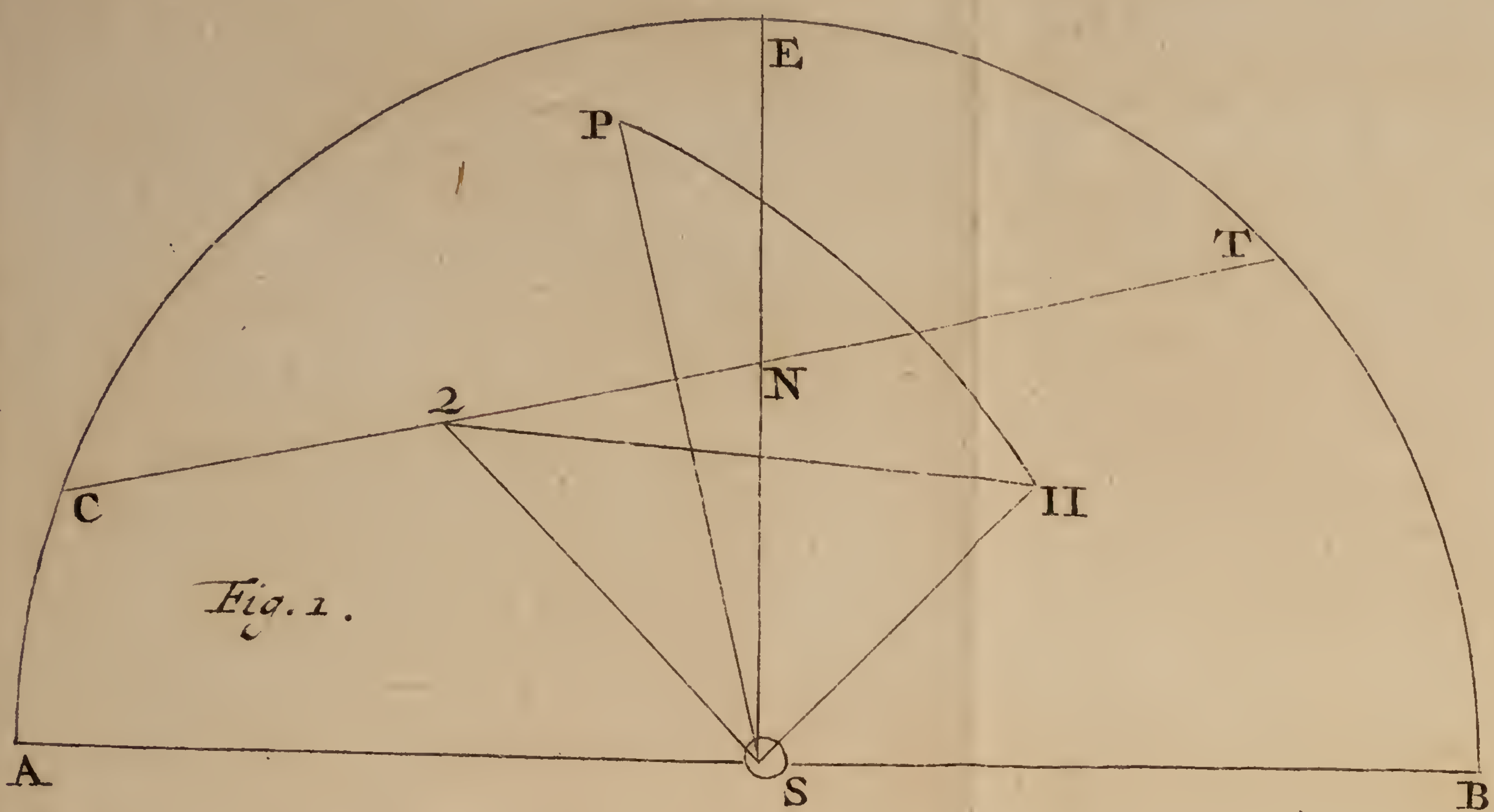


Fig. 1.

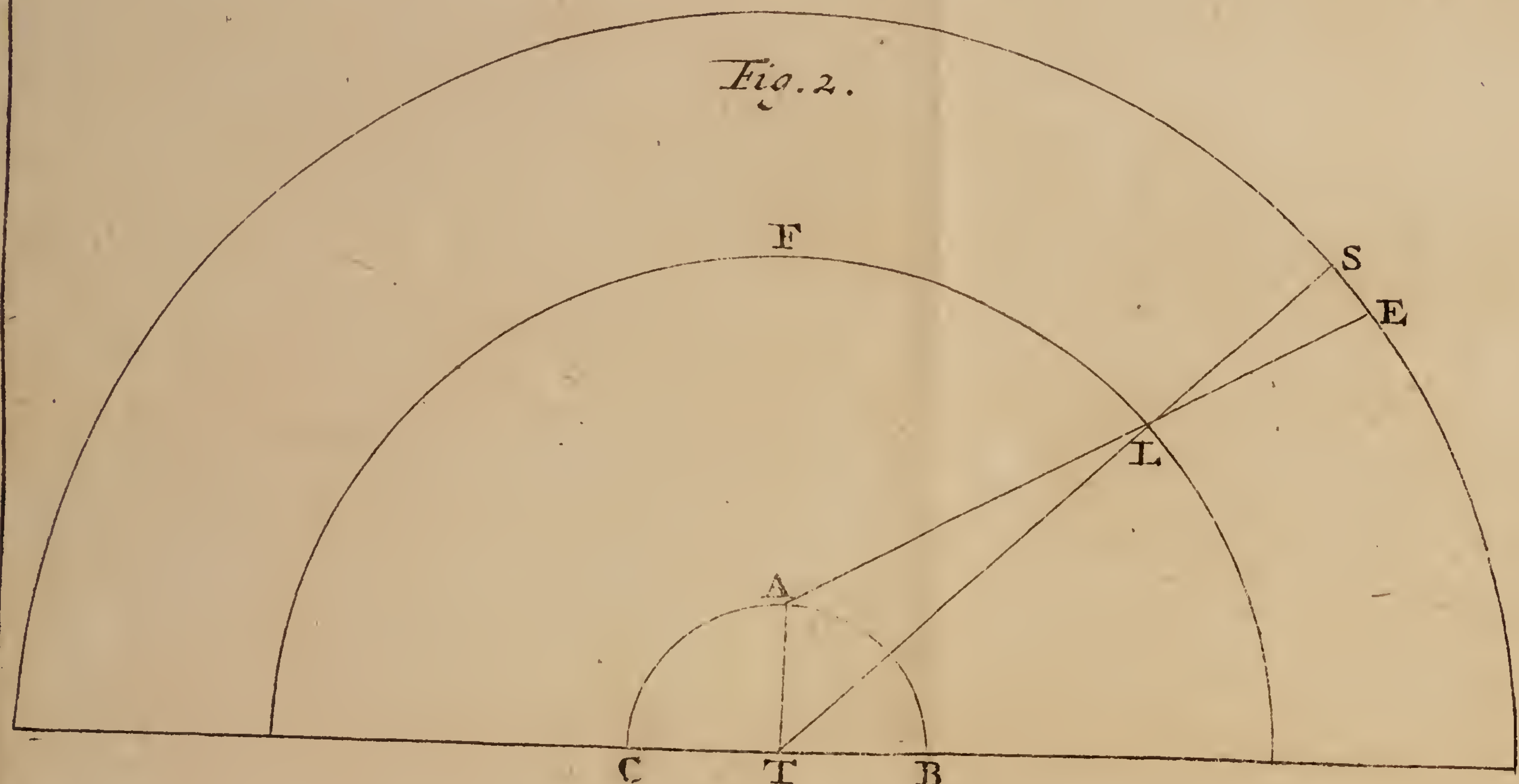


Fig. 2.

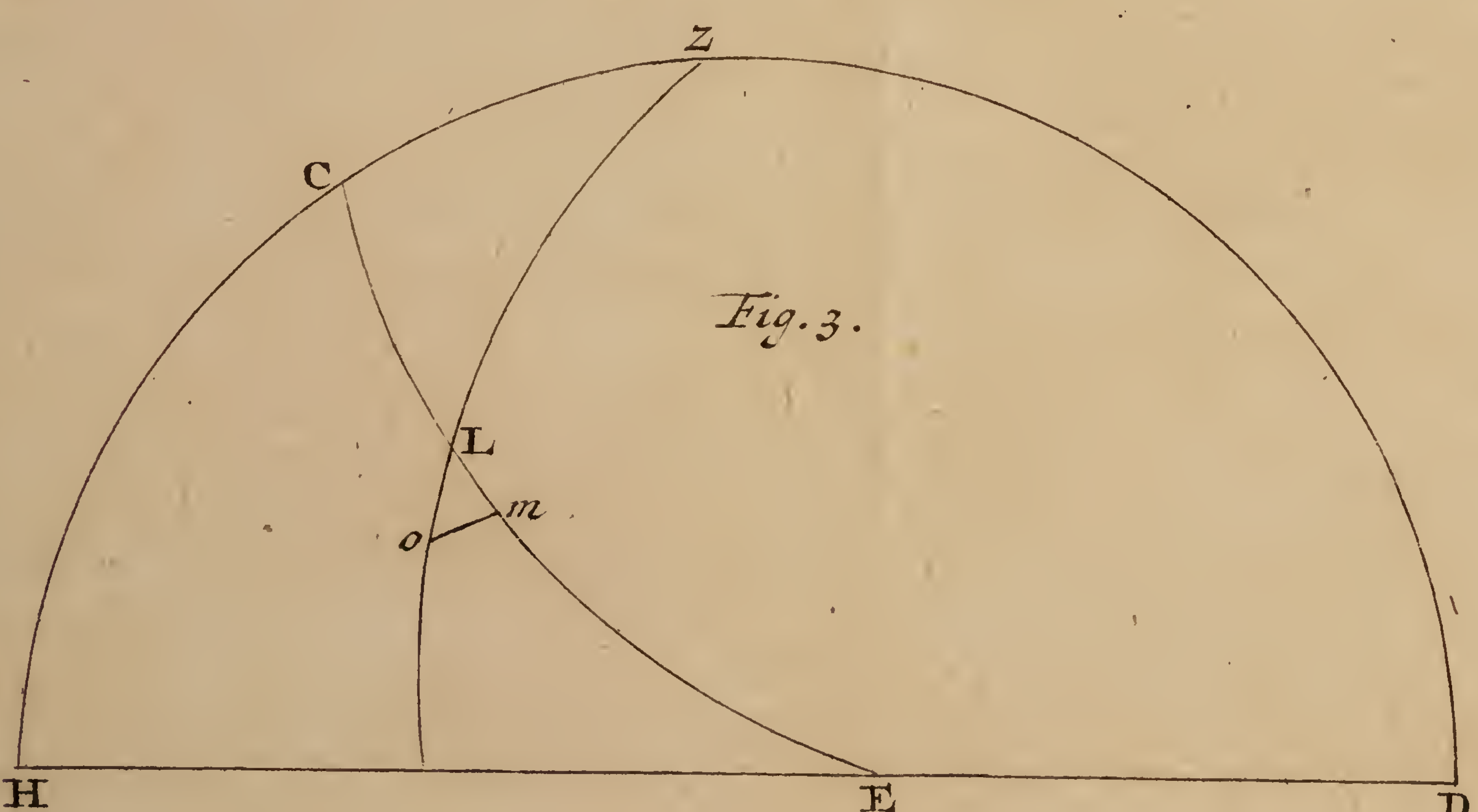


Fig. 3.

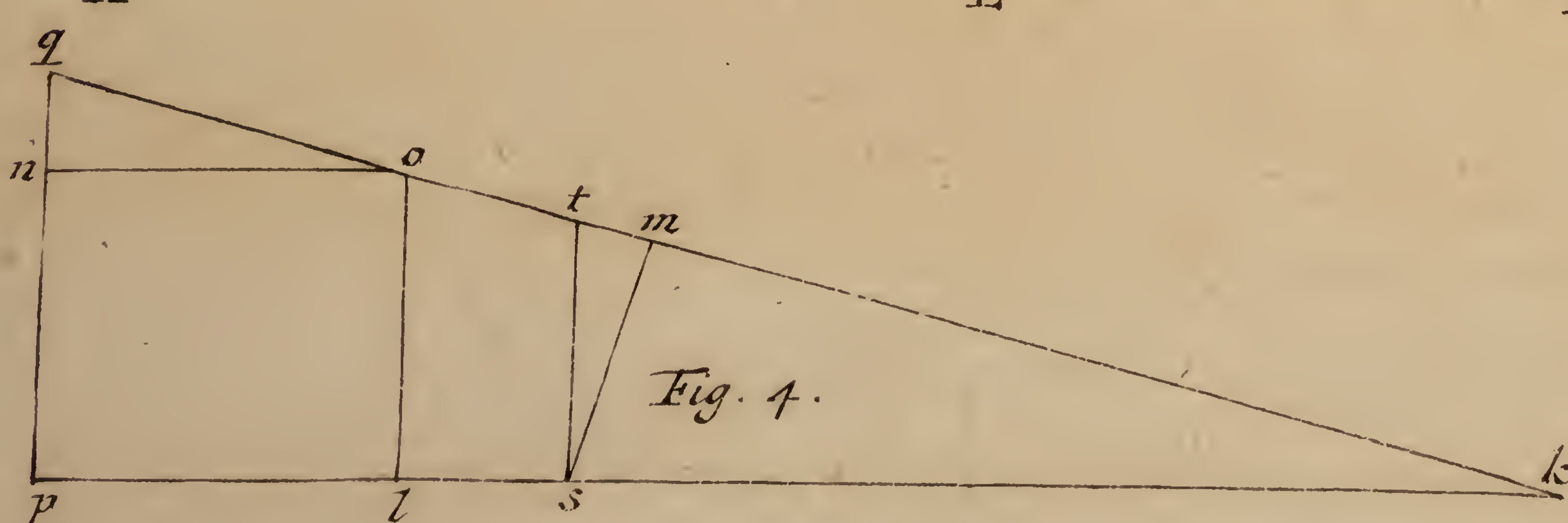


Fig. 4.

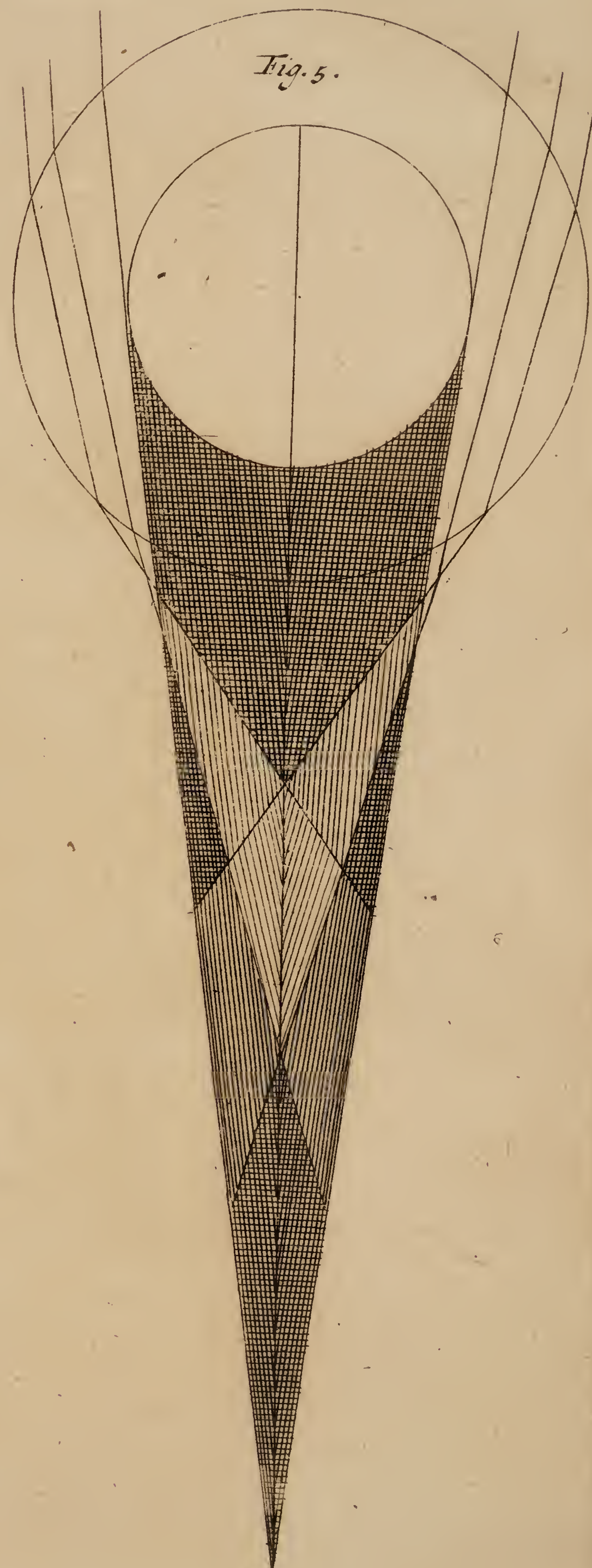


Fig. 5.

que ſegnius incedentem poſt ſe relinquere aſpiciet ſpectator in Sole conſtitutus.

Hinc etiam patet hos Planetas e Tellure viſos nunc magis, nunc minus à Sole elongari, & aliquando quoque cum Sole conjungi videri: verum conjunctiones illæ non tantum fiunt cum Tellus e Sole cum Planeta conjungitur, ſed etiam cum eidem opponi videtur. Sit enim s Sol, A B C orbita Telluris, F H V orbita Veneris, ſitque Terra in T, & Venus in V, in recta ſcil. quæ Solis & Telluris centra conjungit, in quo ſitu Venus e Sole viſa in conjunctione cum Terra videtur, ſicut Sol e Tellure viſus Veneri conjungitur. TAB. 28. fig. 2.

Duo conjunctionum caſus. At ſi Terra foret in T, cum Venus ſit in F, illa e Sole videretur Veneri opponi; & in contrariis cæli plagis conſpicerentur hi Planetæ. Verum Spectatore ad Terram translato, Venus Soli non opponi, ſed eidem conjungi ſpectabitur. In primo conjunctionum caſu, Venus inter Solem & Terram interponitur; in poſteriore, Sol inter Terram & Venerem medius locatur. Prior dicitur conjunctio Inferior, Poſterior conjunctio Superior.

Poſt utraſque has conjunctiones, Venus à Sole recedere, & indies magis elongari videtur, nunquam tamen Soli oppoſita cernitur; ſed & nunquam aſpectum quadratum, aut ſextilem attinget, & omnium maxime à Sole elongatur circa locum illum, ubi linea, Telluris & Veneris centra connectens, Veneris orbitam tanget, ut circa D. Nam cum Venus ulterius ad H promovetur, ejus locus in cælo à Solis loco minus diſtare videbitur quam prius, & antequam ad locum illum pervenerit, ſemper à Sole magis recedebat; at loco illo relicto, ad Solem continuo magis accedat: neceſſe eſt, ut inter receſſum & acceſſum quaſi ſtationaria reſpectu Solis videatur, & proinde ejus motus apparens erit motui apparenti Solis æqualis. Arcus circuli maximi inter centra Solis & Veneris interceptus dicitur *Elongatio hujus Planetæ à Sole.* *Elongatio Planetæ à Sole.*

Elongatio non ſemper eſt maxima quando Planeta in tangente videtur. Obſervandum tamen eſt, Elongatio Planetæ à Sole, ubi recta à Planeta ad Terram ducta, Planetæ orbitam tangit, ſit tantum maxima in orbe circulari in cujus centro eſt Sol.

Nam in orbitâ Elliptica fieri poteſt, ut poſt deceſſum Planetæ à puncto contactus, ejus diſtantia à Sole creſcat; at non pariter creſcant diſtantiæ Solis & Planetæ à Terra, ſed potius decreſcant, adeoque in duobus triangulis major baſis majorem angulum ſubtendet. Sed cum Planetarum orbitæ ad circularem formam quam proxime accedunt, hæ minutiæ negligi poſſint.

Maxima Veneris Elongatio, ſeu angulus STD, obſervatione deprehenditur eſſe 48 circiter graduum. Et exinde in orbita circulari datur diſtantia Veneris à Sole reſpectu Telluris diſtantiæ ab eodem. Eſt enim ST ad SD ut Radius ad ſinum anguli STD ſeu Elongationis maximæ.

Hinc etiam manifeſtum eſt, Venerem; dum illa à conjunctione cum Sole in ſuperiore orbitæ ſuæ parte, ſeu à Terra remotiſſima, ad conjunctionem cum Sole in inferiore orbitæ parte ſeu Terræ proxima tendit, ſemper videri Sole orientaliorem, adeoque toto illo tempore Sole poſterior occidit Venus, ſeu poſt Solis occaſum, Veſperuſque dicitur, noctis & tenebrarum prænuncia; at dum ab inferiore conjunctione ad ſuperiorem tendit, Sole occidentalior ſpectatur, & ante Solis occaſum occidit, ante ejus ortum oritur, adeoque mane tantum conſpicietur, & tunc Phoſphorus dicitur, lucis exortum ſecum afferens.

Ponamus Venerem atque Tellurem è Sole ſpectatas in V & T conjungi, hoc eſt in eodem Eclipticæ puncto videri. In quo caſu Venus & Sol è Terra in conjunctione ſpectantur. Venus deinde celerius mota poſtquam ad V rurſus pervenerit, & integrum circulum ſeu quatuor rectos motu angulari ad Solem perfecerit, Terram interea ulterius progreſſam nondum aſſequetur; ideoque opus erit, ut ulterius in orbita ſua deferatur Venus, quo è Sole rurſus in eadem recta cum Terra videatur, ſit recta illa SLM ſcil. cum Venus ſit in L, Tellus ſit in M, & neceſſe erit, ut Venus priuſquam Terram aſſequatur, integrum circuitum, ſeu quatuor rectos circa Solem, abſolvat, & inſuper motum angularem æqualem motui angulari Telluris interea facto. Motus autem angulares Telluris & Veneris circa Solem

co-

eodem tempore facti, ſunt reciproce ut eorum tempora periodica; erit itaque, ut tempus Periodicum Telluris ad tempus periodicum Veneris, ita motus angularis Veneris qui æqualis eſt quatuor rectis una cum motu angulari Telluris facto inter tempus unius conjunctionis & proximæ ad motum illum Telluris angularem; adeoque per diviſionem Rationis, ut differentia temporum periodicorum Telluris & Veneris ad tempus Periodicum Veneris, ita quatuor recti ad quartum, qui dabit motum angularem Telluris inter duas proximas conjunctiones inferiores factum. Tempus autem Periodicum Telluris eſt dierum 365, horarum 6, ſeu horarum 8766. Et Veneris tempus Periodicum eſt dierum 224 horarum 16, ſeu horarum 5392, quarum differentia æqualis eſt 3374 horis. Fiat itaque ut 3374 ad 5392, ita quatuor recti ſeu 360 gradus ad gradus 575 qui motus æqualis eſt integræ circulationi & dimidio, & inſuper 35 gradibus, & perficitur hic motus in uno anno & diebus 218. Adeoque ſi Venus hodie in inferiori orbitæ parti cum Sole conjungatur, non niſi poſt Annum, ſeptem menſes & duodecim dies, iterum Soli juncta conſpicietur, & ſi una conjunctio in initio Arietis accidat, ſequens circa ſeptimum Scorpionis gradum celebrabitur. Idem quoque intercedit tempus inter duos quoſlibet Veneris ſitus reſpectu Solis ſimiles, verbi gratia, inter duas conjunctiones ſuperiores, vel inter duas proximas Veneris poſitiones, ubi illa datam ad eandem plagam à Sole obtinet elongationem.

Determinatur tempus inter duas ejuſdem generis conjunctiones.

Hoc problema, ſimileque de Lunæ conjunctionibus cum Sole mediis, aliter ſolvunt plerique Aſtronomi. Quærunt enim motum diurnum Telluris è Sole viſum; item Veneris quoque motum diurnum, horumque motuum differentia erit motus Veneris à Terra, diurnus; v. gr. cum motus Telluris medius ſit quolibet die 59′ & 8″, Veneris autem motus diurnus ſit, 1 gr. 36. 8″ quorum differentia eſt 37′; per illud ſpatium Venus quotidie à Tellure recedere, vel ad illud accedere videtur. Fiat igitur ut 37′ ad gradus 360, ſeu ad 21600 minuta prima, ita dies unus ad ſpatium temporis quo Venus à Tellure per 360 gradus re-

Alia methodus ſolvendi Problema.

ceſſerit, hoc eſt ad ſpatium temporis, quo ad idem reverterit, ſeu ad tempus inter duas conjunctiones proximas elapſum, quod invenitur eſſe dierum 583.

Verum hæ conjunctiones ſecundum motus medios ſeu æquales tantum computatæ ſunt, ideoque conjunctiones Mediæ dicuntur. At quoniam Venus & Tellus in orbitis Ellipticis circa Solem ferantur, motuſque earum inæquabiles ſunt; fieri poteſt, ut conjunctiones veræ ſerius aut citius per aliquot dies accidant, quam per præcedentem computum fieri debent. Data autem conjunctione mediâ, conjunctio vera ſic exquiretur. Sit A B C Ecliptica, in qua TAB. 28. fig. 3. punctum A ſit locus conjunctionis mediæ, ad cujus tempus, computetur per methodos Aſtronomis notiſſimas, verus locus Veneris ad Eclipticam reductus, qui ſit D. Item verus locus Telluris ſit T, & inde dabitur locorum Telluris & Veneris diſtantia DT, datur quoque utriuſque Planetæ motus angularis pro dato quolibet tempore, v. gr. pro ſex horis; quorum motuum differentia dabit acceſſum vel receſſum Veneris à Tellure, ſpatio ſex horarum. Fiat itaque, ut differentia illa motuum ad arcum D T, ita ſex horæ ad tempus inter conjunctionem mediam & veram, quod tempus demptum aut additum (prout Venus eſt orientalior aut occidentalior Tellure) tempori conjunctionis mediæ, dat tempus conjunctionis Veræ.

Diſtantia Veneris à Terra ſemper mutabilis.

Ex figura manifeſtum eſt Veneris à Tellure diſtantiam eſſe continuo mutabilem, maximam autem eſſe cum Venus eſt in conjunctione cum Sole ſuperiore, & minimam eſſe cum eſt in conjunctione inferiore; & differentia quidem tanta eſt, ut illa æqualis ſit integræ diametro orbitæ Veneris. Eſtque diſtantia Veneris è Tellure in conjunctione cum Sole ſuperiore, ad ejuſdem diſtantiam in conjunctione inferiore ut 1 ad 6; ſexieſque proinde magis Venus ad Tellurem accedit in una poſitione quam in alterâ, & tantum quoque mutatur Veneris apparens diameter è Tellure viſa. Sed & diſtantiæ maximæ & minimæ per excentricitates orbium mutantur; nam omnium maxima fit diſtantia, quando conjunctio ſuperior celebratur Venere & Tellure exiſtentibus in

Aphe-

Apheliis. Et omnium minima eſt diſtantia Veneris à Tellure, quando conjunctio inferior accidit, Venere in Aphelio & Tellure in Perihelio exiſtentibus.

Cum Venus ſit corpus Sphæricum & opacum, Solis luce non ſua reſplendens, oportet ut ea ſolum facies lucida videatur, quæ Soli obvertitur, alterum autem oppoſitum Veneris hemiſphærium luce orbetur, & inviſibile maneat; quapropter ſi talis ſit Telluris ſitus, ut tenebroſum illud hemiſphærium ei obvertatur, Venus Terricolis inconſpicua fiet, niſi forte in Solis diſco nigræ inſtar maculæ videatur. Si vero tota illuſtrata facies Terræ obvertatur, Venus pleno orbe fulgens videbitur. Et pro vario Telluris reſpectu Veneris, & Solis ſitu, varia erit forma atque figura, ſub qua Venus conſpicietur, phaſeſque ſubibit, Lunæ Phaſibus per omnia ſimiles.

Phaſes Veneris. TAB. 28. *fig.* 4.

Sit ABCDEFG orbita Veneris; TL Telluris orbitæ portio, ſitque Terra in T, & Venus in A in conjunctione ſcil. ſuperiore cum Sole. Patet in hoc Planetarum ſitu, faciem Veneris illuminatam totam Terræ obverti, atque proinde Venus inſtar Lunæ plenæ, ut circulus lucidus apparebit. Cum Venus ad ſitum reſpectu Solis & Telluris, qualis eſt B, pervenerit; pars aliqua obſcuri hemiſphærii eidem obvertitur, & proinde Veneris facies à Tellure viſibilis, à circulo deficiet, & gibboſa apparebit; ad C perventa Venere, hemiſphærii illuſtrati dimidium è Tellure videtur, Venuſque dimidiata apparet ad inſtar Lunæ in prima vel ultima Quadratura. Venere in D exiſtente, parva tantum illuminatæ ſuperficiei pars Terræ obvertitur, cumque figura Veneris ſit ſphærica, quæ ob magnam à Terra diſtantiam, ut plana videtur, pars illuminata in cornua à Sole averſa, protendi videtur. Venus cum è Terra in E videtur, in conjunctione ſcil. inferiore cum Sole, totum ejus tenebroſum hemiſphærium Telluri obvertitur, Venuſque fit inviſibilis, niſi forte ut nigra macula, per Solis diſcum tranſcurrere videatur, quod jucundum ſpectaculum ſemel Horoxcio noſtro contigit. Eaſdem phaſes ſubibit Venus dum per FG, ad H tranſit, ſcil. circa F corniculata, in G dimidiata, & in H Gibboſa apparebit.

 Hæ

Copernici vaticinium. Hæ Veneris apparentiæ, etſi nudo oculo ſe non produnt teleſcopio tamen diſtincte conſpiciuntur. Ante inventum teleſcopium, quando Copernicus Syſtema Antiquum Pythagoricum renovavit, & orbi literato propoſuit, aſſeruitque Planetas omnes, inter quos Terram locavit, circa Solem in centro immobilem moveri, ei objectum fuit, ſi talis eſſet Planetarum motus, debere Veneris Phaſes Lunæ Phaſibus eſſe ſimiles. Reſpondet Copernicus, eas reverà ita eſſe fortaſſe venientibus ſæculis dignoſcent Aſtronomi. Hanc Copernici Prædictionem primus implevit magnus Galilæus Philoſophus lynceus, qui teleſcopium ad Venerem dirigens, eam Phaſibus ſuis Lunam æmulari deprehendit; quod Syſtema Pythagoricum mirifice confirmavit.

TAB 28. *fig.* 5. Si centra Solis, Terræ & Planetæ, rectis jungantur, quæ faciunt triangulum T S O; & per centrum Planetæ erigantur plana ad rectas T O S O normalia, quorum illud abſcindet Planetæ Hemiſphærium Terræ obverſum, hoc Hemiſphærium à Sole illuſtratum; erit Trianguli T S O exterior angulus ad Planetam S O P æqualis angulo *moq*, quem *Phaſium accurata determinatio.* metitur illuminati ſemicirculi pars *mq*, quæ Terræ obvertitur. Eſt enim angulus S O *r* æqualis angulo *pom*, nam uterque rectus eſt, & angulus *r* O P æqualis angulo *poq*, ſunt enim ad verticem; quare ablatis æqualibus erit angulus S O P æqualis angulo *moq*, quem arcus *mq* metitur. Semicirculi itaque illuſtrati pars *mq*, quæ terræ obvertitur, metitur angulum S O P, & arcus ille è Terra viſus in ſuum ſinum verſum projicitur. Uti de Luna ſuperius oſtenſum fuit. Hinc illuminatio Veneris è Terra ſpectata, cæteris paribus eſt ad illuminationem totam, ut ſinus verſus anguli exterioris ad Venerem, ad circuli diametrum.

Venus non eſt lucidiſſima cum pleno fulget orbe. Quamvis Venus in ſitu A Terricolis pleno orbe ſplendeat, non tamen in ea poſitione maxime & lucidiſſime fulget; diminuitur enim ejus ſplendor ob majorem à Tellure diſtantiam, idque in majore ratione, quam creſcit faciei illuminatæ pars è Terra conſpicua. Nam Veneris fulgor decreſcit in duplicata ratione diſtantiæ auctæ. At pars illuſtrata creſcit in ratione ſinus verſi anguli exterioris ad Planetam.

Ita-

Itaque ejus fulgor maximus non eſt, cum circa A verſatur Planeta, ſed major erit circa O. Sit enim Venus in O quatuor vicibus Telluri propior quam in A, in O lucidæ faciei partes datæ ſedecies plus luminis ad Tellurem diffundent, quam cum Planeta eſt in A. Sed in O fieri poteſt, ut pars circiter quarta diſci illuminati Terræ obvertatur. Adeoque magis augetur Veneris ſplendor ob diminutam diſtantiam, quam minuitur idem ob decreſcentem phaſim.

Si quæratur in quo ſitu Veneris ſplendor fit maximus; hujus Problematis ſolutionem dedit concinnam ſummus Geometra & Aſtronomus Edmundus Halley Collega meus, in Actis Philoſophicis Londinenſibus N° 349, ubi oſtendit Venerem omnium maxime fulgere, cum elongatur à Sole 40 circiter gradibus, ubi tantum pars quarta diſci luminoſi è Terra conſpicienda ſit; in quo ſitu, Venus die & lucente Sole conſpecta fuit. Admirabilis eſt illa Veneris pulchritudo, qua proprio lumine carens, & tantum Solis mutuatitio lumine gaudens, in tantum ſplendorem erumpit, quantum non habet Jupiter, non Luna, cum æque à Sole elongatur: illius quidem lumen, ſi ad Veneris lumen comparetur, majus quidem erit ob apparentem corporis magnitudinem, at iners, mortuum, ac veluti plumbeum videtur; tantum præ illa Venus revibrat vegetum ſplendorem. *In quo ſitu Venus maxime lucida eſt.*

Si planum orbitæ Veneris coincideret cum plano Eclipticæ, videretur Venus ſemper in Ecliptica incedere. At motus Veneris non fit in plano Eclipticæ, ſed in plano, quod ad illud inclinatur angulo trium graduum & 24 min: ſecatque planum Eclipticæ in linea per Solem tranſeunte, quæ *Linea Nodorum* vocatur, punctaque ubi orbita Planetæ producta Eclipticam ſecat *Nodi* dicantur. Adeoque Venus nunquam è Sole vel è Tellure in plano Eclipticæ videbitur, niſi cum in nodis verſatur; in aliis orbitæ ſuæ punctis nunc minus, nunc magis, ab Ecliptica diſtabit: & è Sole viſa maxima ejus ab Ecliptica diſtantia erit, cum nonaginta gradus ab utroque Nodorum removetur. *Orbita Veneris non coincidit plano Eclipticæ.*

Sit TAB circulus in Eclipticæ plano, LnYN orbita Ve- *TAB. 29. fig. 1.*

ne-

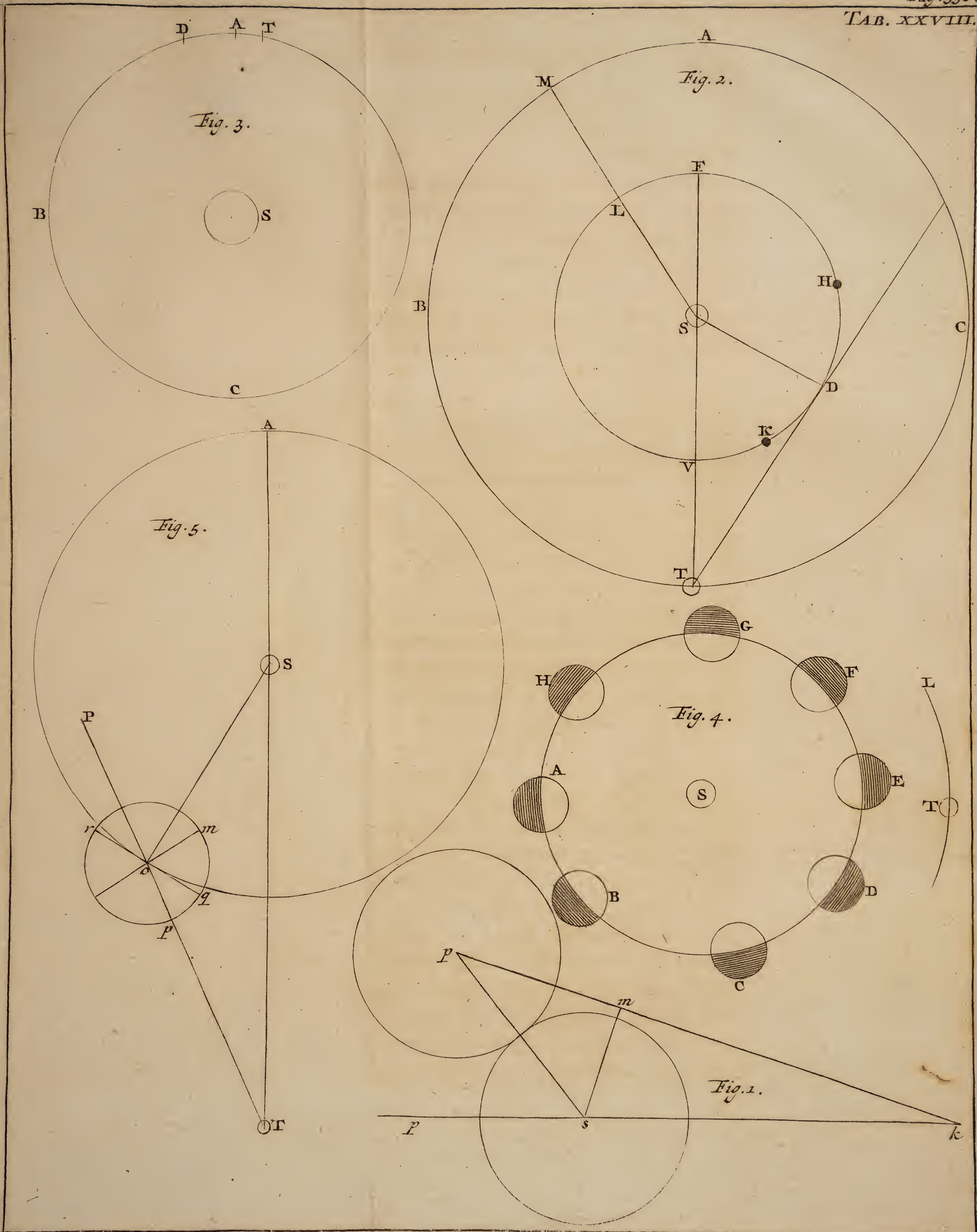
neris, quæ planum Eclipticæ ſecet in lineâ N*n*; concipiendum eſt orbitæ dimidium N L *n* ſupra planum Eclipticæ attolli, altera autem medietas N V *n* infra Eclipticam deprimi; cum Venus eſt in orbitæ ſuæ puncto N, erit in plano Eclipticæ, ad P autem progreſſa, ab Ecliptica deflectere videtur, longius autem ad L provecta planeta, ita ut NL ſit circuli quadrans, maxime ab Ecliptica recedere videbitur, punctumque L vocatur *Limes;* Nam poſt digreſſum ab L rurſus ad Eclipticam accedit Planeta. Si à Venere in P ad planum Eclipticæ demittatur normalis linea PE; & ducatur SE, angulus PSE metietur diſtantiam Veneris ab Ecliptica, & vocatur *Latitudo* Veneris *Heliocentrica*, qualis è Sole videtur. Hæc autem Latitudo ex dato Planetæ loco in ſua orbita, hac ratione exquiritur. Sit arcus NE portio Eclipticæ, NP portio orbitæ Planetæ ad cælum productæ, P locus ejus, N nodus; per locum Planetæ tranſeat circulus ad Eclipticam perpendicularis, hujus circuli arcus PE, inter Planetam & Eclipticam interceptus, erit diſtantia Planetæ ab Ecliptica, ſeu menſura anguli PSE. In triangulo ſphærico PNE, rectangulo ad E, datur latus NP diſtantia Planetæ à nodo, item angulus N inclinatio planorum orbitæ & Eclipticæ, quare per Trigonometriam innoteſcet latus PE, Latitudo Planetæ Heliocentrica, quæ erat invenienda. Latitudo hæc Heliocentrica, quoties Planeta in eodem orbitæ ſuæ puncto invenitur, conſtans & immutabilis eſt. At *Latitudo Geocentrica*, ſeu diſtantia Planetæ ab Ecliptica e Tellure viſa, etiamſi in eodem orbitæ ſuæ puncto conſpiciatur, continuo mutatur pro vario ſitu Telluris, reſpectu Planetæ. Sit enim BTA*t* orbita Telluris, NP*n* orbita Planetæ, qui ſit in P; à quo ad planum Eclipticæ demitti concipiatur perpendicularis PE. Hæc linea, in quocunque orbitæ ſuæ puncto locetur Tellus, ſubtendet angulum, qui Planetæ Latitudinem Geocentricam metitur. Sit itaque Tellus in T, & Venus in P Telluri proxima, in quo ſitu Venus videtur in conjunctione cum Sole inferiore, ejus Latitudo Geocentrica per angulum PTE menſurabitur. At Venere in eodem loco P exiſtente, ſi Tellus punctum *t* occuparet, & Venerem videat in conjun-

Latitudo Heliocentrica.

Latitudo Geocentrica.

TAB. 29. *fig.* 2.

TAB. XXVIII.


D
A
T
Fig. 3.
B
S
C
A
M
Fig. 2.
F
L
H
B
S
C
D
K
V
T
A
Fig. 5.
S
P
r
m
o
q
p
T
G
H
F
L
Fig. 4.
A
E
S
T
B
D
C
p
m
Fig. 1.
P
s
k

junctione ſuperiore, ubi longiſſime ab illa diſtat, Latitudo Geocentrica erit ſecundum angulum P*t*E menſuranda, qui angulo PTE multo minor eſt, ob diſtantiam P*t* diſtantia PT multo majorem. Hæc eadem de Mercurii Latitudine ſunt intelligenda. Unde patet, quod Planetarum Inferiorum, cæteris paribus, Latitudo viſa major eſt, cum hi Telluri ſunt proximi; minor cum ſunt remotiſſimi. Et quidem fieri poteſt, ut Veneris Latitudo Geocentrica major ſit Heliocentrica, cum ſcil. intra Solem & Terram locatur, ubi Telluri quam Soli propior eſt. At Mercurius cum ſemper longius à Tellure quam à Sole diſtet; ſemper minor erit ejus Latitudo Geocentrica quam eſt Heliocentrica, quæ cum maxima eſt, ſeptem fere gradibus æquatur; tanta enim eſt inclinatio ejus orbitæ ad planum Eclipticæ.

Cum nullius Planetæ orbita jaceat in Ecliptica, ſed quælibet eam ſecat in recta, quæ per Solem tranſit, neceſſe eſt ut Planetæ omnes bis tantum in qualibet periodo, in Ecliptica videantur, ſcil. cum in propriis nodis verſantur; aliis omnibus temporibus nunc magis, nunc minus, ab Ecliptica migrare conſpicientur; ſunt tamen certi & determinati limites, extra quas nunquam divagantur Planetæ. Adeoque ſi concipiatur in cælo Zona, ſeu ſpatium latum viginti circiter graduum, per cujus medium incedit Ecliptica, hoc ſpatium Planetas omnes ambitu ſuo ſemper continebit, & *Zodiacus* nominatur, ab imaginibus animalium, ſeu Aſteriſmis qui hanc cæli partem occupant, nomen ducens. Tellus regia ſemper incedens via, nuſquam ab ejus medio ſeu ab Ecliptica deflectit, ideoque neque Sol ab illa declinare videbitur. Luna & errones quinque ad decem quandoque gradus interdum verſus Meridiem, interdum verſus Septemtrionem exſpatiantes, intra Zodiaci tamen limites motus ſuos exercent. *Zodiacus quid?*

Hucuſque contemplati ſumus motus atque Phaſes Veneris ex ejus ſitu reſpectu Solis & Telluris pendentes, Nunc motum e Tellure viſibilem in cælis ſecundum Zodiacum perpendamus. Sit ABC orbita Veneris, TGF orbita Telluris, LMO circulus referat Zodiacum ad Stellas fixas productum; *Motus Veneris in Zodiaco.* TAB. 29. *fig.* 1.

 ſit

ſit primo Tellus in T & Venus in A, prope ſuperiorem cum Sole conjunctionem; Patet ſpectatorem e Tellure Venerem in cælo referre ad punctum Zodiaci L; & ſi Tellus quieſceret, dum Venus arcum AB in orbita propria percurreret, illa portionem Zodiaci LM deſcribere videretur. At quia Tellus interea movetur, cum Venus eſt in B, appellit Tellus puncto orbitæ ſuæ H, ex quo Venus conſpicietur in N, & per arcum Zodiaci LMN deferri videbitur; eritque Venus magis in orientem progreſſa quam in priore caſu. Cum vero Venus ad C pervenerit, Tellus ad G defertur, ita ut Venus in recta ejus orbitam tangente & in Zodiaci puncto O conſpicietur. In quo ſitu, motus ejus apparens erit fere æqualis motui apparenti Solis. Moveatur deinde Venus ex C ad A rurſus, & interea Tellus arcum GK percurrat, & Venus circa conjunctionem inferiorem cum Sole videbitur, & in illo ſitu ad Zodaici punctum P e Tellure referetur, cumque prius in O conſpiciebatur Venus, per arcum OP regreſſam eſſe, ſeu ab ortu in occaſum contra ſeriem ſignorum tendere, ſpectabitur: Cumque in C una cum Sole progredi viſa fuit, in A autem celerrime regredi; oportet ut ſit locus aliquis medius inter C & A, ubi nec regredi, nec progredi, ſed ut ſtationaria videatur, & eundem in cælis locum per aliquod tempus conſervare. Perveniat jam Venus ad E, & Tellus ad F, & Venus è Tellure videbitur in Eclipticæ puncto Q magis regreſſa; ubi autem Venus videtur è Tellure in recta quæ ejus orbitam tangit, rurſus motum progreſſivum cum Sole habebit. Adeoque inter mutationes curſus, ſeu inter motum progreſſivum & regreſſivum, Venus morabitur nonnihil, & eodem in loco per aliquot dies conſiſtere videbitur; ubi autem Tellus ad D pervenerit, & Venus ſit in C, videbitur per arcum Zodiaci QR motu celeri verſus orientem progrediiſſe. Hinc Venus, cum in ſuperiore cum Sole conjunctione verſetur, ſemper directe incedere, ſeu ſecundum ſignorum ſeriem moveri conſpicitur: At cum eſt in inferiore conjunctione, ſeu cum inter Solem & Terram exiſtet, tunc regredi & contra ſeriem ſignorum ferri apparet.

Motus Veneris progreſſivus.

Motus Regreſſivus.

Venus ſtationaria.

Quando Venus directa.

Quando regredi videtur.

Similes ſunt Phaſes Mercurii.

Quæcunque de Veneris motibus oſtendimus, ea quoque de

TAB. XXIX.

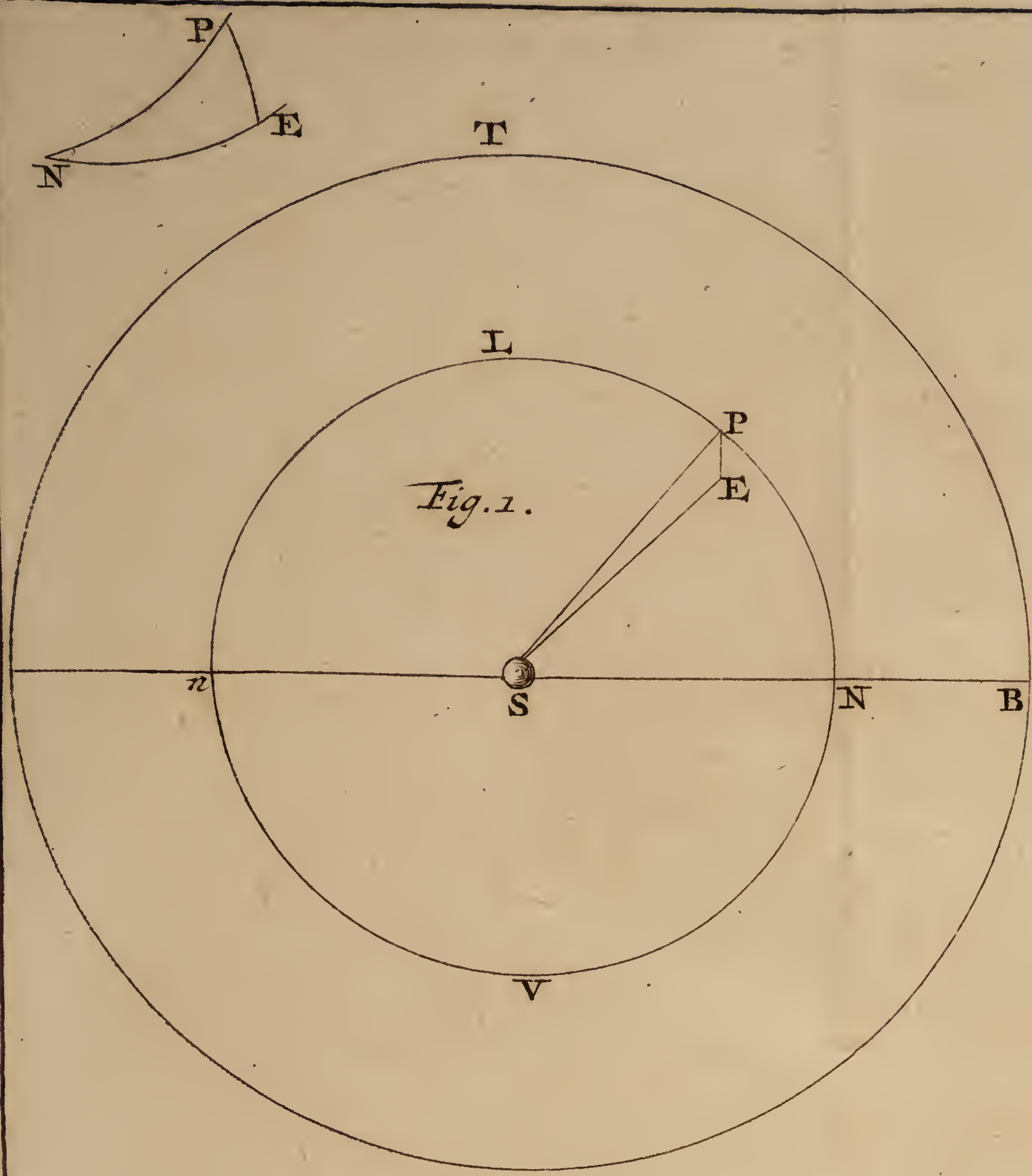


Fig. 1.

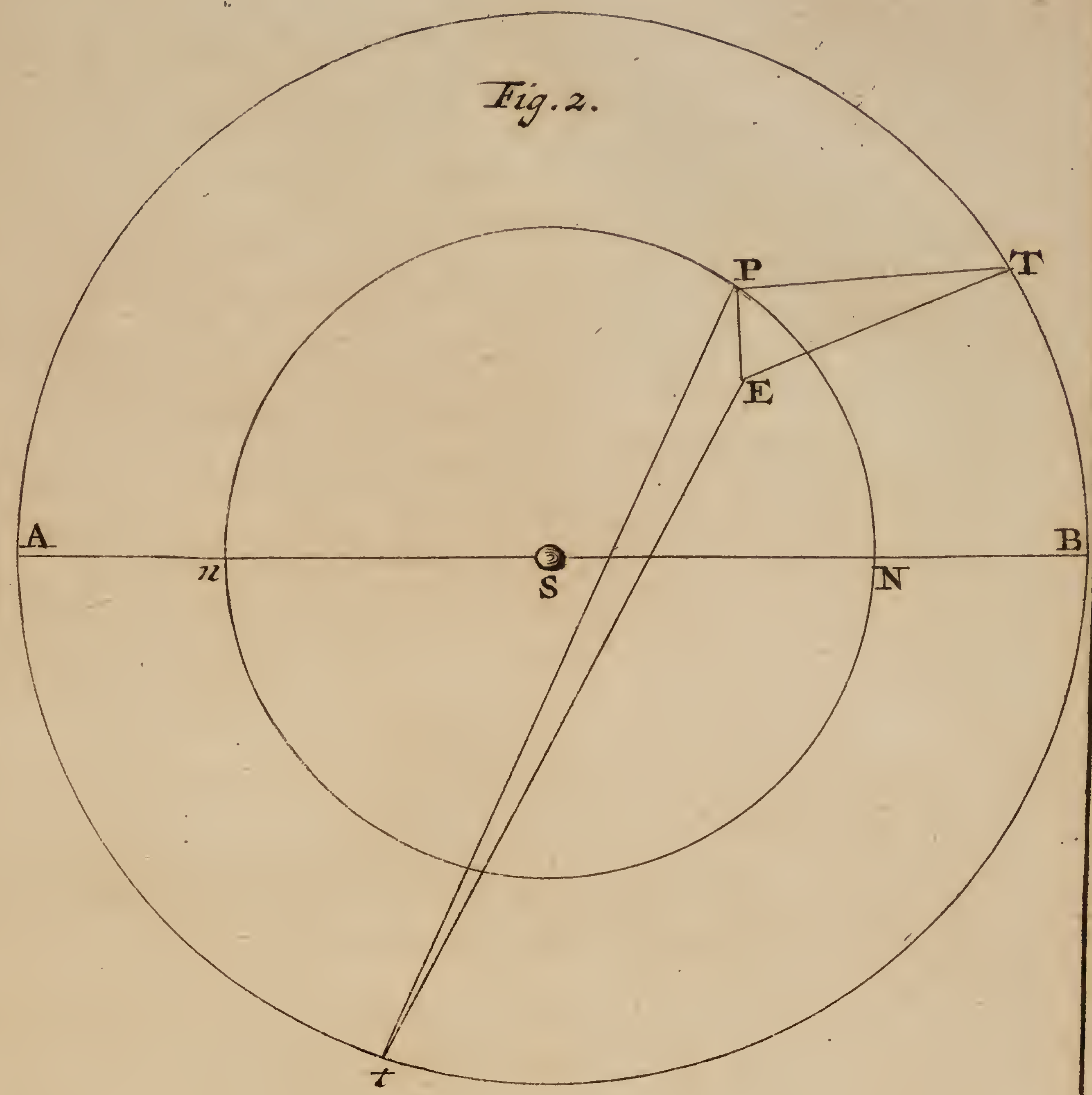


Fig. 2.

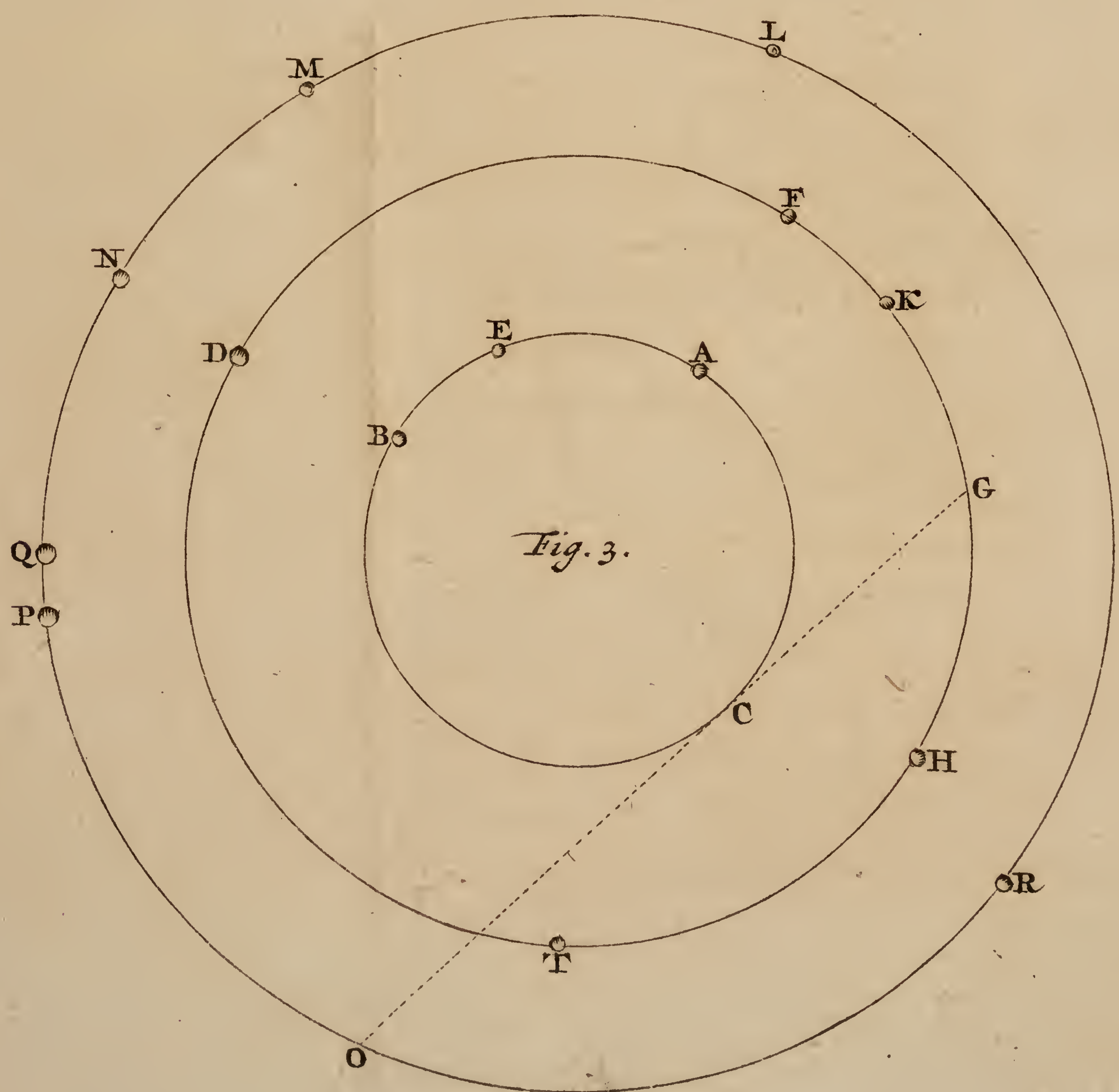


Fig. 3.

de Mercurio ejuſque motibus vera erunt. At Mercurii conjunctiones cum Sole, Directiones, ſtationes, & regreſſus frequentiores ſunt, quam Veneris, hic enim celerior & in minore orbita latus, ſæpius Tellurem aſſequitur quam Venus. Maxima Mercurii à Sole digreſſio adæquat circiter gradus 33. Ex his patet, quod horum Planetarum motus apparentes, è Tellure viſi ſunt admodum inæquales, qui nunc progredi, nunc ſtare, mox regredi, & rurſus ſtare cernuntur: at ſpectator in Sole locatus, hos Planetas ſemper eodem tenore progredientes conſpiciet. Nam talis eſt in his Planetis è Terra apparens motuum inæqualitas, ut æquabili circa Solem lationi accurate reſpondeat, unde liquet non Tellurem, ſed Solem eſſe centrum motus Planetarum inferiorum.

Sicuti ſuperius oſtenſum fuit, orbitam Telluris non eſſe circulum ſed Ellipſim, hoc idem verum erit de orbitis Veneris atque Mercurii, & cæterorum Planetarum, quorum omnium orbitæ ſunt Ellipſes, quæ ~~non~~ communem focum habent, in quo Sol reſidet; circa quem motibus licet inæqualibus Planetæ ferantur, certa tamen & immutabili lege motus ipſorum reguntur; nam ita Ellipſeos perimetrum percurrunt, ut ab ipſorum centris, Radiis ad Solem ductis, deſcribant ſeu verrant Areas Ellipticas temporibus proportionales; adeoque in Apheliis tardius incedunt Planetæ, in Periheliis velocius feruntur. Aphelia autem aliter quam Lunæ Apogæon vel quieſcunt, vel lento amodum motu progrediuntur, adeoque ſaltem per unius hominis ætatem tanquam quieſcentia haberi poſſunt. Obſervandum autem eſt Mercurii orbitam eſſe omnium maxime excentricam. Nam ejus Excentricitas eſt ad diſtantiam mediam ut 2051 ad 10000. *Orbitæ Planetarum ſunt Ellipſes.*

LECTIO XVI.

De Motibus Planetarum ſuperiorum Martis Jovis & Saturni & Phænomenis inde ortis.

IN Phænomenis inferiorum Planetarum explicandis ſatis diu immoratum eſt. Ad ſuperiores Planetas eorumque motus contemplandos accedimus. Sit itaque ABCT orbita *TAB. 30. fig. 1.*

Telluris. Rotentur circa Solem Saturnus, Jupiter & Mars in diverſis ab illo diſtantiis, diverſiſque temporum periodis circuitus perficientes; ſitque PQV portio Zodaici, in quo motus ſuos peragere videntur. Primo patet hos Planetas è Sole viſos, poſſe cum Terra conjungi vel etiam eidem opponi. Scil. ſi Saturnus ſit in ♄, poteſt Tellus in M locari, in recta quæ Solem & Saturnum conjungit, in quo ſitu è Sole videntur Planetæ in conjunctione. Vel poteſt Tellus in eadem recta in contrarias partes producta, in B ſcil. exiſtere, ubi e Sole Saturno opponi videbitur: at in hoc ſitu, Sol è Tellure viſus cum Saturno conjungi apparebit. 2do Patet Planetas hos è Terra viſos poſſe aſpectum quemlibet ad Solem obtinere, ſeu in dato quovis angulo à Sole elongari, quod in inferioribus fieri non potuit, qui ſemper in Solis vicinia commorantur. Nam à Terra T duci poteſt recta TP, quæ orbitas omnes ſecat, & cum TS recta Solis & Terræ centra conjungente datum faciat angulum STP, adeoque cum Terra eſt in T, Saturnus fieri poteſt in F, cujus elongatio à Sole eſt angulus STF. Præterea quando Terra & quilibet Planeta ſuperior e Sole in conjunctione videntur, Planeta ille e Terra ſpectatus, Soli opponi conſpicietur; eoſque oppoſita cæli puncta occupare videbit Terricola.

Tempus determinatur, in quo Planeta ſuperior ad conjunctionem aut oppoſitionem aut revertitur.

Conjungatur quilibet Planeta ſuperior v. gr. Saturnus cum Tellure e Sole ſpectatus; Poſt conjunctionem, cum Terra velociore motu angulari feratur quam Saturnus, illam à Saturno magis indies recedere aſpiciet Solicola; cumque Tellus arcum 59 min. & 8 ſecund. motu medio quotidie deſcribit, Saturnus autem, tantum duo minuta prima, erit motus Telluris à Saturno, e Sole viſus, quolibet die 57 min. & 8 ſecunda; ſi itaque fiat ut 57 min. & 8 ſecunda ad gradus 360, ita dies ad quartum, dabitur numerus dierum, in quibus Tellus rurſus Saturno conjungi videbitur, æqualis ſcil. diebus 378. Sed cum Tellus & Saturnus, e Sole ſpectati, conjunguntur; Sol & Saturnus e Tellure viſi opponuntur; ergo tempus inter duas proximas oppoſitiones Solis & Saturni ex motibus eorum mediis computatas, æquatur diebus 378 ſeu Anno cum diebus tredecim. Idem inter-

tercedit tempus inter duas conjunctiones Saturni cum Sole proximas e Tellure viſas ; vel inter duas quaſlibet ſimiles Saturni Elongationes à Sole: Tempuſque inter conjunctionem & proximam oppoſitionem eſt hujus ſpatii dimidium, nempe dies 189.

Similiter invenietur Tempus inter duas proximas Jovis cum Sole conjunctiones, aut eidem oppoſitiones eſſe æquale Anno una cum triginta tribus diebus. At Mars poſt unam oppoſitionem, ſequentem non attinget, niſi poſt binos annos, & inſuper quinquaginta dies.

Planetæ omnes Soli oppoſiti oriuntur occidente Sole, & occidunt illo oriente; poſt autem digreſſum Planetarum à Solis oppoſito, manent Sole orientaliores, poſtque Solis occaſum veſperi ſunt conſpicui, donec Soli conjuncti ſimul cum illo occidunt & oriuntur, deinde poſt eorum à Sole receſſum fiunt Sole occidentaliores, & mane ante Solis ortum tantum conſpici poſſunt; nam veſpere citius Sole occidunt, donec ad oppoſitum Solis perveniunt, ubi rurſus oriuntur occidente Sole.

Uti de Inferioribus oſtenſum fuit, ita quoque ſuperiorum Planetarum orbitæ non jacent in plano Eclipticæ, ſed eorum omnium plana Eclipticam ſecant in rectis, quæ per Solem tranſeunt, & Nodorum Lineæ dicuntur. Punctaque ubi hæ lineæ Eclipticæ occurrunt, Nodi vocantur. Quare nec ſuperiores Planetæ unquam in Ecliptica videntur, niſi cum in nodis verſantur; in aliis omnibus locis nunc magis, nunc minus, ab Ecliptica deflectunt, & maxime ab illa diſtant cum circa limites ſeu puncta ab utroque nodo æquidiſtantia verſantur, ubi Latitudines maximæ Heliocentricæ ſunt quæ ſequuntur, ſcil. Saturni Latitudo maxima Heliocentrica eſt 2 grad. 30 min. Jovis 1 grad. min. 20. Et Martis 1 grad. 52 min.

Orbitarum Plana inclinantur ad Eclipticam.

Dato Loco Planetæ in ſua orbita, ſeu diſtantia ejus à nodo, eadem ratione exquiretur ejus Latitudo Heliocentrica, qua vos Veneris & Mercurii Latitudines invenire docuimus. Latitudines autem Planetarum Geocentricæ, ſeu diſtantiæ à Plano Eclipticæ e Tellure viſæ, ex ſitu & diſtantia Tellu-

Telluris. Rotentur circa Solem Saturnus, Jupiter & Mars in diverſis ab illo diſtantiis, diverſiſque temporum periodis circuitus perficientes; ſitque PQV portio Zodaici, in quo motus ſuos peragere videntur. Primo patet hos Planetas è Sole viſos, poſſe cum Terra conjungi vel etiam eidem opponi. Scil. ſi Saturnus ſit in ♄, poteſt Tellus in M locari, in recta quæ Solem & Saturnum conjungit, in quo ſitu è Sole videntur Planetæ in conjunctione. Vel poteſt Tellus in eadem recta in contrarias partes producta, in B ſcil. exiſtere, ubi e Sole Saturno opponi videbitur: at in hoc ſitu, Sol è Tellure viſus cum Saturno conjungi apparebit. 2do Patet Planetas hos è Terra viſos poſſe aſpectum quemlibet ad Solem obtinere, ſeu in dato quovis angulo à Sole elongari, quod in inferioribus fieri non potuit, qui ſemper in Solis vicinia commorantur. Nam à Terra T duci poteſt recta TP, quæ orbitas omnes ſecat, & cum TS recta Solis & Terræ centra conjungente datum faciat angulum STP, adeoque cum Terra eſt in T, Saturnus fieri poteſt in F, cujus elongatio à Sole eſt angulus STF. Præterea quando Terra & quilibet Planeta ſuperior e Sole in conjunctione videntur, Planeta ille e Terra ſpectatus, Soli opponi conſpicietur; eoſque oppoſita cæli puncta occupare videbit Terricola.

Tempus determinatur, in quo Planeta ſuperior ad conjunctionem aut oppoſitionem aut revertitur.

Conjungatur quilibet Planeta ſuperior v. gr. Saturnus cum Tellure e Sole ſpectatus; Poſt conjunctionem, cum Terra velociore motu angulari feratur quam Saturnus, illam à Saturno magis indies recedere aſpiciet Solicola; cumque Tellus arcum 59 min. & 8 ſecund. motu medio quotidie deſcribit, Saturnus autem, tantum duo minuta prima, erit motus Telluris à Saturno, e Sole viſus, quolibet die 57 min. & 8 ſecunda; ſi itaque fiat ut 57 min. & 8 ſecunda ad gradus 360, ita dies ad quartum, dabitur numerus dierum, in quibus Tellus rurſus Saturno conjungi videbitur, æqualis ſcil. diebus 378. Sed cum Tellus & Saturnus, e Sole ſpectati, conjunguntur, Sol & Saturnus e Tellure viſi opponuntur; ergo tempus inter duas proximas oppoſitiones Solis & Saturni ex motibus eorum mediis computatas, æquatur diebus 378 ſeu Anno cum diebus tredecim. Idem in-

ter-

tercedit tempus inter duas conjunctiones Saturni cum Sole proximas e Tellure viſas ; vel inter duas quaſlibet ſimiles Saturni Elongationes à Sole: Tempuſque inter conjunctionem & proximam oppoſitionem eſt hujus ſpatii dimidium, nempe dies 189.

Similiter invenietur Tempus inter duas proximas Jovis cum Sole conjunctiones, aut eidem oppoſitiones eſſe æquale Anno una cum triginta tribus diebus. At Mars poſt unam oppoſitionem, ſequentem non attinget, niſi poſt binos annos, & inſuper quinquaginta dies.

Planetæ omnes Soli oppoſiti oriuntur occidente Sole, & occidunt illo oriente ; poſt autem digreſſum Planetarum à Solis oppoſito, manent Sole orientaliores, poſtque Solis occaſum veſperi ſunt conſpicui, donec Soli conjuncti ſimul cum illo occidunt & oriuntur, deinde poſt eorum à Sole receſſum fiunt Sole occidentaliores, & mane ante Solis ortum tantum conſpici poſſunt; nam veſpere citius Sole occidunt, donec ad oppoſitum Solis perveniunt, ubi rurſus oriuntur occidente Sole.

Uti de Inferioribus oſtenſum fuit, ita quoque ſuperiorum Planetarum orbitæ non jacent in plano Eclipticæ, ſed eorum omnium plana Eclipticam ſecant in rectis, quæ per Solem tranſeunt, & Nodorum Lineæ dicuntur. Punctaque ubi hæ lineæ Eclipticæ occurrunt, Nodi vocantur. Quare nec ſuperiores Planetæ unquam in Ecliptica videntur, niſi cum in nodis verſantur ; in aliis omnibus locis nunc magis, nunc minus, ab Ecliptica deflectunt, & maxime ab illa diſtant cum circa limites ſeu puncta ab utroque nodo æquidiſtantia verſantur, ubi Latitudines maximæ Heliocentricæ ſunt quæ ſequuntur, ſcil. Saturni Latitudo maxima Heliocentrica eſt 2 grad. 30 min. Jovis 1 grad. min. 20. Et Martis 1 grad. 52 min.

Orbitarum Plana inclinantur ad Eclipticam.

Dato Loco Planetæ in ſua orbita, ſeu diſtantia ejus à nodo, eadem ratione exquiretur ejus Latitudo Heliocentrica, qua vos Veneris & Mercurii Latitudines invenire docuimus. Latitudines autem Planetarum Geocentricæ, ſeu diſtantiæ à Plano Eclipticæ e Tellure viſæ, ex ſitu & diſtantia Tellu-

ris plurimum pendent, nam eadem manente Latitudine Planetæ Heliocentrica, pro varia poſitione Telluris, varia erit ejus Latitudo e Terra viſa. Sit enim Telluris orbita T ♁ t, ſuperioris vero cujuſvis, Martis verbi gratia orbita ſit ♂ M, cujus planum ad Eclipticæ planum inclinatur; illudque interſecat in linea Nodorum N n. Sit Mars in ♂, & Tellus in T, ut videatur Mars in aſpectu ad Solem oppoſito, ex ♂ ad planum Eclipticæ demittatur normalis recta ♂ E, hæc recta ſubtendit angulum, qui latitudinem Planetæ Geocentricam metitur. Cum itaque Tellus eſt in T, inter Solem & Martem, Latitudinem Martis viſam angulus ♂ T E metietur. At ſi Tellus in t locetur, ut Sol fiat Marti conjunctus, ejus Latitudo è Terra ſpectata erit æqualis menſuræ anguli ♂ t E, qui angulo ♂ T E multo minor eſt, & in eadem fere ratione minor qua diſtantia T ♂ minor eſt diſtantia t ♂. Si Tellus ſit in T, erit Martis Latitudo Geocentrica major Heliocentricâ, & quando Tellus in t exiſtat, erit illa hâc minor. Eodem modo pro vario ſitu Martis & Telluris, reſpectu Solis, Latitudo ejus Geocentrica mutatur, ita ut cæteris paribus illa ſit minor, quo mars propior ſit conjunctioni cum Sole, & major quo is Solis oppoſito ſit vicinior.

TAB. 31. fig. 1.

Patet etiam ſuperiorum nullum è Terra viſum poſſe in Solis diſco conſpici, ut Veneri & Mercurio contingit. Poteſt tamen illorum quivis à Sole tegi, quando Planeta cum illo conjunctus, ſit nodo ſatis vicinus, ut poſt Solem lateat.

Planetæ ſuperiores pleno orbe fulgent.

Cum Planetarum omnium facies, quæ Soli obvertuntur, Solis luce reflexa ſplendeant, cumque Tellus in vicinia Solis ſemper apparet è Jove aut Saturno conſpecta, horum Planetarum facies quæ Soli obvertuntur, etiam Terræ obverſæ erunt; unde ſemper Terricolis pleno orbe fulgentes apparebunt hi planetæ. At cum Mars in orbita feratur, quæ propius ad Telluris orbitam accedit, patet ejus faciem Soli obverſam non ſemper totam Telluri obverti, ſed circa quadratum Martis cum Sole aſpectum, cum ſcil. Tellus ſit in M vel B, & Mars in N aut R, pars aliqua faciei illuminatæ è Terra non videbitur, & proinde Phaſis Martis erit gibbo-

Mars in quadrato aſpectu aliquantulum gibboſus. TAB. 30. fig. 1.

gibboſa, at in conjunctione aut oppoſitione Martis & Solis, totus illuminatus diſcus è Terra erit conſpiciendus; & præſertim in oppoſitione Solis, ubi Terræ proximus rotundam & maxime fulgidam ſpeciem exhibet.

Planetæ ſuperiores multo majores videntur in oppoſitionibus Solis, quam in conjunctionibus, nam multo minus à Tellure diſtant in uno ſitu, quam in altero; & diſtantiarum differentia æqualis eſt diametro orbis magni in quo circa Solem movetur Terra, quæ differentia cum ad ſemidiametrum orbitæ Martis majorem habeat proportionem, quam ad reliquarum orbitarum ſemidiametros, maximum ejus magnitudinis apparentis faciet diſcrimen. Nam Mars quinquies circiter nobis eſt propior in oppoſitione Solis, quam cum in ejus conjunctione videtur; adeoque cum viſibilis cujuſvis diſcus & ſplendor augetur in duplicata ratione diſtantiæ diminutæ, Mars vigeſies quinquies major & ſimul lucidior in oppoſitione Solis quam in ejus conjunctione apparebit. *Planetæ ſuperiores in oppoſitione Solis quam in conjunctione majores.*

Cum Jupiter quinquies longius à Sole diſtet, quam Terra ab eodem diſtat; diameter Solis apparens, è Jove ſub angulo tantum ſex ſcrupulorum videbitur, qui nobis eſt triginta, Solque Jovis incolis vigeſies quinquies minor apparebit quam nobis. Et luminis & caloris viceſimam quintam tantum partem à Sole recipient Jovicolæ, illius quo fruuntur & foventur Terricolæ. At Saturnus cum decies longius à Sole diſtet quam nos, Apparens Solis diameter ex illo viſus ſub angulo trium tantum ſcrupulorum conſpicietur, & paulo duplo major quam Venus Perigæa nobis apparebit. Adeoque Solis diſcus ex Saturno viſus centies minor apparebit, & tam Lux quam calor in eadem ratione in Saturno minuuntur; unde oportet ut Saturni Regiones etiam Æquatoriæ ſint noſtris intra Polares circulos incluſis Terris frigidiores. *Diverſitas caloris in Planetis.*

Planetæ omnes ſuperiores è Sole conſpecti, uniformiter ſecundum eandem plagam & eadem lege, æquabili ſcil. Arearum deſcriptione, ſemper progredi cernuntur, unde fit ut eorum motus angularis circa Solem ſit inæqualis; in Apheliis enim morantes tardius incedunt, circa Perihelia ver- *Planetarum motus è Tellure conſpecti irregulares.*

verſantes velocius feruntur; at è Tellure viſi hi Planetæ, motus admodum irregulares in Zodiaco peragere videntur, aliquando enim progrediuntur ab occidente in orientem, ſecundum veros ipſorum motus, deinde paulatim tardeſcunt; donec tandem immobiles & quaſi ſtationarii conſpiciuntur; mox motu retrogrado ferri, & in plagam motibus veris contrariam tendere eos aſpicimus; rurſuſque deinde quaſi immobiles ſtare apparent; donec poſt aliquod tempus progredi, & ab occidente in orientem ferri videntur. Hæ motuum & curſuum mutationes, ex motu & ſitu Telluris omnes oriuntur.

TAB 30. *fig.* 2.

Sit PQO portio Zodiaci, ABCD orbita Telluris EMGHZ ſuperioris cujuſvis Planetæ orbita v. gr. Saturni. Sitque Tellus in A, & Saturnus in E, in quo ſitu è Tellure videbitur Zodiaci punctum O occupare. Si Saturnus quieſceret, Tellure ad B deventa, videretur Saturnus in Zodiaci puncto L, & per arcum OL ſecundum ſeriem ſignorum ſeu ab occidente in orientem progreſſus; verum interea dum Tellus tranſit ab A ad B, Saturnus fertur motu proprio ab E ad M, ubi in conjunctione cum Sole venit, & ex Terra arcum OQ in Zodiaco confeciſſe videbitur, & hic arcus eſt arcu OL major; unde Planetæ ſuperiores cum ſunt in conjunctione cum Sole, celerrime progrediuntur, ob duplicem cauſam, nempe quod revera circa Solem ferantur, tum quod Terra in adverſo ſemicirculo in eandem plagam feratur, circa idem centrum; adeoque Planeta quando à Terra eſt remotiſſimus & Soli conjunctus citius ſolito in conſequentia ſignorum ferri apparet; quo in ſitu dicitur fieri directus. Ad C deventa Tellure, dum Saturnus arcum MG deſcribit, is in Zodiaco in R conſpicietur: quando autem Tellus eſt in K, & Saturnus in H, Tellus fere in recta movetur quæ per Saturnum tranſit, vel quod idem eſt recta Saturnum & Terram connectens orbitam Terræ tanget, & Terricola Saturnum ad idem Zodiaci punctum tunc referet, & eundum locum inter fixas conſervare videbit; unde in eo ſitu Saturnus ſtationarius apparebit.

Quando Planeta directus & velox.

Quando ſtationarius videtur.

At Tellure in D tranſlata, & Saturno oppoſitum Solis Pun-

punctum x tenente, videbitur is locum in Zodiaco v occupare & per arcum pv regreſſus. Unde liquet Planetas cum Soli opponuntur ſemper retrogrados conſpici, & in Antecedentia, ſeu contra ſignorum ſeriem, motu apparenti ferri. Ad A autem rurſus delata Tellure, & Saturno circa z hærente, denuo in ſtatione ſua in puncto ſcil. N permanere apparebit Planeta; & tandem cum Tellus hunc ſitum reliquerit, Saturnus rurſus progredi & in directum moveri conſpicietur.

Quæ de Saturno hic oſtenſa ſunt, eadem de Jove & Marte intelligenda ſunt; qui nunc progredi, nunc ſtare, mox regredi deinde ſtare, & denuo progredi conſpiciuntur, Saturni autem regreſſiones frequentiores ſunt quam Jovis, exinde quod Tellus Saturnum Planetarum lentiſſimum ſæpius aſſequetur, quam Jovem non paulo velociorem. Quin ob eandem cauſam Jovis quoque regreſſiones frequentiores ſunt quam Martis, quia ſcil. Mars velocior Jove latus, majus ſpatium percurrit & opus erit, ut longiore tempore ad oppoſitum Solis perveniat, quam in Jove requiritur.

Sit A C portio orbitæ Terræ, quam tangit recta A N, in qua è Tellure ponamus conſpici Planetas ſuperiores, ſcil. Mars in ♂ videatur, Jupiter in ♃, & Saturnus in ♄, ſitque KLMN portio Zodiaci. Erit Martis locus è Sole viſus K, qui eſt locus verus & Heliocentricus; at cum Tellus ſit in A, ex illo loco Mars ad Zodiaci punctum N referetur, quod dicitur ejus apparens locus. Similiter Jupiter è Sole viſus in L conſpicitur, qui eſt ejus locus verus, at è Tellure ad punctum N refertur. Eadem ratione Saturni verus locus qualis ex Sole orbitæ ſuæ centro conſpiciendus eſt, erit in M, at locus apparens e Terra viſus eſt in Zodiaci puncto N. Arcus KN LN MN differentiæ ſcil. inter locos apparentes & veros dicuntur Parallaxes orbis annui in his Planetis. Per Solem S ducatur SO ad AN parallela, eruntque per 29. *El. primi* anguli A♂S, A♃S, A♄S ſinguli reſpective æquales angulis KSO LSO & MSO, quorum menſuræ ſint arcus KO LO & MO. Eſt vero angulus ANS, æqualis angulo NSO, cujus

Parallaxes orbis Annui Planetarum.

TAB. 31. *fig.* 2.

 men-

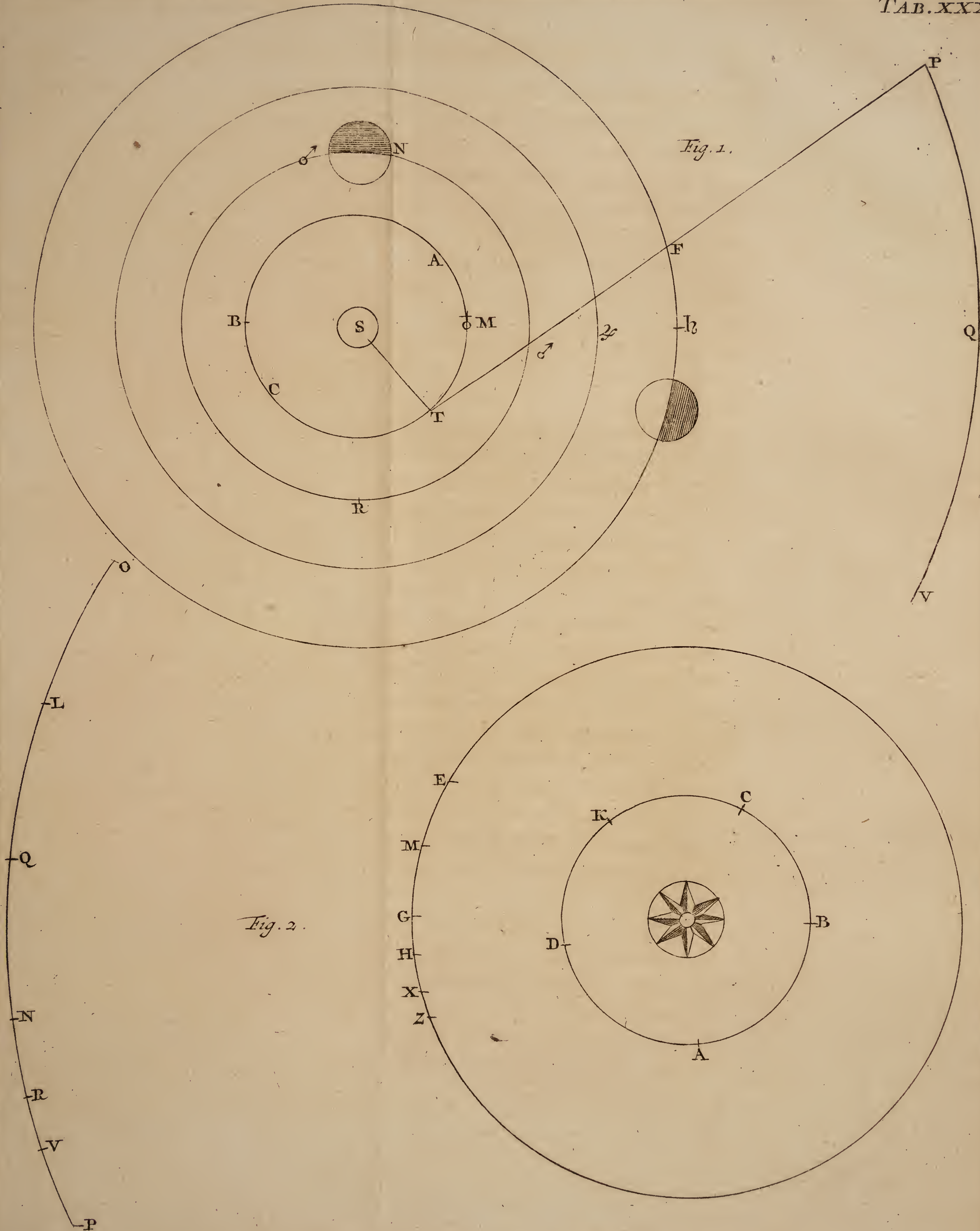
menſura eſt arcus NO, qui itaque erit menſura anguli ANS, ſub quo ſemidiameter orbitæ Terræ e cælo videtur, ſed AS ſemidiameter orbitæ Terræ reſpectu diſtantiæ cæli, ſeu fixarum evaneſcit; nam illa e fixis conſpecta ſub nullo fere angulo videtur: evaneſcit igitur in cælo angulus NSO huicque proportionalis arcus NO, & proinde coincidere videntur puncta N & O, & arcus KO LO & MO minime different ab arcubus KN LN & MN, qui itaque erunt menſuræ angulorum A♂S A♃S A♄S. At illi anguli ſunt ut apparentes ſemidiametri orbitæ Telluris ex Planetis ſingulis viſæ. In ſingulis itaque Planetis ſuperioribus, Parallaxis orbis annui eſt ubique ut angulus ſub quo ſemidiameter orbis magni per Terram tranſiens, e Planeta videtur; & quo propior Planeta ad Tellurem vel Solem accedat, eo major fit iſte angulus. Hinc Parallaxis in Marte major erit illâ Jovis; ſicuti in Jove Parallaxis annua major erit quam in Saturno. At in ſtellis fixis nulla deprehenditur Parallaxis orbis annui.

Anguli A♂S A♃S A♄S ſunt quam proxime maximæ Elongationes Telluris à Sole e reſpectivis Planetis viſæ; in Marte adæquat hic angulus 42 gr. adeoque Tellus e Marte conſpecta minus digreditur à Sole quam Venus à nobis viſa. In Jove maxima elongatio Telluris à Sole videtur gr. 11. quæ eſt circiter ſemiſſis Elongationis Mercurii maximæ à nobis conſpiciendæ. In Saturno Angulus hic, ſeu Elongatio Telluris à Sole maxima minor eſt ſex gradibus, & quarta circiter pars Elongationis Mercurii à nobis viſæ, cumque Mercurius raro admodum ſe nobis conſpiciendum præbet, rariſſimus e Saturno erit Telluris noſtræ conſpectus, & fortaſſe Saturniis Aſtronomis nondum innoteſcit, Globum Telluris noſtræ in rerum natura exiſtere.

Retrogradationes, in Marte majores quam in Jove & in Jove, majores quam in Saturno.

Hinc manifeſtum quoque eſt, Retrogradationes in Marte, majores eſſe quam in Jove, necnon majores in Jove, quam in Saturno, idque ob duplicem cauſam, tum quod Mars Telluri propior ſit quam Jupiter, & is quam Saturnus, tum quod velociore motu ferantur.

Ex data in quovis Planeta Parallaxi orbis annui, facile in-


Fig. 1.
P
N
A
F
B
S
M
C
T
R
Q
V
O
L
E
K
C
M
Q
Fig. 2.
G
B
D
H
X
Z
A
N
R
V
P

innoteſcet ejus diſtantia à Sole, reſpectu diſtantiæ Telluris ab eodem. Nam quoniam in Marte datur angulus A ♂ S, quem metitur arcus Parallaxis annuæ, & angulus ♂ A S, Elongatio Planetæ à Sole, obſervatione aut calculo cognitus, ſi fiat ut ſinus Parallaxis annuæ, ad ſinum Elongationis Martis à Sole, ita S A diſtantia Telluris à Sole, ad S ♂ diſtantiam Martis ab eodem, illa dabitur.

Dantur Planetarum diſtantiæ à Sole ex data Parallaxi orbis annui.

Hæc Parallaxis orbis, qua Planetæ citius tunc tardius in cælo videntur ferri, & nunc in orientem promoveri, nunc in occidentem retrahi conſpiciuntur, producit in motibus eorum Inæqualitatem, quæ ab Aſtronomis Inæqualitas ſecunda & Optica dicitur, ut diſtinguatur à prima quæ Planetis revera ineſt, qua inæquabili motu in orbitis ſuis ferantur: in oppoſitionibus aut conjunctionibus Planetarum cum Sole, inæqualitas illa ſeu Parallaxis evaneſcit, & idem eſt locus Planetæ Geocentricus qui Heliocentricus, ſeu qui ex Sole videtur.

Inæqualitas ſecunda & Optica quid?

Jovis & Saturni Satellites.

Planetarum duo extimi amplo ſatis donantur Satellitio, nam Jupiter non paucioribus quam quatuor comitibus ſtipatus incedit, Saturnus quinque; mirum & jucundum ſpectaculum; hi inſtar Lunæ noſtræ, primarios ſuos in circulationibus circa Solem perpetuo comitantur, & interea circa primarios gyros deſcribunt, unde ex Primariis conſpecti eaſdem ſubeunt Phaſes, quas nobis Luna exhibet, in oppoſitionibus cum Sole fulgidi & pleni apparent; exinde diſcedentes gibboſi, cumque veniunt ad quadratum cum Sole aſpectum, dimidiati; ante conjunctionem corniculati, & in ipſo cum Sole coitu prorſus evaneſcunt.

E Terra viſi hi Satellites, quamvis nunquam e Primario ſuo longe recedant, nunc tamen ei propius admoveri, nunc ab illo digredi conſpiciuntur. Sit A B T orbita Terræ in cujus medio eſt Sol, S F ſit portio orbitæ Jovis, in qua ſit Jupiter in ♃, qui reſidet in centro quatuor circulorum, quos quatuor Comites, ſeu Lunæ circa ipſum deſcribunt. Lunæ hæ quando inferiores orbitarum partes L N M deſcribunt, e Sole vel Terra conſpectæ, verſus occidentem tendere videntur, at dum orbitarum partes ſuperiores G H K percurrunt, in orientem ſecundum veros ipſorum motus

TAB. 31. fig. 3.

 pro-

progredi conſpiciuntur. Et cum ad orientem tendunt Lunæ bis occultantur, ſemel quidem in o ab interpoſito Jovis corpore, quod in recta eſt inter Terræ & Jovis centra, iterumque in umbra Jovis evaneſcere videntur comites, quæ occultationes proprie Lunarum Eclipſes ſunt, quæ nunquam contingunt, niſi quando inter eas & Solem Jupiter directe interponitur, hoc eſt momento Plenilunii, Solis lumine privantur, ſicuti Luna ex Terræ interpoſitione ob eandem cauſam deficit.

Quando Jupiter eſt Sole orientalior, & Veſpertinus apparet, hoc eſt cum Tellus in A, prius latent pone Jovem, ob conjunctionem viſam cum corpore Jovis, priuſquam in umbram incurrunt, deinde ab umbra Jovis deliquia patiuntur. At quando Jupiter eſt Sole occidentalior, hoc eſt poſt ejus conjunctionem cum Sole, ubi is mane apparet, hoc eſt, quando Tellus circa B verſatur, prius in Jovis umbram incurrunt Lunæ ad V, quam ab ejus corpore occultantur in P, cum autem retrogradæ ſunt Lunæ, id eſt quando tendunt ad occidentem ſeu Inferiores orbitarum partes percurrunt, tunc ſemel tantum abſconduntur, ut in Q, cum ab ipſius Jovis corpore diſtingui non poſſunt, at quando e Sole conſpectæ in conjunctione cum Jove inferiore videntur, ſeu quando Jovis incola eas Soli jungi conſpicit, earum umbræ in Jovem incidunt, & aliqua pars diſci Jovis eclipſim exinde patietur; & qui ſub umbra degunt, Solem eclipſari videbunt. Harum Lunarum tam Jovialium quam Saturniarum Periodi & diſtantiæ à primariis eæ ſunt, quæ ad finem Lectionis Tertiæ à nobis traditæ ſunt.

Per Eclipſes Jovialium Parallaxis orbis annui, & diſtantia Jovis à Sole determinatur.

Ex harum Lunarum motibus & Eclipſibus, Parallaxis orbis annui & diſtantia Jovis à Sole optime innoteſcit. Sit POR orbita cujuſvis ſatellitis v. gr. extimi, ſitque Tellus in orbitæ ſuæ puncto A: oportet obſervare tempus quando poſt Jovem latet ſatelles in O; quod ut fiat, obſervetur momentum quando primo videri deſinit, atque iterum momentum quo conſpici incipit, momentum inter hæc medium, erit momentum temporis, quando in recta per Jovis

vis & Terræ centra tranſeunte locatur. Similiter obſervetur Tempus quando Satelles eſt in medio Eclipſis quam ab umbra Jovis patitur, ſcil. quando eſt in V, ex quibus dabitur tempus quo arcum O V deſcribit; & cum motus ejus circa Jovem æquabilis ſit, exinde habebitur arcus O V, nam circa Jovem revolutionem abſolvit hic ſatelles horis 402. Supponamus tempus quo Satelles ex O ad V moveatur eſſe duodecim horarum. Fiat ut 402 horæ ad horas 12 ita 360. gr. ad quartum qui invenietur 10 gr. min. 44. eſt itaque arcus O V æqualis grad. 10. min. 44. At eſt arcus O V menſura anguli O ♃ V, ſeu huic æqualis A ♃ S, cujus menſura eſt Parallaxis orbis annui, quæ proinde innoteſcet. In Triangulo igitur A ♃ S datur angulus ad ♃; & præterea angulus ad A, Elongatio Jovis à Sole ex Terra viſa, quem Aſtronomos tum ex calculo, tum ex obſervatione cognoſcere poſſe certum eſt; datur præterea latus A S diſtantia Terræ à Sole quæ ponatur 100000, cum igitur in hoc triangulo dantur omnes anguli, & unum latus; dabuntur per Trigonometriam reliqua latera, hoc eſt latus S ♃ diſtantia Jovis à Sole, & latus A ♃ diſtantia Jovis à Terra. Verum ut hæc exacte habeantur opus eſt pluribus accuratiſque obſervationibus, iiſque optimo teleſcopio peractis.

Per Stellarum Jovialium Eclipſes ſolvitur Problema totius Phyſicæ nobiliſſimum, quod dignitatis & admirationis plurimum in ſe habet; *Num ſcil. Lucis motus ſit inſtantaneus*, aut ſucceſſivus? Ex his enim Eclipſibus demonſtratur lucem non in inſtanti propagari, motu tamen admodum pernici, & celeritate incredibili ab aſtris ad nos pervenire.

Lucis motus non eſt inſtantaneus.

Nam ſi Lucis motus inſtantaneus eſſet, cum Tellus eſt in T à Jove maxime remota, eodem momento videretur Eclipſis ſatellitis ac ſi eſſet in X Jovi proxima; nam ſecundum hanc hypotheſin lux eodem momento, per ſpatia indefinita propagatur, ſin lucis propagatio ſenſibilem aliquam temporis moram requirat, obſervator ad X diſtantiâ XT quæ diametro orbis magni æqualis eſt, erit Jovi propior quam obſervator in T locatus, citiuſque Eclipſim videbit, quam qui ex T illam aſpicit, unde ex intervallo temporis,

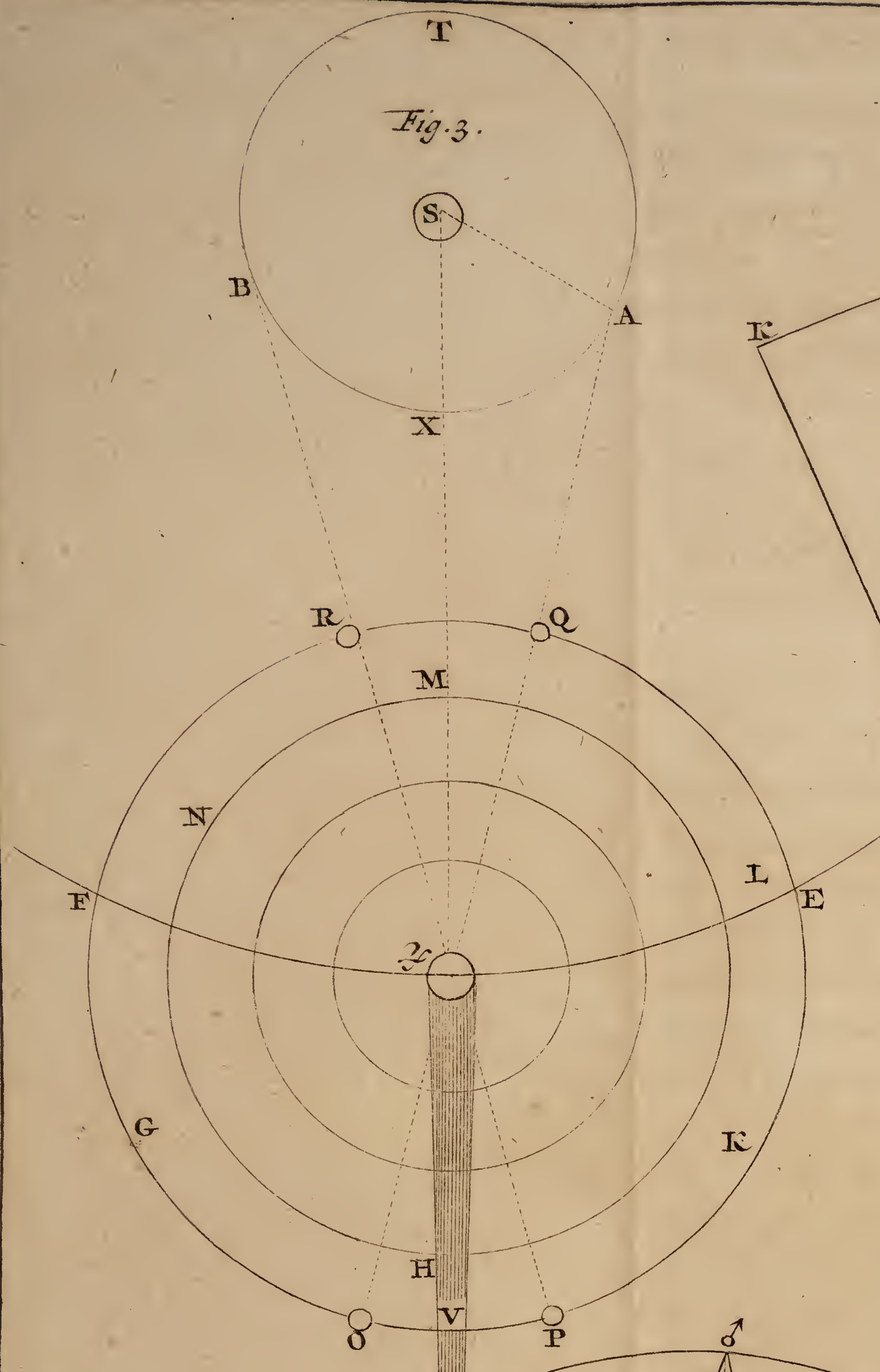
diſtantiæ XT proportionato radiorum velocitatem æſtimare licebit. Atque ita ſe res habet, nam quotieſcunque Terra Jovi propior accedit, Satellitum Eclipſes citius incipiunt, quotieſcunque Terra ad T à Jove recedit, Eclipſes ſerius conſpiciuntur, quam per computationes factas fieri debent. Hæ quidem anticipationes, & prolongationes Eclipſium Satellitum, per plurimos annos obſervatæ, à *Domino Romero* primùm adhibitæ fuere ad ſucceſſivam lucis propagationem ſtatuendam, lucemque eadem ratione qua reliqua omnia corpora mota determinato quodam velocitatis gradu propagari evincunt; cui ſententiæ plerique Aſtronomi & Philoſophi aſſenſum præbuere.

Lucis itaque particulæ, etſi indefinite exiguæ, motu progreſſivo rectilineari feruntur, & non per undas medii alicujus defunduntur, Lucis velocitatem talem eſſe ſtatuit Romerus, ut à Sole ad nos ſpatio undecim minutorum perveniat, at diſtantia illa inter Solem & nos quinquaginta millies millenis paſſibus non minor eſt, quod ſpatium tantillo tempore percurtit lux ut ejus velocitatem ſatis admirari non poſſimus, quæ corporum velociſſimorum celeritates in immenſum ſuperat, & quamvis Tellus celeri admodum motu circa Solem feratur, ejus tamen velocitas ad velocitatem lucis comparata, non majorem habet rationem quam motus teſtitudinis ad illam Terræ velocitatem.

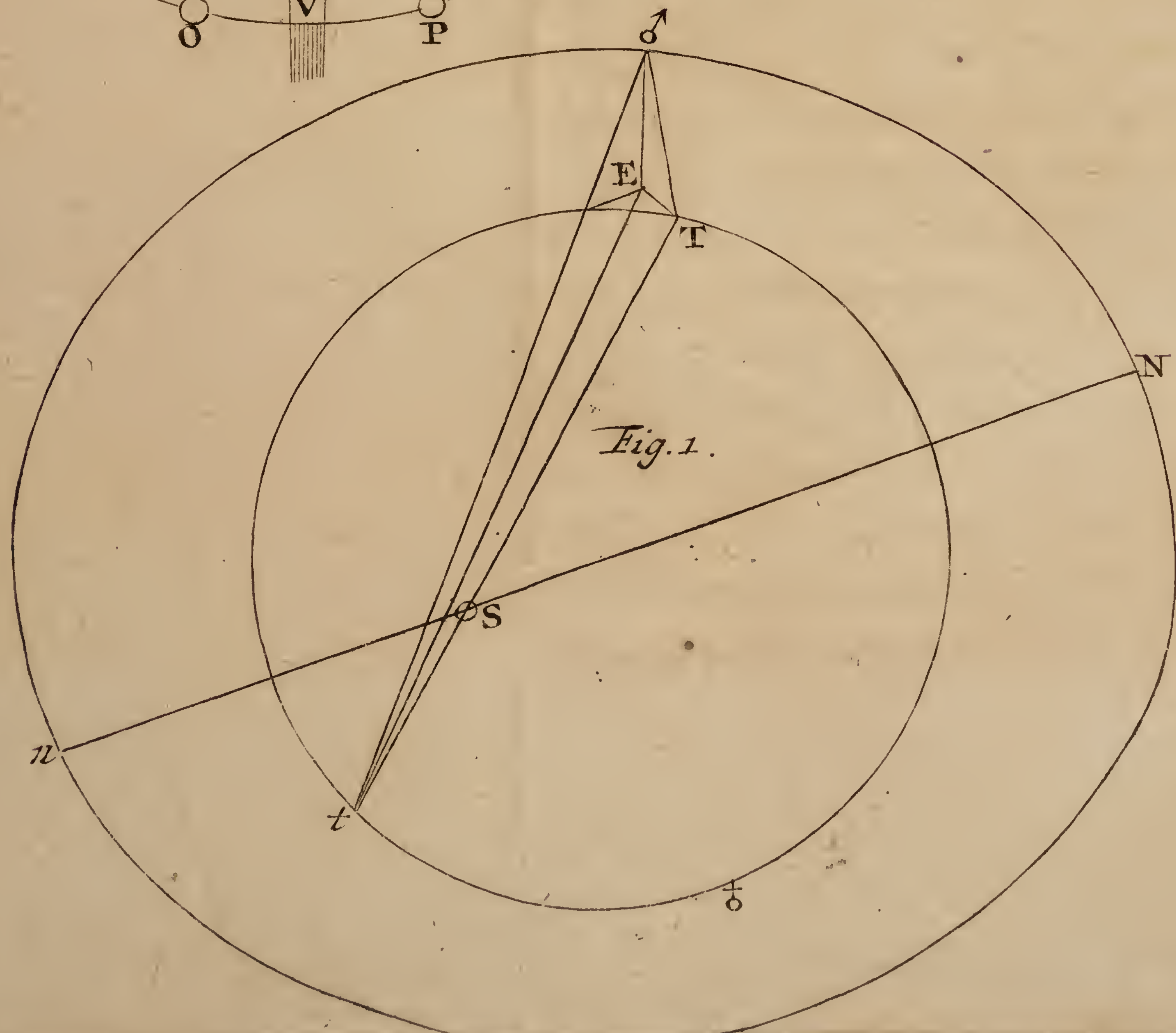
Per eaſdem Eclipſes determinantur Locorum Longitudines.

Ex Eclipſibus Jovialibus hoc etiam commodi nobis derivatur, quod ex iis in diverſis Terræ locis obſervatis, locorum longitudines determinantur, ſed ut hæc methodus determinandi locorum longitudines, clarius vobis elucefcat, quædam hic præmittenda ſunt.

Si per Terræ polos & locum quemlibet in ejus ſuperficie traduci ſupponatur circulus maximus, hic circulus, ob revolutionem Telluris diurnam, circa axem Telluris etiam vertitur, cumque ejus planum per Solem tranſierit, ab omnibus incolis qui ſub illo degunt, Sol in illo exiſtere videbitur, iiſque Meridiem efficit; ob quam cauſam, circulus hic Meridianus dicitur, ſi autem ſit alter Meridianus verſus occidentem poſitus, qui cum priore angulum quindecim graduum


T
Fig. 3.
S
B
A
X
R
Q
M
N
L
E
F
♃
G
K
H
V
O
P


K
L
M
N
O
Fig. 2.
h
♃
♂
C
A
S
B


♂
E
T
N
Fig. 1.
S
n
t
♀

XVII

duum conſtituat, hic una hora ſerius ad Solem appellet, quam prior; adeoque cum Incolæ, qui ſub poſteriore Meridiano degunt, numerant mediam diem, ſeu horam duodecimam; prioris Meridiani incolæ horam primam poſt meridiem numerabunt. Similiter ſi meridianorum angulus ſit triginta graduum, hoc eſt cum arcus Æquatoris inter Meridianos interceptus ſit 30. grad. quando ſub occidentaliore Meridiano eſt Meridies, ſub orientaliore numerabitur hora ſecunda poſt meridiem. Atque ita pro ſingulis quindecim gradibus, quibus Arcus Æquatoris inter Meridianos interceptus conſtat, tot numerantur horæ quibus incolæ ſub Meridiano orientaliore anticipant horas, quæ ſub occidentaliore Meridiano numerantur. Et ſimiliter pro ſingulis gradibus Æquatoris numerabuntur quatuor minuta Temporis, proque ſingulis quindecim minutis unum temporis minutum numerabitur, v. gr. ſi arcus Æquatoris inter Meridianos interceptus ſit 85. grad. dividendo 85 per 15, quotiens $5\frac{2}{3}$ monſtrat ſub meridiano orientaliore, numerari horam quintam cum quadraginta minutis, quando incolis ſub occidentaliore ſit Meridies; & quando ſit Meridies incolis ſub Meridiano orientaliore degentibus, occidentales numerabunt horam ſextam matutinam cum viginti minutis, & differentia inter horas in diverſis his locis numeratas ſemper manet 5 & $\frac{2}{3}$, ſi arcus inter meridianos interceptus ſit 85 graduum.

E contra datâ differentiâ horarum, quæ in locis pro eodem temporis momento numerantur, dabitur exinde Arcus Æquatoris inter Meridianos locorum interceptus; qui Arcus differentia Longitudinem locorum dicitur, quando ſcil. Longitudines ab aliquo primo Meridiano computantur, habetur autem arcus ille multiplicando horarum differentiam per 15, & productus dabit gradus, & ſi minuta quoque temporis multiplicentur per 15, & productus ſi ſuperet 60 dividatur per 60 quotiens & reſiduum dabunt gradus & minuta, qui prioribus additi, conficiunt differentiam Longitudinum locorum. Exempli gratiâ, horarum differentia ſit 7 & 22 minuta prima; 7 per 15 multiplicatus facit 105, & 22 in 15 ductus efficit minuta 330, ſeu quinque gradus &

30

30 min. unde longitudinum differentia tota erit 110 grad. m. 30. Hiſce præmiſſis.

Si in duobus diverſis locis, obſervetur initium Eclipſeos cujuſvis e Jovialibus, & notentur horæ quibus in diverſis locis accidit Eclipſis, Horarum differentia, ſi in gradus & minuta Æquatoris vertatur, dabit differentiam longitudinum locorum.

Si habeantur Ephemerides motuum & Eclipſium Jovialium pro Meridiano alicujus loci accuratè ſupputatæ; vice obſervatoris in uno locorum, Ephemerides ſunt conſulendæ, hora & horæ ſcrupula quibus initium vel finis Eclipſeos accidit ex iis ſunt eximenda, & tempus in loco dato comparatum cum horâ loci in quo obſervatur Eclipſis, dabit horarum differentiam, & exinde longitudo loci innoteſcet.

Longitudo quoque habetur per obſervationem Eclipſeos Lunaris, aut appulſûs Lunæ ad aliquam fixam, ſed hæ Phaſes rariùs conſpiciuntur, quàm Eclipſes Satellitum Jovis.

In Terrâ & Solo ſtabili facile obſervantur Eclipſes; & ſi idem in mari præſtare licuerit, Ars Nautica eſſet fere perfecta; & nulli ferè errori obnoxia: verùm in mari, Motus & Jactationes navis omnem obſervationem Eclipſium impediunt. Adeoque ſi aliquis methodum traderet, quâ longitudo navis in medio maris quovis tempore inveniri poſſit, is ſolveret Problema Nautis exoptatiſſimum, & Reipublicæ adeo utile, ut ſanctione Senatûs nuper facta, Præmia larga inventori tribuenda ſunt: exinde plurimi ingenia ſua in illo excolendo exercuêre & torſêre. At nemini hactenus palmam in medio poſitam rapere licuit, etſi varias vias methodoſque tentaverunt & propoſuerunt, & plurimi ſuarum inventionum amore capti, rem à ſe confectam exiſtimantes, præmia poſtulaverunt, quorum tamen plerique neſciebant demum quid ſit Longitudinem invenire.

LECTIO

Lectio XVII.

De Cometis.

PRæter Planetas ordinarios, qui ſemper in viciniâ noſtrâ diſcurrunt; eſt & aliud quoddam Planetarum Genus, qui temporanei appellari merentur, utpote aliquando in noſtro cælo ſunt conſpicui, & poſt aliquod apparitionis tempus rurſus à noſtro viſu ſe ſubducunt. Eos in cæleſti regione collocabant veteres philoſophi & longè ſupra Lunam evehebant. Nam teſtibus Ariſtotele, Senecâ, Plutarcho aliiſque, Pythagorici & Italica ſecta aſſerebant, Cometam eſſe unam ex ſtellis errantibus ſed longis poſt temporum Intervallis apparere; idem ſenſit Hippocrates Chius, ut ex eodem Ariſtotele conſtat. Idem quoque ſenſit Democritus, ut auctor eſt Seneca in Naturalium quæſtionum lib. VII. cap. 3. Sic enim inquit, Democritus ſubtiliſſimus antiquorum omnium, *ſuſpicari ait ſe, plures ſtellas eſſe qui currunt*, intelligens Cometas. Sed nec numerum illorum poſuit, nec nomina, nondum comprehenſis quinque ſiderum curſibus. Et rurſus Seneca dicit, Apollonium Myndium peritiſſimum inſpiciendorum naturalium, aſſerere Cometas in numero Stellarum errantium poni a Chaldæis, tenerique curſus eorum. Apollonius ipſe ajebat, quòd proprium Sidus eſt Cometes, ſicut Solis & Lunæ. Cæterum non eſt illi palam curſus. Altiora mundi ſecat, & tum demum apparet, cum in imum curſûs ſui venit. Huic ſententiæ accedit ipſe Seneca. Non exiſtimo inquit ille Cometem ſubitaneum eſſe ignem, ſed inter æterna opera Naturæ. Cometes habet ſuam ſedem, & ideo non citò expellitur, ſed emetitur ſpatium ſuum, nec extinguitur, ſed excedit. Si erratica, inquit, Stella eſſet, in Signifero eſſet, ſed quis unum Stellis limitem ponit? Quis in anguſtum divina compellit? nempe hæc ipſa quæ ſola moveri credis, alios & alios circulos habent, quare ergo non aliqua ſunt, quæ in proprium iter & ab iſtis remotum receſſerint? Ut verò cognoſcantur, neceſſarium eſſe dicit, veteres ortus Cometarum habere collectos; deprehendi enim propter raritatem eorum curſus adhuc non

Cometæ Planetarum Genus.

Senecæ Opinio de Cometis.

Yy poteſt,

poteſt, nec explorari an vices ſervant, & illos ad ſuum diem certus ordo producat. Tandem ſic vaticinatur; Veniet Tempus, quo ipſa quæ nunc latent, dies extrahet, & longioris ævi diligentia. Ad inquiſitionem tantorum ætas non una ſufficit. Veniet tempus quo Poſteri noſtri tam aperta nos neſciſſe mirabuntur; erit qui demonſtret aliquando, in quibus cometæ partibus errant, cur tam ſeducti à cæteris eunt, quanti qualeſque ſunt.

Peripatetici Cometas inter meteora numerant.

Sed his non obſtantibus tota Peripateticorum ſecta metuens, ne Generationes & corruptiones in cælis admitterentur, Cometas inter ſublunaria corpora poſuit. Illoſque eſſe Meteorôn genus contendit. Sed ne hic locus iis concedatur, repugnant eorum Phænomena; nam non in aere noſtro illos generari exinde patet, quòd longè ſupra aerem evehuntur; in locis enim Telluris maximè diſſitis eodem temporis momento videntur; quod ob humilem aeris locum nulli corpori aerio contingere poteſt.

Cometæ non ſunt aerii.

Cometæ ſunt ſupra Lunam.

At non tantum ſupra aerem, ſed etiam ſupra Lunam aſcendere Cometas, exinde conſtat, quòd ex diverſis locis viſi, eandem ferè obſervantur ſortiri diſtantiam à Stellâ aliquâ vicinâ. Exemplum ſit Cometes ille, quem Tycho Brachee Uranoburgi & Hagecius Pragæ in Bohemiâ eodem tempore obſervârunt, quæ duo loca Latitudine differunt ſex gradibus, & præterea ſunt ferè ſub eodem Meridiano. Uterque obſervabat, quantum Cometa diſtabat à Stellâ quæ Vultur appellatur, id eſt quot Gradibus eſſet infra eam, erat enim in eodem verticali cum illâ; & uterque reperit eandem eſſe diſtantiam, & conſequenter, uterque inſpexit illum in eodem cæli puncto, quod fieri non potuit, niſi Cometa eſſet ſupra Lunam.

Demonſtratur Cometas eſſe ſupra Lunam. TAB 32. *fig.* 1.

Circulus A B G exponat orbem Terræ, in quâ ſit A Uranoburgum, B oppidum Pragæ, D locus Cometæ. Sit F C E fixarum cælum, & F Stella Vulturis. Ex Uranoburgo locus Cometæ ad punctum E in cælo refertur, ejuſque diſtantia à Vulture erit F E; ex Pragâ autem ſpectatus Cometa, in C videbitur, diſtabitque à Vulture arcu F C, qui arcu F E erit minor; verùm deprehenſum eſt Cometam ex duobus

bus hiſce locis viſum eandem obtinuiſſe diſtantiam viſibilem à Stellâ Vulturis, & arcus proinde F E, F C, fuiſſe æquales. Tanta itaque eſt diſtantia Cometæ à Tellure, ut arcus CE evaneſcat. At hoc non quidem Lunæ contingit, adeoque longior abeſt à nobis Cometa, quàm Luna.

E centro Telluris viſo Cometâ, locus ejus in cælis ſit G, at ex Terræ ſuperficie in A ſpectato locum E occupare videtur. Prior dicitur locus ejus *verus*, Poſterior *viſus*, & diſtantia GE quâ humilior apparet dicitur Parallaxis, eâ ſemper deprimitur Phænomenon verſùs horizontem. Eſt autem Parallaxis Phænomeni, ut ſuperiùs dictum fuit de Lunâ, ſemper æqualis angulo ſub quo ſemidiameter Terræ per locum tranſiens è Phænomeno videtur. *Cometæ locus verus, viſus, Parallaxis.*

Quod ſi nulla fuerit Parallaxis ſenſibilis, neque angulus, ſub quo ſemidiameter Telluris è Cometâ apparet, erit ſenſibilis. Adeoque oportet, ut Cometa longiſſime à Tellure diſtet. Nempe ut diameter Terræ, ut punctum ex Cometâ videatur.

Unico filo, in tantæ ſubtilitatis negotium advocato; Parallaxis, ſi modo ſit ſenſibilis, deprehendi poteſt. Nam cum Cometa in fine apparitionis adeo lenteſcit proprio motu; ut vix incedere videatur, bis obſervandus eſt per filum, hoc modo; primò cum valde ab horizonte ſublimis fuerit, notentur binæ ſtellæ ei viciniores, inter quas ipſe ſit collocatus, in rectâ lineâ, quæ ſit Horizonti parallela, quod per filum indirectum ſtellis aſſumptis expoſitum atque oculis prætenſum experiri oportet. Poſtea cum occaſurus prope Horizontem fuerit, iterum prætenſo filo, expendendum eſt, an in eâdem rectâ lineâ cum iiſdem ſtellis videatur; nam ſi Parallaxis adſit ſenſibilis, quæ deprimit ſidus, non in eâdem rectâ quæ Stellas conjungit apparebit; ſin ſecus, & in eâdem poſitione, quoad Stellas maneat, indicium eſt, Cometam nullam ſubire Parallaxim, & longiſſimè à nobis diſtare. Nec quicquam hic à refractione timendum eſt, quæ prope Horizontem ſolet ſidera ſupra verum eorum locum elevare, quia hæc ipſius hallucinatio, tam Stellas quàm Cometas æqualiter elevabit, ac proinde eorundem mutuam diſtantiam ac *Deprehenſio Parallaxis Cometarum.*

poſitionem non mutabit refractio.

Alia methodus inveniendi Parallaxes Obſervari etiam poteſt Cometa juxta Horizontem ortivum, intra binas Stellas, in circulo Horizonti perpendiculari, & poſtea cum ſublimior evaſerit & non in eodem verticali cum dictis ſtellis, ſi apparuerit in eâdem rectitudine nullam patietur parallaxim, & proinde in alto cælo ſpatiatur, ſi verò aſſumptis ſtellis fuerit depreſſior quàm in rectâ lineâ fieri debet, habet Cometa Parallaxim. Quod ſi in his obſervationibus adſit Cometæ motus proprius, is detrahendus erit pro ratione ejus, & temporis à primâ obſervatione uſque ad ſecundam elapſi.

Cometæ Parallaxi orbis annui ſunt obnoxii. * Ut Defectus Parallaxis diurnæ extulit Cometas ſupra regiones Lunares, ſic ex Parallaxi orbis annui, evincitur eorum deſcenſus in regiones Planetarum. Nam Cometæ, qui progrediuntur ſecundum ordinem ſignorum, ſunt omnes ſub exitu apparitionis, aut ſolito tardiores, aut retrogradi, ſi modo Terra ſit inter ipſos & Solem: aut juſto celeriores, ſi Terra vergat ad oppoſitionem, hoc eſt, ſi in conjunctione cum Sole videantur, uti fieri in Planetarum motibus obſervamus. E contra qui pergunt Cometæ contra ordinem ſignorum, ſunt juſto celeriores in fine apparitionis, ſi Terra verſatur inter ipſos & Solem, aut juſto tardiores aut retrogradi, ſi Terra ſita ſit ad contrarias partes. Contingit hoc maximè ex motu Terræ in vario ipſius ſitu; perinde ut fit in Planetis, qui pro motu Terræ vel conſpirante, vel contrario, nunc retrogradi ſunt, nunc tardiùs progredi videntur, nunc verò celeriùs.

* *Vide Newtoni Principia lib. 3.*

Quando Cometa retrogradus videtur. Quando directus, & juſto tardior. Quando juſto celerior. Si Terra pergat ad eandem partem cum Cometâ, & motu angulari tantò celeriùs feratur circa Solem, ut recta per Terram & Cometam perpetuò ducta convergat ad partes ultrà Cometam, Cometa is è Terra ſpectatus ob motum ſuum tardiorem, apparet eſſe retrogradus. Sin Terra tardiùs Cometâ feratur, ille (detracto motu Terræ) tardiùs incedere videbitur. At ſi Terra pergat ad contrarias partes, Cometa exinde velocior apparebit.

Idem colligitur ex curvaturâ viæ Cometarum; pergunt hæc corpora propemodum in circulis maximis, quamdiu mo-

moventur celeriùs, at in fine curſûs, ubi motus apparentis pars illa, quæ à Parallaxi oritur, majorem habet proportionem ad motum totum apparentem, deflectere ſolent ab his circulis, & quoties Terra movetur in unam partem, abeunt in contrariam: oritur hæc deflectio maximè ex Parallaxi orbis annui, propterea quod reſpondet motui Terræ, & inſignis ejus quantitas obſervata oſtendit Cometas eſſe ſatis longè infra Jovem collocandos, ubi conſequens eſt quòd in Perigæis & Periheliis, ubi propius adſunt, deſcendunt ſæpe infra orbes Martis & Inferiorum Planetarum.

A Terrâ recedentibus & ad Solem accedentibus Cometis, augetur eorum ſplendor & lux, quamvis ob auctam eorum diſtantiam minuitur apparens diameter.

Cometarum figuræ variæ ſunt; alii enim crines undique in orbem vibrant, qui Criniti & Cincinnati appellantur; alii autem ad partem cæli Soli oppoſitam barbam aut caudam radioſam emittunt, hique Barbati, Caudatique dicuntur. Varia obſervata fuit Cometarum quoque magnitudo; Plerique ſeclusâ comâ, quando maximi videntur, ſtellas tantum primæ aut ſecundæ magnitudinis adæquant. At multò majores apparuiſſe teſtantur auctores, qualis fuit ille, qui Neronis tempore affulſit, & auctore Senecâ Soli magnitudine non cedebat. Sic ille, quem Hevelius obſervavit Anno 1652. Lunâ non minor apparuit, luce tamen & ſplendore multùm Lunæ cedebat, nam Lumine ſuo pallido & obtuſo tenebricoſum & triſtem aſpectum præbuit. Cinguntur Cometæ plerique densâ & caliginosâ Atmoſphærâ, quæ Solis lucem retundet, intus tamen conſpicitur Nucleus, qui diſſipatis nubibus, quaſi corpus Cometæ ſolidum aliquando lucidè ſplendet. *Cometarum Figuræ variæ, & varia magnitudo.*

Cometæ cum tam longe a Terra diſtent, motum illum apparentem ab oriente in occidentem ex vertigine Telluris ortum & omnibus ſideribus communem habebunt. Præter hunc motum eſt & alius illis proprius, quo non in eodem cæli loco hærent, ſed ab eo in quo primum affulſerunt, quotidie recedunt, & per ſpatia cæleſtia vagantur. Qui motus veteribus etiam cognitus fuit, nequaquam enim eos *Cometæ motu communi in occidentem ferri videntur.* *Cometarum motus proprius.*

inter errantia ſidera numeraſſent, niſi eos Planetarum inſtar, peculiari curſu errabundos cognoviſſent. Seneca motum hunc agnovit, & obſervavit, per lineam in cælo rectam fieri, ſeu, ut loquuntur Aſtronomi, per circuli maximi portionem. lib. enim Septimo naturalium Quæſt. cap. 8. Cometarum dicit curſum lenem & compoſitum eſſe, qui deſtinatum iter carpit; non confuſe aut tumultuoſe eunt Cometæ, ut aliquis credat, cauſis turbulentis & inconſtantibus pellit. In capite 29. meminit duorum Cometarum; quorum unus intra ſextum menſem dimidiam cæli partem tranſcurrit. Alter Claudianus, à Septemtrione primum viſus, non deſiit in rectum aſſiduè celſior fieri, donec exceſſit.

Modus explorandi curſum cometæ in cælis.

Si habeatur globus cæleſtis, in cujus ſuperficie Stellæ rite ſunt collocatæ & depictæ, hâc arte Mechanicâ, via Cometæ in cælis explorari poteſt. Aſſumantur quotidie Stellæ quatuor Cometam circumſtantes, ita ut is ſit in concurſu duarum linearum quæ oppoſitas ſtellas jungant, quod per filum oculis prætenſum atque aſſumptis ſtellis & Cometæ objectum examinari poteſt, quod in tanto fixarum numero obſervare facile erit. Sit v. gr. Cometa in A in medio quatuor ſtellarum B C D E, ita ut filum per duas BD & Cometam tranſeat, ſimiliterque filum tranſeat per Cometam duaſque Stellas CE. In globo igitur, quo hæ quatuor ſtellæ ſunt locis ſuis depictæ, extendantur duo fila per binas & binas ſtellas, & in communi filorum concurſu, invenietur Cometæ locus. Sic quotidie fiat, & pro ſingulis diebus loca notentur; atque hinc manifeſtè Cometæ via ſeu curſus apparebit in cælis, qui deprehendetur eſſe circulum maximum, omnia enim puncta notata in eâdem peripheriâ circuli maximi invenientur. Datis autem duobus hujus circuli punctis, dantur ejus inclinatio ad Eclipticam & Nodorum loci, ſcil. ubi extenſum filum Eclipticam ſecat.

TAB. 32. *fig.* 2.

Alia methodus obſervandi ſemitam Cometæ.

Aliter etiam via Cometæ propria invenitur obſervando ejus diſtantiam quotidie à duabus Stellis, quarum diſtantia, Longitudines, & Latitudines notæ ſunt, ex quibus dabitur locus Cometæ in cælo, quæ loca poſtea in globo cæleſti notata manifeſtè oſtendent Curſum Cometæ è Tellure viſum eſſe in por-

tio

tione Circuli maximi, niſi per motum Terræ ille aliquantulum exinde deflectere videretur. Diſtantiæ Cometæ à vicinis ſtellis, accipi poſſunt per Quadrantem aut Sextantem, ita ſitum, ut ejus planum ſimul per Cometam & Stellam tranſeat, & Dioptra una Stellam, altera Cometam aſpiciens, gradus in circumferentiâ inter utramque interceptos manifeſtabunt.

Hinc manifeſtum eſt, Cometas moveri in plano, quod per oculum Spectatoris, ſeu potius per Solem tranſit, nam motus omnis viſibilis qui in illo plano peragitur, ſemper in Peripheriâ circuli maximi fieri conſpicitur. Regularis præterea & maxime proportionatus eſt Cometarum motus; qui quamvis inæqualis eſt, ſumma tamen regularitas in ipſâ inæqualitate continuò obſervatur. *Moventur Cometæ in plano per Solem tranſeunte.*

Proprius hic Cometarum motus, non eſt idem in omnibus; ſed varius, nam alii ab occidente in orientem tendunt; aliorum e contra motus fit in Antecedentia, & curſui Planetarum contrarius; omnes diligenter obſervati deflectunt ad Boream vel ad Auſtrum; idque varie, neque Planetarum more comprehenduntur in Zodiaco; ſed inde migrant & motibus variis, in omnes cœlorum regiones feruntur; alii celeriùs, alii tardiùs. Summa celeritas a Regiomontano obſervata fuit, quâ Cometa uno die peregit gradus quadraginta. Nonnulli ſunt in initio velociores quàm in fine, alii in principio, & fine apparitionis tarde moventur, in medio velociſſime feruntur. *Ipſorum Curſus varii.*

Deprehenſum eſt, quòd in nonnullis Cometis, antequam penitus diſparuerunt, in ultimis ſcil. apparitionibus, non adeo præcisè in circulo maximo inceſſerunt, ſed aliquantulum ab iſto tramite deviârunt; Angulus enim orbitæ Cometæ & Eclipticæ, in provectiore ætate diverſus fuit obſervatus quàm cum ab ortu adhuc recens fuit, ſed deviatio hæc apparens, non ex motu Cometæ, ſed ex Telluris motu ortum trahit; ut in ſuperioribus & inferioribus Planetis eveniri ſolet, quorum diſtantia ab Eclipticâ varia videtur, pro diverſâ poſitione Telluris, cum interim ex ſole ſpectatus Cometa, circulum maximum exactiſſimè deſcribere videbitur. *Deviatio viſa Cometæ a Circulo maximo.*

Quam-

Veræ Cometarum ſemitæ. Quamvis Cometæ motus videatur plerumque in circulo maximo, ſemita tamen ejus à circulo diverſa & varia eſſe poteſt, ſcil. vel linea Recta, Elliptica, Parabolica, aut Hyperbolica, vel alia quævis in eodem plano deſcripta. Nam omnis motus in quâcunque ſemitâ, qui in plano per oculum tranſeunte peragitur, in circulo maximo fieri conſpicitur. Philoſophi plurimi & Aſtronomi motum rectilineum illis tribuerunt. Quæ tamen eorum phænomenis optime convenit Semita, Parabolica aut Elliptica videtur, & quidem ſi in Ellipticis ferantur orbitis, eæ maximè excentricæ ſunt, & majores Axes ad minores magnam obtinent proportionem; quâ ratione multùm à Planetis differunt, qui orbitas Ellipticas quidem, at non multum excentricas, ſed ad circuli formam accedentes deſcribunt. Sol autem in communi omnium orbitarum tam Planetarum, quàm Cometarum foco exiſtit; & eâdem lege circa illum moventur Cometæ, quâ Planetæ, deſcribendo ſcil. Areas temporibus proportionales; Unde neceſſe eſt, ut ſimiliter ac Planetæ in Solem ſint graves.

Cometæ quando viſibiles, & quando inviſibiles. Cum Cometæ in inferioribus orbitarum partibus verſantur, ſeu cum versùs Solem deſcendunt, vel ab illo aſcendunt, tunc ſolùm fiunt conſpicui, & deinde à Sole recedentes, in longinquas regiones abeunt, & ex noſtro conſpectu ſeſe ſubducunt; nam ob eorum à Sole receſſum, minuitur lux, quam ab illo recipiunt, & ob auctam à nobis diſtantiam, minuuntur quoque apparentes diametri, donec tandem inſenſibiles evadunt. In Apheliis, ubi in longinquas admodum excurrunt regiones, ob tantam orbitæ excentricitatem, tardiſſime incedunt, in Periheliis ubi Soli vicini ſunt incitatiſſimo feruntur motu.

TAB. 32. fig. 3. Sit s Sol, A P D G orbita Cometæ Elliptica, T C E orbita Terræ. Si ponamus ſemiaxem Ellipſeos orbitæ Cometicæ centies majorem diſtantiâ mediâ Telluris à Sole, Cometa ille periodum circa Solem non niſi mille annis abſolvet, nam quadrata Temporum periodicorum Telluris & Cometæ, debent eſſe cubis diſtantiarum a Sole mediarum proportionalia. Et Cometa in conſpectum noſtrum non veniet, niſi cum ver-

verſus Solem deſcendendo, propius ad Tellurem acceſſerit, ut in F, deinde poſt deceſſum a perihelio, à Sole continuo aſcendens Cometa, circa G tandem evaneſcere incipit; & ſi Aphelii diſtantia ſit ad diſtantiam Perihelii à Sole ut 1000 ad 1, erit velocitas Cometæ in Perihelio ad velocitatem in Aphelio, in eâdem ratione, nam debet Area ASB æqualis eſſe Areæ DSP, ſi modo arcus AB DP ſint temporibus æqualibus deſcripti, Velocitas vero circa Solem angularis, erit in eâ ratione duplicata; adeoque cum Cometa in Perihelio, gradum unum Motu angulari abſolverit, in æquali tempore ubi in Aphelio verſatur, non niſi gradûs partem $\frac{1}{1000000}$ percurret, & ibi lentiſſimè circulando plures requiruntur anni, ut unum gradum abſolvat.

Ellipſium portiones, quæ a nobis videntur deſcribi per Cometas, pro Parabolis haberi poſſunt.

Cum Ellipſes, quas deſcribunt Cometæ, ſint admodum excentricæ, illarum portiones in quibus è Tellure videntur moveri, pro Parabolis haberi poſſunt; nam ſi Ellipſeos focus, in infinitum alteruter ab altero ſecedat, vertetur Ellipſis in Parabolam, ſicut coeuntibus focis Ellipticis in circulum mutatur; unde illorum calculus fit facilior. Ex illâ enim hypotheſi tabulam conſtruxit peritiſſimus Geometra & Aſtronomus *Hallejus*, quâ Cometarum motus facillimè computentur, & ex illâ Theoriâ ipſe plurium Cometarum motus calculo ſubjecit; & cum obſervatis tam accurate congruere deprehendit, ut eorum differentia rarò ad tria minuta prima excurrat. Quibus Exemplis abunde ſatis manifeſtum eſt, quod motus Cometarum, ex hâc Theoriâ, non minus accuratè exhibetur, quam ſolent motus Planetarum per eorum Theorias; quorum loca computata, ab obſervatis non minore quantitate diſtare invenimus. Et licet Cometæ longe majori motuum inæqualitati obnoxii ſunt quam Planetæ; hæc tamen Theoria ipſorum motibus viſis optimè reſpondet; unde cum iiſdem innititur legibus, quibus Planetarum Theoriæ fundantur, eademque cauſæ Phyſicæ in utroſque agant, & cum accuratis Aſtronomorum obſervationibus exactè congruat; non poteſt eſſe non vera.

Cometæ plures ab oriente in occidentem feruntur.

Quamvis Planetæ omnes ab occidente in orientem, motibus propriis ferantur; Cometæ tamen non pauci contrarios

 cur-

curſus tenere obſervantur; eoſque ab oriente in occidentem, maximâ velocitate diſcurrere cernimus; qualis fuit ille à Regiomontano viſus anno 1472, qui quadraginta gradus uno die confecit. Hinc manifeſte conſtat, nullos in cælo exiſtere vortices, qui Planetas in iis natantes rapidiſſimo motu circa Solem vehant; nam cum Cometæ in regiones Planetarias deſcendant, neceſſe erit, ut perniciſſimo vorticum Torrente rapiantur; tantâ enim foret vorticis juxta Tellurem velocitas, ſi reverâ darentur vortices, ut illam ſecum veheret; & pluſquam 20000 milliaria in unâ horâ conficere faceret; unde & rapidiſſimum hoc flumen Cometas etiam ſecum deferret; eorumque motus, ſi contrarii eſſent, citò deſtrueret. Quis enim non videt nullum corpus contra tam rapidum Torrentem poſſe diu moveri. At Cometæ obſervantur plures, qui contrario motu liberrime eunt, & eâdem lege motus conſervant, quaſi nullum eſſet medium, quod iis obſtaret. At hoc naturæ vorticum plane repugnat, nam quod Planetas ſecum rapit fluidum, alia etiam corpora omnia inibi locata ſecum rapere neceſſe erit. Quod itaque cum non ſit, dicendum eſt, in cœlis nullam eſſe reſiſtentiam; adeòque nullum medium, quod cum noſtro aëre comparatum, ſenſibilem aliquam obtinet denſitatem; nam aer noſter Projectorum motum non parum obſtruit.

Adeoque nulli ſunt Vortices.

Deſinant itaque *Carteſiani* & *Leitbnitiani*, de Vorticibus ſuis plura in poſterum dicere; cæleſtia enim Phænomena iis plane repugnant; quique cœleſtium corporum motus per illos explicare ſatagunt, nugas & figmenta impoſſibilia nobis obtrudunt, nec ulteriùs ſunt audiendi.

In cœlo nullum eſt medium fluidum, quod ſenſibilem obtinet denſitatem.

Cum Reſiſtentia medii ex ejus denſitate oriatur, neceſſe eſt, ut ubi nulla eſt reſiſtentia medii ſenſibilis, ibi quoque nulla ſit ſenſibilis medii denſitas; adeòque cum in cœlis Cometæ ne minimam ſenſibilem reſiſtentiam patiuntur; ſed liberrime tanquam in vacuo motus ſuos peragunt, minima quoque erit medii denſitas, & fortaſſe tanta erit medii iſtius raritas; ut ſi Cometas, Planetas, eorumque Atmoſphæras excipias, materia illa omnis, quæ totum ſpatium Planetarium implet, non adæquat illam, quæ in uno digito cubico

no-

noſtri aeris continetur. Hoc enim poſſibile eſſe, à nobis in *Lectionibus noſtris Phyſicis* demonſtratum eſt.

Cometæ motibus ſuis vacuum dari demonſtrant. Deſinant etiam Philoſophi Metaphyſicas ſuas tricas contra vacuum nobis obtrudere; illæ enim perſimiles videntur Veterum Sophiſtarum, contra motum diſputantium, argutiis, quæ non aliam reſponſionem merentur, quam illam *Diogenis*, qui ambulando illas confutavit. Sic *Philoſophos Carteſianos* cœlum intueri jubeamus, & inde non obſtantibus ſubtiliſſimis illorum tricis, ex phænomenis in illo viſis, Vacui neceſſitatem manifeſtâ demonſtratione colligent.

Cometarum Caudæ. Pauci Cometæ viſi ſunt, priuſquam ad Solem deſcendunt; & ex Perihelio, ab illo recedere incipiunt. Nam antequam per Solis viciniam incaluerunt, vix caudas emittunt; adeòque minus notabiles evadunt; poſt autem ipſorum à Perihelio diſceſſum, ingentes vibrant caudas, quæ conſtant materiâ lucidâ, rarâ, & ſubtiliſſimâ, maximo putà calore Solis attenuatâ, & maximâ vi è corpore Cometico projectâ. Cujus cauſſa fortaſſe non diſſimilis eſt illi, quâ nuper ex noſtrâ Tellure, Vapores lucidi ad inſignem altitudinem ejaculati fuêre; qui per magnam Europæ partem conſpecti fuêre, & æmulabatur vapor ille lucidus, tam figurâ quàm ſplendore, Cometarum caudas, ſed deficiente materiâ citò evanuit.

Caudæ ſemper in partes protenduntur à Sole averſas. Illud in Cometis omnibus maximè notandum; quod illorum caudæ ſemper in partes à Sole averſas extenduntur, id eſt ſi Sol ſit in occidente, Cometa directè caudam in orientem projicit. E contra, ſi Sol fuerit in Oriente, Cauda in occidentem rectà dirigitur, mediâ nocte in Aquilonem tendunt. Creſcunt caudæ, dum ad Solem deſcendunt, in Periheliis maximæ ſunt, deinde longiùs à Sole recedendo, decreſcunt, donec in Atmoſphæram Cometicam ſe contrahunt.

Cometarum Caudæ participant de motu capitum. Caudæ Cometarum, quæ breves ſunt, non aſcendunt motu celeri & perpetuo à capitibus, & mox evaneſcunt, ſed ſunt permanentes vaporum & exhalationum columnæ, à capitibus motu ſatis lento propagatæ, quæ participando motum illum capitum, quem habuêre ſub initio, per cælos unà

cum capitibus moveri pergunt: Et hinc rurſus colligitur, ſpatia cœleſtia vi reſiſtendi deſtitui, in quibus non ſolùm ſolida Planetarum & Cometarum corpora, ſed etiam rariſſimi caudarum vapores, motus ſuos liberrimè peragunt, ac diutiſſimè conſervant.

Cometa ille inſignis, qui Anno 1680. apparuit, ſtatim poſt receſſum à Perihelio, caudam emittebat pluſquam quadraginta gradus in longum exporrectam; nec mirum, nam tam prope fuit Soli, ut non major quam ſextâ diametri ſolaris parte ab ejus corpore diſtabat: & inde Sol maximam cœli Cometici partem è Cometâ ſpectatus occupare, & ſub angulo ferè 120. graduum apparere videbatur. Calor autem è Sole conceptus ardentiſſimus fuit, nam ferri candentis calorem ter millies ſuperabat. Hinc neceſſe eſt, ut corpora Cometarum ſint ſolida, compacta, fixa, & durabilia, ad inſtar corporum Planetarum. Nam ſi nihil aliud eſſent quàm vapores, aut exhalationes Terræ, Solis, aut Planetarum, Cometa ille in tranſitu ſuo per viciniam Solis ſtatim diſſipari debuiſſet.

Lectio XVIII.

Doctrina Sphærica, ſeu De Circulis Sphæræ.

Oculus ſpectatoris eſt ubique in cœli centro.

CUM quilibet Spectator, quemcunque in Univerſo obtineat locum, ſit in centro Proſpectûs proprii; ſi cœlum intueatur, illud tanquam ſuperficiem concavam oculo concentricam, innumeriſque ſtellis refertam conſpiciet, Motuſque omnes cœleſtes in illâ peragi videbit. Verùm cum Telluris à Sole diſtantia exigua admodum ſit reſpectu illius, quâ cœlum ſtellatum à nobis diſtat; ubicunque Terra in ſuâ orbitâ locetur; eadem ſemper cœli facies, eadem aſtrorum poſitio, ſeu configurationes ſtellarum ex eâ aſpicientur, quæ oculo in ipſo Sole conſtituto apparerent; adeoque nihil refert, ſive centrum Univerſi ſeu cœli, in Sole, ſive in Tellure ponatur. Et ſi concipiantur circuli quotlibet per Tellurem tranſire, & ad cœlum produci, aliique his Paralleli per Solem traduci, hi circuli in cœlo coincidere videntur,

Nihil refert ſive centrum cœli in tellure ſive in ſole ponatur.

eva-

evaneſcente ipſorum diſtantiâ reſpectu diſtantiæ fixarum, quæ ad illos refertur, circulique hi, per Solem & Tellurem in planis parallelis ducti, in eaſdem ſtellas incidere videbuntur.

Quò meliùs loca ſtellarum definiantur, motuſque in ordinem redigantur, convenit in cœlo plures concipere deſcriptos eſſe circulos, quorum alii ſunt maximi, alii minores. Circulus in Sphærâ maximus eſt, qui dividit Sphæram in duas partes æquales, & idem habet centrum cum centro Sphæræ, adeoque omnes circuli maximi, cum idem habent centrum, ſeſe bifariam ſecabunt. *Circuli Maximi.*

Circuli minores dividunt Sphæram in partes inæquales; eorumque centra à centro Sphæræ diverſa ſunt; denominantur autem hi circuli ab aliquo circulo maximo, cui paralleli ſunt. *Circuli minores.*

Quilibet circulus duos habet polos, qui ſunt puncta in ſuperficie Sphæræ, ubique a circulo æquidiſtantia, ubi ſcil. linea ad planum circuli recta per centrum ducta, utrinque ſuperficiei Sphæricæ occurrit. *Circulorum Poli.*

Circuli alii per reſpectum ad Obſervatorem definiuntur, ut ſunt Horizon & Meridianus, alii à motu originem ducunt; ~~hi~~ illi dicuntur mobiles, quòd unà cum ſpectatore locum mutant, hi immobiles, quòd in iiſdem cœli punctis infixi hærent. *Circuli alii immobiles alii mobiles.*

Qui à motu oriuntur circuli, præcipui ſunt Ecliptica & Æquinoctialis, eorumque paralleli; nam cum Tellus circa Solem motu annuo in orbitâ feratur, Spectator in Sole conſtitutus Terram in cœlo illum deſcribere circulum inter fixas, quem Eclipticam dicimus, conſpiciet. Eſtque ille circulus idem, quem nos in Terrâ locati Solem percurrere motu apparenti ſpatio unius anni videmus, uti ſuperiùs à nobis oſtenſum fuit. Dividitur Ecliptica in duodecim partes æquales, quæ ſigna ſeu Dodecatamoriæ appellantur, nomenque habent à Conſtellatione vicinâ. Incipiunt ab Æquinoctiali vernali, tenduntque ab occidente in orientem. Tria priora ſigna ♈ ♉ ♊ ſcandunt ab Æquinoctiali in Boream, uſque ad Solſtitium æſtivum. Sequentia tria ♋ ♌ ♍ *Ecliptica.*

incipiunt à Cancro deſcenduntque ad æquinoctialem interſectionem autumnalem. Tertia ſignorum Trias ♎ ♏ ♐, incipit à Librâ, deſcenditque verſus auſtrum, uſque ad Solſtitium hybernum. Quarta ♑ ♒ ♓ à Capricorno incipit, tendenſque ad Æquatorem, finitur in æquinoctio verno. Unumquodque ſignum dividitur in triginta gradus, & hinc tota Ecliptica in 360. In hoc circulo ſemper videtur Sol, qui nuſquam ab illo deflectit. At Planetæ ultro citroque eunt, per ſpatium octo circiter graduum, adeoque ſi concipiatur circulus latus ſeu zona ſedecim graduum lata, cujus medium tenet Ecliptica, deſignabit in cœlo ſpatium in quo Planetæ motus peragunt, & Zodiacus à Græcis, à Latinis Signifer dicitur ob ſigna ibi locata.

Zodiacus.

Eclipticæ Secundarii.

Si per polos Eclipticæ traduci concipiantur innumeri circuli Eclipticæ occurrentes, illi dicuntur Eclipticæ Secundarii, quorum ope quælibet ſtella vel quodvis in cœlo punctum ad Eclipticam refertur. Nam ſtellæ cujuſvis locus, ad Eclipticam reductus, is erit, ubi ejuſmodi circulus per ſtellam tranſiens eidem occurrit. Arcus inter hunc locum & initium Arietis interceptus, & in conſequentia numeratus dicitur *Longitudo* ſtellæ. Sicuti arcus circuli ſecundarii inter ſtellam & Eclipticam eſt ejuſdem ſtellæ *Latitudo*. Hinc hi Eclipticæ ſecundarii circuli Latitudinum dicuntur. Latitudo eſt Borealis vel Auſtralis. Nam Ecliptica cœlum ſidereum in Hemiſphærium Boreale & Auſtrale dividit.

Longitudo Stellæ.

Latitudo Stellæ.

Cum Tellus circa ſuum Axem vertatur, exinde fit, ut omnes ſtellæ cœlumque omne Sidereum circa Tellurem volvi conſpiciantur, ſpatio viginti quatuor horarum, qui motus apparens Diurnus dicitur, & raptu *Primi Mobilis* fieri concipitur; quaſi revera Tellus quieſceret & cœlum circa ipſam volubile eſſet. Circulus medius inter utrumque Telluris polum, qui Æquator dicitur, ad cœlum uſque productus, efficit Æquinoctialem cæleſtem, & omnia ſidera, omniàque cœli puncta præter polos hunc æquinoctialem, vel circulum aliquem huic parallelum, majorem aut minorem, prout a Polis remotiora aut viciniora fuerint, deſcribere videntur.

Æquinoctialis cæleſtis.

Æqui-

Æquinoctialis & Ecliptica, cum uterque ſit circulus maximus, ſe mutuò bifariam ſecabunt, communiſque planorum ſectio, ſibi ubique parallela manens, ad idem cœli punctum ſemper dirigitur (nam hic abſtrahimus à motu illo lentiſſimo, quo Axis Terræ, vel interſectio Eclipticæ & Æquatoris regreditur). Adeoque cum Sol in Eclipticæ puncto videtur, ubi eſt illa interſectio, hoc eſt, cum revera Tellus oppoſitum tenet, Sol motu diurno æquinoctialem in cœlo circulum deſcribere conſpicietur. Bis itaque in quolibet anno Sol motu diurno in Æquinoctiali revolvitur. Scil. cum eſt in duobus Eclipticæ & Æquatoris interſectionibus Vernali & Autumnali. Quibus temporibus omnes Telluris incolæ dies noctibus æquales habebunt: unde nomen circulus hic adeptus eſt. Angulus, quem Ecliptica cum æquatore ad interſectionum puncta facit eſt $23\frac{1}{2}$ graduum; exinde diſcedens Sol, continuò ab æquatore motu apparente declinat verſùs Boream vel Auſtrum, circuloſque æquatori parallelos motu apparente deſcribit, donec ad nonageſimum ab interſectione gradum pervenerit, ubi $23\frac{1}{2}$ gradibus ab æquatore diſtare videtur, quæ eſt ejus Declinatio maxima, & inde rurſus ad Æquatorem revertere conſpicitur, unde duo minores circuli, quos Sol motu diurno in duabus ejus declinationibus maximis deſcribere apparet, *Tropici* nominantur, à *τρέπω verto*. Hic in Boreali cæli parte *Tropicus Cancri*, ille in Auſtrali *Tropicus Capricorni* dicitur. *Circuli Tropici.* Quâ ratione hic motus Solis apparens, & Declinationis mutatio, quieſcente Sole, ex motu Terræ revera accidunt, ſuperiùs in Lectione VII^ma^ oſtenſum fuit.

Sunt & alii duo circuli minores in Sphærâ notabiles, quos *Circuli Polares.* Eclipticæ Poli motu diurno rapti deſcribere videntur, qui $23\frac{1}{2}$ gradibus à Polis æquatoris ſeu Mundi diſtant & circuli Polares dicuntur. Hic in Boreali Hemiſpherio Arcticus à vicinis Urſis, alter Auſtralis illi oppoſitus Antarcticus dicitur.

Si per polos mundi ſeu Æquatoris traduci concipiantur circuli innumeri maximi, erunt illi ſecundarii Æquatoris, quorum ope quævis cæli puncta ad æquinoctialem referuntur,

tur,

tur, uti priùs per Secundarios Eclipticæ, ad Eclipticam ea retulimus, & *Aſcenſio Recta* ſtellæ, vel puncti cujuſvis, eſt arcus Æquinoctialis inter initium Arietis & punctum interſectionis circuli ſecundarii per ſtellam tranſeuntis. *Declinatio* autem eſt arcus ejuſdem ſecundarii inter ſtellam & æquinoctialem interceptus. Eſtque Borealis aut Auſtralis, prout verſùs hunc vel illum polum ſtella declinat, & exinde circuli hi Declinationum circuli nominantur. Horum præcipui ſunt duo *Coluri*, quorum alter per puncta æquinoctiorum tranſiens vocatur Colurus Æquinoctiorum; Alter priorem ad angulos rectos ſecans & per polos Eclipticæ & Æquinoctialis incedens dicitur Colurus Solſtitiorum; quoniam Eclipticæ occurrit in punctis ab Æquatore remotiſſimis, ubi Sol per aliquod tempus diſtantiam ab Æquinoctiali vix ſenſibiliter mutare deprehenditur; & proinde Solſtitia hæc puncta dicuntur.

Aſcenſio Recta.

Declinatio.

Duo Coluri.

Circulus in Telluris ſuperficie inter polos exactè medius, eſt Telluris Æquator, cujus productione ad Fixas Æquinoctialem cæleſtem generari diximus; & ſicuti ſtellarum loca in cælis, quoad longitudinem & latitudinem definiuntur per Eclipticam & ejus ſecundarios; ſic per Æquatorem Terreſtrem ejuſque ſecundarios per polos Terræ ductos, Terrarum loca & urbes quoad Longitudinem & Latitudinem determinari debent. Circulus Æquatoris ſecundarius per locum quemvis tranſiens dicitur iſtius *loci Meridianus*, quoniam quando per vertiginem Terræ circa Axem ſuum, planum iſtius circuli per Solem tranſiverit, erit omnibus incolis ſub illo degentibus Meridies. *Longitudo loci* eſt arcus Æquatoris interceptus inter aliquem Meridianum, quem primum vocant, per determinatum locum tranſeuntem, & Meridianum loci. Veteres Geographi Primum Meridianum per locum Terræ notum & maximè occidentalem traduci fingebant, atque exinde Terrarum loca omnia, quaquà in longum patent, verſùs ortum determinabant. Ex quo verò navigando deprehenſum eſt, nullum dari locum maximè occidentalem, paulatim neglectus eſt modus, à primo aliquo meridiano computandi. Et quiſque locorum Longitudines

Loci Meridianus.

Longitudo loci.

dines reſpectu Meridiani urbis propriæ determinat. *Latitudo loci* eſt arcus Meridiani iſtius loci, inter locum & Æquatorem interceptus, eſtque Borealis aut auſtralis, prout locus ab Æquatore, versùs hunc vel illum polum, diſtat.

Ratione Meridianorum & Parallelorum comparati Incolæ Telluris, alii dicuntur *Periœci* qui ſub eodem parallelo, *Periœci.* at oppoſitis ejuſdem Meridiani ſemicirculis degunt; hi Tempeſtates anni eaſdem experiuntur, accedente Sole eodem tempore ad utriuſque loci verticem, & exinde recedente; at meridiei & mediæ noctis vices ſubeunt alternas. Alii denique dicuntur *Antœci* ſub eodem Meridiani ſemicirculo, at *Antœci.* oppoſitis parallelis habitantes. Ita ut meridies & media nox utriſque ſimul contingat; at tempeſtates anni permutantur. Alii denique dicuntur *Antipodes*, quod ſub oppoſitis Meri- *Antipodes.* dianis æquè ac Parallelis verſantes, adverſis e diametro pedibus incedunt; ideoque viciſſitudines æſtatis atque hyemis, nec non meridiei & mediæ noctis, ortus & occaſus ſiderum omnino planè adverſos ſentiunt.

Quatuor circuli in ſuperficie Telluris minores, qui cæleſtibus ejuſdem nominis reſpondent, nempe duo Tropici & totidem Polares dividunt Terram in quinque portiones, quæ zonæ appellantur. Quarum una vocatur Torrida, u- *Quinque Zonæ.* troque Tropico comprehenſa, inhabitabilis à veteribus credita eſt, propter nimium æſtum: Regiones tamen, quas illa continet nunc longè feraciſſimas eſſe, vitæ commodis, incoliſque abundare compertum eſt; duæ ſunt frigidæ Zonæ, ſub utroque mundi Polo circulis Arctico & Antarctico incluſæ, & ob gelu perpetuum vix habitabiles; totidem temperatæ ſunt inter Frigidas & Torridam comprehenſæ, quarum alteram nos incolimus, alteram noſtri Antipodes. Has quinque Zonas ſic deſcribit Virgilius. 1. *Georgic.* ℣. 233.

Quinque tenent cœlum Zonæ, quarum una coruſco
Semper Sole rubens, & Torrida ſemper ab igni:
Quam circum extremæ dextrâ lævâque trahuntur,
Cæruleâ glacie concretæ, atque imbribus atris.
Has inter, mediamque, duæ mortalibus ægris
Munere conceſſæ divûm.

 Qui

Amphiſcii. Qui in Zonâ Torridâ degunt, dicuntur *Amphiſcii*, eò quòd eorum umbra meridiana versùs utrumque polum diverſis anni temporibus projicitur. At cum Sol ipſorum verticibus incumbit, fiunt *Aſcii*, quia nullam projiciunt umbram meridianam; qui Zonas Temperatas incolunt, dicuntur *Hetroſcii*, quorum umbra Meridiana versùs alterutrum tantùm mundi Polum porrigitur; qui in Zonis frigidis ſunt incolæ, *Periſcii* vocantur, quia Sole non occidente umbra illis in orbem circumagatur.

Aſcii. *Hetroſcii.* *Periſcii.*

Circuli, qui concipiuntur mobiles, & per reſpectum ad obſervatorem definiuntur, ſunt Horizon & Meridianus. *Horizon* eſt magnus ille circulus, quem quiſque in planitie aut medio maris poſitus viſu circumacto definit, quo cæli pars ſpectabilis ab inconſpicuâ dividitur. Dicitur *Horizon ſenſibilis*, à quo differt *Rationalis* illi parallelus, tranſiens per centrum Terræ. Nam Phænomena cæleſtia referimus ad ſuperficiem Sphæricam, Telluri, non oculo concentricam.

Horizon ſenſibilis. *Horizon Rationalis.*

Hi duo Horizontes ad fixas producti coincidere videntur, cum Tellus ad Sphæram fixarum comparata puncti tantùm rationem habeat, adeoque qui non niſi puncto diſtant à ſe invicem circuli, tanquam congruentes haberi debent. Horizontis poli ſunt duo puncta, quorum unum vertici obſervatoris incumbit & *Zenith* dicitur, alterum huic ſub pedibus oppoſitum *Nadir* vocatur. Ab his innumeri circuli ad Horizontem ducti, ſunt ejus ſecundarii, & circuli *Verticales* & *Azimuthales* appellantur. Horizontis autem paralleli circuli minores *Almicantarath* dicuntur: voces hæ ab Arabibus in Aſtronomiam ſunt introductæ.

Horizontis Poli. Zenith & Nadir. *Circuli verticales & Azimuthales.* *Almicantarath.*

Inter circulos verticales, eminent præcipuè Meridianus, & *Verticalis Primarius*; ille per polos & Zenith ductus horizontem interſecat in cardinibus Septentrionis & Auſtri, illoſque ſignat. Hic alter eſt Meridiano ad angulos rectos, & in Horizonte Orientem & Occidentem oſtendit. Hi circuli Horizontem in Quadrantes dividunt, quorum unuſquiſque rurſus in octo partes æquales, adeoque Horizon totus in triginta duas partes dividi ſupponitur, quæ venti ſive plagæ nominantur.

Verticalis Primarius.

Alti-

Altitudo aut *Depreſſio* Stellæ cujuſvis eſt arcus verticalis circuli inter Stellam & Horizontem interceptus. Stellæ *Azimuthus* eſt arcus Horizontis inter cardinem Meridiei vel Septentrionis & verticalem per Stellam tranſeuntem interceptus, eſtque vel orientalis vel occidentalis. *Amplitudo ortiva* vel *occidua* ſideris eſt Arcus Horizontis inter punctum, ubi ſidus oritur aut occidit, & cardinem Orientis aut occidentis, eſtque illa Borealis vel Auſtralis. *Altitudo aut Depreſſio Stellæ.* *Azimuthus Stellæ.* *Amplitudo ortiva vel occidua.*

Ut in Horizonte omnes Stellæ videri incipiunt, & apparere deſinunt, ſic in Meridiano Stellæ omnes ad maximam altitudinem perveniunt, ubi culminari dicuntur, & infra Horizontem in eodem Meridiano maximam depreſſionem obtinent. Cum Meridianus tam Æquatori quàm Horizonti perpendiculariter inſiſtat, omnium parallelorum ſegmenta ab horizonte facta, tam ſupra quàm infra in æquales partes dividet; unde Tempus inter ortum Stellæ ejuſque Culminationem, æquale erit tempori inter Culminationem & occaſum. Cumque Sol quotidie parallelorum aliquem motu apparenti deſcribit, quando is ad circulum Meridianum appulerit, Meridies fiet, Mediaque nox, cum infra Horizontem ad eundem pertigerit, unde huic circulo nomen. *Nonageſimus gradus* eſt punctum Eclipticæ, quod nonaginta gradibus ab ejus interſectione cum Horizonte diſtat, ejuſque Altitudo metitur angulum, quem Ecliptica cum Horizonte facit. *Medium cœli* dicitur punctum Eclipticæ culminans. In ſignis Aſcendentibus, à ♑ ad ♋ Nonageſimus eſt ad orientem Meridiani; in deſcendentibus à ♋ ad ♑ ad occidentem poſitus. *In Meridiano culminant Stellæ.*

Quamvis Horizontem & Meridianum tanquam circulos immobiles ſuppoſuimus, motum apparentem cæli tanquam realem conſiderando; revera tamen illi ſoli ſunt circuli mobiles, & Stella vel Sol oritur, quando planum Horizontis infra deſcendit, ut Sol vel Stellæ conſpiciantur, occiduntque, quando planum Horizontis ſupra attollitur, Stellis & Sole quieſcentibus, Horizonte interea vertigine Terræ rapto. Sic etiam Sol & Stellæ ad meridianum loci alicujus appellunt, cum Meridiani planum, quod motu circa Axem *Horizon & Meridianus ſunt circuli revera mobiles.*

Telluris angulari fertur, per Solem aut Stellas quieſcentes tranſiverit. Si verò per Solem & Polum traduci concipiatur circulus immobilis, fiet hic Meridianus non alicujus loci determinati, ſed Univerſalis; fietque Meridies, in loco aliquo, cum Meridianus iſtius loci, qui circa Axem Telluris vertitur, cum plano hujus circuli coinciderit.

Meridianus Univerſalis.

Cum Meridianus quilibet circuitum ſeu gradus 360 ſpatio viginti quatuor horarum motu angulari abſolvat, neceſſe eſt ut quâlibet horâ quindecim gradus, hoc eſt graduum 360 partem viceſimam quartam, motu angulari conficiat, adeoque ſi concipiatur circulus per polos tranſiens, qui cum Meridiano per Solem ducto angulum quindecim graduum conſtituat, ad hujus planum cum pervenerit Meridianus alicujus loci, poſt deceſſum a Meridiano Univerſali numerabitur in illo loco hora prima poſt Meridiem; diciturque circulus horæ primæ. Similiter ſi alius ducatur per polos circulus, æquatorem ſecans in triceſimo ab Meridiano Univerſali gradu, hic erit circulus horæ ſecundæ, ad quem cum Meridianus loci alicujus pervenerit, numeratur ibi hora Secunda à Meridie. Similiter ſi per ſingulos quindecim Æquinoctialis gradus, & Polos duci concipiantur circuli, dicuntur illi *Horarii*, & Æquinoctialem in viginti quatuor partes divident. Et unuſquiſque ordine ſuo horam determinat in loco aliquo numeratam, quando Meridiani iſtius loci planum cum plano circuli Horarii coinciderit. Verbi gratiâ, cum Meridianus loci coincidit cum circulo, qui angulum cum Meridiano Univerſali facit 75 graduum, numerabitur in illo loco hora quinta poſt Meridiem. Quando verò 90 gradus à Meridiano per Solem tranſeunte diſtat, fit hora Sexta poſt Meridiem. Verùm ſi Meridianus loci ut immotus ſpectetur, circulumque per polos & Solem tranſeuntem concipiamus unà cum Sole motu angulari circa Axem Telluris ferri, ut apparenter fit; quando circulus ille coincidet cum circulo, qui angulum quindecim graduum cum Meridiano loci facit, erit hora prima, & circulus cum quo coincidit, dicitur Horarius primus: huic proximus cum Meridiano loci angulum triginta graduum conſtituens, erit circulus

Circuli Horarii.

culus horæ ſecundæ; qui angulum 45 graduum cum Meridiano facit eſt circulus horæ Tertiæ, atque ita deinceps.

In quolibet Terræ loco, Altitudo Poli ſeu ejus Elevatio ſupra Horizontem æqualis eſt Latitudini loci. Sit circulus H Z Q Meridianus, H C O Horizon, Æ C Q æquator, Z Zenith, & P Polus, Altitudo poli ſeu ejus diſtantia ab Horizonte eſt arcus P O, & Latitudo loci eſt Z Æ arcus. Et quoniam arcus P Æ inter polum & æquatorem eſt circuli quadrans, & arcus Z O inter Zenith & Horizontem interceptus eſt quoque circuli quadrans, erunt arcus P Æ Z O inter ſe æquales; Communis auferatur arcus Z P, & reſtabunt arcus Z Æ P O inter ſe æquales; hoc eſt, Latitudo loci æqualis erit Elevationi ſeu Altitudini Poli ſupra Horizontem. *Altitudo ſeu Elevatio Poli æqualis latitudini loci.* TAB. 32. *fig.* 4.

Hinc habemus methodum Telluris Perimetrum dimetiendi. Nam ſi pergamus rectà verſus Boream, donec Elevatio Poli unò gradu creſcat, & deinde itineris percurſi menſura quæratur in milliaribus, dabitur numerus milliarium, quæ ſunt in uno gradu Peripheriæ maximi in Tellure circuli, hic numerus per 360 multiplicatus dabit numerum milliarium in toto Perimetro Telluris, & accuratiſſimis menſuris invenitur Longitudo unius gradus 69 milliaria Anglicana continere, quæ vulgò habetur æqualis tantùm 60 milliaribus.

LECTIO XIX.

De Doctrina Sphærica.

ANgulum, quem Æquator & Horizon cum ſe invicem faciunt, metitur arcus ÆH, qui eſt complementum Latitudinis ad Quadrantem. Adeoque ſi angulus ille rectus ſit, Latitudo erit nulla, & Æquinoctialis per verticem incedet: omneſque Æquatoris Paralleli erunt ad Horizontem recti, ideoque hæc Sphæræ poſitio *Recta* dicitur, in quâ paralleli omnes ab Horizonte in partes æquales ſecantur; unde mora cujuſvis ſtellæ ſupra horizontem æqualis eſt tempori quo infra eundem deprimitur; poli hîc in Horizontem procumbunt, uti figurâ manifeſtum eſt, ubi punctum æquinoctialis Æ cum vertice ſeu Zenith coincidit, & TAB. 32. *fig.* 5. *Sphæra Recta.*

Poli P P cum punctis Horizontis H O congruunt.

TAB. 32. fig. 6. Si ab Æquatore verſùs alterutrum polum recedamus, Æquator quoque à vertice recedet, & ad Horizontem accedet, cum illâ faciens angulum obliquum, unde illa Sphæræ poſitio dicitur *Obliqua*, Poluſque, ad quem acceditur, ſemper ſupra Horizontem tantùm elevabitur, quantùm eſt Latitudo loci; alter tantundem infra deprimetur. Figura annexa hanc Sphæræ poſitionem exhibet, quam nos, & omnes in Zonis temperatis habitantes, obtinemus, ubi Æquator Æ Q biſecatur ab Horizonte, ut in Sphærâ Rectâ, quapropter ubi Sol illum circulum motu apparenti diurno decurrit, diem facit nocti æqualem; at Æquatoris Paralleli non bifariam ab Horizonte ſecantur, ſed qui ſunt verſùs Polum elevatum; ſinguli majorem partem habebunt ſupra Horizontem extantem, minorem infra depreſſam, & quò polo propior quilibet circulus, eò major ejus pars ſupra Horizontem extabit, & qui minus à polo diſtant quàm eſt Latitudo loci, toti ſupra Horizontem attolluntur. Contrarium accidit parallelis verſùs Polum depreſſum ſitis, quorum portiones majores infra Horizontem jacent, minores ſupra elevantur; & qui Polo illi propiores ſunt quàm eſt Latitudo loci, perpetuò unà cum Stellis, quæ in iis includuntur, ſub Horizonte latent, & nunquam fiunt conſpicui. Hinc neceſſe eſt, cum Sol quotidie parallelum aliquem decurrat, ut ab Æquinoctio verno ad Solſtitium æſtivum dies continuo incremento noctes exſuperent; poſt Solſtitium decreſcant ad Æquinoctium autumnale; deinde ad Solſtitium Hyemale dies noctibus continuò breviores reddantur; denique à Solſtitio Hyberno ad Æquinoctium vernum, dies adhuc ſunt noctibus breviores, ſed rurſus continuò augentur, donec in ipſo Æquinoctio fiunt tandem noctibus æquales.

Sphæra obliqua.

In Sphærâ obliquâ Stellæ omnes obliquè oriuntur & occidunt, utque Aſcenſio recta Stellæ eſt arcus Æquatoris interceptus inter initium Arietis & punctum, quod unà cum Stellâ ad Meridianum pervenit, ſeu in Sphærâ rectâ, quod ſimul cum Stellâ aſcendit vel oritur: ſic *Aſcenſio obliqua*

qua eſt arcus Æquatoris interceptus inter initium Arietis & punctum Æquatoris, quod cum Stellâ oritur in Sphærâ obliquâ, eodem ordine numeratus, quæ pro variâ Sphæræ obliquitate varia erit. Aſcenſionis Rectæ & obliquæ differentia dicitur *Differentia Aſcenſionalis.* *Aſcenſio obliqua.* *Differentia Aſcenſionalis.*

In Sphærâ obliquâ eſt parallelus tantùm à Polo elevato diſtans, quantùm eſt latitudo loci, qui *Circulus perpetuæ Apparitionis* nominatur, ſeu *circulus ſemper apparentium maximus*, intra quem comprehenſæ Stellæ nunquam oriuntur, aut occidunt, ſed tamen nunc altiùs aſcendunt, nunc humiliùs factæ ad Horizontem propiùs accedunt. Huic ad alterum Polum eſt oppoſitus circulus *Perpetuæ Occultationis*, in quo incluſæ Stellæ nunquam oriuntur, ſed ſemper manent inconſpicuæ. *Circulus perpetuæ Apparitionis.*

Si Æquator nullum angulum cum Horizonte faciat, ſed cum illo coincidat, in tali poſitione polus quoque cum Zenith congruet, & Æquatoris paralleli omnes erunt Horizonti paralleli, ideo talis ſphæræ *Poſitio Parallela* dicitur, in quâ nullæ fixæ oriuntur aut occidunt, ſed in circulis Horizonti parallelis perpetuos gyros ducunt. Sol præterea cum ad Æquinoctialem pervenerit, Horizontem lambit, exinde verſùs Polum elevatum digrediens nuſquam occidit, ſed diem facit longiſſimum ſex menſium. At ubi ab Æquatore receſſerit Sol verſùs oppoſitum Polum, è contrario nunquam oritur, noxque illis durat per alteros ſex menſes. Hunc Sphæræ ſitum obtinent, qui ſub Polis degunt, ſi qui forte ſint, qui has colant regiones. TAB. 32. *fig.* 7. *Sphæra Parallela.*

Veteres Geographi Regiones Telluris per *Parallelos* & *Climata* diſtinguebant; cum enim in Sphærâ Rectâ, ſeu ſub Æquinoctiali dies noctibus perpetuò æquantur, ſi inde pergamus verſùs alterutrum Polum, dies æſtate fiunt noctibus longiores, & quò magis ad Polum accedamus, eò longiores ſunt dies longiſſimi, donec ſub ipſis circulis polaribus nulla eſt nox. Hinc per parallelos Æquatoris, qui augmenta dierum horæ quadrantibus notabant, Tellurem diviſerunt Geographi. Hoc eſt, Paralleli illi tantùm à ſe invicem diſtabant, quantò opus ſit, ut maxima dies augeatur horæ quadran- *Diviſio Telluris per Parallelos & Climata.*

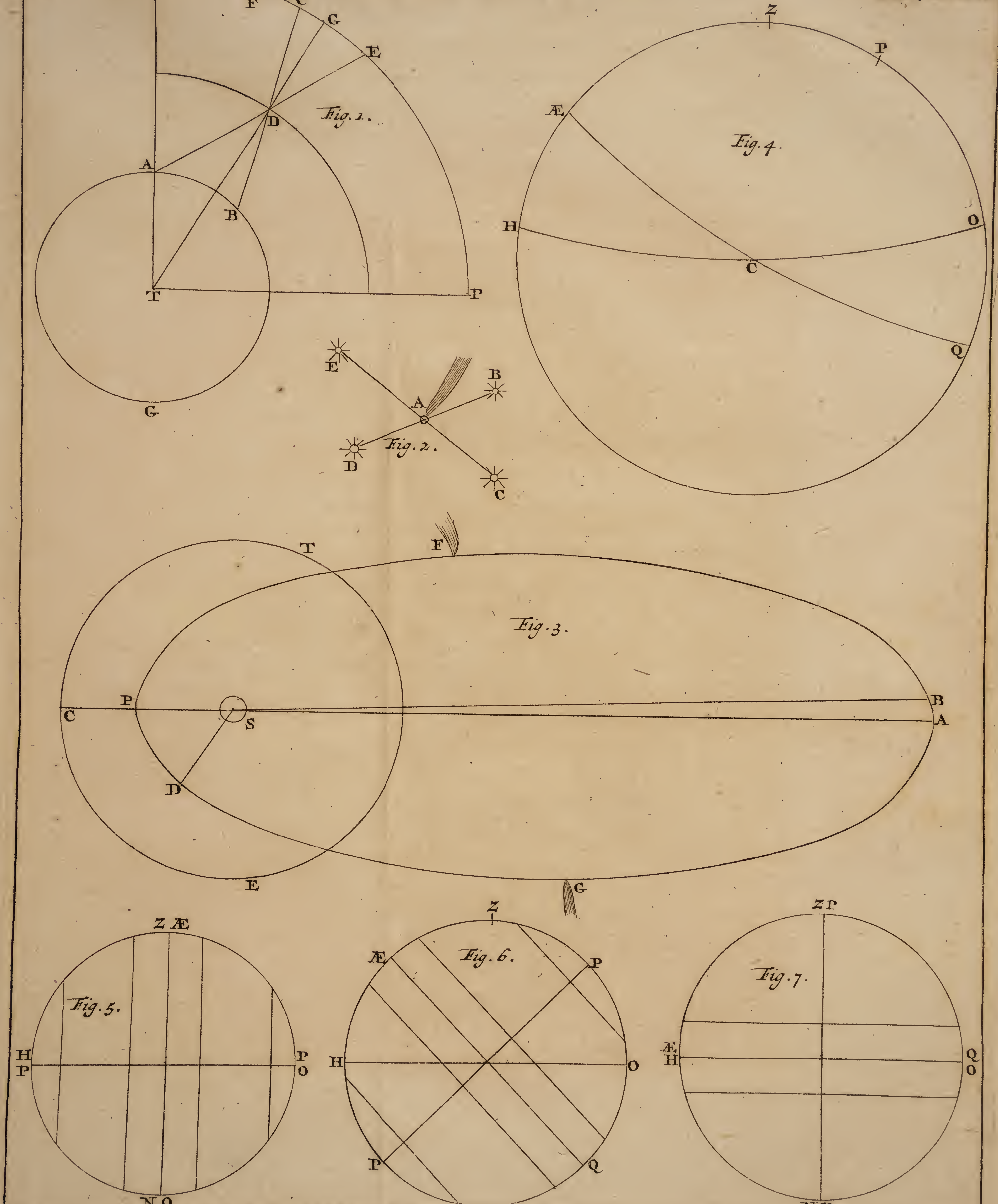
drante de parallelo in parallelum. Poſito ergo Æquatore primo parallelo, ſecundus per ea Terræ loca tranſibat, ubi dies longiſſima eſt horarum $12\frac{1}{4}$. Tertius ubi dies eſt horarum $12\frac{2}{4}$. Quartus ubi ille 12 horis cum tribus partibus quartis adæquat; atque ita denuo. Duo autem ejuſmodi paralleli *Clima* conſtituebant; quæ proinde climata ſemihoræ augmento diſtinguuntur. Poteſt vero exceſſus diei Solſtitialis ſupra 12 horas continuò augeri, magis magiſque ad elevatum Polum accedendo, donec ad Polarem circulum perventum fuerit, & ibi Tropicus unico puncto Horizontem tangens totus eminet, & Sol illum decurrendo, non occidit; quare dies erit horarum viginti quatuor, qui excedit æquinoctialem diem horis duodecim, ſeu viginti quatuor ſemihoris, vel quadraginta & octo horæ quadrantibus, unde conficitur tandem numerus climatum inter æquinoctialem & Polarem eſſe viginti quatuor, & Parallelorum eſſe quadraginta & octo.

Cum Veterum Annus parum cum motu Solis apparenti congruebat, ex dato die menſis quo factum aliquod notabant, non ſtatim exinde patebat; quâ anni tempeſtate illud evenit. Igitur quando Agricolæ in re Ruſticâ aliquod faciendum in ſtato tempore præcipiebant, tempus illud non per diem Kalendarii Civilis indicabant, quippe eadem dies menſis civilis non ſemper quolibet anno in eâdem Anni tempeſtate incidebat. Sed certioribus opus fuit Characteribus, ad tempora diſtinguenda. Itaque Agricolæ, Rei Ruſticæ ſcriptores, Hiſtorici, & Poetæ tempora per ortus & occaſus Stellarum deſignabant. Ortûs & occaſûs Stellarum vulgò numerantur ſpecies tres; *Coſmicus*, *Achronicus* & *Heliacus*. Oriri dicitur aut occidere Stella coſmicè, quæ oritur aut occidit oriente Sole; ita Stella quæ oritur aut occidit mane, coſmicè oritur aut occidit. Achronicè autem oritur Stella, quæ oritur occidente Sole, hoc eſt quæ veſperi oritur, quando Soli opponitur & totâ nocte fit conſpicua.

Stellarum ortus & occaſus eorumque ſpecies.

Stella oritur Heliacè, quando è Solis radiis emergens, tantùm ab illo diſtat, ut videatur mane ante Solis ortum, Sole nimirum motu apparente a Stellâ verſùs ortum recedente.

TAB. XXXII.


Fig. 1.
F
C
G
E
D
A
B
T
P
G
Fig. 2.
E
B
A
D
C
Fig. 3.
T
F
P
C
S
B
A
D
E
G
Fig. 4.
Z
P
Æ
H
O
C
Q
Fig. 5.
Z Æ
H
P
P
O
N Q
Fig. 6.
Z
Æ
P
H
O
P
Q
Fig. 7.
Z P
Æ
H
Q
O
N P



dente. Occaſus autem Heliacus eſt, quando Sol ad Stellam accedere incipit, illamque radiis ſuis condens inconſpicuam reddit, inde Ortus & Occaſus Heliacus potiùs Apparitio, aut Occultatio dici debent.

Stellæ omnes fixæ in Zodiaco ſitæ, item Planetæ ſuperiores, Mars, Jupiter & Saturnus oriuntur Heliacè mane, paulo ante Solis ortum, & paucis diebus poſtquam coſmicè oriuntur; quos nempe Sol motu annuo verſùs orientem facto antevertit. Occidunt vero Heliacè veſpere, paulo ante quàm Achronicè occidunt. Luna autem, quæ Solem perpetuò antevertit, oritur Heliacè veſpere, cum nempe nova ex radiis Solaribus emergit, occidit vero Heliacè mane, cum jam vetus ad conjunctionem cum Sole properat. Inferiores Planetæ Venus & Mercurius, qui aliquando Solem antevertunt, aliquando Solem verſùs occidentem poſt ſe relinquunt, aliquando Heliacè oriuntur mane, cum nempe retrogradi ſunt, aliquando veſpere cum ſunt directi.

Quomodo Altitudo Solis vel Stellæ obſervatur. TAB. 33. *fig.* 1.

At Altitudinem Solis vel Stellæ cujuſvis exquirendam utimur Quadrante mobili, EAD cum dioptris fixis A, B, vel Teleſcopio in alterutro latere collocato, & filo AC pondere inſtructo ex centro perpendiculariter pendente; & Quadrans in ſitu verticali compoſitus ſurſum deorſumque vertatur, donec lux Solis per foramen anterioris dioptræ in foramen poſterioris radiat, in quo ſitu ſi ſiſtatur Quadrans, filum oſtendit arcum EC altitudini Solis ſimilem. Nam producatur AZ ad Zenith, ſitque AH linea Horizontalis, Anguli EAB ZAH ſunt æquales, uterque rectus enim eſt. Sed anguli BAC ZAS ſunt quoque æquales, nam ad verticem ſunt, quare demptis æqualibus erit angulus EAC æqualis angulo SAH; angulum autem EAC metitur arcus Quadrantis EC, & angulum SAH metitur arcus verticalis circuli inter Solem & Horizontem interceptus, unde arcus ille erit ſimilis arcui EC. Si Altitudo Stellæ capienda ſit, loco irradiationis Solis, oculari intuitu Stellam per foramina Dioptrarum comprehendimus, & filum ut ante indicabit quæſitam altitudinem. Inventio Altitudinis Meridianæ Solis vel Stellæ habetur ſæpius obſervando & notando, quando illa maxima eſt;

Nam maxima altitudo Solis vel Stellæ eſt in Meridiano.

Inventio Latitudinis loci. Latitudinis loci cognitio eſt fundamentum omnium obſervationum Aſtronomicarum, adeoque in primis neceſſe eſt, ut illa accuratè habeatur; Cumque oſtenſum ſit Altitudinem Poli eidem æqualem eſſe, illa optimè obtinetur per obſervationem Altitudinis Poli; verùm cum Polus ſit tantùm punctum Mathematicum inobſervabile, ejus Altitudo non eodem modo ac Solis aut Stellæ, ſimplici viâ per Quadrantem exquiri poteſt; alia itaque adhibenda eſt methodus ut illa cognoſcatur. Et primò invenienda eſt ſectio Plani Meridiani cum Horizonte, quæ Linea Meridiana dicitur; quæ fit erigendo Gnomonem, cujus radici ſeu puncto, apici directè ſubjecto ut centro, deſcribatur circuli circumferentia, in quam Apicis umbra ante Meridiem incidat, & notetur punctum circumferentiæ in quod umbra cadit: *Lineæ Meridianæ Inventio.* Rurſus poſt Meridiem notetur punctum in eâdem circumferentiâ, ubi Apicis umbra ad illam pertingat, & Recta ducta ex centro circuli ad punctum, quod biſecat arcum inter notata puncta interjectum, erit linea Meridiana; Nam Sol ante & poſt Meridiem æquialtus æqualiter à Meridiano diſtat. Collocetur igitur Quadrans ſuper lineâ Meridianâ hoc eſt in plano Meridiani, & Stellæ alicujus, quæ nunquam occidit, obſervetur altitudo maxima S O, item minima, s o, Altitudinum differentia erit arcus S s, cujus ſemiſſis P s addita altitudini minimæ, vel ab Altitudine maximâ ſubducta, dabit P O altitudinem Poli ſupra Horizontem, quæ æqualis eſt Latitudini loci. *TAB. 33. fig. 2.* Si habeatur Solis Theoria, ex cognitâ Declinatione Solis inveniri poteſt Latitudo loci, obſervando diſtantiam Solis à vertice Meridianam; eſt enim illa complementum altitudinis ejus, ad quam ſi addatur declinatio Solis, cum Sol & locus verſùs eundem polum ab æquatore diſtant, aut ſi declinatio Solis ſubducatur ab ejus diſtantiâ a vertice, cum Sol & locus ſiti ſint ad partes æquatoris contrarias, & habebitur Latitudo loci. Verum ſi Solis declinatio major ſit Latitudine loci, quod cognoſcitur quando Sol à Polo elevato minùs diſtat quàm vertex loci, ut in locis in Zonâ Torridâ ſitis ſæpe fit, differentia inter declinationem Solis

&

& ejus à vertice diſtantiam eſt Latitudo loci.

Obtentâ ſemel Latitudine loci, Obliquitas Eclipticæ ſeu ejus Inclinatio ad Æquatorem facile habetur; obſervetur enim circa Solſtitium æſtivum minima Solis à vertice diſtantia. Hæc ſi à Latitudine loci auferatur, modò locus ſit polo propior quàm Sol eſt, dabit maximam Solis declinationem; quæ obliquitati Eclipticæ eſt æqualis. Plerique Aſtronomi inclinationem Eclipticæ ad Æquatorem, ſeu maximam declinationem Solis æqualem faciunt viginti tribus gradibus cum dimidio, ſed accuratiſſimæ obſervationes hodiernæ illam uno minuto minorem eſſe evincunt.

Declinatio Solis obſervatione cognoſcitur.

Eâdem prorſus methodo obſervari poteſt Solis pro quâlibet Meridie, vel etiam ſideris cujuſvis declinatio: nempe quando Sol vel Sidus æquatori propior eſt quàm locus, capiatur differentia inter Latitudinem loci & diſtantiam ſideris à vertice, quæ reſtat quantitas erit declinatio ſideris; at ſi vertex loci inter ſidus & Æquatorem ſitus ſit, declinatio ſideris erit harum quantitatum ſumma.

Solis aſcenſio recta Longitudo, declinatio, & angulus Eclipticæ & Meridiani, ex quibus datis & quo pacto inveniantur.

TAB. 35. *fig.* 3.

Datâ declinatione Solis, facillimè habetur ejus Aſcenſio recta & locus in Eclipticâ per reſolutionem trianguli rectanguli Sphærici: ſit enim ÆQ æquinoctialis circulus, ÆC Ecliptica S Sol, à quo ad æquinoctialem demiſſo circulo perpendiculari SD erit arcus SD Solis declinatio, & proinde in triangulo rectangulo SDÆ, ex datis SD & angulo Æ, inclinatione Eclipticæ ad æquatorem dabitur per Trigonometriam Sphæricam, arcus ÆD Solis Aſcenſio recta, & ÆS locus Solis in Eclipticâ: quinetiam angulus ÆSD inclinatio circuli declinationis ſeu Meridiani ad Eclipticam. Quinetiam in eodem triangulo ÆSD rectangulo, cum angulus Æ conſtans ſit & immutabilis; ſi detur vel latus ÆD Aſcenſio recta, invenire poſſumus declinationem DS & Longitudinem puncti S, quod unà cum D ad Meridianum appellit, mediumque cœli dicitur, & angulum DSC, qui eſt inclinatio Meridiani ad Eclipticam. Vel ſi detur ÆS Longitudo puncti S, exinde quoque reliqua invenire poſſumus, ſcil. ÆD Aſcenſionem rectam, DS Declinationem puncti S, & DSC angulum Eclipticæ & Meridiani.

 Si

Si quotidie methodo oſtenſâ obſervetur Solis Declinatio, dabitur motus Solis apparens in Eclipticâ, cui æqualis eſt motus Terræ realis interea factus; & obſervationibus deprehenſum eſt, Solem non æquabili motu in Eclipticâ incedere, adeoque Telluris motus realis circa Solem inæquabilis erit, & in ſolſtitiis noſtris æſtivis tardiùs progreditur Terra, in Hybernis velociùs, eâ vero lege perpetuò incedit, ut in Ellipſeos perimetro feratur, radiiſque ad Solem in ejus umbilico locatum per illam ductis ſemper deſcribat areas temporibus proportionales.

Quomodo Aſcenſiones rectæ &c. Declinationes fixarum inveniuntur.

Ex dato loco Solis in Eclipticâ, Horologii automati ope, inveniuntur Aſcenſiones rectæ fixarum; quod ut fiat, motus Horologii ſic temperandus eſt, ut index viginti quatuor horas numeret, labente tempore, quo fixa aliqua à Meridiano digreſſa ad eundem revertitur, quod tempus die naturali paulo brevius eſt, ob motum Solis versùs orientem interea factum; Horologio ſic ordinato, index ad initium numerationis conſtituatur, quando Sol Meridianum occupat. Notetur deinde tempus Horologio indicatum, quando ſtella aliqua eundem Meridianum attingit; horæ earumque partes ab indice percurſæ in partes æquatoris converſæ dabunt intervallum Aſcenſionum Solis & fixæ, quod additum aſcenſioni rectæ Solis exhibet fixæ Aſcenſionem rectam quæſitam. Datâ autem unius cujuſvis ſtellæ Aſcenſione rectâ, dantur reliquarum omnium aſcenſiones. Nempe obſervandum eſt tempus, Horologio prædicto notatum, inter appulſum ſtellæ, cujus Aſcenſio recta data eſt, & appulſum alterius cujuſvis ſtellæ ad eundem Meridianum; & hoc tempus in gradus & minuta Æquatoris converſum dabit aſcenſionum differentiam, & proinde ipſa Aſcenſio ſtellæ dabitur.

Sed ex datâ unius cujuſvis ſtellæ Aſcenſione rectâ, aliarum Aſcenſiones optimè habentur methodo ſequenti, ubi non opus eſt, ut exſpectetur appulſus ſtellæ ad Meridianum, ſed ſolummodò Teleſcopium eſt adhibendum in cujus foco aptantur fila quatuor, quorum duo A B, C D, ſeſe perpendiculariter ſecent, reliqua duo E F, G H his ad angulos ſemi-

TAB. 36. fig. 2.

mi-

mirectos inſiſtant in communi ſectione o. Quibus conſtructis dirigatur Teleſcopium ad ſtellam aliquam, cujus aſcenſio recta & declinatio notæ ſint. Atque continuò vertatur Teleſcopium, donec in filo A B videatur ſtella, ejuſque motus apparens fiat ſecundum rectam A B, in quo ſitu recta A B exponet portionem paralleli, quem ſtella motu diurno apparenti percurrere videtur, cumque C D hanc ad rectos angulos ſecat, illa circulum aliquem horarium exponet: In hoc ſitu figatur Teleſcopium, & notetur ope Horologii tempus, quo ſtella cujus Aſcenſio nota eſt lineam C D attingit. Deinde obſervetur in Teleſcopio alia quælibet ſtella, illa in rectâ aliquâ L K, ad A B parallelâ ferri videbitur, & notetur tempus, quando ad circulum horarium C D in Q pervenerit. Differentia temporis inter appulſum prioris ſtellæ & hujus, ad eundem circulum horarium C D, ſi in gradus & minuta æquatoris convertatur, dabit differentiam Aſcenſionum rectarum; adeoque ſi detur alterutrius ſtellæ Aſcenſio recta, dabitur quoque Aſcenſio alterius.

Cum anguli Q H O & Q O H ſint æquales, utpote ſemirecti, erit Q H æqualis Q O; quòd ſi notetur tempus inter appulſum ſtellæ ad filum O G, & ejus appulſum ad filum O C, dabitur tempus, quo ſtella arcum Q H paralleli percurrit; hoc tempus in gradus & minuta convertatur, & dabuntur gradus & minuta in arcu paralleli Q H; ſed huic arcui æqualis eſt arcus circuli maximi Q O; ſed in inæqualibus circulis, gradus, quos æquales arcus continent, ſunt reciprocè ut circulorum radii, ut inferiùs demonſtrabitur. Fiat itaque, ut radius circuli maximi, ad radium paralleli LK, qui à radio paralleli noti O B non ſenſibiliter differt; hoc eſt, ut Radius ad ſinum diſtantiæ ſtellæ à polo, ita numerus graduum & minutorum in arcu Q H, ad numerum graduum & minutorum in arcu Q O, qui proinde dabuntur; ſed eſt arcus Q O differentia declinationum ſtellæ parallelum Q K deſcribentis, & illius quæ deſcribit parallelum O B; unde datâ unius ſtellæ declinatione, dabitur declinatio alterius. Hâc methodo plurima-

rum ſtellarum Aſcenſiones rectæ & declinationes inveniri poſſunt.

Quòd in inæqualibus circulis numeri partium ſimilium in arcubus æqualibus ſunt reciprocè ut radii, ſic demonſtratur. Sint inæqualium circulorum, quorum centrum C, arcus A F, B E æquales, ducatur C E, & erunt arcus A D, E B ſimiles; parteſque ſimiles numero æquales continebunt, partes voco ſimiles, quæ ad circumferentias totas eandem habent proportionem, & ob æquales A F, B E; erit A D ad A F, ut A D ad B E, ſed ut A D ad B E, ita eſt, radius C A ad radium C B; adeoque A D eſt ad A F, ut C A ad C B; ſed eſt A D ad A F, ut numerus partium in A D, hoc eſt numerus partium in B E, ad numerum partium ſimilium in A F; quare erit numerus partium in B E, ad numerum ſimilium partium in A F, ut C A ad C B.

TAB. 33 *fig.* 4.

Quomodo inveniuntur fixarum Longitudines & Latitudines. TAB. 33. *fig.* 5.

Datâ ſtellæ Aſcenſione rectâ, & declinatione, ejus Longitudo & Latitudo inveniuntur, per reſolutionem Trianguli Sphærici. Nam per polos Æquinoctialis & Eclipticæ B, P, tranſeat circulus PBÆQ, is erit Colurus Solſtitiorum. Sit ÆQ Æquinoctialis circulus, E C Ecliptica, quorum communis ſectio ſit ♈ ſitque ſtella S, per quam & polum ducatur circulus declinationis P S F, cum æquatore conveniens in F, erit ♈ F Aſcenſio recta ſtellæ, & S F ejuſdem declinatio; ducatur per polum Eclipticæ B, & ſtellam circulus Latitudinis BSO, cum Eclipticâ conveniens in O; erit ♈ O Longitudo ſtellæ, & S O ejus Latitudo. In triangulo Sphærico B P S datur P S arcus, qui eſt complementum declinationis datæ, item arcus B P, qui metitur inclinationem Eclipticæ ad Æquatorem, datur præterea angulus F P Q quem metitur arcus F Q, complementum Aſcenſionis rectæ, adeoque datur angulus B P S; in triangulo B P S, ex tribus datis invenitur primò angulus P B S, cujus menſura eſt O C, & ejus complementum ad quadrantem eſt arcus ♈ O Longitudo ſtellæ, & invenietur præterea B S, cujus complementum ad quadrantem eſt S O Latitudo ſtellæ quæſita. Similiter ex notis Longitudine & latitudine ſtellæ poſſumus Aſcenſionem rectam & declinationem exquirere.

Com-

Comparando Fixarum loca á veteribus obſervata, cum locis, quæ nunc in Ecliptica obtinent Fixæ, invenimus Latitudines non mutari, at Longitudines à vernali Eclipticæ cum Æquatore interſectione continuò creſcere deprehendimus; non quòd ſtellæ revera progrediuntur, ſed quòd retrocedunt puncta æquinoctialia, à quibus Longitudines computantur. Priſtina Longitudo alicujus fixæ, collata cum eâ quæ hodie obſervatur, oſtendet quantitatem præceſſionis Æquinoctiorum, quæ in 70. annis ferè unum gradum adæquat. *Fixarum Longitudines continuò creſcunt, Latitudines non item.*

Atque hâc ratione, ſtellarum Longitudines & Latitudines inveniuntur, & in catalogum rediguntur Fixæ. Quibus ſemel ſtabilitis, Planetarum & Cometarum quoque loca per obſervationes & calculum innoteſcunt. Nam ſi obſerventur Planetæ aut Cometæ alicujus diſtantiæ, a duabus ſtellis fixis notis; hoc eſt, quarum Longitudines & Latitudines notæ ſunt, hoc pacto exquiritur Planetæ aut Cometæ Longitudo & Latitudo ad tempus obſervationis.

Sit EF Eclipticæ portio, cujus polus B, A & C duæ ſtellæ quarum Longitudines & Latitudines ſunt datæ, ſitque P Planeta cujus diſtantiæ à duabus ſtellis A & C obſervatione notæ ſint. In triangulo ABC, ex datis AB, CB complementis Latitudinum ſtellarum & angulo ABC, cujus menſura eſt arcus EF, differentia longitudinum, dabitur AC diſtantia ſtellarum, & angulus BCA. In triangulo APC, dantur omnia Latera, unde invenietur angulus PCA, quo ex angulo BCA ſubſtracto, relinquetur angulus BCP. Denique in triangulo BCP, dantur BC, CP latera, & angulus BCP, quare dabitur angulus CBP, cujus menſura eſt arcus OF, differentia longitudinum ſtellæ C & Planetæ P, item dabitur arcus BP, qui eſt Complementum Latitudinis Planetæ. *TAB. 33. fig. 6.*

Eâdem ratione, ſi obſerventur diſtantiæ alicujus Phænomeni a duabus fixis, quarum Aſcenſiones rectæ, & declinationes notæ ſunt, dabitur exinde Aſcenſio recta & Declinatio Phænomeni.

Lectio XX.

De Crepuſculis, & Siderum Refractione.

Aer cœlum lucidum reddit. PRæter alia innumera Atmoſphæræ beneficia, hoc etiam commodi ex illâ nobis derivatur, quòd lucente Sole, cœli noſtri faciem undique lucidam & ſplendentem reddat. Nam ſi Tellurem nulla ambiret aut involveret Atmoſphæra, ea ſola cœli pars luceret, quam Sol occupat; averſâ a Sole ſpectatoris facie, is nocturnas tenebras ſtatim ſentiret, & interdiu lucente Sole, minimæ etiam ſtellæ micarent; cum nullum foret corpus Solis radios ad noſtros oculos reflectens; & radii illi omnes, qui non in ipſam Telluris ſuperficiem impingant, oculos præterlabentes, aut Planetas & alias ſtellas illuminarent, aut in ſpatium ſeſe ſpargentes infinitum, ad nos nunquam detorquerentur.

Sublatâ Atmoſphærâ, ex clariſſimâ luce denſiſſimis tenebris in momento involveremur. Verum circumfuſa Telluri Atmoſphæra, a Sole validè illuſtrata, lucis radios ad nos repercutiens, cœlum omne clareſcere facit; & inde fit, ut Atmoſphæræ ſplendore, ſtellarum lumen obſcuretur & offundatur.

Præterea, ſublatâ Atmoſphærâ, immediatè ante Solis occaſum ſplendidiſſimè luceret Sol, at in momento, cum occidit, ſtatim denſiſſimæ ingruerent tenebræ: tamque ſubitaneus noctis adventus, & a luce ad tenebras tranſitus, parum Terricolis commodus eſſet. Sed per Atmoſphæram fit, ut poſt Solis occaſum, etſi nulli directi ad nos pervenire poſſunt Solares radii, reflexâ tamen luce per aliquod tempus fruamur, & non niſi paulatim obrepunt noctis tenebræ. Nam poſtquam Tellus vertigine ſuâ nos e Solis conſpectu ſubduxerit, nobis ſublimior aer ab illo illuſtratus manet, cœlumque omne ejus luce perfunditur. Verum magis magiſque deſcendente Sole, minus continuò illuſtratur aer; adeo ut poſtquam decimum octavum infra Horizontem attigerit Sol gradum, Atmoſphæram ulterius illuſtrare deſinat, & aer totus tenebreſcit.

Crepuſculorum cauſa. Similiter mane, cum Sol ad decimum octavum ab Horizonte gradum pervenerit, incipit Atmoſphæram illuminare, cœlumque luce perfundere, quæ uſque ad Solis ortum conti-

tinuò creſcit. Crepera illa & dubia lux mane ante Solis ortum & Veſpere poſt ejus occaſum conſpicua *Crepuſculum* dicitur & ab Atmoſphæræ illuminatione oritur.

Quod ut clariùs eluceſcat, ſit A D L circulus in Telluris ſuperficie, concentricus verticali in quo Sol infra Horizontem exiſtit, circa quem ſit alius circulus C B M, includens in eodem plano aeris portionem, quæ radios Solis poteſt reflectere, & oculus ſit in ſuperficie Telluris in A, cujus Horizon ſenſibilis ſit A N: Cum nulla recta duci poteſt ad A, inter tangentem A N & circulum A D *per* 16 *El. tertii.* Sole infra Horizontem depreſſo, nulli radii poſſunt ad oculum in A directè pertingere. Verum Sole in rectâ G C exiſtente, ab illo duci poteſt recta, quæ in Atmoſphæræ particulam C incidat, ibique poteſt radius in C A reflecti, & oculum in A ingredi; atque hâc ratione Solis radii infinitas Atmoſphæræ particulas illuſtrantes ab iiſdem in oculum detorquentur. Tangens A B occurrat ſuperficiei aeris, lucem reflectentis in B puncto, a quo ducatur B D circulum Telluris tangens in D, ſitque Sol in hâc lineâ, tunc Radius S B in B A reflectetur, & oculum ingredietur, ob angulum D B E incidentiæ æqualem angulo reflectionis A B E; eritque ille radius, qui primus mane ad oculum pervenire poſſit, & tunc Crepuſculum Matutinum, ſeu Aurora incipit, vel ultimus Veſpere, qui ibidem pertinget, in quo caſu erit Crepuſculi finis. Nam Sole inferiùs deſcendente, particulæ aeris ad B vel ultra exiſtentes, ab ejus luce illuminari non poſſunt.

TAB. 33. *fig.* 7.

Reflectio Atmoſphæræ non videtur eſſe ſola Crepuſculorum cauſa, ſed circumfuſa Soli aura Ætherea, illiuſque quaſi Atmoſphæra etiam ſplendet poſt Solis occaſum, cumque hæc oriendo & occidendo longius impendit tempus quàm Sol, ante Solis ortum, Aurora circulari figurâ enitetur; quæ ſcil. eſt ſegmentum circuli Atmoſphæræ Solaris ab Horizonte ſecti, cujus lux diverſa prorſus eſt ab illâ, quæ ex illuſtratione Atmoſphæræ Terreſtris oritur. Verum Crepuſculi ex aurâ Ættereâ Soli vicinâ provenientis, brevior eſt duratio, quàm illius quæ à noſtrâ Atmoſphærâ

Alia Crepuſculorum cauſa Atmoſphæra Solaris.

oritur, quæ Veſpere non finitur, niſi cum Sol octodecim circiter gradus infra Horizontem deprimitur. At verò nulli certi ſtatui poſſunt limites, qui initia aut fines Crepuſculorum definiant. Eorum enim duratio pendet ex quantitate materiæ in aere ſuſpensâ ad lucis reflectionem idoneâ, & ex altitudine aeris. Hyeme frigore condenſatus aer humilis eſt, & exinde citò finiuntur Crepuſcula. Æſtate rarefactus aer altior eſt, & diutiùs à Sole illuſtratur, unde protrahuntur Crepuſcula. Quin etiam duratio Crepuſculi Matutini brevior eſt Veſpertinâ duratione, ob aerem mane denſiorem & humiliorem quàm Veſpere. Cenſentur autem Crepuſcula incipere aut deſinere, quando ſtellæ ſexti ordinis primùm mane deſinunt conſpici vel veſpere fiunt conſpicuæ, quæ priùs ob claritatem aeris latebant.

Hyeme Crepuſcula breviora quam Æſtate.

Ricciolius ex obſervatis à ſe Bononiæ, reperit Crepuſculum matutinum circa Æquinoctia perdurare mane quidem horâ unâ min. 47., veſpertinum autem horis duâbus, & non priùs deſinere, quàm Sol viceſimum primum gradum infra Horizontem attigerit. Æſtivum autem matutinum Crepuſculum circa Solſtitium horis tribus min. 40. Veſpertinum totam ferè ſeminoctem tenere.

Ex duratione Crepuſculi inveniri poteſt Altitudo Aeris.

Hinc ſi detur initium Crepuſculi matutini, aut finis veſpertini, inveniri poteſt altitudo aeris lucem reflectentis. Nam tunc deſinit Crepuſculum, quando lucis Radius à Sole prodiens, Terramque ſtringens ſeu tangens, à ſupremo aere ad obſervatoris oculum reflectitur. Et ex noto tempore, dabitur depreſſio Solis infra Horizontem; ex quâ elicitur altitudo aeris. Sit enim S B, radius lucis Tellurem tangens, quæ à particulâ aeris B, in ſupremâ ejus regione locatâ, reflectatur in lineam A B Horizonti parallelam; erit angulus S B N menſura depreſſionis Solis infra Horizontem. Et quia A B Tellurem quoque tangit, erit angulus A E D ad centrum, æqualis angulo S B N, ſeu depreſſioni Solis, ejuſque dimidium A E B hujus dimidio æquale. Sit Solis (exeunte Crepuſculo) depreſſio octodecim graduum, angulus A E B, fiet novem gr. quod verum eſſet, ſi radius S B, irrefractus Atmoſphæram tranſiiſſet, verùm quoniam ra-

TAB. 33. fig. 7.

radius in aere per Refractionem versus H incurvatur, minuendus eſt angulus A E B, quantitate æquali refractioni Horizontali Solis, hoc eſt, dimidio circiter gradûs, unde erit anguli A E B vera quantitas octo cum dimidio graduum; porro eſt A E ad B H, ut radius ad exceſſum ſecantis anguli A E B, ſupra radium, id eſt, ut 100000, ad 1110. Poſito igitur ſemidiametro Telluris in numeris rotundis 4000, milliarium, quibus quàm proximè eſt æqualis, erit E H altitudo Atmoſphæræ radios Solares reflectentis 44 circiter milliarium: nam ut 100000, ad 1110, ita 4000, ad 44, per regulam proportionis.

In Sphærâ rectâ Crepuſcula citò finiuntur, ob rectum Solis deſcenſum; in obliquo, longiùs durant, quia obliquè deſcendit Sol; & quò obliquior eſt Sphæra, hoc eſt, quò major eſt loci Latitudo, eò longior eſt Crepuſculi duratio, adeo ut, qui ultra 48 gradibus ab Æquatore diſtant, in Solſtitiis æſtivis aerem per totam noctem clareſcentem habeant, nulluſque fiat Crepuſculorum finis, in quo meræ ſunt tenebræ. *In Sphærâ rectâ Crepuſcula breviſſima.*

In Sphærâ parallelâ Crepuſcula per plures menſes durant, unde per totum ferè annum Solis lumine vel directo vel reflexo fruuntur incolæ.

Si infra Horizontem concipiatur duci circulus Horizonti parallelus, tantùm ab illo diſtans, quantùm eſt depreſſio Solis, cùm finiuntur Crepuſcula; hic circulus dicitur Crepuſculorum Finitor. Nam quotieſcunque Sol, motu diurno apparente, hunc parallelum tempore matutino attigerit, initium ſumet Crepuſculum matutinum, in quocunque Æquatoris parallelo verſetur Sol. Veſpertinum autem ceſſabit Crepuſculum, cum Sol poſt occaſum, ad eundem Horizontis parallelum pervenerit.

Sit in figurâ H Q O Horizon: circulus V *a* X ei parallelus Crepuſculorum Finitor; H Z O Meridianus; Æ Q R Æquator. Patet, quò obliquior eſt Æquator ad Horizontem, eò arcus Æquatoris, ejuſque parallelorum interceptos inter Horizontem, ejuſque parallelum R *a* X longiores eſſe. Hi arcus Q R, *da*, *ce*, *gh*, *kl*, portiones Æquatoris & paral- *Circulus Crepuſculorum finitor.* *TAB. 33. fig. 8.*

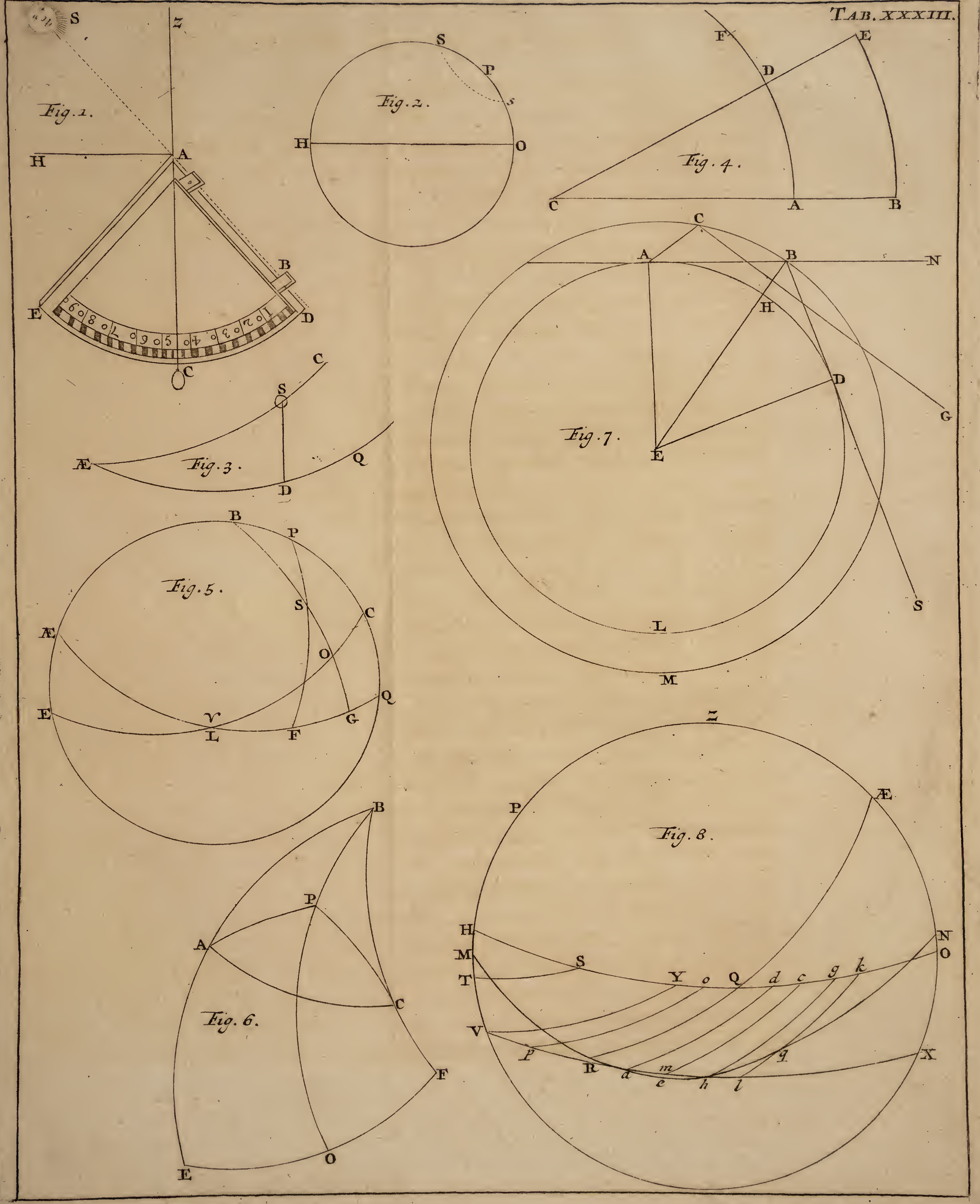
rallelorum, intercepti inter Horizontem & Finitorem, dicuntur Crepuſculorum arcus; eorum enim durationem determinant, & prout quilibet arcus ad ſuum circulum, majorem aut minorem obtinet proportionem, eò longior aut brevior erit Crepuſculi duratio; quando Sol illum parallelum decurrit. In Finitore Crepuſculorum capiatur quodlibet punctum *a* per quod parallelus Æquatoris *da* tranſeat; & per *a*, concipiatur duci circulus maximus M*a*N, qui tangat circulum perpetuæ Apparitionis. Cumque Horizon eundem circulum tangat, hi duo circuli cum Æquatore ejuſque Parallelis æquales facient angulos: nam utriuſque anguli Menſura eſt diſtantia paralleli à ſuo circulo maximo; eruntque arcus omnes Parallelorum Æquatoris, inter Horizontem & circulum M*a*N intercepti ſimiles, *per* 13. *lib.* 2*di Theodoſii Sphærici;* adeoque Sol æqualibus temporibus hos parallelorum interceptos arcus deſcribet. Circulus M*a*N finitorem V*a*X, vel in duobus punctis ſecabit, vel in unico puncto tanget. Primò eum in duobus punctis ſecet, quæ ſint *a* & *h;* unde erunt arcus parallelorum *da*, *gh*, ſimiles; adeoque, quando Sol hos duos parallelos motu diurno deſcribit, Crepuſcula erunt æqualia, at quando aliquem parallelum intermedium percurrit, Verbi gr. *ce*, Crepuſculi duratio brevior erit, nam in hoc caſu *cm* crepuſculi arcus minor eſt *ce*, qui ſimilis eſt arcui *da* vel *gh*, & *ce* & *da* æqualibus temporibus à Sole deſcribuntur. At in Parallelis longiùs ab Æquatore diſtantibus quàm *gh* commorans Sol longiora efficit crepuſcula; nam eſt arcus crepuſculi *lk* major quàm *qk*, qui à Sole deſcribitur in tempore, quod eſt æquale durationi Crepuſculi, Sole in parallelo *gh* exiſtente.

Diverſæ Crepuſculorum durationes. In Parallelis, qui versùs elevatum polum jacent, verſante Sole, continuò creſcunt crepuſcula, prout Paralleli illi polo viciniores fuerint; longior enim eſt Crepuſculi arcus *op*, quàm QR, & YU longiori tempore deſcribitur quàm *op*. At ſi Sol parallelum ST deſcribat, qui cum Finitore non conveniat, Crepuſculum per totam noctem durabit.

Hinc valde diſſimilem ſervant rationem Crepuſcula, ac dies noctesque, in incrementis & decrementis. Nam Sole

per-

TAB. XXXIII.



pergente ab initio Cancri, ubi dies ſunt longiſſimi, ad initium Capricorni, ubi ſunt breviſſimi, dies continuò nobis decreſcunt, è contrario noctes ſine intermiſſione augentur. At vero in Crepuſculis aliter ſe res habet; nam licet in principio Cancri, ſeu in Solſtitiis, Crepuſculum ſit longiſſimum, indeque ſimul cum diebus decreſcant, ſed non continuò uſque ad Capricornum fit hæc diminùtio: nam in quodam Eclipticæ puncto inter Libram & Capricornum fit Crepuſculum omnium breviſſimum; ac deinceps ab hoc iterum augentur Crepuſcula, efficieturque unum Crepuſculum æquale illi, quod in Æquatore fit, antequam ad Capricornum Sol perveniat. Et ſi Sol ultra Tropicum Hyemalem excurreret, Crepuſcula adhuc ſemper fierent longiora, etiamſi dies decreſcerent. Et licet dies à Capricorno ad Arietem ſemper fiunt longiores; Crepuſcula tamen minuuntur, uſque ad quoddam punctum, inter Capricornum & Arietem, in quo breviſſimum fit Crepuſculum: hoc ex ſequentibus patebit, in quibus illud punctum determinatur.

Secundò, Circulus M*a*N Finitorem in unico puncto tangat, quod ſit *a*, per quod ducatur Parallelus Æquatoris *da*, in hoc parallelo ſi Sol verſetur, erit Crepuſculum omnium breviſſimum. Nam quia arcus parallelorum in Q*n*, *da*, *gi*, inter Horizontem & circulum M*a*N intercepti, ſunt omnes ſimiles, æqualibus temporibus à Sole deſcendente deſcribuntur, ſed ob arcus Crepuſculorum *ce*, *gh*, majores quàm *cm* vel *gi*, major erit mora Solis in arcu *ce*, quam in *cm*, & in arcu *gh* quàm in *gi*, hoc eſt, quàm in arcu *da*. Adeoque Crepuſcula in parallelis *ce*, *gh* longiora erunt, quàm in parallelo *da*, in quo igitur Crepuſculum fit omnium breviſſimum. *Crepuſculum Breviſſimum.* TAB. 34. *fig.* 1.

Diſtantia paralleli ab Æquatore, in quo fit breviſſimum Crepuſculum, ſic invenitur: Quoniam Circulus M*a*N & Horizon HO eundem Parallelum tangunt, ſcil. circulum perpetuæ Apparitionis, æqualiter ad Æquatorem inclinantur, uti oſtenſum fuit. Eſt igitur angulus *an*T, quem Æquator & circulus M*a*N comprehendunt, æqualis angulo EQ*d* Æquatoris & Horizontis: per Zenith ZA & punctum *a*

 du-

ducatur circulus verticalis Z Y *a*, Æquatorem ſecans in T. In triangulis itaque Sphæricis *an* T TQY, anguli ad *a* & Y ſunt recti. Et anguli ad Q & *n* æquales oſtenſi ſunt; item anguli ad T ſunt quoque æquales, ad verticem enim ſunt. Quare triangula *an* T TQY ſibi mutuò æquiangula exiſtentia, ſunt quoque ſibi mutuò æquilatera; ac proinde T*a* æqualis erit TY, ſeu dimidio arcûs *a* Y diſtantiæ Finitoris ab Horizonte & præterea erit *an* æqualis QY, ſed eſt *an* æqualis Q*d*, *per* 13. *lib.* 2*di Theodoſ.* propterea quòd QR & *da* ſunt paralleli, adeoque erit *d* Q æqualis QY.

In Triangulo Sphærico TQY Rectangulo ad Y; datur latus TY ſemidiſtantia Finitoris ab Horizonte, item angulus YQT æqualis FQ*d*, qui metitur complementum Latitudinis Loci, quare innoteſcet QY, & huic æqualis Q*d*. A puncto *d* in Æquatorem ducatur circulus Declinationis *d* F; & in Triangulo rectangulo Sphærico *d* QF, datur *d* Q & angulus ad Q, inde innoteſcet arcus *d* F, diſtantia paralleli minimi Crepuſculi ab Æquatore, ſeu ejus declinatio, quæ erat invenienda.

Unicâ tantum Analogiâ ſolvi poteſt Problema: nam in Triangulo TQY, Radius: Tang: TY:: *co*Tang. Q:: ſin. QY, vel ad ſin *d* Q. Sed eſt ſin. Q. coſin Q:: Radius: *co*Tang. Q, quare ex æquo erit Radius ductus in ſin. Q: Tang. TY × coſin. Q:: Radius: ſin, Q*d*. (hoc eſt in triangulo rectangulo Q*d*F) :: ſin. Q: ſin. *d*F:: Radius × ſin. Q: Radius × ſin. *d*F. Adeoque in Analogiâ, cum Antecedentes ſint æquales, æquales quoque erunt Conſequentes. Et erit Radius × ſin. *d*F æqualis Tang. TY × coſin. Q. Et reſolvendo æquationem in Analogiam, erit Radius ad Tangentem TY, ut coſin. Q ſeu ſinus Latitudinis loci, ad ſinum *d* F diſtantiæ paralleli ab Æquatore. Q. E. I.

Initium & Finis crepuſculi determinantur.

Datâ Declinatione Solis, Tempus initii Crepuſculi Matutini, aut finis veſpertini ſic invenitur; ſit *op* parallelus Solis, cum Finitore Crepuſculorum conveniens in *p*, Ducatur è Polo circulus Declinationis P*p*, & in Triangulo Sphærico PZ*p*, dantur omnia latera. ſcil. PZ complementum Latitudinis Loci. P*p* complementum Declinationis Solis, & Z*p*

æqua-

æqualis Quadranti plus diſtantiâ Finitoris ab Horizonte $= zl + lp$: unde dabitur angulus zPp, hujuſque complementum ad duos rectos, ſcil. angulus pPV, unde Arcus Æquatoris, qui hunc angulum metitur in tempus converſus oſtendet tempus initii vel finis Crepuſculi QEI.

ATMOSPHÆRA Terreſtris non tantùm Radios Solares reflectendo claritatem producit matutinam & veſpertinam, ſed & reliquorum omnium ſiderum radios in ſe incidentes refrangendo, hoc eſt, eorum directiones mutando, eoſque per alias rectas propagando, facit, ut Stellarum loci apparentes ſint a veris diverſi. *Atmoſphæræ vis in refrangendo.*

Multiplici experimento deprehenſum eſt, radios corporis luminoſi, vel etiam cujuſvis objecti viſibilis, incidentes in medium Diaphanum diverſæ denſitatis ab eo, per quod priùs propagati fuerunt, non tendere directè per eaſdem rectas lineas, ſed veluti frangi & flecti, hoc eſt per aliam viam propagari; & ſi medium, in quod incidunt radii, ſit denſius priore, flectuntur versùs rectam perpendicularem in ſuperficiem ad punctum incidentiæ. Si verò rarius ſit medium Diaphanum, franguntur radii à perpendiculari divergendo. Multos Refractionum effectus in naturâ cernimus. Baculus, cujus una pars in aere extat, altera in aquâ, Fractus videtur, & altior apparet quàm reverà eſt; & Aſtra omnia altiora ſeu vertici propiora cernuntur, quàm forent, ſi irrefracti ad oculum perveniſſent. *Varii Refractionis effectus.*

Sit in Figurâ ZV Quadrans circuli verticalis, ex centro Terræ T deſcriptus, ſub quo ſit Quadrans circuli Telluris maximi AB, & correſpondens Atmoſphæræ Quadrans GH. Sitque S ſidus quodlibet, à quo exeat Radius lucis SE, in ſuperficiem Atmoſphæræ in E incidens, cumque hic radius ex aurâ Æthereâ & rarâ, ſeu potiùs ex vacuo, in aerem noſtrum denſiorem incidat, in E refrangetur versùs propendicularem; cumque aer ſuperior ſit rarior inferiore, adeoque denſitas medii continuò augeatur, Radius lucis ulteriùs in aere pergendo, continuò curvabitur; & in curvâ EA ad oculum deferetur; hanc curvam tangat in A recta AF, & ſecundum ejus directionem radius EA in oculum recipietur; cum- *Siderum Refractio. TAB. 34. fig. 2.*

cumque objectum omne videtur in rectâ, ſecundùm quam ſit Directio radiorum, qui ſenſorium vellicant; objectum s apparebit in rectâ A F, hoc eſt, in cœli puncto Q vertici propiore, quàm reverà ſidus exiſtit. Et fieri quidem poteſt, ut ſidus appareat ſupra Horizontem, quod infra eundem adhuc latet.

Per refractionem Eclipſis Lunæ videtur, Lunâ infra Horizontem commorante.

Hinc fit, ut Refractio Luminaria Solem & Lunam ex diametro oppoſita, & quorum unum infra Horizontem locatur, ſupra Horizontem repræſentet, adeo ut Lunæ Eclipſis videatur, Lunâ infra Horizontem commorante, Sole autem ſupra, ut ſæpius obſervatum fuit.

Ubi nulla eſt Refractio. *Ubi maxima.* *Ubi non ſenſibilis.*

Sidus in vertice conſtitutum nullam patitur refractionem; nam radius perpendicularis rectà progreditur; at quò obliquior eſt radius in aerem incidens, eò major eſt refractio, adeoque in Horizonte refractio eſt maxima. Et Stella magis quàm 50 gradibus ſupra Horizontem elevata, nulli ſenſibili obnoxia eſt Refractioni. In æqualibus à vertice diſtantiis apparentibus, Refractiones ſunt æquales, adeoque Solis, Lunæ, & fixarum omnium in pari Altitudine, refractiones ſunt æquales, contra quàm cenſuit Aſtronomiæ Inſtaurator, Refractionumque primus Inveſtigator, Nobilis Braheus. Hinc ſi inveniantur Fixarum Refractiones, dabuntur etiam Solis Lunæque & Planetarum omnium Refractiones; & per Obſervationes, faciliùs inveſtigatur fixæ alicujus Refractio, quàm Solis & Lunæ, quippe horum ſiderum non ſatis accuratè notæ Parallaxes, inveſtigationem Refractionum dubiam reddunt, dum incerta ſit quanta loci mutatio Parallaxi, quanta Refractioni debetur. At Stellæ fixæ nulli Parallaxi obnoxiæ ſunt, & tota loci variatio à Refractione pendet.

Omnium ſiderum in pari Altitudine æquales Refractiones.

Fixarum, quæ ad altitudinem majorem 50 gradibus perveniunt, dantur Declinationes, Aſcenſiones rectæ, Longitudines, & Latitudines, ſatis accuratè; nam in tantâ altitudine, earum refractiones ſunt quàm proximè nullæ. Quibus cognitis refractiones prope Horizontem ſequenti methodo inquiruntur. Sit O P Z H Meridianus, H O Horizon, Æ Q Æquator, Polus P, Vertex Z, A Stella, cujus refractio eſt inveſtiganda, Verticalis per Stellam tranſiens Z D, Stellæ locus viſus

TAB. 34 fig. 3.

C;

C; arcus A C erit Stellæ refractio. Obſervetur Diſtantia Stellæ à vertice viſa, ſcil. arcus Z C, & habeatur, vel per Altitudinem obſervatam alterius Stellæ extra Refractionis aleam poſitæ, vel per Horologium automaton, Temporis momentum quo obſervatio facta fuit. Ex hoc tempore & Adſcenſione rectâ Solis, dabitur punctum Æquatoris eodem momento culminans, ſcil. punctum Æ. Sed datur quoque Stellæ Aſcenſio recta; adeoque punctum Æquatoris B, ubi circulus Declinationis P A B per Stellam ductus, Æquatori occurrit. Itaque dabitur Æquatoris arcus Æ B, qui eſt menſura anguli Z P A: In Triangulo igitur Sphærico Z P A, ex datis lateribus Z P diſtantiâ verticis à Polo, & P A complemento Declinationis Stellæ, & angulo Z P A, invenietur per Trigonometriam Shpæricam latus Z A, vera diſtantia Stellæ à vertice, à quâ ſi ſubſtrahatur Z C diſtantia viſa obſervatione cognita, habebitur arcus A C Stellæ Refractio, quæ erat invenienda. *Refractionis Inveſtigatio.*

Poteſt enim Fixæ Refractio inveniri, ſi obſervetur ejus Azimuthus, ſeu arcus Horizontis inter Meridianum & verticalem per Stellam ductum interceptus, ſcil. D O, nam arcus ille metitur angulum P Z A, ex quo dato, & lateribus P Z, P A, invenietur Z A vera diſtantia Stellæ à vertice, & ſi ab hâc auferatur diſtantia obſervata, reſtabit C A Refractio quæſita.

Azimuthus ſideris cujuſvis obſervatione optimè innoteſcet, ſi ducatur in plano Horizontis, linea Meridiana A E, ſuper quam erigatur filum perpendiculare C A; quod pondere appenſo facile fit: deinde aliud filum B D, pondere ſimiliter inſtructum, ita ſuſpendatur, ut Stella ab illis duobus filis tegatur; adeoque erit Stella in plano verticalis circuli per duo fila C A D B ducti; notetur deinde punctum B, ubi filum B D plano Horizontis occurrit, & in lineâ Meridianâ punctum A cui filum C A incumbit; ſumptoque in Meridiano quolibet puncto E, ducantur A B B E, & regulâ in partes æquales ſatis minutas diviſâ, capiantur menſuræ trium laterum Trianguli B A E; ex quibus per Trigonometriam inveſtigetur angulus B A E; & innoteſcit Azimuthus ſideris quæſitus. *Sideris Azimuthus quomodo obſervatione capitur.* TAB. 34. *fig.* 4.

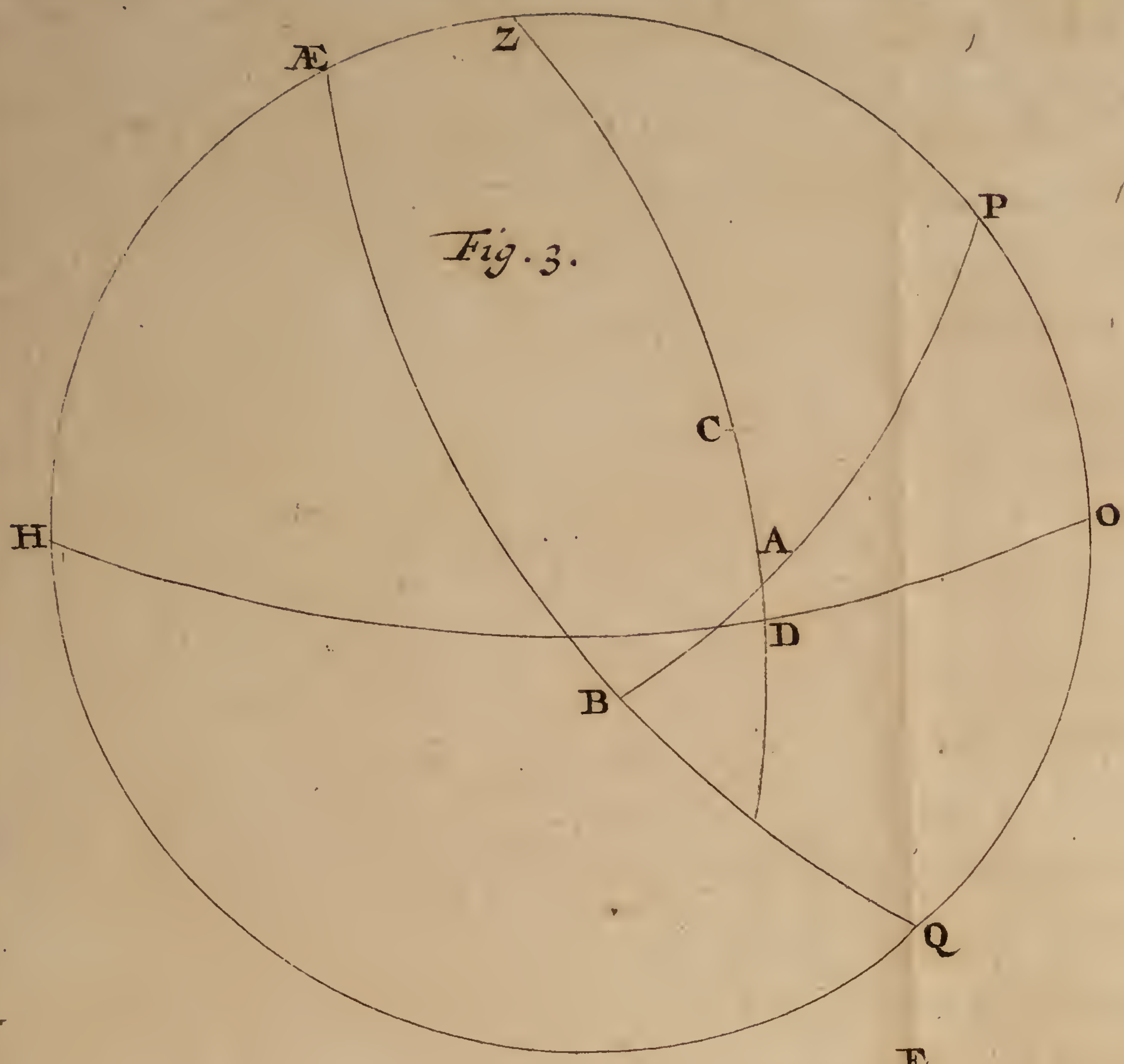
 Ex

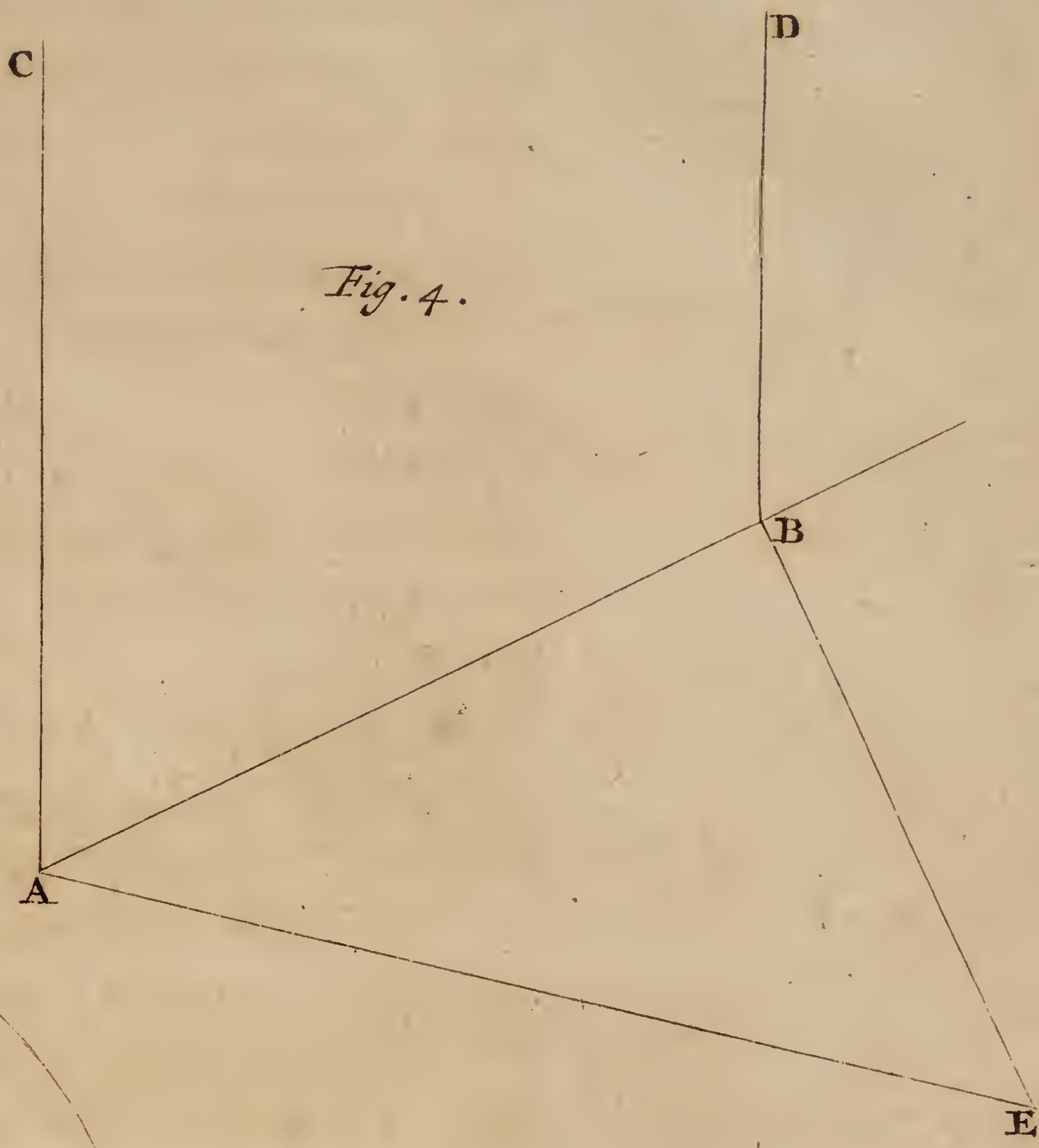
Ex Refractione ratio redditur, cur Sol & Luna prope Horizontem viſi, ovalem induunt figuram; nam eorum margines inferiores per refractionem multùm elevantur, non item ſuperiores margines; adeoque hæ margines ſibi appropinquare videntur, & contractiores juſto apparent; interim utrique termini Horizontalis diametri æqualiter per refractionem elevati cum ſint, invariata manebit eorum diſtantia.

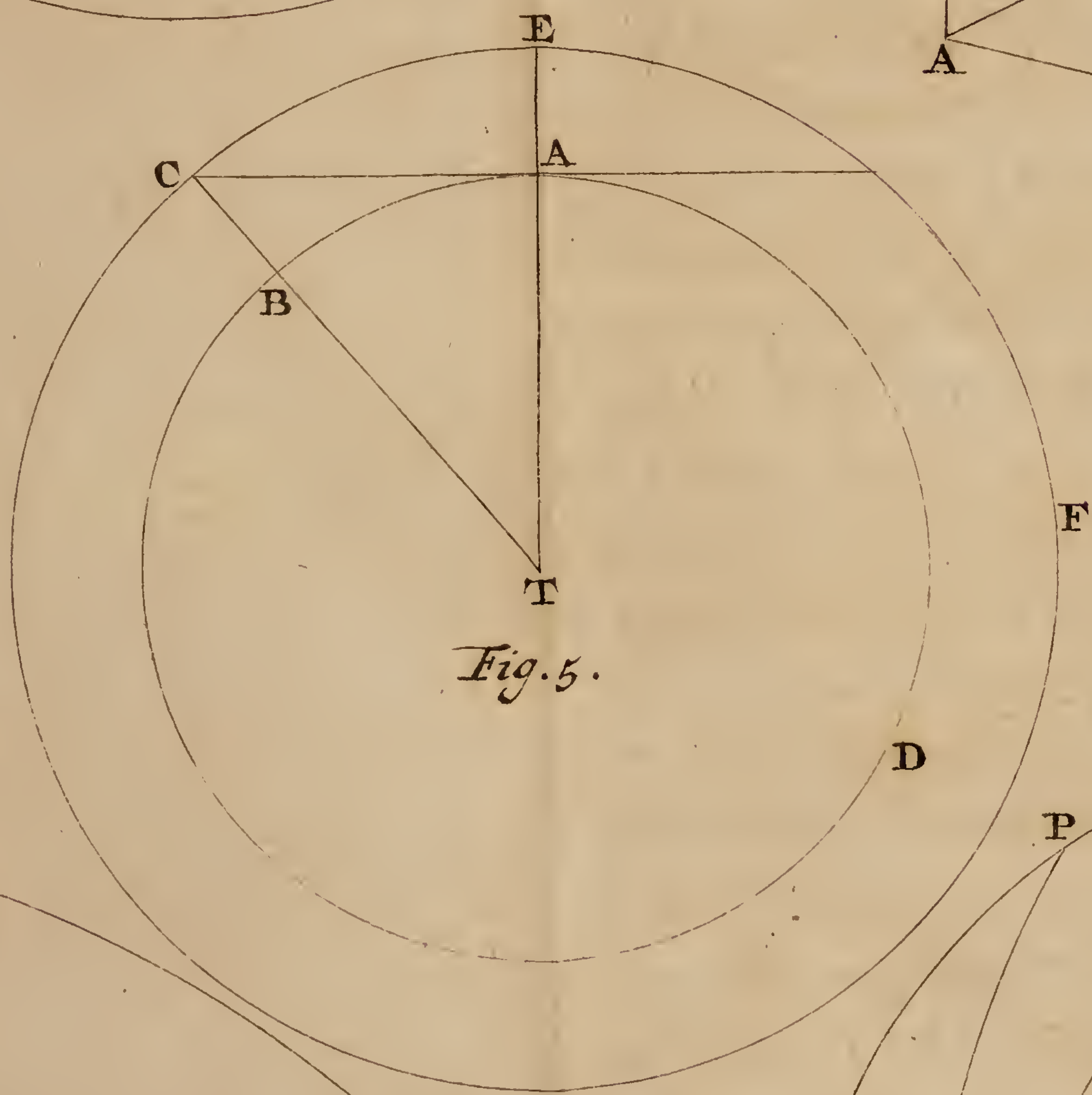
TAB. 34. *fig.* 5.

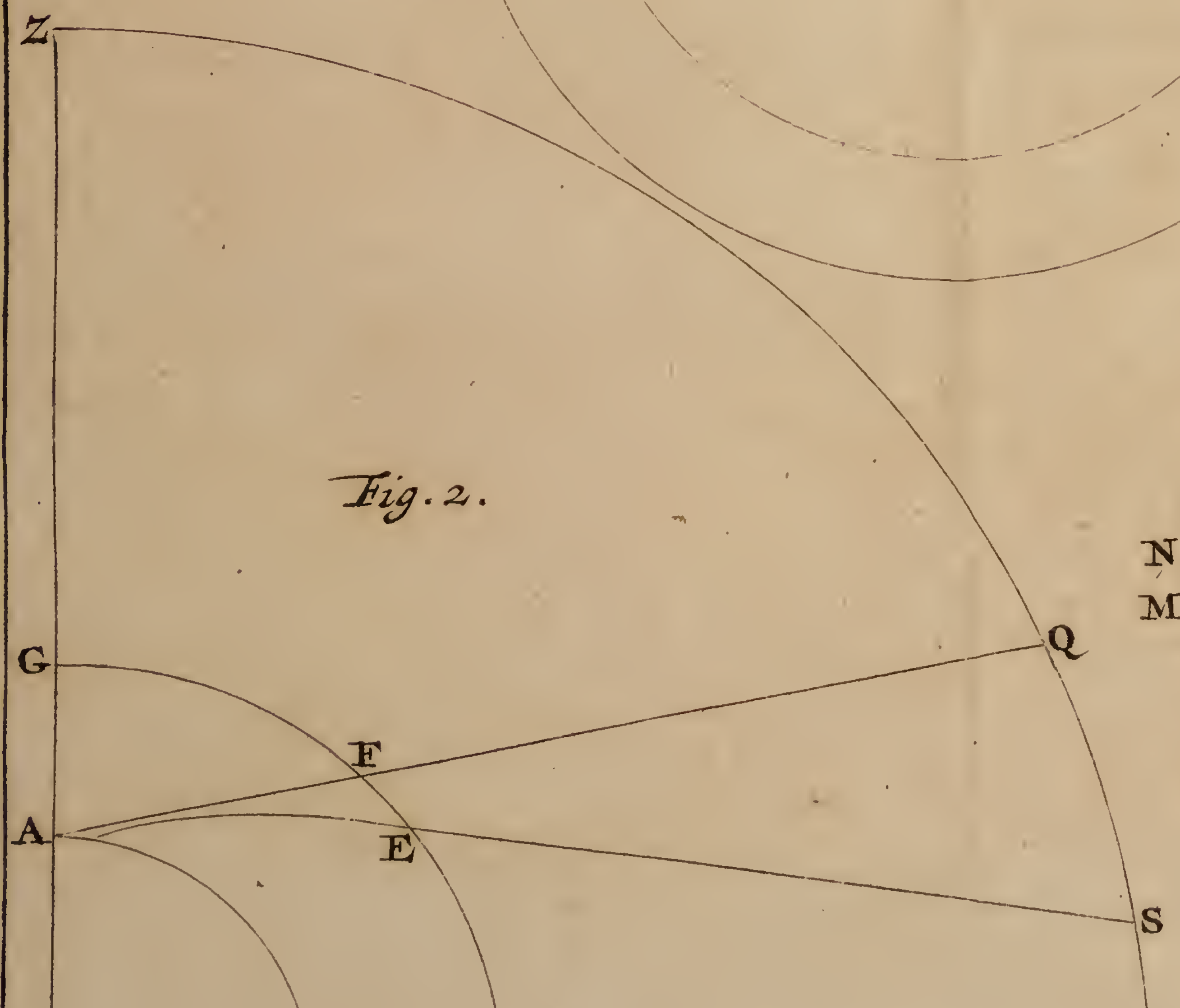
Radii Solares prope Horizontem profundiùs in Atmoſphærâ immerguntur.

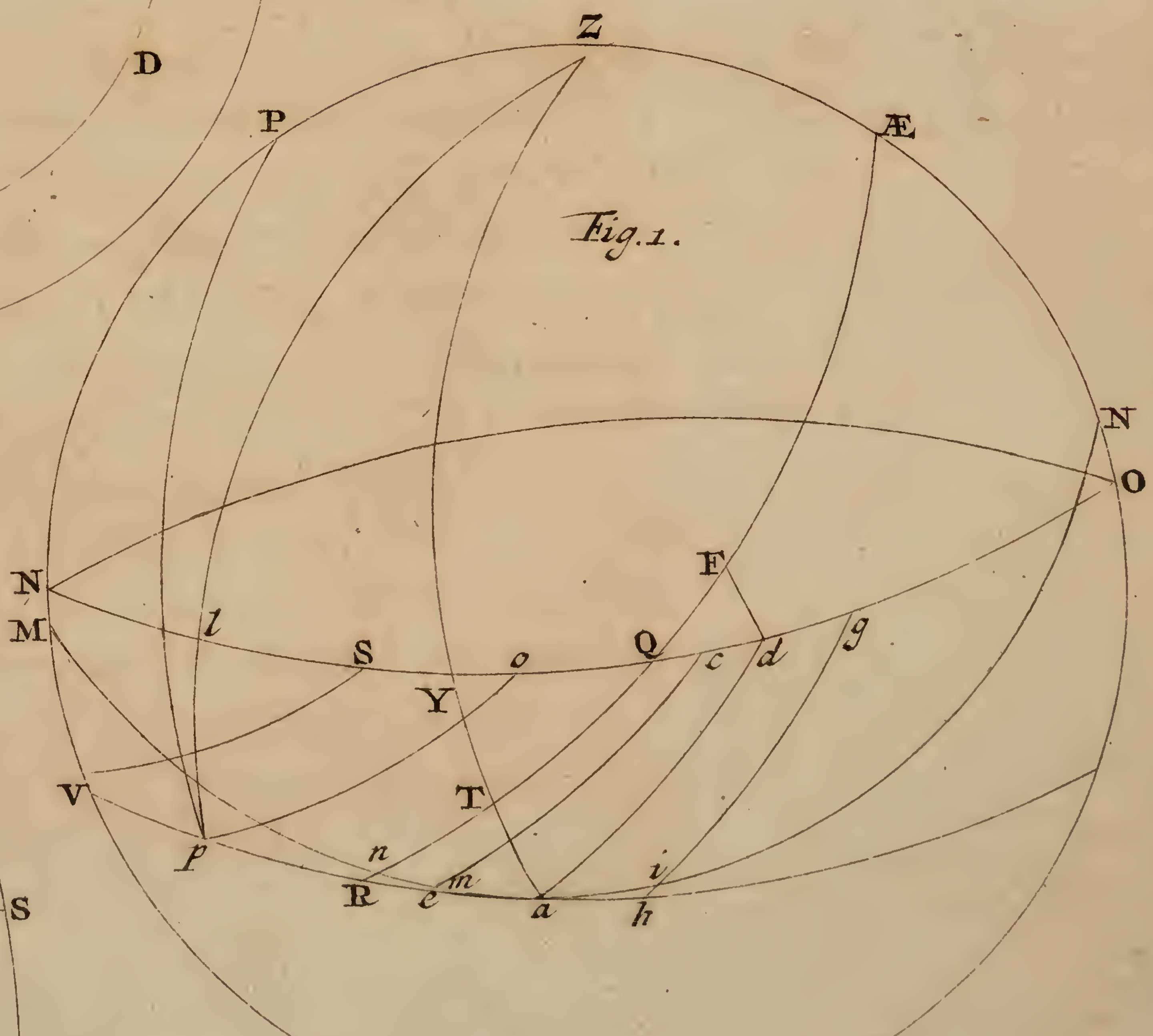
Radii Solares, cum Sol eſt in Horizonte, longiore multò itinere per aerem feruntur, quàm cum is prope verticem verſatur. Sit enim ABD Tellus, & ECF circumfuſa Atmoſphæra, cujus Altitudo vulgò æſtimatur 50 milliarium. Sit CA radius Horizontalis, EA verticalis, patet eſſe CA longiorem quàm EA; earum autem rationem ſic inveſtigare licet. Ponatur ſemidiameter Telluris AT in numeris rotundis, eſſe milliarium 4000, & EA 50. Erit $ET = CT$ milliarium 4050, cujus quadratum æquale eſt quadratis TA CA. Adeoque ſi à quadrato ab CT auferatur quadratum ab AT, reſtabit quadratum à CA, hoc eſt ſi ab 16402500 auferatur 16000000, reſtabit 402500 pro quadrato lineæ CA; cujus radix eſt 634. Eſt igitur CA ad EA ut 634 ad 50, hoc eſt in majore ratione quàm 12 ad 1. Hinc patet ratio, cur illæſis oculis, poſſumus Solem orientem aut occidentem intueri; at in Meridiano non ſine oculorum damno aſpiciendus eſt Sol: nam radii Solares in Horizonte per tam craſſum Atmoſphæræ corpus progrediendo, in particulas innumeras in aere volitantes impingunt, à quibus reflectuntur, eorumque vires multùm exinde debilitantur. Patet etiam, cum per tam exiguum ſpatium progrediendo tantùm debilitantur Radiorum vires, ſi Atmoſphæra noſtra ad Lunam eâdem denſitate ſe extenderet, non Solem, nedum Lunam aut Stellas, videri poſſe.


Fig. 3.
Æ
Z
P
C
H
O
A
D
B
Q


Fig. 4.
C
D
B
A
E


E
C
A
B
F
T
Fig. 5.
D


Z
Fig. 2.
G
Q
F
A
E
S
T
B
H
V


Z
P
Æ
Fig. 1.
N
O
N
M
F
l
S
o
Q
c
d
g
Y
V
T
p
n
R
e
m
a
i
h

Lectio XXII.

De Parallaxi Siderum.

CUM motus omnes apparentes diurni circa Axem Telluris, non circa locum ſpectatoris ejus ſuperficiem incolentis, peragi videntur; neceſſe eſt, ut qui motus ſiderum ex Telluris ſuperficie obſervat, ea inæqualiter moveri aſpiciat; nam ſi mobile aliquod æquabiliter in circuli peripheriâ deferatur, motûs æquabilitas ex nullo alio puncto, præter ea, quæ in Axe Circuli locantur, ſpectari poteſt; unde Phænomeni in cælo locus viſus diverſus erit, cum è ſuperficie Terræ obſervatur, quàm ſi ex ejuſdem centro ſpectaretur. Et hæc locorum differentia, cum ſidus è ſuperficie Telluris videtur, & ab ejus centro ſpectatur, Parallaxis dicitur. *Motus circularis æquabilis ex nullo alio loco quàm axe æquabilis videtur.*

Sit A B Quadrans circuli in Telluris ſuperficie maximi, cujus centrum T. A locus in ſuperficie, ejuſque vertex in cælis V, circuluſque V N H referat cælum Stellatum, linea A D Horizontem ſenſibilem, in quo ſit ſidus in C, cujus diſtantia à Telluris centro ſit T C. hoc ſidus è Telluris centro ſpectatum in cælo Stellato in E conſpicietur, ſupra Horizontem arcu D E elevatum; punctum E dicitur locus Phænomeni verus. At ſi è Telluris ſuperficie in A Obſervator illud intueatur, in Horizontis puncto D ipſum conſpiciet, quod locus ejus apparens nominatur. Et arcus D E differentia inter locum verum & viſum dicitur *Parallaxis Aſtri.* *Parallaxis Quid?* TAb. 35. *fig.* 1.

Si ſidus altiùs elevetur ſupra Horizontem in M, ejus locus verus è Telluris centro viſus eſt P, at viſus è ſuperficiei puncto A, eſt N, & Parallaxis eſt arcus P N, qui arcu D E minor eſt: unde Parallaxis ſideris in Horizonte exiſtentis eſt omnium maxima; quò altiùs attollitur ſidus, eò minorem patitur parallaxim; ſi autem ad verticem pervenerit, nulli parallaxi eſt obnoxia; nam cum in Q exiſtit, tam ex T quàm in A, in eâdem rectâ T V videtur, nullaque eſt differentia inter locum verum & viſum. Quò longiùs ſidus aliquod à Terra diſtat, eò ejus Parallaxis eſt minor; ita ſi- *In majori à Tellure diſtantiâ minor eſt Parallaxis.*

 deris

deris F à Tellure longiùs remoti Parallaxis eſt GD, ſideris propioris C parallaxi minor. Hinc patet Parallaxim eſſe differentiam inter veram ſideris à vertice diſtantiam, è Terræ centro viſam, & eam quæ ex ejus ſuperficie conſpicitur. Nam ſideris M vera diſtantia à vertice eſt arcus VP, at ex A conſpecto ſidere, diſtantia ejus à vertice eſt VN.

Has diſtantias metiuntur anguli VTM, VAM, comprehenſi rectâ TV ad verticem ductâ, & rectis TM, AM, ex centro & ſuperficie Telluris ad ſidus ductis; horum autem angulorum differentia eſt angulus TMA. Nam eſt angulus VAM externus æqualis duobus internis ATM & TMA; adeoque eſt TMA differentia angulorum VAM & VTM; qui itaque parallaxim metitur; & ideo ipſe Parallaxis dicitur. Eſt autem ubique hic angulus ille, ſub quo ſemidiameter Terræ, per locum obſervatoris ducta, è ſidere videtur, adeoque ubi ſemidiameter illa directè videtur, maximus eſt; hoc eſt ſideris in Horizonte exiſtentis maxima eſt Parallaxis; & aſcendendo minuitur Parallaxis, in eâ ratione, quæ in ſequenti Theoremate demonſtratur.

Parallaxis eſt Angulus, ſub quo ſemidiameter Terræ per loci verticem ducta, è ſidere videtur.

THEOREMA.

Sinus Parallaxeôs eſt ad ſinum diſtantiæ ſideris à vertice viſæ, in datâ ratione, ſcil. in ratione ſemidiametri Telluris ad diſtantiam ſideris.

Parallaxes minuuntur in ratione ſinuum diſtantiarum à vertice.

Nam per notiſſimum Trigonometriæ Theorema. In Triangulo ATM, eſt ſinus anguli AMT, ad ſinum anguli TAM vel VAM, ut AT ad TM; ſcil. in conſtante ratione ſemidiametri Telluris ad ſideris diſtantiam. Hinc ſinus Parallaxis ſideris in C, eſt ad ſinum Parallaxis in M, ut ſinus anguli VAC, ad ſinum anguli VAM. Itaque ſi detur ſideris Parallaxis in aliquâ à vertice diſtantiâ, dabitur ejus Parallaxis in aliâ quâvis à vertice diſtantiâ.

Si Phænomenon aliquod longius 15000 ſemidiametris Telluris ab ejus centro diſtet, ejus Parallaxis etiam Horizontalis inſenſibilis evadit. Nam ſi ſit TF ad TA, ut 15000 ad 1. ſeu ut Radius ad ſinum anguli TFA, invenietur ille angulus minor ſcrupulis ſecundis 13. qui angulus tam exiguus eſt, ut nullis inſtrumentis obſervari poſſit.

Si

Si detur ſideris alicujus diſtantia à Telluris centro, dabitur ejus Parallaxis. Nam in triangulo TAC, rectangulo ad A, ex datis TA ſemidiametro Telluris, & TC diſtantiâ ſideris, invenietur per Trigonometriam angulus ACT, Parallaxis ſideris Horizontalis: & viciſſim ſi detur Parallaxis, dabitur diſtantia ſideris à Terræ centro, in eodem ſcil. triangulo, ex datis AT & angulo ACT, elicietur diſtantia TC.

Si ſidus nullum habeat motum ſibi proprium, ejus diſtantia vera à quâlibet fixâ, per arcum circuli menſuranda, ſemper eadem & immutata manet, in omni ſideris ſupra Horizontem elevatione; at ſi Parallaxi ſenſibili ſit obnoxium ſidus, ejus diſtantia viſa à Fixâ aliquâ continuò mutabitur; & ſi fixa ſit in eodem circulo verticali cum ſidere, ſed illo altior, minuitur diſtantia aſcendendo, ſi humilior ſidere ſit fixa, aſcendendo ſidus à fixâ remotius videbitur, quamvis è centro Telluris conſpectum, eandem ubique retinebit diſtantiam, ideoque diſtantiæ ſideris propinqui à fixis viſæ non ſunt reales, ſed apparentes.

Per Parallaxes, ſiderum à fixis diſtantiæ continuò mutantur.

Sit Phænomenon ſeu ſidus in Horizonte in C viſum, è Telluris centro T cum fixâ E conjungi videbitur; at à ſpectatore in A exiſtente, in eâdem rectâ cum fixâ D cernitur, & diſtare videbitur à fixâ E, arcu DE; at ubi ſidus ad M aſcendit, ſemper videbitur è Telluris centro in conjunctione cum eâdem ſtellâ E, quæ nunc in P exiſtit. At è ſuperficie Telluris ex A ſcil. ſpectatum ſidus videtur in N, propiùs quidem fixæ quàm fuit, dum Horizontem occupabat; quare non in eodem loco cum fixâ D videbitur, à quâ diſtabit ſpatio N*d*, poſito arcu P*d* æquali ED. Hinc ſequitur, ſi ſidus aliquod eandem ſemper inter fixas conſervet poſitionem, neque diſtantias arcuales ab iiſdem mutare videatur, nulli Parallaxi ſenſibili erit obnoxium. Quinetiam ſi à fixis diſtantia quidem varietur, ſed mutatio ſit ea solùm, quæ motui ſideris proprio debetur, in illo caſu nulla quoque eſt Parallaxis ſenſibilis; ſin ſidus magis vel minus à fixâ aliquâ receſſerit, vel ei acceſſerit, quàm poſtulat motus ejus proprius, differentia illa erit Parallaxeôs effectus.

Parallaxium ſpecies. Parallaxis ſideris in circulo verticali, mutationem in ejus loco inducit quoad reliquos Sphæræ circulos, efficitque ut ejus Longitudo, Latitudo, Aſcenſio Recta, & Declinatio diverſæ videantur à veris, quæ è centro Telluris conſpiciendæ erunt, unde quatuor præcipuè oriuntur Parallaxium ſpecies.

TAB. 35. *fig.* 2. Sit HO Horizon, cujus polus V, EQ Ecliptica, ejuſque polus P, VA verticalis circulus per ſidus tranſiens, cujus verus locus ſit C, at viſus ſit D, in eodem verticali magis à vertice diſtans, Parallaxis altitudinis eſt arcus DC. Per polum Eclipticæ P, & ſideris locum verum tranſeat ſecundarius Eclipticæ, ſeu circulus Latitudinis PCG, & G erit verus locus ſideris ad Eclipticam reductus, punctumque G ejus Longitudinem veram oſtendet; at per locum viſum D traductus Latitudinis circulus PDH cum Eclipticâ conveniet in H puncto, quod erit ſideris locus in Eclipticâ viſus, arcus Eclipticæ GH, interceptus inter duos Latitudinis circulos, per verum & viſum locum tranſeuntes, dicitur *Parallaxis Longitudinis.* Sideris in C exiſtentis vera Latitudo eſt CG; at cum in D videtur, Latitudo viſa eſt DH; harum differentia CN *Parallaxis Latitudinis* vocatur.

Parallaxis Longitudinis. *Parallaxis Latitudinis.*

Si ſidus ſit in circulo verticali, qui Eclipticam in nonageſimo gradu ab oriente puncto interſecat, hoc eſt, qui Eclipticæ ſit perpendicularis *v. gr.* in circuli VE puncto *c*, Parallaxis Longitudinis nulla erit; nam cum circulus verticalis VE, in hoc caſu Eclipticæ ad angulos rectos occurrit, per ejus polos tranſibit, idemque erit circulus Latitudinis, in quo exiſtit verus & viſus ſideris locus, adeoque loci hi ad Eclipticam reducti in idem punctum incident, & in hoc caſu Parallaxis Latitudinis coincidit cum Parallaxi Altitudinis.

Quadrans Orientalis Eclipticæ eſt, qui inter nonageſimum gradum & punctum ejus oriens intercedit. Occidentalis autem Quadrans eſt, qui inter nonageſimum & occidentem Eclipticæ gradum interjicitur. Sideris in orientali quadranti exiſtentis Longitudo viſa major eſt quàm vera: nam oriente ſidere, Parallaxis illud magis in orientem deprimit.

primit. Sic in figurâ, locum in Eclipticâ viſum ſignat punctum H, magis in orientem promotum quàm eſt locus verus G. At ſi ſidus ſit in Quadranti occidentali, Longitudo viſa minor eſt quàm vera, quoniam Parallaxis in hoc ſitu ſidus versùs occidentem detrudit.

Referat jam circulus E Q Æquatorem, P ejus polum, P V H Meridianum, V C A circulum Verticalem, per ſidus tranſeuntem; in quo ſit C locus ſideris verus, D viſus; ſintque P C G, P D H Secundarii Æquatoris, ſive circuli Declinationum per locum ſideris verum & viſum traducti, Æquatori occurrentes in G & H. Punctum G oſtendet Adſcenſionem rectam ſideris veram, H viſam, quarum diſtantia G H eſt *Parallaxis Aſcenſionis rectæ.* Declinatio ſideris vera eſt G C, viſa D H, differentia Declinationum N C dicitur *Parallaxis Declinationis.* Si ſidus ſit ad orientem Meridiani, Aſcenſio recta viſa major eſt verâ, ſi ad occidentem, fiet viſa minor verâ; at cum ſidus in Meridiano culminat, nulla eſt Parallaxis Aſcenſionis rectæ, propterea quòd idem Declinationis circulus per viſum & verum locum tranſit. *Parallaxis Aſcenſionis rectæ. Parallaxis Declinationis.*

Varias excogitaverunt Aſtronomi methodos, ut ſiderum Parallaxes inveſtigent; & ut exinde eorum diſtantiæ à Tellure innoteſcant. His enim cognitis, judicium aliquod de Amplitudine mundanâ ferre licebit. Modos aliquos, quos ad rimandas Parallaxes adhibuerunt Aſtronomi, liceat nunc vobis exponere.

Primò obſervetur ſidus, quando eſt in eodem verticali circulo cum duabus ſtellis fixis, ſit V B verticalis, in quâ ſimul videntur Fixæ C & D, & ſidus S, cujus locus viſus erit quoque in eodem verticali, qui ſit E, unde ſi ſidus nullum habeat motum proprium, eundem ſemper ad fixas C & D conſervabit ſitum, eritque ejus locus verus in lineâ per fixas C D tranſeunte. Poſt aliquod tempus rurſus obſervetur ſideris poſitio reſpectu fixarum, quando ſcil. non in eodem verticali, ſed potiùs in Circulo Horizonte æquidiſtante videntur, ſcil. ſunt fixæ *c* & *d*, ſitque locus ſideris viſus *e*, at verus erit in lineâ *d c*, quæ fixas conjungit; obſerventur *Modus primus explorandi Parallaxim. TAB. 35. fig. 3.*

di-

diſtantiæ fixarum & ſideris à vertice, ſcil. arcus *d* v, *c* v, & *e* v. Capiantur etiam loci viſi *e*, diſtantia *de* à fixâ *d*, & fixarum diſtantia *dc*. Locus verus ſideris eſt in verticali v*e*, per locum viſum tranſeunte, eſt etiam in lineâ *dc*, erit ergo in interſectione s. Adeoque Parallaxis ſideris eſt *es*. In triangulo *d*v*c*: dantur omnia latera, quare innoteſcet angulus v*dc*: rurſus in triangulo v*de*; dantur omnia latera, innoteſcet igitur angulus *d*v*e*, vel *d*vs. Denique in triangulo *d*vs, datur latus *d*v, diſtantia fixæ *d* à vertice obſervata cum angulis *d*vs & v*d*s, mox inventis; quare invenietur latus vs, quod ab v*e* ablatum, relinquit arcum s*e*, Parallaxim quæſitam.

Methodus ſecunda. Poteſt ſideris Parallaxis hâc quoque ratione facillimè obtineri; nempe obſervetur, quando ſidus eſt in aliquo verticali cum quâvis ſtellâ fixâ vicinâ, ejuſque diſtantia à fixâ capiatur: deinde obſervetur rurſus, quando ſidus & fixa parem obtinent ab Horizonte altitudinem, harum diſtantiarum differentia erit quàm proximè ſideris Parallaxis. Sit Horizon HO, vertex loci V, circulus verticalis VB, in quo obſervetur ſidus in E, & fixa in D, locus autem ſideris verus ſit S, & SE Parallaxis. Altitudinum differentia DE erit ſideris & Fixæ diſtantia viſa: obſervetur deinde fixa in *d*, & ſidus in loco viſo *e*, in eâdem à vertice diſtantiâ, erit diſtantia ſideris & fixæ *de*, quàm proximè æqualis veræ illorum diſtantiæ. Nam ſit *s* locus ſideris verus. Et quoniam Parallaxis *se* reſpectu arcûs v*e*, parva admodum eſt; erunt *ds* & *de* fere æquales, quod adeo verum eſt, ut ſi Parallaxis *se* foret unius gradûs, tamen *de* & *ds* vix uno minuto different. Si itaque inſtrumento obſervetur diſtantia *de*, notus erit arcus *ds*, ipſi quàm proximè æqualis; & eſt *ds* æqualis DS, in primâ obſervatione; à DS itaque auferatur arcus notus DE, & reſtabit SE Parallaxis ſideris in E obſervati.

TAB 35. *fig* 4.

Modus tertius. TAB. 35. *fig.* 5. Phænomeni alicujus Parallaxis inveniri quoque poteſt, obſervando ejus Azimuthum, diſtantiam à vertice, & tempus inter obſervationem, & ejus ad Meridianum appulſum. Sit HVPO Meridianus, in quo ſit vertex V, Polus P, & ſit

HO

HO Horizon, VB circulus Verticalis, per ſideris locum verum S & viſum E tranſiens. Traducantur quoque per locum verum & viſum circuli Declinationum PSPE; obſerveturque ſideris Azimuthus BO, vel angulus BVO, eo modo, quo in Lectione de Refractione ſiderum Azimuthos capere docuimus. Obſervetur quoque ſideris diſtantia a vertice viſa VE, & notetur momentum temporis, quo obſervatio facta eſt. Expectetur deinde, dum ſidus ad Meridianum appulerit, & momentum appulsûs accuratè definiatur, quod fit vel per Horologium Automaton, vel per Altitudinem fixæ alicujus notæ. Temporis intervallum inter obſervationem primam ſideris in Verticali, & ejus appulſum ad Meridianum, in gradus & minuta Æquatoris converſum, dabit arcum Æquatoris ÆC, qui eſt menſura anguli VPS. Itaque in triangulo VPS, datur latus VP, diſtantia Poli a vertice, & anguli VPS & PVS, unde innoteſcet arcus VS, vera diſtantia ſideris a vertice, quâ ex obſervatâ VE ſublatâ, reſtabit arcus SE Parallaxis quæſita.

Notandum eſt, ut convertatur tempus in gradus & ſcrupula Æquatoris, reducendum eſt prius tempus in horas & minuta primi mobilis, quæ horis Solaribus ſunt aliquantulum minores; vel ſi adhibeantur horæ Solares, pro earum ſingulis numerandi ſunt in Æquatore gradus 15. minut. 2, ſecund. 27, tert. 51; & proportionaliter pro particulis adjunctis.

Sit HO arcus Horizontis, AM Meridianus, in quo ſit P polus, V vertex loci, ſideris locus viſus E, ante appulſum ſideris ad Meridianum obſervetur ejus a vertice diſtantia VE, ſideris locus verus ſit S, Parallaxis SE, inveniatur Azimuthus EVM; & notetur tempus obſervationis; deinde poſt appulſum ſideris ad Meridianum, obſervetur illud iterum, quando eandem obtinet a vertice diſtantiam V*e*, unde cum viſæ diſtantiæ ſunt æquales, erunt quoque veræ diſtantiæ VS, V*s* æquales. Notetur intervallum temporis inter primam obſervationem & ſecundam; hoc tempus in gradus & minuta Æquatoris converſum, dabit angulum SP*s*, cujus dimidium eſt angulus SPV. Itaque in triangulo SPV, dantur an- *Modus quartus* TAB. 35. *fig.* 6.

guli SPV & SVP, qui eſt complementum Azimuthi ad 180 gradus, item latus VP diſtantia verticis & Poli; exinde innoteſcet arcus VS, diſtantia vera ſideris a vertice, quæ ſi ab VE obſervatâ diſtantiâ auferatur, dabit SE Parallaxim quæſitam.

Modus quintus. Hæ praxes ex obſervatione Azimuthi pendent; at abſque illius obſervatione Parallaxeôs cognitio obtineri poteſt, per Aſcenſiones ſideris veras & viſas, ex quibus Azimuthi calculo eliciuntur. Nam obſerventur diſtantiæ ſideris a duâbus quibuſvis fixis, quarum diſtantia & Aſcenſiones rectæ notæ ſunt; & exinde quæratur ſideris Aſcenſio recta, uti in Lectione XX docuimus; deinde cum ſidus ad Meridianum pervenerit, rurſus capiatur ejus diſtantia a duâbus fixis, ex quibus, habebitur eâdem methodo, Aſcenſio recta ſideris vera, ſeu punctum, ubi circulus Declinationis per verum ſideris locum tranſiens Æquatori occurrit.

TAB. 36. fig. 1. Ex Aſcenſione rectâ viſâ ſideris in Verticali VB obſervatâ, & puncto Æquatoris culminante, dabitur angulus VPE, quare in triangulo VPE, ex datis lateribus VP, VE, & angulo VPE, inveniri poteſt angulus PVE, qui eſt Azimuthalis angulus; datâ autem ſideris Aſcenſione verâ, quæ in Meridiano obſervata fuit, & puncto Æquatoris culminante, dabitur angulus VPS, unde in triangulo VPS, ex datis angulis PVS & VPS, & latere VP dabitur latus VS, vera ſideris a vertice diſtantia, quæ ſi ab obſervatâ VE auferatur, relinquetur SE Parallaxis ſideris.

Ad Aſcenſiones ſiderum rectas determinandas, non ſatis fida eſt in ſubtili hoc negotio Temporis obſervatio, quæ fit Penduli vibrantis ope; ſi enim unius ſcrupuli ſecundi error in numerando commiſſus fuerit, hic error producet in Aſcenſione rectâ errorem 15. ſcrup. ſecund.

Ut habeatur vera ſideris Aſcenſio recta, non opus eſt ejus appulſum ad Meridianum obſervare; ſed meliùs perficitur per duas obſervationes, quarum una peragitur in Orientali cœli quadrante; altera in Occidentali, at in utrâque par ſit altitudo ſideris viſa. Nam ſi capiatur diſtantia ſideris a duâbus fixis notis, in orientali cœli plagâ, elicietur exin-

exinde ejus Aſcenſio recta viſa, quæ verâ major erit; quoniam Parallaxis deprimit ſidus versùs orientem; rurſus cum ſidus ad eandem à vertice diſtantiam, in Occidentali plagâ pervenerit, capiatur ſimiliter ejus Aſcenſio recta viſa, quæ tantundem minor erit verâ, quantùm prior veram ſuperabat. Nam Parallaxis in æquali altitudine tantùm ſidus ad occidentem deprimit, quantùm priùs versùs orientem illud protrudebat. Adeoque ſi Aſcenſionum viſarum differentia biſecetur, & ſemidifferentia minori addatur, vel à majori auferatur, habebitur vera ſideris Aſcenſio: adeoque punctum Æquatoris, ubi circulus Declinationis per ſidus tranſiens eidem occurrit; hoc eſt, punctum C ſed ex dato momento temporis obſervationis primæ, datur Aſcenſio recta medii cœli, ſeu punctum Æquatoris culminans Æ, unde dabitur Arcus ÆC, qui metitur angulum ÆPC, unde in triangulo, VPS, ex datis VP latere, & angulis PVS & VPS, invenietur, ut prius, VS diſtantia ſideris à vertice, quæ ex viſa ablata, relinquit arcum SE Parallaxim Altitudinis, quæ erat invenienda. TAB. 35. *fig.* 5.

Omnium optimè & facillimè exquiritur Parallaxis Aſcenſionis rectæ, ſi adhibeatur Teleſcopium, in cujus foco ſunt quatuor fila ad angulos ſemirectos ſe interſecantia, ut in Lectione XX. expoſuimus; & Teleſcopium dirigatur versùs ſidus, atque continuò vertatur, donec in filo tranſverſo AB videatur, ejuſque motus apparens diurnus fiat ſecundùm hujus fili directionem; in quo ſitu, filum AB exponet portionem parallelli, quem percurrit ſidus, & filum CD illud ad angulos rectos interſecans, circulum aliquem horarium repræſentabit. Notetur deinde temporis momentum, quando ſidus in circulo horario CD videtur; dehinc Teleſcopio immoto manente, obſervetur tempus, quando alia aliqua ſtella, cujus nota eſt Aſcenſio recta, ad eundem circulum horarium appulerit. Intervallum temporis inter ſideris & Fixæ appulſus ad circulum horarium, in gradus & minuta Æquatoris converſum, dabit differentiam inter Aſcenſionem rectam fixæ, & ſideris Aſcenſionem viſam. Cum verò ſidus ad Meridianum appulerit, rurſus Teleſcopio ob- *Modus Sextus.* TAB. 36. *fig.* 1.

ſervetur, & eâdem methodo quæratur ejus Aſcenſio recta viſa, quæ in Meridiano coincidit cum verâ. Unde dabitur punctum Æquatoris, ubi Declinationis circulus per verum locum ſideris Æquatori occurrit; datur itaque ſideris Aſcenſio recta vera, & datur quoque viſa, unde dabitur harum differentia, ſeu Parallaxis Aſcenſionis rectæ, quæ eſt angulus SPE. Et quoniam datur Aſcenſio viſa ſideris, & punctum Æquatoris tempore obſervationis culminans, datur Arcus Æquatoris inter hæc duo puncta interceptus, qui eſt menſura anguli VPE; itaque in triangulo VPE, dantur latera VP, VE, & angulus VPE, quare innoteſcet angulus PVE: ab angulo VPE auferatur angulus SPE, Parallaxis Aſcenſionis rectæ, & dabitur angulus VPS; denique in triangulo VPS, ex datis angulis PVS & VPS, & latere VP, innoteſcet latus VS, vera ſideris à vertice diſtantia, quæ ex visâ ablata, relinquet SE ſideris Parallaxim.

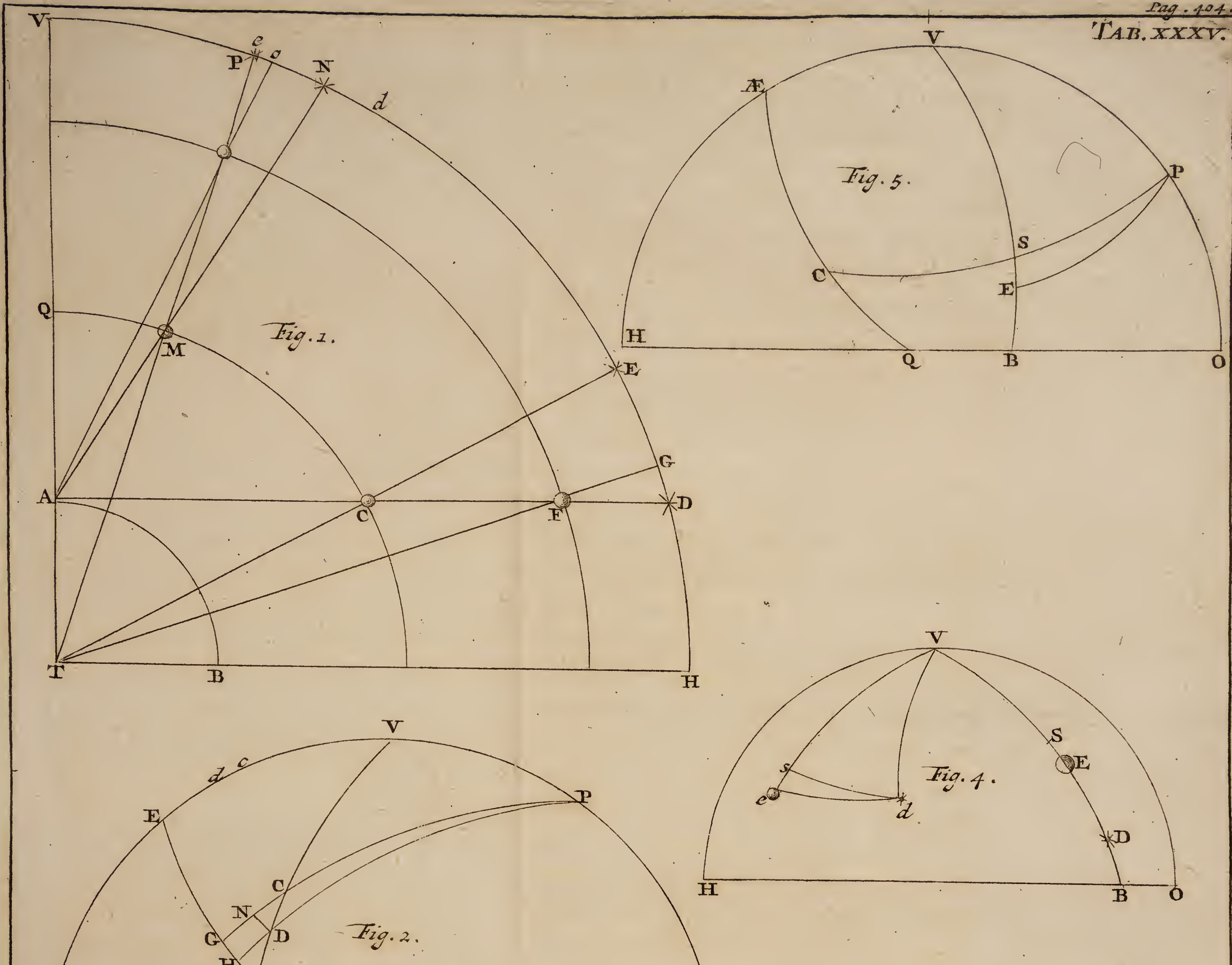
TAB. 36. fig. 1.

Inveſtigatio Parallaxeos quando ſidus habet motum proprium.

Si ſidus motum habeat proprium, ejus Aſcenſio recta per illum motum continuò mutabitur, niſi in aliquo Declinationum circulo feratur; adeoque habenda eſt ratio iſtius mutationis; quod fiet, ſi obſervetur ſideris in Meridiano exiſtentis Aſcenſio recta, & cum proximo die rurſus ad Meridianum pervenerit, iterum obſervetur ejus Aſcenſio recta, Differentia dabit mutationem Aſcenſionis rectæ, quæ tempori intermedio competit; nam in Meridiano exiſtente ſidere, nulla eſt Parallaxis Aſcenſionis rectæ. Ex his Obſervationibus cognoſcetur motus diurnus proprius ſideris ſecundùm Æquatorem, & ex motu diurno dabitur motus pro quolibet tempore intermedio: *v. gr.* ſi motus diurnus ſecundum Æquatorem ſit 30. min. hoc eſt, ſi ſideris locus in Æquatore quotidie promoveatur ſpatio 30 min. ſitque tempus inter obſervationem primam in orientali quadranti, & ſecundam in Meridiano factam æquale ſex horis, huic temporis ſpatio debetur motus ſeptem ½ minutorum. Supponamus jam differentiam inter Aſcenſionem rectam in Verticali, & in Meridiano obſervatam, eſſe 20. minutorum, horum ſeptem cum dimidio motui proprio ſideris debentur; unde Parallaxis Aſcenſionis rectæ erit duodecim cum dimidio minutorum.

Si-

TAB. XXXV.


Fig. 1.
V e o P N d Q M A C F G D E T B H
Fig. 2.
V d c E P C N G D H H A Q O
Fig. 3.
V c s d e C S E D I G B O
Fig. 4.
V S E s e d D H B O
Fig. 5.
V Æ P S C E H Q B O
Fig. 6.
A P V S s H e E O M

Simili methodo, per Longitudines ſideris viſas & veras, inveſtigari poſſunt Parallaxes; Viſa Longitudo habetur obſervando ſideris diſtantias à duabus fixis, quarum loca nota ſunt; vera autem Longitudo habetur, capiendo diſtantias a fixis notis, cum ſidus eſt in nonageſimo Eclipticæ Gradu; ubi Longitudo viſa coincidit cum verâ.

His & ſimilibus methodis, ſi ſidus aliquod habeat Parallaxim ſcrupulo primo non minorem, illa inveniri poteſt. In Lunâ quidem ſatis notabilis deprehenditur Parallaxis. quæ in Horizonte ſæpe gradui & amplius æquatur. Sed præterea non deſunt aliæ Methodi Lunæ peculiares, quibus ejus Parallaxis habetur, quarum unam hic indicare liceat.

Parallaxis Lunæ inveſtigatio per methodum peculiarem.

In Eclipſi Lunæ, obſervetur quando cornua in eodem verticali circulo videntur, & in eo momento capiatur utriuſque cornu Altitudo; Altitudinum ſemi-differentia ad Altitudinem humilioris cornu addita, vel ab Altitudine ſublimioris ablata, dabit Altitudinem viſam medii inter cornua puncti, quæ quàm proximè eſt æqualis Altitudini centri Lunæ. Sed vera Altitudo centri Lunæ eſt quàm proximè æqualis Altitudini centri Umbræ ſupra Horizontem. At datur Altitudo centri Umbræ, quia datur pro illo temporis momento locus Solis in Eclipticâ, & proinde punctum Eclipticæ huic loco oppoſitum, in quo eſt centrum Umbræ, cujus proinde Altitudo pro tempore dato computari poteſt; nam eſt illa æqualis depreſſioni Solis infra Horizontem in eodem momento; quare dabitur vera Lunæ Altitudo; ſed datur per Obſervationem Altitudo viſa, unde & earum differentia, quæ eſt Lunæ Parallaxis, datur.

Quoniam Lunæ diſtantia à centro Telluris pro vario ejus ab Apogeo receſſu, continuò minuitur, neceſſe eſt, ut Parallaxis ejus Horizontalis in eâdem ratione continuò augeatur, ſicuti per acceſſum ad Apogeum minuatur, ideo Tabulam condunt Artifices, quæ Lunæ Parallaxim Horizontalem pro ſingulis ejus Anomaliæ gradibus oſtendit.

Solis Parallaxis methodis prædictis non poteſt obtineri.

Quamvis methodi ſuperiùs traditæ Lunæ Parallaxim ſatis notabilem eſſe manifeſtant, illarum tamen nullæ ſufficiunt ad

ad Solis Parallaxim explorandam; ea enim tam exigua eſt, ut obſervationes requiſitæ tam accuratè capi non poſſint, quæ ipſam determinent; & error in obſervando vix evitari queat, qui non toti Solis Parallaxi æqualis evadat.

Hic obſervationum defectus Veteres impulit Aſtronomos, ad alias Soli peculiares ineundas vias, quibus ejus Parallaxim eruerent; quæ quidem methodi, etſi maximum acumen & ingenium veterum oſtendunt, parum tamen ſunt idoneæ in tam ſubtili indagine, ad rem ipſam inveſtigandam. Utiles tamen ſunt ad demonſtrandum, diſtantiam Solis a Tellure immenſam eſſe reſpectu diſtantiæ Lunæ ab eâdem, ideoque à propoſito noſtro non alienum erit eas vobis exponere.

Hipparchi methodus pro inveniendâ Parallaxi Solis. TAB. 22. *fig.* 2.

Prima Methodus eſt Hipparchi, eamque adhibuêre Ptolemæus ejuſque ſequaces, & alii Aſtronomi non pauci. Nititur autem in obſervatione Eclipſeôs Lunaris, & Principia ex quibus pendet hæc ſunt: Primò in Eclipſi Lunari, Parallaxis Solis Horizontalis æqualis eſt Differentiæ inter Solis ſemidiametrum Apparentem, & ſemiangulum Coni Umbroſi. Quod hac ratione facile oſtenditur. Circulus AFG repræſentet Solem, DHE Tellurem, ſitque DMH Conus Umbroſus, DMC ſemiangulus Coni. Ducatur a centro Solis S recta SD Tellurem tangens, Erit angulus DSC ſemidiameter apparens Telluris e Sole ſpectata, quæ æqualis eſt Solis Parallaxi Horizontali. Et angulus ADS eſt apparens ſemidiameter Solis e Terra viſa. Eſt autem per 32. *Elem. Primi*, angulus ADS externus æqualis angulis DMS & DSM internis; adeoque angulus DSM æqualis eſt differentiæ angulorum ADS & DMS. Secundo ſemiangulus Coni æqualis eſt differentiæ Parallaxis Horizontalis Lunæ, & ſemidiametri apparentis Umbræ ad Lunæ cælum; ſit enim CDE Tellus, CME Conus umbroſus, qui plano tranſverſe ad diſtantiam Lunæ ſecetur; ſectio erit circulus, cujus ſemidiameter eſt FG, quæ ex Telluris centro videtur ſub angulo GTF; ſed per 32. *Elem. Primi* eſt angulus CFT æqualis angulis FMT & GTF; Adeoque angulus FMT æqualis eſt differentiæ angulorum CFT & FTG; ſed eſt angulus CFT ille ſub quo Terræ ſemidiameter e Lunæ cælo videtur, hoc

TAB. 22. *fig.* 5.

eſt

eſt æqualis Parallaxi Lunæ Horizontali. Et angulus FTG eſt ſemidiameter apparens Umbræ, unde patet ſemiangulum Coni eſſe differentiam inter Parallaxim Horizontalem Lunæ, & Umbræ ſemidiametrum apparentem. Quare ſi Solis ſemidiametro apparenti addatur ſemidiameter apparens Umbræ, & a ſumma aufertur Parallaxis Horizontalis Lunæ, reſtabit Parallaxis Horizontalis Solis, quæ proinde ex illis accurate datis habebitur. Verum horum datorum nullum tam accurate innoteſcit, ut ſufficiant ad Parallaxim determinandam; nam ex parvis (in his angulis capiendis) erroribus, qui vix evitari poſſunt, ingentes prodibunt errores in Parallaxi Solis, & maximæ diſcrepantiæ in ejus diſtantia a Tellure quæ ex illa pendet. Exempli gratia, Parallaxim Lunæ Horizontalem ponamus eſſe min. prim. 60. ſec. 15. Solis ſemidiam. min. 16, & ſemidiametrum Umbræ 44. min. prim. 30. ſecund. Ex his colligitur Parallaxim Solis eſſe 15. ſecund. & diſtantiam ejus à Tellure æquari 13000 ſemidiametris Terræ; At ſi error commiſſus fuerit, in determinanda ſemidiametro Umbræ, ſitque ille tantum 12 ſecund. in defectu, & ſane ſemidiameter Umbræ vix tanta præciſione obtineri poteſt; hoc eſt, ſi loco $44' : 30''$ capiantur $44' : 18''$, reliquis manentibus, prodibit Parallaxis Solis 3. ſecund. & ejus diſtantia à Tellure æqualis fere 70000 ſemidiametris Terræ, plus quam quintuplo major quam prior. Si vero in exceſſu peccatum fuerit, atque ſemidiameter Umbræ ponatur $44' : 42''$. reliquis manentibus, elicietur Parallaxis 27 minutorum ſecundorum, & diſtantia Solis 7700. ſemidiametrorum Terreſtrium, fere decuplo minor quam per æqualem errorem in defectu elicitur. Si error in defectu admiſſus fuerit 15. ſecund. Prodibit Solis Parallaxis nihilo æqualis, ejuſque diſtantia infinita. Quare cum ex tantillis erroribus, Parallaxis & diſtantia Solis tam diverſæ prodeunt, manifeſte patet, hac methodo veram Solis Parallaxim ejuſque diſtantiam obtineri non poſſe.

Hipparchi methodus non ſufficit ad Solis parallaxim explorandam.

Cum igitur angulus ad Solem, quem Terræ ſemidiameter ſubtendit, tam exiguus ſit, ut obſervatione deprehendi non poſſit, excogitavit *Ariſtarchus Samius* methodum qua angu-

Ariſtarchi methodus.

lum

lum ad Solem, quem Lunaris orbitæ ſemidiameter ſubtendit, determinare conatus eſt. Hic enim angulus ſexaginta circiter vicibus priore major eſt; Ad hujus anguli inveſtigationem ſequentia ponit principia.

Oſtenſum fuit in Lectione de Lunæ Phaſibus, quod ſi per Lunæ centrum tranſeat planum ad quod recta, Solis & Lunæ centra conjungens, ſit normalis, hoc planum Hemiſphærium Lunæ illuminatum ab obſcuro dividere; adeoque ſi planum hoc tranſeat per ſpectatoris oculum in Tellure, Luna tunc dimidiata ſeu biſecta apparebit, & recta a Terra ad Lunæ centrum ducta erit in plano illuminationis; adeoque ad rectam quæ Solis & Lunæ centra conjungit perpendicularis erit. Sit S Sol, T Terra, A L *q* Quadrans orbitæ Lunaris, recta S L a Sole ducta Lunæ orbitam tangat in L, & erit angulus T L S rectus; adeoque cum Luna in L videtur, dichotoma apparet: Si itaque obſervetur momentum Temporis cum Luna biſecta videtur, atque eodem momento, capitur angulus L T S elongatio Lunæ a Sole, dabitur hujus anguli complementum ad rectum angulus L S T, ſed datur latus T L, unde in triangulo S L T rectangulo dantur anguli, & latus T L, ex quibus dabitur latus S T diſtantia Solis a Tellure.

TAB. 36. fig. 3.

Ariſtarchi methodus non inidonea eſt ad inveniendam Solis diſtantiam.

Verum maxima eſt difficultas in determinando temporis momentum, quando Luna eſt in vera Dichotomia, nam per ſpatium temporis ante, & poſt Dichotomiam notabile, immo in ipſa Quadratura, ejus Phaſis a phaſi Dichotomiæ diſtingui nequit, uti obſervatio nos docet, & hac etiam ratione oſtenditur. In Lectione de Lunæ Phaſibus demonſtratum a nobis eſt, Diametrum Lunarem eſſe ad ejus partem a Sole illuſtratam, & a nobis viſam, ut Diameter circuli ad ſinum verſum elongationis Lunæ a Sole quamproxime; accurate autem, ut Diameter circuli ad ſinum verſum exterioris anguli ad Lunam, in triangulo, quod lineæ jungentes Solis Terræ & Lunæ centra faciunt; Uti in Lectione de Veneris Phaſibus oſtenſum fuit. Ponamus jam tempore veræ Dichotomiæ angulum L S T eſſe min. prim. 15. Et ſemidiametrum orbis Lunaris æquari 60 ſemidiametris Telluris,

in-

inde elicietur diſtantia Solis æqualis 13758 ſemidiametris Terræ. His poſitis; ſit primo Luna in Quadratura in *q*; hoc eſt, ſit angulus *q* T S rectus, & erit exterior angulus trianguli ad Lunam, æqualis 90 grad. min. 15; cujus ſinus verſus æqualis eſt radio, una cum ſinu recto min. 15. Itaque ut Diameter circuli ad Radium una cum ſinu recto minutorum 15. ſic Lunæ Diameter ad partem ejuſdem a Sole illuſtratam e Tellure viſam; quare capiendo dimidia Antecedentium, & dividendo, erit ut Radius ad ſinum rectum min. 15, ita ſemidiameter Lunæ, ad exceſſum quo pars illuſtrata e Terra viſa ſemidiametrum ſuperat; eſt autem ſinus min. 15, partium 436 qualium Radius eſt 100000, & apparens Lunæ ſemidiameter eſt circiter min. 15. Quare fiat ut Radius 100000 ad 436 ita 15. min. ad quartum, qui prodit minor quam quatuor ſcrupula ſecunda; At hæc quantitas adeo exigua eſt, ut omnem ſenſum effugiat; adeoque Luna in Quadratura (cum ejus Phaſis tantilla quantitate Dichotomiam ſuperat) adhuc ut Dichotoma apparebit. Quod ſi vera Dichotomia in ipſam Quadram incidiſſet, diſtantia Solis fuiſſet infinita, in illo enim caſu, angulis S *q* T & S T *q*, exiſtentibus rectis, lineæ S T, S *q* eſſent parallelæ & non concurrerent niſi ad diſtantiam infinitam.

Sit ſecundò elongatio Lunæ à Sole ſeu angulus S T L 89. gr. min. 30. in illo caſu, erit angulus exterior ad Lunam grad. 89. min. 45. æqualis ſcil. angulis S T L & L S T ſimul, cujus ſinus verſus æqualis eſt radio, dempto ſinu recto min. 15: cumque ſit ut Radius circuli ad ſinum verſum anguli exterioris ad Lunam, hoc eſt, ad Radium ſinu recto min. 15. diminutum; ita ſemidiameter Lunæ ad partem ejus à Sole illuſtratam & à nobis viſam, erit dividendo Radius ad ſinum min. 15. ita ſemidiameter Lunæ ſeu 15. min. ad exceſſum quo eadem ſemidiameter partem illuſtratam & viſam ſuperat, quæ itaque ut in priore caſu erit æqualis quatuor ſcrupulis ſecundis; atque Luna tantilla parte à Phaſi Dichotomiæ deficiens, tanquam Dichotoma videbitur, ſeu ejus Phaſis a Dichotomiæ Phaſi diſtingui nequit. Si itaque in illa apparenti Phaſi ponatur momentum Dichoto-

miæ veræ; hoc eſt, cum 30. min. à Quadratura diſtat, elicietur inde diſtantia Solis æqualis 6876 ſemidiametris terreſtribus.

Obſervationes teſtantur Lunam cum à Quadratura 30. min. diſtat tanquam Dichotomam apparere, & ſub ipſa Quadratura, ejus Phaſin à Phaſi Dichotoma diſtingui non poſſe; immo Dichotoma apparet Luna optimo Teleſcopio viſa, poſtquam Quadraturam ſuperavit, ut ipſe Ricciolus agnoſcit in Almageſti p. 734. Itaque Luna ad minimum per ſpatium unius horæ, tanquam biſecta videbitur, cujus temporis momentum quodlibet eodem jure quo aliud quodvis tanquam momentum veræ Dichotomiæ aſſumi poteſt; & pro infinitis diverſis quæ aſſumi poſſunt temporum momentis, infinitæ diverſæ elicientur Solis à Terra diſtantiæ. Hinc manifeſte patet, diſtantiam Solis accurate hac methodo obtineri non poſſe.

Cum incertum ſit veræ Dichotomiæ momentum, certum tamen ſit Phaſin illam ante Quadraturam accidere; Ricciolus aſſumit articulum temporis medium inter tempus quo phaſis Lunæ ſit dubia & momentum Quadraturæ. Sed rectius feciſſet, ſi aſſumpſiſſet tempus medium inter Phaſim dubiam quando primo Luna cava videri deſiit, & tempus antequam primo convexa apparere incipit, quod tempus contingit poſt Quadraturam, hac ratione Tellurem ad majorem à Sole ſemoviſſet diſtantiam, quam eſt illa quæ ex ejus calculo elicitur.

Non opus eſt hanc methodum ad Dichotomiæ phaſim alligari, nam in alia qualibet phaſi vel à Dichotomia deficiente; vel illam ſuperante, poſſumus Solis diſtantiam inveſtigare æque accurate ac in Dichotomia. Obſervetur enim optimo Teleſcopio Phaſis Lunæ & eodem temporis momento ejus elongatio à Sole, dabiturque per obſervationem pars ſemidiametri Lunæ illuſtrata à nobis viſa, ſi hæc à ſemidiametro deficiat, ab illa auferatur, ſin ſuperet, ſemidiameter Lunæ ab illa ſubſtrahatur & notetur reſiduum. Fiatque ut ſemidiameter Lunæ ad hoc reſiduum, ita Radius ad quartum, hic erit ſinus anguli qui ad rectum addi-

tus,

tus, vel ab eo ablatus, dat angulum exteriorem trianguli ad Lunam, ſed datur Angulus ad Tellurem, qui eſt Elongatio obſervatione cognita, quare hic ab exteriore angulo ablatus dabit angulum ad Solem; quare in triangulo SLT dantur omnes anguli; & latus TL, ex iis innoteſcet ST, diſtantia Telluris à Sole. Sed difficile eſt obſervare accurate quantitatem Phaſis Lunaris, ita ut non in aliquibus ſecundis error admittatur; adeoque neque hac methodo ſatis præciſe obtineri poteſt Telluris à Sole diſtantia. Ex ſimilibus autem obſervationibus certum eſt, Solem longius 7000 ſemidiametris Telluris ab illa diſtare.

Certius cognoſcitur Parallaxis Solis per Parallaxes Martis & Veneris.

Cum itaque tanta ſit Solis diſtantia, ut neque per Eclipſes, neque per Lunæ Phaſes, ejus cognitio obtineri poſſit, ad Planetarum Parallaxes Martis ſcil. aut Veneris inveſtigandas confugiunt Aſtronomi, quæ ſi darentur, Solis quoque Parallaxis & diſtantia per ſe inſcrutabiles, facile elicerentur. Nam ex Theoria motuum Telluris & Planetarum, dantur pro quolibet temporis momento, ratio diſtantiarum Solis & Planetæ à Terra; & Parallaxes Horizontales ſunt in harum diſtantiarum ratione reciproca; quare ſi detur Parallaxis Planetæ cujuſvis, dabitur quoque Parallaxis Solis.

Mars autem in ſitu Achronichio, hoc eſt, Soli oppoſitus, Telluri pluſquam duplo propior eſt quam Sol, unde ejus Parallaxis pluſquam duplo major erit: at Venus, cum eſt in conjunctione cum Sole inferiore, Terris fere quadruplo eſt vicinior quam Sol, ejuſque proinde Parallaxis in eadem ratione major erit: quare etſi exigua Solis Parallaxis ſit ſenſibus inobſervabilis, Veneris autem & Martis duplo vel quadruplo majores Parallaxes poſſunt oculis noſtris manifeſte ſe prodere. In perſcrutanda Martis Parallaxi in ſitu Achronichio, non parvam impenderunt operam celeberrimi noſtri ævi Aſtronomi. Eandemque circiter 25. ſcrupulorum ſecundorum, ſaltem non majorem pro certo ſtatuerunt; unde facili negotio colligetur Solis Parallaxim non majorem eſſe $12\frac{1}{2}$ ſecundorum ſcrupulorum; & inde prodit diſtantia Solis à Terra circiter 17200 Telluris ſemidiametris æqualis.

Ex obſervatione Veneris per Solis Diſcum tranſcurrentis, quod Anno 1761. continget, methodum expoſuit Dominus Hallejus (cui in primis Aſtronomia plurimum debet) qua Parallaxis Solis ejuſque diſtantia ſatis præciſe, ſcil. intra quingenteſimam ſui partem obtineri poſſit; cujus itaque vera quantitas ad illud tempus dubia manebit.

Quo pacto Lunæ Parallaxis ad datum tempus calculo innoteſcat.

Quoniam methodus ab Aſtronomis tradita, qua Eclipſes Solis prædicentur, poſtulat, ut Lunæ Parallaxes tam in Longitudine quam Latitudine calculo innoteſcant; quinetiam quotieſcunque locus Lunæ in cælo obſervatus cum eo, qui Tabulis elicitur ad comprobandam Lunæ Theoriam comparandus ſit; neceſſe eſt ut locus verus reducatur ad viſum, quod fieri non poteſt, niſi per Parallaxeos calculum. Convenit, ut modum exponamus, quo Lunæ Parallaxis ad datum quodlibet temporis momentum calculo innoteſcat.

TAB. 36. *fig.* 4.

Primo ex Tabulis Aſtronomicis, computetur locus Lunæ in Ecliptica, ad datum temporis momentum. Et in figura ſit H O Horizon, H Z O Meridianus, Z vertex; E C Ecliptica, in qua ſit locus Lunæ, ex Tabulis Aſtronomicis notus L; ſitque primo Lunæ Latitudo nulla. Ex vertice Z cadat in Eclipticam circulus Latitudinis Z N, erit punctum N nonageſimus Eclipticæ gradus. Quoniam datur Recta Solis Aſcenſio, & ex hora data, diſtantia Solis æquatoria à Meridiano, dabitur punctum Æquatoris culminans. Quod eſt Aſcenſio recta medii cæli, ſeu puncti Eclipticæ quod ſub Meridiano jacet; unde & hoc Eclipticæ punctum dabitur, ſicuti angulus Z E N Eclipticæ cum Meridiano, quod fiat vel per calculum à nobis in Lectione de Doctrina Sphærica explicatum, vel per Tabulas Aſtronomicas; unde dabitur arcus Eclipticæ E L. Sed datur arcus E Æ declinatio medii cæli ſeu puncti E, datur etiam Z Æ, quare dabitur arcus Z E; itaque in triangulo rectangulo Z N E, datur latus Z E, cum angulo Z E N; quare invenietur E N, & punctum N ſeu nonageſimus Eclipticæ gradus, & Z N ejus à vertice diſtantia, cujus complementum N A eſt menſura anguli Horizontis & Eclipticæ. Et quoniam datur locus Lunæ L, datur arcus N L. In triangulo

gulo itaque ZNL rectangulo, dantur latera ZN & NL, inde invenietur angulus ZLN, qui angulus Parallacticus dicitur, & latus ZL diſtantia Lunæ à vertice. Fiat ut Radius ad ſinum arcus ZL ita Parallaxis Lunæ Horizontalis è Tabulis eruenda ad Parallaxim ejus in L, quæ itaque invenietur, ſit illa OL; ab O in Eclipticam cadat perpendicularis O*m*. In triangulo exiguo LO*m* quod pro rectilineo haberi poteſt, datur præter angulum rectum, latus LO, & angulus OL*m* æqualis angulo ZLN; quare dabitur arcus L*m* Parallaxis Longitudinis, & O*m* Parallaxis Latitudinis; quæ erant inveniendæ. *Angulus Parallacticus quis.*

Habeat jam Luna Latitudinem aliquam, ita ut ejus locus in Ecliptica ſit punctum L, ſed in circuli Latitudinis LP, puncto P. Et quoniam angulus NLP rectus eſt, & datur angulus NLZ, dabitur ejus complementum ZLP. In triangulo ZLP, dantur duo latera ſcil. ZL prius inventum & LP Latitudo Lunæ, & angulus ZLP, quare invenietur latus ZP, cum angulo ZPL: fiat ut Radius ad ſinum arcus ZP ita Parallaxis Lunæ Horizontalis ad quartum, ſit is P*q*, hic arcus erit Parallaxis Lunæ in circulo Altitudinis. Sit *qd* arcus Eclipticæ parallelus & in triangulo exiguo *d*P*q*, quod pro plano haberi poteſt, datur præter angulum rectum, latus P*q* cum angulo *d*P*q* complemento anguli noti ZPL ad duos rectos; quare dabitur P*d* Parallaxis Latitudinis & *qd* Parallaxis Longitudinis. Nam ob parvam Lunæ Latitudinem paralleli arcus *dq*, inter duos circulos Latitudinis interceptus vix differt ab arcu Eclipticæ qui iiſdem interjicitur.

LECTIO XXII.

Theoria Motus Telluris Annui.

HUcuſque generales Planetarum affectiones recenſuimus, & Phænomena quæ ex illorum motu, & motu Telluris conjunctim oriuntur, explicavimus. Tranſeamus nunc ad particulares motuum Theorias contemplandas, quibus ſingulorum Periodi, à Sole diſtantiæ, Orbitarum ſpecies, & *Planetarum particulares Theoriæ ſunt inveniendæ.*

& Poſitiones determinantur; ex quibus datis, eorum loca in Zodiaco, ad datum tempus computari poſſunt. Et quoniam Planetarum Theoriæ in motu Telluris fundantur, & ejus ope inveſtigantur; convenit ut à Theoria Terræ incipiamus.

Hæ à Theoria Terræ pendent.

Locus Terræ per obſervationem loci apparentis Solis cognoſcitur.

Oſtenſum fuit in Lectione ſeptima, quod ex Telluris motu circa Solem, oritur apparens Solis motus in Ecliptica annuus, & quod Sol ex Tellure conſpectus videtur eundem in cælo circulum deſcribere, Eclipticam ſcil. quem ſpectator in Sole conſtitutus Tellurem percurrere conſpiceret. Locus autem Telluris è Sole ſpectatus ſemper è diametro opponitur ei, in quo Sol è Terra viſus in Ecliptica apparet; adeoque quando Sol à nobis videtur in ♈, Tellus revera ſignum ♎ occupat; cum hic in ♋ cernitur, illa ♑ tenet. Adeoque ex loco Solis apparente, obſervatione cognito, ſemper habebitur Locus Telluris in propria orbita è Sole viſus.

Puncta Æquinoctialia & Solſtitialia.

Cum Ecliptica Equinoctialem ſecet in duobus punctis oppoſitis, Sol bis in quolibet anno, in Æquinoctiali circulo videbitur, cum ſcil. ad ſectiones motu apparenti pervenerit; in reliquo omni anni Tempore, vel in Boream, vel in Auſtrum declinare videbitur; maxime autem ab Æquatore diſtat, in punctis Eclipticæ ab utraque ſectione æque diſtantibus; hoc eſt, 90. gradibus ab utraque ſectione remotis; in quibus dum Sol videtur, Declinationem per aliquot dies vix mutare obſervatur, dieſque iidem fere manent longitudine. Et proinde puncta illa quæ ſunt initium ♋ & initium ♑ Solſtitia dicuntur. Sicuti puncta Interſectionum Æquinoctialis & Eclipticæ, Æquinoctia appellantur, quoniam Sol in iis viſus, dies noctibus æquales efficit.

Dies non ſunt noctibus æquales niſi Sol in meridie puncta Æquinoctialia ingrediatur.

Cum Sol continuo in Ecliptica incedere, & ſingulis diebus gradum circiter unum verſus orientem promoveri videtur; in punctis Æquinoctialibus nunquam morabitur, & eodem temporis momento, quo illa attinget, eadem relinquet. Adeoque licet dies in quo Æquinoctium celebratur, Æquinoctialis dicitur; quod dies ille nocti æqualis cenſetur, hoc tamen præciſe verum non eſt, niſi Æquinoctium

in

in ipſa Meridie celebretur; nam ſi Sol oriens æquinoctium vernale ingreſſus fuerit, veſpere occidens ſpatio 12. minutorum ab æquinoctio declinabit; adeoque dies ille erit duodecim horis longior, & nox ſequens brevior. Sed differentia tantilla eſt, ut in rebus phyſicis negligi poſſit.

Temporis momentum, quo Sol æquinoctia ingreditur, ex data Latitudine loci, ſic obſervatione innoteſcet. In ipſo die Æquinoctii aut circiter, inſtrumento affabre facto, & in gradus & minuta minutorumque partes diviſo, capiatur Solis Altitudo Meridiana; ſi hæc æqualis fuerit Altitudini Æquatoris, ſeu complemento Latitudinis loci, Æquinoctium illo ipſo momento celebratur, ſin differant, notetur differentia, erit illa Solis Declinatio. Die deinde ſequente; rurſus obſervetur Solis Altitudo Meridiana, & exinde eliciatur ejus Declinatio, ſi Declinationes ſic inventæ fuerint diverſi nominis, puta una Auſtralis, altera Borealis, cadet Æquinoctium in aliquo temporis intermedii puncto, inter obſervationes, elapſi; ſin ejuſdem ſint nominis, nondum factum erit Æquinoctium, vel præteritum: ex his declinationibus obſervatis, momentum Æquinoctii hac ratione exquiritur; ſit CAB portio Eclipticæ, ÆAQ Æquatoris arcus, eorumque interſectio punctum A, ſit CÆ Declinatio Solis in prima obſervatione, ED ejus Declinatio in ſecundâ, erit CE motus Solis in Ecliptica, uni diei competens. In triangulo Sphærico rectangulo CÆA, datur angulus A, qui eſt Inclinatio Eclipticæ ad Æquatorem, (quam Lectione XX. invenire docuimus.) Item CÆ Declinatio Solis obſervata; invenietur itaque arcus CA. Et in triangulo AED rectangulo ad D, ex datis DE, & angulo A, invenietur AE, inde dabitur arcus CE, Arcuum ſcil. CA, AE ſumma vel differentia. Fiat igitur ut CE ad CA, ita 24. horæ ad ſpatium temporis inter obſervationem primam, & momentum Æquinoctii, quod proinde dabitur.

Tempus Æquinoctii obſervatione determinatur.

TAB 36. fig. 5.

Si proxime ſequenti anno, rurſus obſervetur ejuſdem Æquinoctii momentum, tempus intermedium dabit ſpatium unius anni Tropici, ſeu Tempus in quo Sol, vel potius

Quantitas Anni Tropici determinatur.

Ter-

Terra Eclipticam percurrit, quod annus Tropicus dicitur; quia illo peracto, Anni Tempeſtates eædem redeunt. Verum per obſervationes, ſpatio temporis tantum annuo diſtantes, non tuto determinatur Quantitas Anni, nec exinde pendens motus Solis apparens, ſeu Terræ verus definiri poteſt; nam error parvus, puta unius minuti, obſervando admiſſus, continuo auctus, & annorum decurſu, eorum numero multiplicatus, in enormem exereſceret magnitudinem. Igitur Aſtronomi accuratius annum definiunt, capiendo duas Æquinoctii obſervationes, longiſſimo annorum intervallo à ſe invicem diſſitas, & dividendo tempus inter obſervationes elapſum, per numerum revolutionum Solis; Quotiens exhibebit tempus uni revolutioni ſeu anno congruens; nam ſic error, ſi quis ſit in obſervando commiſſus, is in plures annos diſtributus, inſenſibilis evadit.

Annus Anomaliſticus. Anni tempus ſic definitum invenitur conſtare diebus 365. horis 5. min. 48. ſecundis 57; quod Tempus minus eſt Periodo Telluris circa Solem in propria orbita, qui Annus Anomaliſticus, vel Periodicus dicitur: nam ob Præceſſionem Æquinoctiorum, à nobis in Lectione octava explicatam, qua puncta Æquinoctialia quotannis minutis ſecundis 50. regrediuntur, Solique obviam eunt, Sol prius Æquinoctio occurret, quam totum circulum ſeu orbitam abſolverit, eſt autem Periodus ſeu Annus Anomaliſticus dierum 365. horarum 6. min. 9. ſecundis 14.

Motus Solis in Ecliptica inæquabilis obſervatur. Si motus Telluris circa Solem æquabilis eſſet; hoc eſt, ſi æquales angulos circa Solem temporibus æqualibus deſcriberet Tellus, motus Solis in Ecliptica viſus, eſſet etiam æquabilis; ejuſque motus diurnus eſſet 59. minut. prim. & 8. min. ſecund. unde motus Solis viſus, ejuſque locus in Ecliptica ad quodlibet tempus, facili computatione innoteſceret; verum ex obſervationibus conſtat, motum Solis apparentem minime æquabilem eſſe, & illum aliquot Eclipticæ portiones velociore gradu percurrere, in aliis lentius incedere; & ſpeciatim in Boreali Eclipticæ ſemicirculo deſcribendo, Sol octo plures dies impendit, quam dum per Auſtralem movetur, qui æquali præciſe tempore hunc ſe-

micir-

micirculum apparenter percurreret, ac priorem, ſi motu æquabili lata eſſet Tellus. Præterea ſi quotidie obſervationibus factis, exploretur motus Solis apparens in Ecliptica, is aliquibus diebus deprehendetur minuta 61. adæquare, & in aliis minuta 57. non ſuperare.

Solis motus in Ecliptica diurnus hac ratione exquiritur, ſit C B Ecliptica, Æ Q Æquator, eorum interſectio A, capiatur inſtrumento Altitudo Solis Meridiana, & nota quoque ſit Altitudo Æquatoris in loco obſervatoris, harum Altitudinum differentia erit Declinatio Solis, quæ proinde dabitur. Sit G locus Solis in Ecliptica, F G Declinatio, in triangulo rectangulo G F A, ex dato latere F G & angulo A, invenietur arcus A G diſtantia Solis ab æquinoctio, ſeu ejus Longitudo, & proinde ejus Locus in Ecliptica in momento obſervationis; die deinde ſequente, ſimiliter in Meridie exploretur Solis Declinatio, quæ ſit M L, ex qua & angulo A, eodem modo innoteſcet arcus M A, ex illo ſublato A G, relinquetur arcus Eclipticæ G M à Sole uno die deſcriptus, cujus quantitas pro vario Telluris in orbita ſua loco, varia erit. *Qua ratione Solis motus diurnus exploretur.* TAB. 36. *fig.* 5.

Veteres Aſtronomi, qui nullum in cælis motum præter circularem & æquabilem admittebant, quo hanc inæquabilitatem apparentem ſolverent, ſtatuebant Tellurem circa Solem, vel Solem circa Tellurem (perinde enim eſt) æquabiliter deferri in circulo excentrico; hoc eſt, in circulo cujus centrum à centro Eclipticæ (in quo vel Solem vel Terram ponebant) diſtabat, hunc circulum æquabili, ut dixi, motu deſcribi voluerunt, ideoque cum centrum Eclipticæ à centro motùs æquabilis diſtet, Telluris vel Solis motus ex centro Eclipticæ viſus inæquabilis videbitur. *Hypotheſis veterum circularis quâ Phænomena explicabant.*

Sit circulus ♈ ♋ ♎ ♑ Ecliptica, cujus centrum tenet Sol, M P N A orbita Terræ, ejuſque centrum C, diſtans à centro Eclipticæ recta C S quæ Excentricitas dicitur; Tellus in hoc circulo motu æquabili moveri ſupponitur; ideoque erunt anguli omnes circa centrum C deſcripti temporibus proportionales, & ex C viſa Tellus, non tardius videbitur incedere in A, quam in P. At ex centro Eclipticæ ſpectata, quoniam TAB. 36. *fig.* 6. *Excentricitas quid?*

in A longius diſtat, quam in P, minores Eclipticæ arcus temporibus æqualibus videbitur deſcribere, in illo, quam in hoc ſitu. Adeoque Tellure in A exiſtente, ex illa ſpectator Solem aſpiciens in ♋, illum lentiore motu in Ecliptica ferri videbit, quam cum Tellus eſt in P, & Sol in ♑ exinde ſpectatur.

Et quoniam Arcus Excentrici NAM major eſt ſemicirculo, & NPM ſemicirculo minor, patet longiore tempore deſcribi arcum NAM quam NPM; ſed tempore, quo Tellus fertur per peripheriam NAM; Sol videtur ſemicirculum Eclipticæ borealem ♈ ♋ ♎ percurrere, & dum Tellus movetur per arcum MPN, Sol per alterum auſtralem Eclipticæ ſemicirculum deferri conſpicitur, unde patet ratio brevioris moræ in hoc quam in illo.

Qua ratione Excentricitas & Apſidum poſitio in hac Hypotheſi determinantur.

His poſitis, Excentricitatem orbitæ, Apſidumque poſitiones, hac ratione determinare licet. Obſerventur eodem anno, momenta utriuſque Æquinoctii, Vernalis ſcil. & Autumnalis; item locus Solis in Ecliptica, in alio quovis tempore intermedio, qui ſit ♌, Tellure in ♒ exiſtente. Cum Tellus eſt in orbitæ ſuæ puncto N, videtur Sol in Eclipticæ puncto ♈, deinde ad L delata Terra, Sol in ♌ apparet; ad M vero diventa Tellure, in ♎ conſpiciendus erit Sol. Ducantur ad Telluris locum in L, rectæ SL, CL; item CM, MN, CN jungantur, & CM, SL ſe interſecent in O. Ex obſervatis Solis locis, dabitur angulus ♈ S ♌, & hujus ad duos rectos complementum ♒ S ♈. Porro ex intervallis temporum inter obſervationes datis, dantur arcus LM ſeu angulus LCM, item arcus NAM temporibus proportionales, unde & arcus NPM & angulus NCM quoque dabuntur. In triangulo Iſoſcele MCN, ex dato angulo MCN, dabuntur anguli M & N ad baſim; uterque enim eſt dimidium complementi anguli MCN ad duos rectos. Sed in triangulo MOS, datur ex obſervatione angulus MSO, hoc eſt, ♈ S ♒; unde dabitur quoque angulus MOS datorum complementum ad duos rectos, & huic æqualis angulus LOC. Ponatur LC Radius Excentrici eſſe partium 100000. Et in triangulo LCO, ex datis angulis, & late-

re

re LC, dabitur latus OC, ſed datur MC æqualis LC; ergo innoteſcet MO. In triangulo MOS dantur omnes anguli, & latus MO, inde invenietur OS. Denique in triangulo SOC, ex datis SO, OC & angulo SOC, qui eſt anguli SOM complementum ad duos rectos; invenietur SC Excentricitas, & angulus OSC, ad quem addatur angulus MSO, & habebitur angulus MSA; ſeu arcus ♈♑ diſtantia Aphelii ab Æquinoctio, ex quo, datur poſitio lineæ Apſidum. Q. E. I.

Hac methodo, inveniebant Aſtronomi Excentricitatem SC eſſe partium 3450, qualium Radius Excentrici eſt 100000. Unde motum locumque Solis ad datum tempus calculo facili ſequente inveſtigabant: ſit in orbita Terræ AP linea Apſidum, A Aphelion, L Tellus orbitam circularem uniformiter deſcribens, arcus AL vel angulus ACL tempori proportionalis erit Anomalia Terræ media; ſicuti Arcus Eclipticæ ♑♒, ſeu angulus ASL Anomalia ejus vera, data jam Anomalia media AL, datur ejus ſinus LQ; & coſinus QC, cui addatur nota Excentricitas, & dabitur tota SQ. Fiatque ut SQ ad LQ, ita Radius ad Tangentem anguli QSL; qui itaque erit notus. Vel ſic. In triangulo SCL, dantur latera SC, CL & angulus SCL complementum Anomaliæ mediæ ad duos rectos, unde invenietur angulus LSC vel LSA Anomalia vera: nempe fiat, ut $CL + CS$ ad $CL - CS$, ita Tangens ſemiſſis anguli LCA, ad quartum qui erit Tangens ſemiſſis differentiæ angulorum CSL & CLS; hinc cum SC & CL ſint datæ & conſtantes quantitates, differentia Logarithmorum $CL + CS$ & $CL - CS$, erit conſtans quantitas; adeoque ſi illa ſemper auferatur à Tangente Logarithmicâ ſemiſſis anguli LCA, dabitur Tangens Log. ſemidifferentiæ angulorum CLS & CSL, ſed datur eorum ſumma, unde innoteſcet angulus LSA, qui oſtendet locum Telluris in Ecliptica è Sole viſum; & punctum Eclipticæ huic oppoſitum, erit locus Solis ex Tellure apparens. Q. E. I.

In primo Anomaliæ ſemicirculo ALP, Anomalia media ACL major eſt verà ASL. Nam eſt angulus externus ACL

major interno & oppoſito ASL. Et ſi ab Anomalia media ACL auferatur angulus CLS reſtabit angulus LSC Anomalia vera. In ſecundo Anomaliæ ſemicirculo PRA, Anomalia media eſt minor vera; ſit enim Terra in R, erit Anomalia media arcus APR, vel rejecto ſemicirculo arcus PR, vel huic proportionalis angulus PCR. At Anomalia vera, rejecto ſemicirculo, eſt angulus PSR, qui æqualis eſt PCR & CRS, unde ſi ad Anomaliam mediam addatur angulus CRS, habebitur Anomalia vera PSR, locuſque Terræ in Ecliptica; Angulus CLS vel CRS dicitur *Æquatio & Proſthapherεſis*, eo quod nunc addendus ſit, nunc ſubtrahendus à motu æquabili, quo habeatur motus verus.

Æquatio & Proſthapheræſis Quid?

Hæc veterum Theoria, cum motu Solis apparente ex craſſis eorum obſervationibus elicito, ſatis accurate congruebat; at aliorum Planetarum motus non ſecundum ſimilem Theoriam peragi, obſervationes teſtantur, & agnoſcit Ptolemæus. Eſt præterea in ipſo Sole Phænomenon, cui non reſpondit veterum Theoria, quodque illam falſam eſſe evincit, ſcil. obſervationes accuratiſſime factæ oſtendunt Solis diametrum apparentem in Aphelio, eſſe minutorum 31. ſecund. 29, in Perihelio, min. 32. ſecund. 33, ſed diametri Solis Apparentes ſunt reciproce ut ſolis diſtantiæ à Tellure, unde prodit veram Solis diſtantiam cum Terra eſt in Aphelio, eſſe ad diſtantiam Solis in Perihelio, ut 1953 ad 1889. Sed ſi ſuperius tradita Theoria vera eſſet, diſtantia Aphelii eſſet ad diſtantiam Perihelii, ut 10345 ad 9655, quæ ratio major eſt priore; nam ſi Excentricitas eſſet partium 345, qualium Radius Excentrici eſt 10000. Et ſi diameter apparens Solis in Perihelio ſit 32′ 33″, Diameter in Aphelio erit tantum 30′ 22″; contra obſervationes. Falſa eſt itaque illa Theoria, quæ tantam ponit Excentricitatem. Nam biſectâ Excentricitate, ejus ſemiſſis melius reſpondet diametris Solis apparentibus obſervatis. At talis Excentricitas, poſito quod centrum Excentrici ſit centrum quoque motus medii, non æque Phænomenis motuum congruit. Nam obſervationes teſtantur Æquationes ſeu Proſthapheriſes duplo majores eſſe, quam quæ ex biſecta Excen-

cen-

centricitate eliciuntur; adeoque neceſſe eſt ut falſa ſit illa veterum Theoria.

Kepleri correctio hujus Theoriæ.

Hæc perſpiciens ſagaciſſimus Keplerus, docuit Excentricitatem biſecandam eſſe, ita ut centrum Excentricæ orbitæ ſit in D, medio loco inter Solem & punctum C, ex quo Telluris motus viſus æquabilis apparet, punctumque illud C ab excentrici centro diverſum & dimidiâ veterum Excentricitate ab eo diſtans, centrum medii motus dicebatur, quia ex illo, motus Telluris ſemper videndus ſit ad ſenſum medius inter celerem & tardum ejus in Ecliptica inceſſum.

Verum Copernicus, aliique Aſtronomi abſurdum eſſe cenſebant, Tellurem in circulo deferri, cujus centrum diverſum ſit à centro motûs æquabilis, ex quo ſequeretur Tellurem inæquabili motu peripheriam orbitæ ſuæ percurrere contra Axioma ab iis ſtabilitum quo motum omnem in cælis æquabilem ſtatuebant. Ideoque Keplerus cum demonſtraſſet Martem, & Planetas reliquos, non in orbitis circularibus, ſed Ellipticis deferri circa Solem in Ellipſeos focorum uno conſtitutum, eaque lege motus eorum temperari, ut Radii à Planetis ad Solem ducti verrant Areas Ellipticas temporibus proportionales, æquum eſſe cenſebat ut Tellus eadem lege, in ſimili orbita circa Solem quoque deferatur: hæc Theoria omnibus Phænomenis ad amuſſim reſpondet, ſed ex illa ſequitur, nulla dari centra motuum æquabilium, ex quibus angulos temporibus proportionales deſcribentes videri poſſunt Planetæ. Hinc factum eſt, ut plurimi Aſtronomi centrum motûs æquabilis dari ſtatuentes, hanc Kepleri Theoriam rejiciebant, ſed Ellipticam tamen orbitæ formam retinebant; & quoniam in Ellipſeos Axe ſunt duo puncta in æqualibus à centro diſtantiis quæ foci appellantur, in quorum altero Sol locatur, & alter à centro Ellipſeos tantum diſtat, quantum Sol; hunc focum dupla excentricitate à Sole diſtantem, tanquam centrum motus æquabilis ponebant, & ex illo Planetas deſcribere angulos temporibus proportionales dicebant. Quod quidem in Ellipſibus parum Excentricis, quam proxime verum eſt, uti agnoſcit Keplerus & in ſequentibus demonſtrabitur.

 Huic

Huic Hypotheſi eo magis favebant, quod nulla illis innotuit methodus directa & Geometrica in Kepleri Theoria, inveniendi Anomaliam veram, ex media; quod per alteram Theoriam facillime præſtabant. Ob hunc itaque defectum, Aſtronomi non pauci Keplero ἀγεωμετρησίαν objicientes ad alias Hypotheſes veris naturæ legibus minus congruas confugiebant; fingendo punctum aliquod, quod eſſet centrum motus æquabilis, è quo Planetæ angulos temporibus proportionales deſcribere videantur. Cum tamen Theoria Kepleri locum revera in natura obtineat; & obſervationes teſtentur Planetas omnes ſecundum ejus leges motus ſuos temperari, illa ob defectum Geometriæ rejicienda non eſt; nec video cur culpa in Theoriam transferenda ſit, quæ Aſtronomorum in Geometria imperitiæ potius debetur. Quo autem ἀγεωμετρίας labes in poſterum deleatur, in ſequenti Lectione methodum oſtendemus directam, eliciendi Planetæ Anomaliam veram ex media.

LECTIO XXIII.

De Motu Planetæ in Ellipſi. Et Solutio Problematis Kepleri, de ſectione Areæ Ellipticæ.

KEplerus primus demonſtravit Planetas non in orbitis circularibus, ſed Ellipticis, deferri, Solemque in Ellipſeos focorum alterutro ſitum, ea ratione circumire; ut Radius à Planeta ad Solis centrum protenſus ſemper verrat Areas Ellipticas, quæ temporibus quibus deſcribuntur ſunt proportionales.

Divinum hoc ſagaciſſimi Kepleri inventum, exactiſſimis Tychonis Braheæ obſervationibus debetur, & tanto magis eſt ſuſpiciendum, quod illius ope, Univerſales motuum leges, totumque ſyſtema Mundanum, hoc eſt, Philoſophiam cæleſtem feliciſſime à nemine antea perſpectam patefecit Dominus *Newtonus*.

In Planetis quadrata Temporum Periodicorum ſunt ut Cubi diſtantiarum à Sole.

Demonſtravit etiam Keplerus ex obſervatis motibus, in Univerſis Planetis Tempora Periodica eſſe in ſeſquiplicata ratione diſtantiarum à Sole mediarum, ſeu Axium majorum El-

Ellipſium quæ ſunt diſtantiarum mediarum dupla; hoc eſt, Quadrata temporum Periodicorum ſunt ut cubi Axium majorum. Adeoque ſi in duabus diverſis Ellipſibus, Axes majores nominentur A, a, Tempora Periodica T, t, erit $T^2 : t^2 :: A^3 : a^3$ & $T : t :: A^{\frac{3}{2}} : a^{\frac{3}{2}}$.

Hinc ſequitur in diverſis Ellipſibus, Areas ſimul, vel æqualibus temporibus deſcriptas eſſe, in ſubduplicata ratione Laterum Rectorum Ellipſium: quod ſic oſtendo. Notum eſt ex natura Ellipſeos quod ejus Area tota ſit ut rectangulum ſub Axibus. Hoc eſt, ſi Ellipſeos majoris Axes dicantur A & M, minoris a & m; erit Area Ellipſeos majoris ad Aream minoris ut $A \times M$ ad $a \times m$; adeoque cum de Arearum ratione agatur, hæc rectangula loco Arearum poni poſſunt. In majore Ellipſi dicatur Area in aliquo tempore deſcripta X, in minore Area eodem tempore deſcripta vocetur x, & tempus quo deſcribuntur Areæ vocetur y. Ellipſium Latera Recta ſint L & l. Tempora Periodica T. t. Ex ſupra explicata Theoria eſt,

Areæ Ellipticæ à diverſis Planetis eodem tempore deſcriptæ ſunt ut in ſubduplicata ratione Laterum Rectorum Ellipſium.

$$X : A \times M :: y : T. \text{ item}$$
$$a \times m : x :: t : y \text{ unde ex æquo}$$
$$X \times a \times m : x \times A \times M :: t : T :: a^{\frac{3}{2}} : A^{\frac{3}{2}}.$$

ſed quoniam eſt Axis minor media proportionalis inter Axem majorem & Latus rectum erit $M = A^{\frac{1}{2}} \times L^{\frac{1}{2}}$ & $m = a^{\frac{1}{2}} \times l^{\frac{1}{2}}$ unde $X \times a^{\frac{3}{2}} \times l^{\frac{1}{2}} : x \times A^{\frac{3}{2}} \times L^{\frac{1}{2}} :: a^{\frac{3}{2}} : A^{\frac{3}{2}}$, quare $X \times l^{\frac{1}{2}} = x \times L^{\frac{1}{2}}$ & $X : x :: L^{\frac{1}{2}} : l^{\frac{1}{2}}$ ſunt itaque in diverſis figuris, Areæ ſimul deſcriptæ in ſubduplicata ratione Laterum Rectorum. Q. E. D.

Cum itaque Lex ſecundum quam Planetarum motus reguntur, ſit æquabilis arearum deſcriptio, neceſſe eſt, ut non uniformi, ſed inæquali celeritate Planetæ in orbitis ferantur, & à Perihelio ad Aphelium tendentes, remiſſiore gradu continuo incedant, ab Aphelio autem ad Perihelion deſcendentes, gradum accelerent, & in Apheliis tardiſſime, in Periheliis celerrime moveantur. Et velocitas erit ubique reciproce, ut perpendicularis à centro Solis demiſſa in rectam quæ per Planetam tranſit & orbitam tangit. Sit D A F

TAB. 36. *fig.* 7.

El-

Ellipſis, cujus focus S; & ſint arcus AB, ab æqualibus temporibus quam minimis deſcripti; erunt triangula SAB Sab æqualia, ſunt enim Areæ quas Radius vector æqualibus temporibus deſcribit. Ex foco S in tangentes AP; ap demittantur perpendiculares SP, Sp; & erit triangulum SAB æquale $\frac{1}{2}SP \times AB$, ſicut triangulum Sab æquale $\frac{1}{2}Sp \times ab$. Adeoque erit $SP : Sp :: ab : AB$; ſed ab, AB cum ſint lineæ æqualibus temporibus deſcriptæ, ſunt ut velocitates. Quare erit velocitas in a ad velocitatem in A ut perpendiculum SP ad Sp perpendiculum.

Sequentia duo de Planetarum motibus invenit Theoremata Cl. Geometra *Abrahamus De Moivre.*

THEOREMA I.

TAB. 37. *fig.* 1. Sit APB orbita Elliptica, in qua movetur Planeta circa Solem in foco S locatum. Sit C centrum Ellipſeos, CB ſemiaxis major, CD ſemiaxis minor; F alter focus, & ſit Planeta in P; ductis rectis SP FP, erit velocitas Planetæ in P ad velocitatem in diſtantia ejus media SD, in ſubduplicata ratione diſtantiæ ejus FP ab altero Ellipſeos foco F, ad ejuſdem diſtantiam à Sole SP. Recta EPG tangat Ellipſim in P, & à focis in tangentem demittantur perpendiculares SE FG; & DH tangat orbitam in D in quam cadat perpendicularis ex S recta SH.

Per Corol. Prop. primæ *Princip. Newtoni.* Eſt velocitas in P ad velocitatem in D, ut SH ſeu CD ad SE. Adeoque quadratum velocitatis in P, erit ad quadratum velocitatis in D, ut CDq: ad SEq hoc eſt, ex Ellipſeos natura, ob $CDq = SE \times FG$ ut $SE \times FG$, ad SEq; ſeu ut FG ad SE: ſed ob æquiangula triangula SPE FPG, eſt ut FG ad SE, ita FP ad SP. Quare quadratum velocitatis in P, eſt ad quadratum velocitatis in D, ut FP ad SP. Adeoque velocitas in P eſt ad velocitatem in D ut $\sqrt{FP}$ ad $\sqrt{SP}$. Q. E. D.

THEOREMA 2.

Iiſdem poſitis Radius eſt ad ſinum anguli SPE ut $\sqrt{SP \times FP}$ ad CD.

Nam eſt $SPq : SP \times FP :: SP : FP :: SE : FG :: SEq : SE \times FG$

SE × FG : : SEq : CDq unde permutando SPq : SEq : : SP × FP : CDq : adeoque SP : SE : : $\sqrt{SP \times FP}$: CD : ſed ut SP ad SE, ita Radius ad ſinum anguli SPE. Adeoque ut Radius ad ſinum anguli SPE, ita $\sqrt{SP \times FP}$ ad CD. Q. E. D.

Velocitas Planetæ angularis, ſeu angulus, quem ad Solem dato tempore minimo deſcribit Planeta, eſt ubique reciproce in duplicata ratione ejus diſtantiæ à Sole; ſeu reciproce ut Quadratum diſtantiæ: ſint AB *ab* arcus Elliptici TAB. 36. æqualibus temporibus percurſi. Centro S, intervallis SB, *sb*, *fig.* 7. deſcribantur arcus minimi BE, *be*, in *sb* capiatur *sm* æqualis *sb* & deſcribatur arcus *mn*. Et erit velocitas angularis in *b* ad velocitatem angularem in B, ut arcus *be* ad arcum *mn*. Sed ratio *be* ad *mn* componitur ex ratione *be* ad BE, & BE ad *mn*; & quoniam triangula BSA, *bsa* ſunt æqualia, erit *be* ad BE, ut SB ad *sb*. Eſt vero BE ad *mn* (quia ſunt arcus ſimiles) ut SB ad *sm*, ſeu ut SB ad *sb*. Quare erit velocitas angularis in *b* ad velocitatem angularem in B, in ratione compoſita SB ad *sb* & SB ad *sb*, hoc eſt, ut quadratum SB ad quadratum *sb*.

Sed ut inæquales Planetæ motus, variaque velocitatis incrementa & decrementa manifeſtius vobis exponantur; convenit Planetæ motum in diverſis orbitæ ſuæ locis cum motu æquabili corporis in circulo lati comparare. Sit itaque Planetæ orbita AEBF, cujus focus in quo Sol S, Axis TAB 37. major AB, minor OQ. Centro S intervallo SE, quod ſit *fig.* 2. medium proportionale inter AK, & OK, ſcil. inter ſemiaxem majorem & minorem, deſcribatur circulus CEGF; hujus circuli Area erit æqualis Areæ Ellipſeos, uti facile eſt ex Conicis demonſtrare. Ponamus punctum aliquod peripheriam CEGF æquabiliter percurrere, eodem tempore quo Planeta in Ellipſi periodum ſuam abſolvit, cumque Planeta in Aphelio A exiſtit, punctum æquabiliter incedens ſit in lineæ Apſidum puncto C, hoc punctum motu ſuo, Motum Planetæ medium ſeu æquabilem exponet; & deſcribet circa S ſectores circulares temporibus proportionales, & æquales Areis Ellipticis à Planeta eodem tempore deſcriptis.

 Sit

Sit jam motus æquabilis, ſeu angulus circa S deſcriptus tempori proportionalis CSM, capiatur Area ASP æqualis ſectori CSM, & locus Planetæ in propria orbita erit P, angulusque MSD differentia inter motum Planetæ verum & medium erit Æquatio ſeu Proſthaphæreſis, & Area ACDP erit æqualis ſectori DSM; eſt itaque Area ACDP Proſthaphæreſi ſeu Æquationi proportionalis. Adeoque ubi hæc Area eſt maxima, ibi æquatio erit maxima, ſed Area illa eſt maxima in puncto E, ubi circulus & Ellipſis ſe mutuo ſecant, nam ulterius deſcendente Planeta ad R, Æquatio fit proportionalis differentiæ Arearum ACE & *m*ER; ſeu Areæ GBR*m*; ſit enim V locus puncti peripheriam circularem æquabiliter deſcribentis, & erit ſector CSV æqualis Areæ Ellipticæ ASR, unde ablatis ſpatiis communibus, erit Area ACE demptâ Areâ RE*m* æqualis ſectori VS*m*, ſeu Æquationi. In Perihelio B coincidit motus æquabilis cum motu vero, nam eſt ſemicirculus CEG æqualis ſemi-ellipſi AEB.

Ubi Æquationes ſeu Proſthaphæreſes ſunt maximæ.

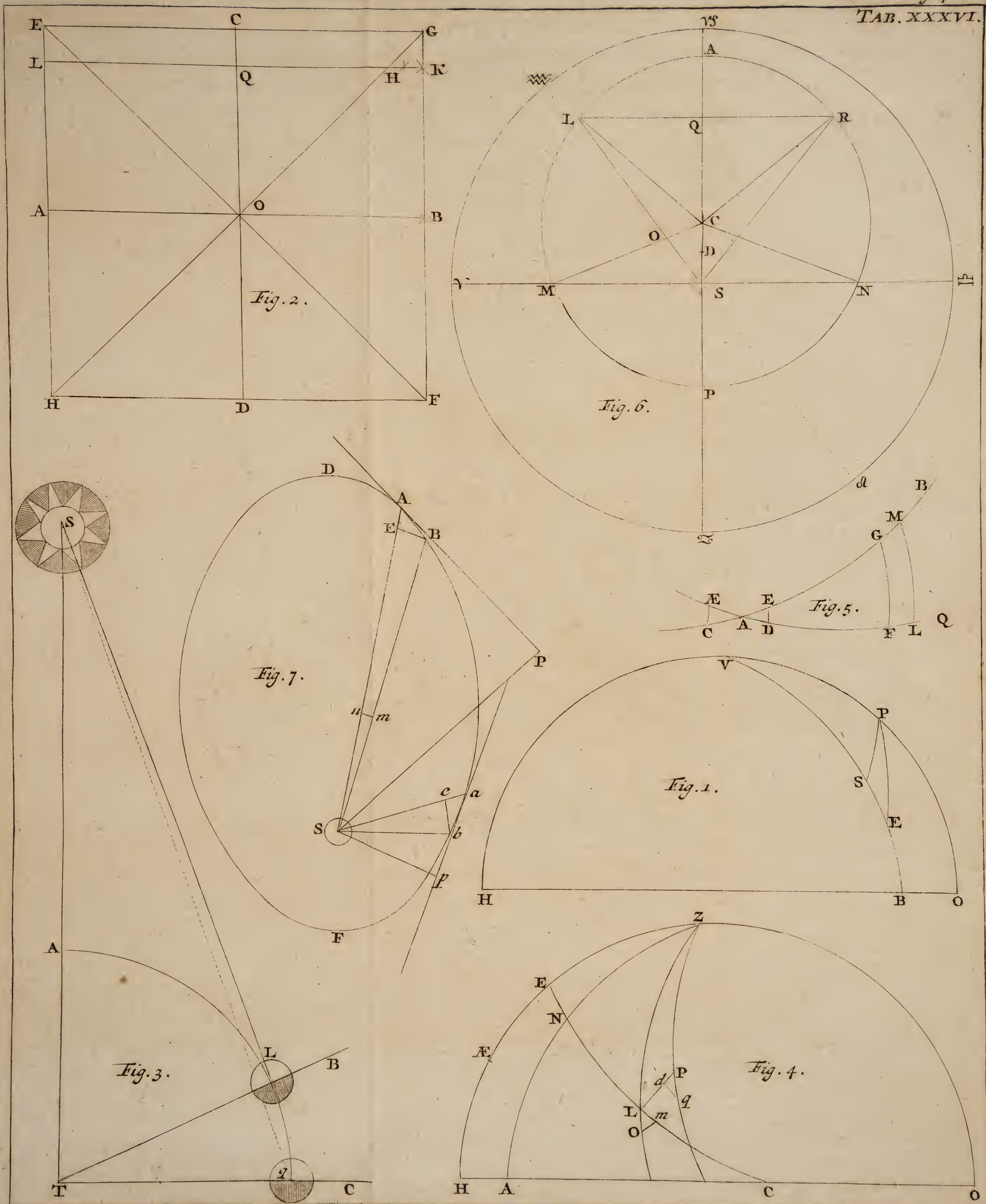
Poſt deceſſum Planetæ à Perihelio B, ejus motus motum medium ſemper antecedet; ſit enim angulus GSZ tempori proportionalis. Capienda eſt Area BSY æqualis ſectori GSZ, & erit Y locus Planetæ in ſua orbita; unde angulus BSY major erit angulo GSZ, & Area GBYL æqualis erit ſectori ZSL, qui Æquationem deſignat, & ubi Area GBYL fit maxima, ibi æquatio erit maxima, ſcil. in puncto F, ubi circulus & Ellipſis ſe mutuo ſecant. In A velocitas Planetæ eſt omnium minima, ob diſtantiam SA omnium maximam, deinde continuo creſcit Planetæ velocitas, manet tamen velocitate media minor, uſque dum ad E interſectionem circuli & Ellipſeos pervenit Planeta, ubi ejus velocitas angularis fit mediæ æqualis, quod ſic oſtendo. Cum Planeta eſt in E, ſit punctum medio motu in circulo incedens in *m*, ſintque Areæ circa S eodem tempore quam minimo deſcriptæ *n*SE, & ſector IS*m*, erunt illæ æquales, unde *h*E × ES æqualis I*m* × S*m*, quare ob S*m*, ES æquales, erit arcus E*h* = arcui I*m*, & angulus *n*SE æqualis angulo IS*m*, ad punctum itaque E eſt velocitas Planetæ angularis æqualis velocitati mediæ. exinde deſcendente Planeta

Ubi velocitas eſt omnium minima.

Ubi Planetæ velocitas ſit velocitati mediæ æqualis.

Ubi velocitas ſit maxima.

TAB. XXXVI.



ta verſus Perihelion, velocitas ſit major mediâ, & continuo creſcit ob continuo diminutam diſtantiam, donec in Perihelio B ſit omnium maxima, ob diſtantiam SB omnium minimam. Ex quo diſcedens planeta, & ad Aphelion aſcendens, punctum medio motu incedens poſt ſe relinquet, ſed ejus velocitas ſemper minuitur, quo longius à Sole recedit, ſemper tamen manet velocitate media major, uſque dum ad interſectionem F pervenit, ubi rurſus velocitas ſit velocitati mediæ æqualis. Deinde ulterius pergendo, continuo decreſcit velocitas, donec Aphelion attingit, ubi ſit omnium minima.

Cum itaque Planeta quilibet in diverſis orbitæ ſuæ punctis, inæquali velocitate feratur, & ſola æqualitas, quæ in ejus circulatione circa Solem obſervatur, in Arearum deſcriptione conſiſtat; nam Area una cum tempore uniformiter augetur. Quo Planetæ locus in propria orbita ad datum tempus determinetur, capienda eſt Area, quæ ſit Tempori proportionalis, quod ut Fiat, neceſſe eſt ut ſolvatur Problema quod ſequitur.

PROBLEMA KEPLERI.

Invenire poſitionem rectæ, quæ per datæ Ellipſeos focum alterutrum tranſiens, abſcindat Aream motu ſuo deſcriptam, quæ ſit ad Aream totius Ellipſeos in ratione data.

Sit nempe Ellipſis APB, cujus focus alteruter S, invenienda eſt poſitio rectæ SP, quæ abſcindat aream trilineam ASP, ad quam Area totius Ellipſeos eam habeat rationem, quam habet tempus Periodicum Planetæ Ellipſim deſcribentis, ad aliud tempus datum; qua poſitione inventa, dabitur punctum P, quod Planeta ad tempus illud datum occupat. Vel ſit AQB ſemicirculus ſuper Ellipſeos Axem majorem deſcriptus, ducenda eſt per S recta SQ abſcindens Aream ASQ, ad quam Area totius circuli eſt in eadem ratione. Nam per hanc circuli ſectionem, ſectio Ellipſeos quæſita facile invenitur, demittendo à puncto Q in Ellipſeos axem perpendicularem QH, Ellipſi occurrentem in P, & ducta SP, erit illa recta quæſita, & P locus Planetæ. Eſt enim ſemiſegmentum Ellipticum APH ad ſemiſegmentum TAB. 37. fig. 3.

circulare AQH, ut HP ad HQ, hoc eſt, ut Area totius Ellipſeos ad Aream totius circuli, uti conſtat ex natura Ellipſeos: ſed eſt triangulum SPH ad triangulum SQH, in eadem ratione, *per* 1 *El. 6ti.* Adeoque *per* 12. *El. 5ti.* erit Area Elliptica ASP ad Aream circularem ASQ, ut Area totius Ellipſeos ad Aream totius circuli; & alternando, Area Elliptica ASP eſt ad ejus Aream totam, ut Area circularis ASQ ad totum circulum. Adeoque ſi habeatur methodus ducendi rectam per S, quæ ſecet Aream circuli in data ratione, facile erit in hac ipſa ratione ſecare Aream Ellipticam.

Ipſi Keplero, qui primus problema propoſuit, nulla innotuit methodus directa computandi locum Planetæ ex dato tempore: ille enim expreſſe dicit, nullam eſſe viam directam, ex dato tempore, inveniendi locum Planetæ ſeu Anomaliam ejus veram. Ideo illi neceſſe fuit, per ſingulos ſemicirculi AQB gradus progrediendo, ex dato arcu AQ, quam Anomaliam excentri vocat, tam tempus per Aream ASQ, quæ Anomaliæ mediæ eſt proportionalis, quam Angulum ASP, hoc eſt locum Planetæ ſeu Anomaliam veram, & coæquatam tempori reſpondentem calculo eruere, & quoniam Geometrice non potuit Keplerus problema ſolvere; illi ἀγεωμετρησίαν objiciebant Aſtronomi, & eum, quaſi cauſis Phyſicis nimium indulgentem, à Geometria in diverſum abiiſſe cenſebant, ejuſque Aſtronomiam ex hac Theoria pendentem, tanquam minus Geometricam, labefactabant; & ut vitium hoc effugerent, ad alias tranſiverunt Hypotheſes; fingendo punctum aliquod circa quod motus foret æquabilis, ſeu anguli deſcripti temporibus eſſent proportionales, & exinde data Anomalia media coæquatam ſeu veram determinabant. Sed computus his Hypotheſibus innixus, obſervationibus non congruere deprehenſus eſt. Nullum enim eſt revera punctum fixum, quod eſt centrum motus æquabilis, circa quod ſcil. Planetæ, radiis ad illud ductis, deſcribant angulos temporibus proportionales. Solaque Theoria, quæ Planetarum motibus adamuſſim congruit, eſt ſupra explicata Kepleriana. Omnes itaque Aſtronomi

nomi in æternum laudabunt hoc Kepleri Inventum, ejuſque cum cælo conſenſum; præſertim cum elegantem motuum è cauſis ſuis demonſtrationem nobis patefacit: illud ſane Keplerus tanti fecit, (non improbantibus æquioribus arbitris) ut methodum calculi indirectam ſectari maluit; quam aliam Hypotheſim à Natura minus probatam comminiſci.

Quo itaque ἀγεωμετρησίας labem ex Aſtronomia deleamus, methodum Geometricam hic oſtendemus, qua Ellipſeos ſeu (quod illi æquipollet) circuli Area in data ratione ſecanda ſit.

Sit AQB Semicirculus ſuper Ellipſeos Axem majorem deſcriptus, cujus centrum C, Ellipſeos focus in quo Sol locatur ſit S, per locum Planetæ intelligatur duci ad Axem perpendicularis recta QH circulo occurrens in Q; erit Area ASQ ad Aream totius circuli, ut tempus datum ad tempus Periodicum Planetæ; ducatur CQ, in quam productam, ſi opus ſit, cadat perpendicularis SF; eſt Area ASQ æqualis ſectori ACQ una cum triangulo $CSQ = \frac{1}{2} CQ \times AQ + \frac{1}{2} CQ \times SF$, adeoque ob datam $\frac{1}{2} CQ$, erit Area ASQ ſemper proportionalis Arcui $AQ +$ recta SF, cum ſcil. motus ſit ab Aphelio verſus Perihelion; at cum à Perihelio ad Aphelion tendit Planeta, fit Area BSq æqualis ſectori BCq — Triangulo CSq, adeoque erit illa proportionalis arcui $BQ -$ recta Sf. Hinc, ſi capiatur arcus AN vel Bn tempori proportionalis, erit $AQ + SF = AN$ vel $BQ - Sf = Bn$, quare erit $SF = QN$ vel $Sf = qn$. TAB. 37. *fig.* 4.

Hinc patet, ſi habeatur arcus AQ, & ei addatur arcus NQ qui ſit æqualis rectæ SF, erit arcus AN tempori proportionalis, ſeu Planetæ Anomaliæ mediæ æqualis. Adeoque ex data Planetæ Anomalia vera, facile innoteſcit ei congrua Anomalia media, ſeu tempus. Fiat enim ut QC ad SC ita 57,29578, qui arcus radio eſt æqualis, ad quartum, & dabitur Arcus æqualis SC in gradibus gradûſque partibus decimalibus. Dicatur hic arcus B. Et quoniam eſt SC ad SF, ut Radius ad ſinum anguli SCF vel ACQ. Fiat ut Radius ad ſinum arcus AQ, ita arcus B ad

 quar-

quartum; & dabitur in gradibus & partibus decimalibus, arcus in peripheria AQB, qui æqualis eſt rectæ SF; cumque SF ſit æqualis QN, dabitur arcus QN, & proinde AN tempori proportionalis.

Hoc exemplis in orbita Martis declarare liceat. Hujus Planetæ Excentricitas eſt ad diſtantiam mediam, ſeu ſemiaxim Ellipſeos, ut 14100 ad 152369: adeoque Logarithmus arcus B, qui æqualis eſt SC eſt 0. 7244446. Si itaque quæratur Anomalia media, cum Anomalia Excentri eſt unius Gradus; addatur ſinus Log. unius gradus qui eſt 8. 2418553 ad Log. arcus B, fiet ſumma 8. 9662999 qui eſt Logarhythmus numeri 0. 092533, & exprimit valorem arcus QN in partibus gradûs decimalibus. Eſt itaque arcus AN tempori proportionalis 1, 092533 ſeu 1° 5′ 33″. Similiter ſi Anomalia Excentri ſit 30 gr. ad ejus ſinum Log. addatur conſtans Log. arcus B, & ſumma erit 0. 4234146 Log. numeri 2, 651. Adeoque Anomalia media AN Anomaliæ Excentri 30 grad. reſpondens erit 32, 651, ſeu 32 gr. 39′. 3″. Hæc methodus expeditior multo, & facilior eſt illâ, quam tradit Keplerus, ubi methodo indirecta, & per poſitionem *Regulæ Falſæ*, docet pervenire ex Anomalia media ad veram.

Deveniamus jam ad methodum promiſſam directe eliciendi Anomaliam coæquatam ſeu veram ex media. Sit in figura Arcus AN Anomalia media, ſeu tempori proportionalis, ſitque AQ Anomalia Excentri invenienda. Arcus NQ, dicatur, y, & ſinus arcus AN vocetur e, & coſinus f; Excentricitas SC ſit g. Eſt ſinus arcus AQ æqualis ſinui arcus AN − NQ = ſin. AN − y; ſed à nobis oſtenſum eſt in Elementis Trigonometricis, quod ſi ſinus arcus AN ſit e, ſinus arcus AN − y, ſeu arcus AQ erit $e - \frac{fy}{1.} - \frac{ey^2}{1.2.} + \frac{fy^3}{1.2.3.} + \frac{ey^4}{1.2.3.4.}$ &c.

Sed eſt radius qui eſt 1 ad ſinum arcus AQ, ut SC vel g ad SF vel NQ hoc eſt y. Adeoque erit SF æqualis $ge - \frac{gfy}{1.} - \frac{gey^2}{1.2.} + \frac{gfy^3}{1.2.3.} + \frac{gey^4}{1.2.3.4.}$ &c. At eſt SF æqualis arcui NQ ſeu y, ut oſtenſum eſt: qua-

quare ad hanc diventum eſt æquationem: $y = ge - \frac{gfy}{1} - \frac{gey^2}{1.2} + \frac{gfy^3}{1.2.3} + \frac{gey^4}{1.2.3.4}$ &c. proinde $ge = y + \frac{gfy}{1} + \frac{gey^2}{1.2} - \frac{gfy^3}{1.2.3} - \frac{gey^4}{1.2.3.4}$ &c. ge vocetur z, & $1 + gf$ dicatur a, item $\frac{ge}{1.2}$ ſit b, $\frac{gf}{1.2.3} = c$ item $\frac{ge}{1.2.3.4} = d$, & Æquatio induet hanc formam. $z = ay + by^2 - cy^3 - dy^4$ &c. Unde per methodum Reverſionum ſerierum à Domino *Newtono* traditam, fiet $y = \frac{z}{a} - \frac{bz^2}{a^3} + \frac{2b^2 + ac}{a^5} \times z^3 - \frac{5abc - 5b^3 + a^2 d}{a^7} \times z^4$. Et quoniam eſt $b = \frac{ge}{2} = \frac{z}{2}$ & $d = \frac{z}{1.2.3.4.}$ fiet $y = \frac{z}{a} - \frac{z^3}{2a^3} + \frac{cz^3}{a^4} - \frac{5cz^5}{2a^5}$ &c. Si arcus AN ſuperet 90, grad. & minor ſit 270, erit ge ſeu $z = y - gfy + \frac{gey^2}{2.} + \frac{gfy^3}{2.3} - \frac{gey^4}{2.3.4}$: unde fiet $a = 1 - gf$; & erit $y = \frac{z}{a} - \frac{z^3}{2a^3} - \frac{cz^3}{a^4}$

Series ſupra poſita exprimit quantitatem arcus QN, in partibus qualium Radius eſt 1,000000. At ut in gradibus graduſque partibus habeatur, fiat ut Radius ad hancce ſeriem ita 57, 29578, qui eſt arcus Radio æqualis, ad quartum, hoc eſt (cum Radius ſit unitas) multiplicetur ſeries prædicta per numerum 57. 29578 quem vocemus R unde prodit arcus quæſitus y in gradibus, graduſque partibus $= \frac{Rz}{a} - \frac{Rz^3}{2a^3} + \frac{Rcz^3}{a^4}$ &c.

Hujus ſeriei terminus primus $\frac{Rz}{a}$ ſufficit ad determinandam Anomaliam Excentri in omnibus fere Planetis, nam in Marte error plerumque non ſuperat gradus partem ducenteſimam. In Tellure gradûs parte decies milleſima minor eſt, ſed Exemplis rem declarare liceat.

In orbita Telluris, Excentricitas eſt 0. 01691, poſita diſtantia media ſeu CQ = 1. Invenienda eſt Anomalia Excentri, & coæquata cum media eſt 30. gr.

Log.

Log. Excentricitatis	8. 2281436 = Log. g
Log. ſin. gr. 30.	9. 6989700
Log. R	1. 7581226
Log. Rz.	9. 6852362
Log. a Subtr.	0. 0063137
Log. arcus y ſive NQ	9. 6789225

cui reſpondet numerus 0. 47744 ſeu in ſexageſimalibus numeris 28′. 38″: reliqui termini minores ſunt gradus parte decies milleſima, adeoque negligi poſſunt. Si itaque à Gradibus 30 ſubtrahatur 28′. 38″, relinquetur Arcus AQ 29°: 31′: 22″. Et in triangulo QCS, dantur latera QC CS cum angulo SCQ, unde dabitur angulus QSC, Analogia eſt ut QC + CS ſeu AS ad CQ — CS ſeu PS, ita Tangens ſemiſſis ſummæ angulorum CSQ & CQS ad Tangentem ſemiſſis differentiæ eorundem, unde ſi à Tangente Log. ſemiſſis Anguli ACQ auferatur conſtans Logarhythmus 0. 0146893, dabitur Tangens ſemiſſis differentiæ angulorum CQS & CSQ, qui in præſenti exemplo erit 14°: 17′: 26″ hæc ad ſemiſummam addita, dat angulum ASQ 29° 3′: 7″, ſed ut inveniatur angulus ASP, diminuenda eſt Tangens anguli ASQ in ratione Axis minoris Ellipſeos ad majorem, ab hujus itaque Tangente Log. auferatur Logarhythmus conſtans 0. 0000 622. qui eſt Logarhythmus Rationis Axis majoris ad minorem, & reſtabit Tangens Log. anguli ASP 29°: 2′: 54″ qui eſt Anomalia coæquata.

In orbita Martis, Excentricitas eſt partium 14100, qualium diſtantia media eſt 152369. Adeoque Logarithmus Rationis SC ad CQ erit 8. 9663226 = Log. g. Quæratur primo in Marte, Anomalia Excentri, cum Anomalia media eſt unius gradûs.

Log. Excentricitatis	8. 9663226
Log. Sin. 1 gr.	8. 2418453
Log. R.	1. 7581220
Log. Rz	8. 9662899
Log. a ſubſtr.	0. 0384299
Log. $\frac{Rz}{a}$	8. 9278600

cui

cui Logarithmo reſpondens numerus. 0. 08497, exhibet magnitudinem arcus NQ, & error minor eſt gradus parte tricies milleſimâ.

2do. Quæratur Anomalia Excentri, cum media eſt grad. 45.

Log. Excentricitatis	8. 9663226
Log. ſin. 45. gr.	9. 8494850
Log. R	1. 7581220
Log. Rz.	0. 5739296
Log. a ſubſtr.	0. 0275249
Log. $\frac{Rz}{a}$	0. 5464047

cui reſpondet numerus 3. 5189, qui verum ſuperat centeſima & quinquageſima circiter gradûs parte, & ut corrigatur error, capiatur terminus ſeriei ſecundus $\frac{\overline{-Ra+2Rc}\times z^3}{2a^4}$ qui invenitur 0. 0065, & à primo auferatur & reſtabit 3. 5124 qui exprimit arcum NQ verum ad partes gradus centies milleſimas.

3tio. Quæratur Anomalia Excentri, cum media eſt grad. 100, in hoc caſu eſt $a = 1 - gf = 0.983930$.

Log. g.	8. 9663226
Log. ſin. gr. 100. ſeu gr. 80	9. 9933515
Log. R	1. 7581220
Log. Rz	0. 7177961
Log. a ſubſtr.	9. 9929598
Log. $\frac{Rz}{a}$	0. 7248363

Huic Logarithmo reſpondet numerus 5. 3068, qui quinquageſima circiter gradus parte verum ſuperat, quo itaque corrigatur error, duplicetur Log. $\frac{z}{a}$, & producto addatur Log. $\frac{Rz}{a}$. & habebitur Logarithmus $\frac{Rz^3}{a^3}$ cui reſpondens numerus eſt 0. 04552, ejuſque ſemiſſis eſt 0. 02276 æqualis $\frac{Rz^3}{2a^3}$. Hic numerus à numero 5. 3068 auferendus eſt; &

habebitur 5. 2841 pro quantitate arcus NQ. Et proinde Arcus AQ Anomalia Excentri erit 94. 7159, qui non decies milleſima gradus parte à vero AQ diſcrepat. Notandum quamvis ſecundus ſeriei terminus ſit $\frac{\overline{-Ra+2Rc} \times z^3}{2a^4}$ ejus tamen pars $\frac{-Rcz^3}{a^4}$ ſufficit, ut habeatur AQ arcus Anomaliæ excentri verus ad gradus partes decies milleſimas.

Obtento arcu AQ, ſeu angulo ACQ invenitur angulus ASQ reſolutione Trianguli QCS in quo dantur latera CQ CS cum angulo interjecto QCS, unde invenietur angulus QSA. Hujus anguli Tangens Logarithmica eſt capienda & ab ea demendus eſt Logarithmica Rationis Axis majoris ad mi-
TAB. 37. fig. 3. norem, & reſtabit tandem Tangens Log. anguli ASP qui eſt Anomalia æquata ſeu vera.

LECTIO XXV.

De Problematis Kepleri Solutione Newtoniana *&* Wardi *Hypotheſi Elliptica.*

Methodus noſtra in ſuperiore Lectione explicata, & ea Domini *Newtoni* in Principiis Philoſophiæ Mathematicæ *pag.* 101. tradita, eidem innituntur fundamento,
TAB. 37. fig. 3. Quod ſcil. recta SF Longitudine æqualis eſt arcui QN. *Newtoni* autem methodus fere ſimilis eſt ei, qua ex æquationibus affectis radicem extrahunt Analyſtæ, & quidem tanto magis eſt æſtimanda, quod non ſolum exhibet Planetarum Loca, quorum orbitæ ad circuli formam proximæ accedunt, ſed eadem fere facilitate inſervit etiam Cometis, qui in orbitis maxime excentricis moventur; quod etiam per noſtram methodum obtineri poteſt, ſi modo loco arcus AN capiatur alius arcus ad arcum AQ propius accedens, qui dicatur A & poſito ſinu arcus $A = e$ quæratur ſinus arcus $A + y$ & fiat $z = ge + A - AN$.

Methodum autem *Newtoni* cum maxime expedita ſit, hic explicare liceat, in gratiam Artificum, qui Tabulas Aſtronomicas ſecundum veras motuum cœleſtium leges, & non

non ex fictis Hypotheſibus condere volunt.

Hactenus oſtenſum fuit, quod ſi arcus AQ ſit Anomalia Excentri, hunc arcum una cum recta SF ex Sole in radium QC normaliter incidente, eſſe tempori proportionalem; cum Planeta tendit ab Aphelio ad Perihelion, vel arcum BQ dempta recta SF, eſſe tempori proportionalem, cum à Perihelio ad Aphelion aſcendit, adeoque ſi capiatur Arcus AN vel BN tempori proportionalis, erit arcus QN æqualis SF rectæ; ut igitur inveniatur, in gradibus & partibus gradus decimalibus, menſura arcus in Peripheria AQB, qui æqualis ſit rectæ SF, fiat ut CQ ad CS, ita arcus grad. 57. 29578 qui æqualis eſt radio, ad quartum, hic numerus exprimet magnitudinem arcus in Peripheria AQB, qui æqualis eſt SC. Arcus hujus Logarithmus dicatur B. Quoniam eſt CS ad SF, ut Radius ad ſinum anguli ACQ; fiat ut Radius ad hunc ſinum, ita arcus cujus Logarithmus eſt B, ad alium D; erit arcus ille D æqualis rectæ SF. Adeoque ſi ad datum tempus, Area ASQ & arcus AN eſſent tempori proportionales, & capiatur NP æqualis D, punctum P caderet in Q. Si vero Area ASQ non accurate tempori reſpondeat, punctum P cadet ſupra vel infra Q, prout Area ASQ major ſit vel minor eâ, quæ eſt tempori proportionalis. Sit ea ASq, & in Cq cadat perpendicularis SE, erit per hactenus demonſtrata, $SE = Nq$, unde $SE - SF$ vel $SF - SE$, hoc eſt fere $LE = qP = QP - Qq$ vel $= Qq - QP$. Quod ſi angulus QCq ſit parvus, erit $CE : Cq :: LE : Qq :: QP - Qq : Qq$; unde $CE + Cq : Cq :: QP : Qq$. Et ſimiliter, cum arcus BQ eſt quadrante minor, erit $CQ - CE : CQ :: QP : Qq$. Cum Planeta prope Aphelion vel Perihelion verſatur, fit CE fere $= CS$ & $CQ + CE = AS$. unde $QP : Qq :: AS : CA$, cum arcus AQ eſt quadrante minor; at cum Arcus Bq eſt Quadrante minor, erit $SB : CB :: QP : Qq$. Fiat ut CS ad CQ, ita Radius R ad Longitudinem quandam L, & erit $CQ = \frac{CS \times L}{R}$. Eſt autem Radius ad coſinum anguli ACQ ut SC ad CF vel CE, ſunt enim CF CE fere æquales; quare erit $CE = \frac{SC \times \text{coſin } AQ}{R}$, unde habe-

Demonſtratio ſolutionis Newtonianæ.

TAB. 37. fig. 5.

 bitur

bitur $QP : Qq :: \frac{SC \times L + SC \times cof.\ AQ}{R} : \frac{CS \times L}{R} :: L + cof.\ AQ : L$, cum Arcus AQ eſt quadrante minor; at ſi is ſit quadrante major, erit $QP : Qq :: L - cof.\ AQ : L$.

Atque hac ratione ſi capiatur arcus AQ, qui ſit aliquantiſper minor, aut major vero, invenietur exinde arcus Qq, huic addendus vel demendus, qui facit ut Area ASq ſit quam proxime tempori proportionalis; & ſi loco AQ capiatur prius inventus arcus Aq & inſtituatur proceſſus priori ſimilis, invenietur alius Aq, & hic ſimiliter, eundem repetendo proceſſum, dabit novum Aq, atque ſic quantumvis proxime ad veritatem accedere licebit.

Illuſtratur Exemplis in orbita Martis. Tanta autem eſt hujus methodi facilitas, ut ea exemplis potius quam ulteriore explicatione indiget; adeoque liceat eam in motibus Planetæ Martis experiri. In hac orbita, Logarithmus B eſt 0. 7244446, & Longitudo L eſt partium 1080631 qualium Radius eſt 100000.

Exemplum I. Sit primo inveniendus angulus ACQ, cum motus medius ſeu arcus tempori proportionalis ſit unius gradus. Quoniam CS eſt fere pars decima ipſius CA, pono AQ eſſe 0. 9. grad. decima ſcil. parte minorem motu medio. Addatur ſinus Log. 0. 9. ad Log. B, & fit ſumma 8. 9205466 = Log. numeri 0. 083281, hic numerus exprimit arcum æqualem $SF = NP$, & ſi arcus AQ fuiſſet recte aſſumptus, foret $AN - NP = AQ$ & $QP = 0$. At in præſenti caſu, eſt $QP = 0.01671$. A quo ſi auferatur ejus pars decima, cum AS ſuperat AC decima circiter ſui parte, reſtabit $Qq = 0.01504$, qui additus ad AQ, dat Aq 0.91504, qui vix milleſima gradus parte à vero Aq differt.

Exemplum II. Sit 2*do* Arcus AN ſeu motus medius 2 gr. Pono AQ 1.83 prioris AQ fere duplum, & ad ejus ſinum Log. addendo Log. B, fit ſumma 9. 2286992. Log. numeri 0. 16931; unde erit $QP = 0.00069$, à quo ſi ſubſtrahatur ejus pars decima, ſit $Qq = 0.00062$, & Aq 1.83 062 qui non decies milleſima gradus parte à vero Aq diſcrepat.

Exemplum III. 3*tio* Sit Arcus tempori proportionalis gr. 3. Ponatur $AQ = 2,745 = 1,83 + 0.915$, & ad ejus ſinum Log. addendo

do Log. B, habebitur Log. numeri 0. 25392 = NP & AN — NP = 2. 74638. Adeoque Q*q* = 0, 001 fere, & A*q* = 2. 746 ſic unica duorum Logarithmorum additione, invenietur arcus A*q*, qui erit verus ad gradus partes milleſimas.

4to Sit jam, non gradatim, ſed per ſaltum pergendo, inveniendus angulus AC*q*, cum motus medius eſt grad. 45. Pono Arcum AQ eſſe gr. 40. & ad ejus ſinum Log. addendo Log. B. Fit ſumma 0. 5320121 = Log. numeri 3.4081, qui numerus à 45 ablatus relinquit AN — NP = 41. 5919, cujus exceſſus ſupra arcum AQ eſt 1.5919, unde ſi fiat ut L + *coſ.* AQ ad L, ita 1,5919 ad alium, invenietur arcus Q*q* gr. 1, 4865. Adeoque A*q*, 41.4865 qui non multum ſupra milleſimam gradus partem à vera differt. Sed abſque hac proportione, invenire poſſumus A*q* capiendo arcum, qui ſit aliquantulum minor quam AN — NP, eidem tamen fere æqualis, ſcil. ſit AQ 41. 50, & addendo ejus ſinum Log. ad Log. B, habebitur alius NP = 3. 5132, qui ab AN ſubductus dat 41. 4868 pro novo A*q*; & hic arcus minore labore eruitur, & aliquantulum propius ad verum accedit quam prior A*q*. *Exemplum* IV.

5to. Poſt inventum A*q* correſpondentem motui medio 45. gr. rurſus ſi gradatim pergere lubeat, unica duorum Logarithmorum additione habebitur A*q*, ad omnes motûs medii gradus ſubſequentes: nempe cum Anomalia media ſit gr. 46, pono AQ 42, 40, & addendo ejus ſinum Log. ad Log. B, fiet AN — PN = 42.4249, cui ſi æqualis ponatur novus AQ, habebitur A*q* qui ne milleſima gradus parte à vero A*q* differt, ſic cum Anomalia media ſit gr. 47. Pono AQ 43,36 = priori A*q* + incremento iſtius arcus uni gradui motus medii competente, & addendo ejus ſinum Log. ad Log. B. Summa eſt Log. numeri 3.6402 qui ab AN ablatus, relinquit AN — NP = 43.3598 = novo A*q*, & hic arcus gradus parte circiter decies milleſima à vero diſcrepat. *Exemplum* V.

6to. Si omiſſis gradibus intermediis inveniendus eſt arcus A*q* cum Anomalia media eſt gr. 100, Pono AQ gr. 96, & addendo ejus ſinum Log. ad conſtantem B; ſumma ſit Loga- *Exemplum* VI.

garithmus numeri 5.273, unde AN—NP=94.727, Itaque pono ſecundo AQ 94. 72, & per additionem conſtantis Log. B, ad ejus ſinum Log. provenit log. numeri 5.285, qui ab AN ſubductus, dat AN—NP 94,715 = Aq quam proxime. Similiter ſi Anomalia media ſit gr. 101. Pono AQ 95,71, ex quo elicitur NP 5,2756 quo numero ab 101 ſublato, reſtabit AN—NP 95,7244; atque hac ratione data Anomalia media, ſi gradatim fiat proceſſus, habebitur angulus ACQ, per unicam tantum duorum Logarithmorum additionem, quorum, qui conſtans eſt, in charta ſeorſim ſervandus, quo labori ſæpius eundem exſcribendi parcatur.

Exemplum in Cometæ orbita. Tranſeamus jam ad orbitam alterius generis, cujus Excentricitas ad diſtantiam mediam magnam obtinet proportionem; ſit nempe diſtantia Aphelii ad diſtantiam Perihelii ut 70 ad 1; qualis fere fuit iſtius Cometæ orbita, in qua Cometam periodum ſuam complere Annis $75\frac{1}{2}$, primus deprehendit Halleius. In hac orbita, erit AC vel CQ partium 35. 5 & CS 34. 5. Qualium SB eſt una, & conſtans Log. B eſt 1.7457133. Inveniendus eſt arcus Bq, cum motus medius à Perihelio ſit gradus pars centeſima. Pono BQ 0. 35, ad ejus ſinum Log. addatur Log. B. & prodit ſumma Log. numeri, 0, 34013; qui ad arcum AN additus, fit 0, 35013, ſi hic arcus fuiſſet 0, 35; BQ recte eſſet aſſumptus, ſed differentia eſt 0, 00013, unde quoniam CB eſt ad SB ut 35,5 ad 1, multiplicetur differentia, 00013 per 35,5 & prodibit Qq=0.004615, unde prodit arcus Bq=0. 354615 & error tribus partibus decies milleſimis gradus minor eſt. Rurſus, ſit motus medius 0. 02. Ponatur BQ eſſe 0,71, per additionem conſtantis B ad ejus ſinum Log. habebitur Logarith. numeri 0.68998, unde BN+NP=,70998, & eſt differentia 0.00002 quæ ſi per 35. 5 multiplicetur & productus à BQ ſubtrahatur reſtabit Bq=,7092, & error gradus partem decies milleſimam non ſuperabit. Si motus medius ſit 0,3 pono BQ 1. 06; & addendo ejus ſinum Log. ad conſtantem B. Prodit Log. numeri 1.03098, cui ſi addatur BN fit ſumma

ma 1,060088, qui major eſt quam B Q: quare ſi differentia ,00008 multiplicetur per 35.5, & productus ad B Q addatur fiet B q = 1, 06284. Similiter cum motus medius ſit ,04. Pono B Q 1,4 & invenio N P = 1. 3604, ad quem addendo ,04 fit ſumma 1,4004, qui ſuperat 1,4 per ,0004; multiplicetur hæc differentia per 35,5 & productus ,0142 erit æqualis Q q unde B q = 1,4142; In his omnibus errores ſunt admodum exigui, & raro milleſimam gradus partem tranſcurrentes.

Inveniendus ſit jam arcus B q, cum motus medius eſt unius gradus. Pono B Q = 20 gr. & addendo ejus ſin. Log. ad B. Prodit Log. numeri 19. 045, cui addendo 1, ſumma 20, 045 ſuperat 20, & cum in hoc caſu L — *Coſ.* B Q ſit ad L, ut 1 ad 11,5 fere; multiplico differentiam ,045 per 11,5, & productus ,5175 ad B Q additus, dat 20,5175. Pono itaque ſecundo B Q 20,51 & prodibit ſimiliter, ut in præcedente, N P = 19.5092; cui addendo B N, ſumma eſt 20,5092 quæ minor eſt quam B Q; unde ſi differentia, 0008 multiplicetur per 11,5 & productus ,0092 ſubtrahatur a B Q, reſtabit B q = 205,008.

Sit denique motus medius æqualis 2. gr. Pono B Q gr. 30 & invenietur N P 27.84, cui addendo 2, ſumma 29,84. minor eſt quam 30, & ſi multiplicetur differentia ,16 per 6, 3 (Nam eſt L — *Coſ.* B Q ad L ut 1 ad 6. 3) fiet 1,008 = Q q; adeoque hic arcus a B Q ſubductus, dat B q 28,982 ut vero corrigatur B q, aſſumo B Q 29; & ſimili proceſſu prodit B q = 28.9672.

Invento angulo A C Q, angulus A S Q facile habetur, nam in triangulo Q C S, dantur latera Q C, C S, & angulus Q C S, TAB. 37. *fig.* 3. unde innoteſcent angulus A S Q, & latus S Q; deinde fiat ut Axis Ellipſeos major ad minorem, ita Tangens anguli A S Q ad Tangentem anguli A S P, qui eſt Anomalia coæquata; Denique fiat ut ſecans anguli A S Q ad ſecantem anguli A S P, ita S Q ad S P diſtantiam Cometæ à Sole, quæ erat invenienda. Vel ſic forte facilius invenitur angulus A S P, & recta S P, invento arcu A Q datur ejus ſinus Q H, & Coſinus H C; ſed datur S C, in partibus quarum C Q eſt 100000, unde dabi-

bitur HS. Fiat ut major Ellipſeos Axis ad minorem, ita QH ad PH, qui itaque dabitur. In triangulo, PHS rectangulo, dantur latera PH, HS, ex iis innoteſcet angulus PSH Anomalia coæquata, & latus PS diſtantia Cometæ à Sole.

Quoniam in Apheliis & Periheliis coincidunt puncta Q & N, locuſque Planetæ medius idem eſt cum vero. Et in primo Anomaliæ ſemicirculo locus medius præcedit verum, in ſecundo verum ſequitur; ex determinata poſitione lineæ Apſidum in Telluris orbita determinatur tempus quando locus Telluris è Sole viſus & locus medius coincidunt; quando enim Sol apparet in Eclipticæ puncto, ubi eſt Perihelion, tunc Tellus erit in Aphelio, dato autem hoc temporis momento, dabitur inde per Tabulas Aſtronomicas motus Telluris medius, & arcus AN pro alio quovis temporis momento, arcus enim illi ſecundum temporum rationes computantur & in tabulis diſponuntur. Sed dato, pro quolibet momento, arcu AN, oſtenſum eſt qua ratione elicietur angulus ASP Anomalia Telluris vera, & locus Solis in Ecliptica apparens.

Wardi Theoria. Præter Theoriam ſupra explicatam Kepleri, ſecundum quam Planetæ revera motus ſuos temperant; eſt & alia Hypotheſis Elliptica, quam maxime excoluerunt Aſtronomi duo celeberrimi *Iſmael Bulialdus*, & *Sethus Wardus* olim in hac Cathedra Profeſſor & poſtea Epiſcopus Salisburienſis, ex quorum laboribus haud exigua accepit Aſtronomia incrementa, cumque illi non deſit Elegantia & concinnitas Geometrica, maximaque calculi inde pendens facilitas, liceat illam paucis exponere. In hac Hypotheſi cum Keplero ſupponitur, Planetarum orbitas eſſe Ellipſes, in quorum foco communi locatur Sol; præterea ſupponitur quod Planeta unuſquiſque ea lege in Ellipſis propriæ Peripheriâ defertur, ut ex foco ſuperiore ſpectatus æquabiliter incedere videatur; radiiſque ad focum hunc ductis, deſcribat angulos temporibus proportionales. His poſitis, & data ſpecie Ellipſeos quam Planeta deſcribit, Cl. Wardus elegantem oſtendit methodum Geometricam, qua ex data Anomalia media, vera eliciatur, quæ eſt ejuſmodi.

Sit

Sit APB Ellipſis, quam deſcribit Planeta, Linea Apſidum AP, focus in quo Sol reſidet S, F ſuperior focus, qui eſt centrum motus æquabilis. Sit angulus AFL tempori proportionalis, ſeu Anomalia media, erit L locus Planetæ in propria orbita, & angulus ASL Anomalia coæquata ſeu vera. Producatur FL ad E, ut ſit FE æqualis Ellipſeos Axi majori AP, unde cum FL & SL ſimul, ex natura Ellipſeos eidem AP ſint æquales, erit LE æqualis LS, & erit triangulum LSE iſoſceles, unde æquantur anguli E & ESL, & exterior angulus FLS eorum ſummæ æqualis, erit utriuſvis duplus, ſeu duplus anguli LES. Quare in triangulo FES, ex datis EF, FS, & angulo EFS, qui eſt deinceps angulo AFE, dabitur angulus E, cujus duplus æqualis eſt angulo FLS, qui proinde dabitur, ſed angulus AFL æqualis eſt duobus FSL, & FLS, unde FLS eſt Æquatio ſeu Proſthapheręſis quæ ex Anomalia media ſublata, vel eidem addita, dat Anomaliam veram. Q. E. I. *Wardi Methodus.* TAB. 37. *fig.* 6.

In reſolutione trianguli EFS ex datis EF, FS, cum angulo EFS, Analogia eſt $\frac{1}{2}$EF + $\frac{1}{2}$FS : $\frac{1}{2}$EF — $\frac{1}{2}$FS ::, hoc eſt, AS ad SP; ita tangens $\frac{1}{2}$AFE ad Tangentem ſemiſſis differentiæ angulorum E & FSE, ſed ob angulum E æqualem LSE angulo, eſt FSL differentia angulorum E & FSE; quare angulus qui ex analogia prodit duplicatus dabit angulum FSL, Planetæ Anomaliam veram. Praxis autem facillima eſt, nam cum AS & SP ſint conſtantes & datæ quantitates, differentia Logarithmorum data erit; quare datus numerus ad Tangentem ſemiſſis Anomaliæ mediæ addendus eſt, & habebitur Tangens ſemiſſis Anomaliæ veræ. Porro in triangulo LFS, ex datis omnibus angulis una cum latere SF, invenietur LS diſtantia Planetæ à Sole. TAB. 38. *fig.* 1.

Eſt quidem hæc Wardi Hypotheſis ſatis utilis approximatio, ad calculum enim abbreviandum inſervit, eſt tamen non niſi approximatio, & veritatem non accurate attingit; ejus ratio ſic patebit. Sit APB orbita Planetæ, AQB circulus, eidem circumſcriptus. Arcus AQ Anomalia Excentrici, & AN Anomalia media tempori proportionalis. Ad centrum C ducatur NC, & à puncto Q recta QG illi *Hypotheſis Wardi Approximatio eſt tantum. Approximationis ratio.*

parallela, erit angulus QGA æqualis NCA, & tempori proportionalis. Et erit CG fere æqualis CS, ſed illa aliquantulum minor. A foco S in QC cadat perpendicularis SF, erit hæc ut prius oſtenſum fuit, æqualis arcui QN, cujus ſinus eſt æqualis GO; ſed arcus QN cum parvus ſit, ejus ſinus erit fere eidem æqualis, unde GO erit fere æqualis SF, ſed illa aliquantulum minor. Sed triangula rectangula GOC & SFC ſunt æquiangula quam proxime; nam NCQ angulus differentia angulorum NCG & SCF parvus eſt; adeoque ob OG fere æqualem SF ſed illa aliquantulum minorem, erit CG fere æqualis CS, ſed illa aliquantulum minor. Focus igitur alter Ellipſeos ſupra punctum G exiſtet, ſed parum ab illo diſtat. Quod ſi ducatur PL ad QG parallela, Punctum L erit etiam ſupra G, ſed parum ab illo diſtans, unde punctum L & alter Ellipſeos focus coincidunt fere; ſed eſt angulus PLA æqualis NCA Anomaliæ mediæ; adeoque ſi à loco Planetæ in ſua orbita, ducatur linea ad ſuperiorem Ellipſeos focum, illa cum Ellipſeos Axe comprehendet angulum qui erit quam proxime tempori proportionalis.

Ubi anguli NCA & QCA vel SCF parum differunt, hoc eſt, ubi angulus NCQ exiguus eſt, & Excentricitas orbitæ parva, puncta G & L cum ſuperiore foco fere coincidunt. Adeoque hæc Theoria Telluris motui ſatis accurate reſpondet; ejus enim orbita parum à circulo recedit, aliis tamen Planetis, & ſpeciatim Marti, & Mercurio non æque congruit. Itaque Bulialdus ex quatuor locis Martis à Tychone obſervatis, oſtendit in primo & tertio Anomaliæ Quadrante, locum Martis in cælis eſſe promotiorem, quam per hanc Theoriam fieri debet. At in Quadrante ſecundo & quarto, Martis Anomaliam veram minorem eſſe, quam poſtulat hæc Hypotheſis, ejus itaque correctionem ſequentem adhibuit. Diametro AP, axi majoris Ellipſeos, deſcribatur circulus ADP, ſit AFL Anomalia Planetæ media, per L ducatur recta QLG, ad axem perpendicularis circulo occurrens in Q, juncta FQ occurret Ellipſi in Y, erit Y locus Planetæ Anomaliæ mediæ AFL reſpondens. Angulus autem Anomaliæ

Bulialdi correctio hujus Hypotheſis.

TAB. 37. fig. 6.

liæ mediæ correſpondens ſcil. angulus A F Q expedite invenitur, capiendo angulum cujus Tangens ſit ad Tangentem anguli A F L, ut ſemiaxis major Ellipſis ad ſemiaxem minorem. Ex dato autem angulo, A F Q vel A F Y, ſimiliter ut prius ex A F L invenitur Anomalia vera A S Y.

Calculi quos ſupra expoſuimus, ſupponunt orbitarum ſpecies & Excentricitates ſicuti & poſitiones eſſe datas. In reliquis Planetis, rationem qua determinantur orbitæ, poſt hæc docebimus; in Tellure autem, ejus orbitæ ſpeciem & poſitionem ſequentibus methodis inveſtigamus.

Primo obſervetur Solis diameter, & motus apparens; quando enim Terra eſt in Aphelio, Diameter Solis videtur omnium minima; cum Terra ibi maxime à Sole diſtet; in Perihelio, Soli maxime appropinquans Terricola, ejus diametrum maximam conſpiciet. Terræque à Sole diſtantiæ ſunt diametris apparentibus reciproce proportionales; recta quælibet S P exponat diſtantiam Telluris à Sole in Perihelio: fiat ut diameter Solis in Aphelio ad diametrum in Perihelio apparentem; ita P S recta ad S D quæ ſit in S P producta, hæc exponet diſtantiam Aphelii: biſecetur P D in C, erit C S Excentricitas orbitæ & C centrum Ellipſeos. Foco S & axe majore P D deſcribatur Ellipſis, erit illa ejuſdem ſpeciei cum ea, in qua movetur Tellus circa Solem. Eclipticæ autem punctum ubi diameter Solis maxima apparet; & oppoſitum ubi minima, poſitiones Apſidum oſtendent. Sed quoniam diameter Solis tam in Aphelio quam in Perihelio per aliquot dies vix mutari videtur, difficile admodum erit, poſitionem Apſidum per obſervationes Solaris diametri determinare. Ideo ſatius erit Aphelii & Perihelii diſtantias & poſitiones per obſervationes motus Solis elicere. Nam velocitas Telluris angularis, eique æqualis Solis apparens, eſt ſemper reciproce ut Quadratum diſtantiæ ſuæ à Sole, uti ſuperius à nobis demonſtratum fuit.

Orbitæ Telluris ſpecies determinatur.

TAB. 38. fig. 2.

Quo itaque ſpecies Ellipſeos, in qua Tellus movetur, determinetur, obſervanda eſt velocitas Solis apparens maxima & minima in Ecliptica; minima dicatur A & maxima B; & recta quælibet S P exponat diſtantiam Perihelii. Fiat

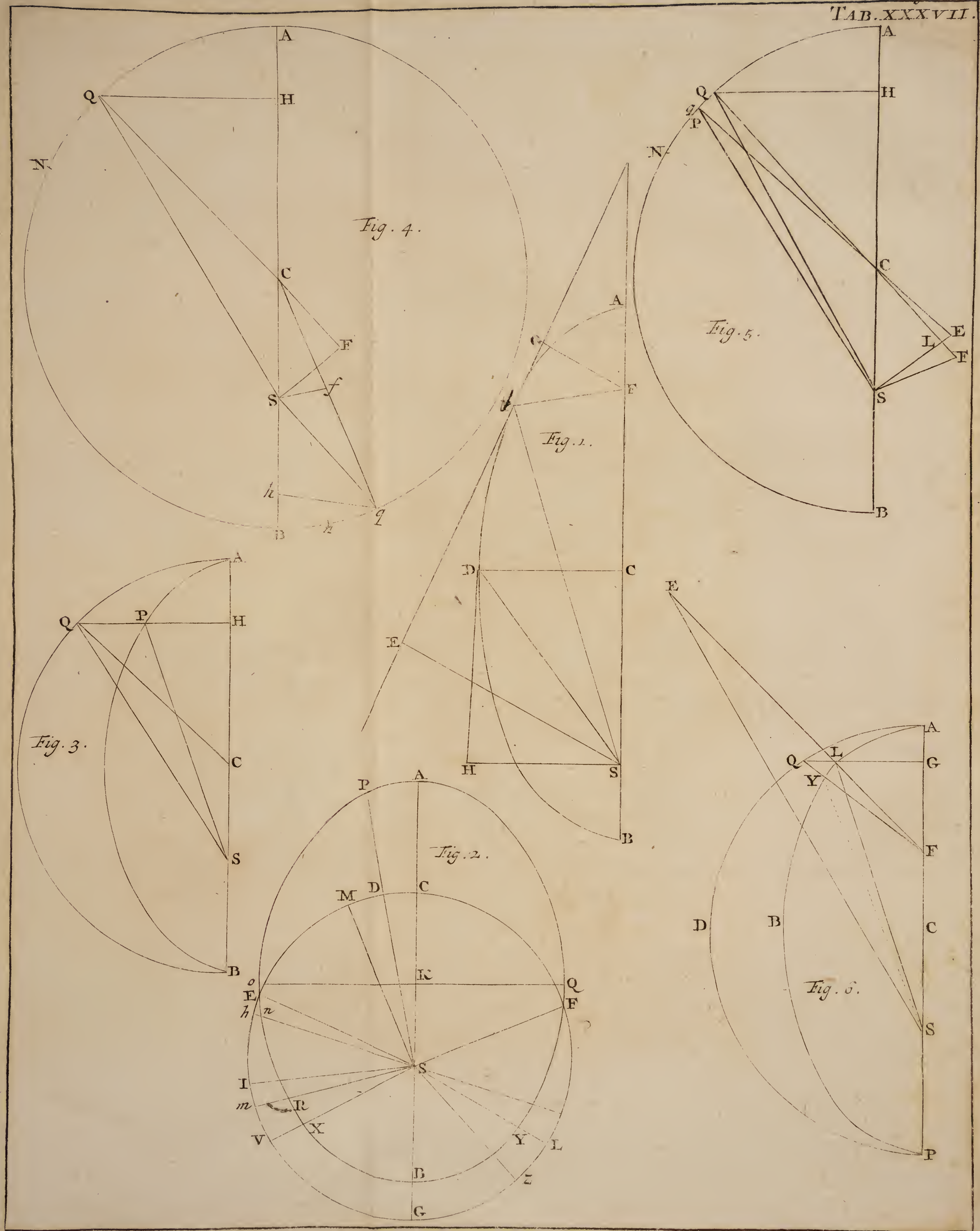
TAB. 38. fig. 3.

ut A ad B ita SP ad aliam C; & producatur SP ad D ut SD ſit media proportionalis inter SP & C. Exponet hæc linea diſtantiam Aphelii, adeoque ſi foco S & axe majore SD deſcribatur Ellipſis, erit illa ejuſdem ſpeciei, cum orbita Telluris. Nam ob PS, SD & C continue proportionales, erit PS quad. : DS quad. :: SP : C :: A : B. Præterea ſi obſerventur Solis loca in Ecliptica ubi ejus velocitas eſt maxima & minima, in iiſdem punctis locantur Apſides. Vel denique ſi obſerventur duo Solis loca in Ecliptica, ubi ejus velocitates ſunt æquales, & biſecetur arcus Eclipticæ interceptus, punctum biſectionis ejuſque oppoſitum loca Apſidum monſtrabunt. Verum hæc methodus poſtulat obſervationes admodum accuratas, quales non facile obtineri poſſunt.

Per Wardi Theoriam optime determinatur orbitæ Telluris ſpecies & Poſitio. TAB. 38. *fig.* 4.

Ex Cl. Wardi Theoria, certior elicitur methodus, qua per tres obſervationes Solis, temporumque intervalla notata, una opera determinari poteſt & orbitæ ſpecies, & Apſidum Poſitio. Sit ABPDC orbita Telluris, focus in quo Sol eſt, ſit S, alter F, Apſides AP, ſintque BCD tria loca Telluris in Ecliptica, quæ dantur ex obſervatis Solis locis iiſdem oppoſitis. Centro F, intervallo FM æquali Ellipſeos Axi majori deſcribatur circulus MHEL, cui occurrunt rectæ FB, FC, FD productæ in punctis G, H, E; ducantur quoque ex foco S rectæ SB, SC, SD, item SG, SH, SE; dantur anguli BSC, BSD, & CSD, eos enim metiuntur arcus Eclipticæ inter loca obſervata intercepti, ſed cum in hac Theoria, Tellus in Perimetro orbitæ ſuæ, ea lege feratur, ut angulos circa alterum focum F deſcribat temporibus quamproxime proportionales, dabuntur anguli BFC, BFD & CFD, capiendo ſingulos ad quatuor rectos, ut tempus inter obſervationes elapſum, ad integrum tempus Periodicum. Porro quoniam duplex anguli FGS, hoc eſt, angulus FBS, eſt differentia angulorum BFA & BSA, hoc enim ſupra oſtenſum fuit; item, duplex anguli FHS, hoc eſt, angulus FCS eſt differentia angulorum CFA & CSA; differentia angulorum BFC & BSC, erit æqualis 2FGS + 2FHS; ſed quia dantur anguli BFC, BSC, dabitur eorum differentia,

qua-


TAB. XXXVII.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 1.
Fig. 3.
Fig. 2.
Fig. 6.

quare dabuntur angulorum FGS & FHS ſumma. Eſt autem angulus FGS differentia angulorum BFA & GSA; & angulus FHS eſt differentia angulorum HFA & HSF; quare anguli FGS & FHS, æquales erunt differentiæ angulorum BFC & GSH: ſed dantur anguli BFC & ſumma angulorum FGS & FHS, quare dabitur angulus GSH; eodem modo, dabitur GSE angulus. Similiter eſt duplex FES differentia angulorum DFA & DSA; item duplex FHS differentia angulorum CFA & CSA; unde 2 ang. FES—2FHS, erunt æquales differentiæ angulorum CFD, CSD; ſed dantur anguli CFD, CSD, unde dabitur ſemiſſis differentia eorundem, ſcil. angulus FES—FHS; ſed angulus FES—FHS, eſt differentia angulorum CFD & HSE; ſed datur angulus CFD, & FES—FHS quoque datur; quare dabitur angulus HSE; dantur itaque omnes anguli ad focum F, ſcil. BFC, BFD, & CFD, dantur etiam omnes anguli ad focum S, ſcil. BSC, BSD, CSD, item GSH, GSE, & HSE; hiſce præmiſſis.

Exponatur SH per numerum quemlibet, *v. gr.* 100000. Producatur ES donec peripheriæ circuli occurrat in L, jungantur HL, LG, & HG; in triangulo HSL, datur angulus HSE complementum anguli noti ESH ad duos rectos, item angulus SLH ſemiſſis anguli EFH, *per* 20. *El.* 3. datur etiam latus HS 100000, quare dabitur SL; unde in triangulo SLG, datur angulus LSG qui eſt deinceps angulo noto ESG & angulus SLG ſemiſſis anguli EFG, *per* 20. *El.* 3. item latus SL, quare dabitur latus SG. In triangulo HSG dantur latera HS, SG, & angulus HSG quare dabitur latus HG, & angulus SHG. In triangulo iſoſcele HFG, datur angulus HFG, & baſis HG, quare invenietur HF æqualis Axi majori Ellipſeos, & angulus GHF, quo ab angulo SHG ablato, dabitur angulus FHS. Denique in triangulo FHS, ex datis FH, HS, & angulo FHS, invenietur SF Excentricitas orbitæ, & angulus HSF; à quo ſi ſubtrahatur HSC angulus æqualis FHS, reſtabit CSF angulus, qui Axis poſitionem & loca Apſidum oſtendet.

Hæc methodus ſupponit angulos ad focum ſuperiorem F de-

deſcriptos eſſe temporibus proportionales, quod verum non eſt, at in Telluris orbita, parum Excentrica, anguli ad focum ſuperiorem revera deſcripti, tam parum differunt ab iis, qui ſunt temporibus proportionales; ut nullus exinde poteſt oriri ſenſibilis error in determinanda ſpecie & poſitione orbitæ.

Vir celeberrimus Edmundus Halley, quem, ob præclara in Aſtronomia inventa, omnis laudabit poſteritas, methodum excogitavit nulli motus Theoriæ aut Hypotheſi innixam, qua ſolummodo per obſervationes, orbitæ Telluris ſpecies atque poſitio determinetur.

TAB. 38. *fig.* 5. Sit S Sol, A B C D orbis Terræ, P Planeta Mars (qui in hanc rem plurimis de cauſis longe eſt præferendus) Primo obſervetur verum tempus & locus, quo Mars opponitur Soli, tunc enim Sol & Terra coincidunt in linea recta cum Marte, vel (quod fere ſemper accidit) ſi habuerit Latitudinem, cum puncto, ubi perpendicularis à Marte in planum Eclipticæ incidit. Sic in figura S A & P puncta ſunt in linea recta; cum autem Martis Periodus conſtat diebus 687, poſt illud tempus ad idem punctum P, è Sole conſpicietur; ubi in priore obſervatione Soli opponebatur. Terra vero cum non revertatur ad A niſi poſt 730 dies, cum Mars eſt denuo in P, punctum B tenebit, Solemque in linea S B, Martem vero in linea P B reſpiciet, ex obſervatis locis Solis & Martis, omnes anguli trianguli B P S dantur, & ſuppoſito P S conſtare partibus 100000; in iiſdem partibus invenietur diſtantia S B, ejuſque poſitio: pari ratione poſt alteram Martis Periodum, Terra exiſtente in C, invenitur Longitudo lineæ S C, ejuſque poſitio, nec diſſimiliter linea S D, & ejus poſitio invenietur. Sic ergo deventum erit ad hoc Problema Geometricum; datis tribus lineis in uno Ellipſeos foco coeuntibus, tam Longitudine quam poſitione, invenire Longitudinem tranſverſæ diametri, ejus poſitionem & focorum diſtantiam. Quod Problema expedire docent Geometræ, & quo pacto conſtruitur, nos quoque in ſequentibus oſtendemus.

Le-

Lectio XXV.
De Temporis Æquatione.

Licet Tempus in ſua natura abſolute quantum ſit, præcipuas Quantitatis affectiones, æqualitatem ſcil. inæqualitatem & proportionem admittens, ut tamen ejus quantitas à nobis cognoſcatur, advocandum eſt motûs ſubſidium, tanquam menſura, qua temporum quantitates æſtimemus, & inter ſe conferamus; adeoque tempus ut Menſurabile motum connotat. Si enim res omnes immotæ perſtarent, nullo pacto quantum effluxiſſet temporis, poſſumus percipere, ſed rerum ætas indiſcreta laberetur. *Motus Temporis menſura;*

Cæterum quia tempus æquo ſemper fluit tenore, is motus ejus quantitati menſurandæ maxime accommodatus cenſetur, qui in ſe ſumme ſimplex & uniformis eſt, & æqualiter ſemper progreditur, adeo ut mobile ejus vi incitatum (ſaltem quoad ad motus ſui Periodos) æqualem conſtanter impetum ſervet, & per æquale ſpatium æquali tempore decurrat. *Propria Temporis menſura eſt motus Uniformis.*

Ad communem uſum eligendus eſt motus aliquis maxime notabilis, cunctis obvius & in omnium oculos incurrens, qualis eſt ſiderum motus, imprimis Solis & Lunæ, qui proinde non tantum communi generis humani ſuffragio, ad hoc ſuffectus, ſed Divino Creatoris noſtri conſilio, nobis datus eſt huic uſui; à Deo enim pronunciatum legimus. *Fiant Luminaria in Firmamento, & dividant diem ac noctem, & ſint in ſigna & tempora, & Dies & Annos.* Per motus itaque cæleſtes, & præcipue illum Solis apte diſtinguuntur tempora. Quare *Solis & Lunæ motus tanquam idoneæ temporis menſuræ nobis dati.*

Solem quis dicere falſum
Audeat.

Audent hoc Aſtronomi, qui ſubtili indagine deprehenderunt, Solis motum uniformem non eſſe, ſed illum nunc gradum remittere, nunc accelerare obſervant; adeoque tempus verum quod æquabiliter ſemper fluit, non poteſt accurate per ejus motum connotari.

Hinc

Diſtinctio inter Tempus Apparens & verum. Hinc Tempus quod Sol motu ſuo commonſtrat, quodque apparens dicitur, diverſum erit ab illo quod æquabili ſemper labitur tenore, & ab Aſtronomis verum & æquale vocatur; ad cujus normam omnes motus cæleſtes ſunt ordinandi. Nam ex inæquali Solis motu, ejuſque via ad Æquatorem obliqua, ſequitur, quod neque dies neque horæ erunt inter ſe æquales, uti hac ratione oſtendemus.

Dies Solaris æqualis eſt illi temporis ſpatio quod labitur, dum per rotationem Telluris circa ſuum Axem, Planum alicujus Meridiani à centro Solis digrediens volvitur, uſque dum ad idem recurrit. Seu eſt tempus inter unam Meridiem & illam quæ proxime ſequitur. Si Telluri nullus alius competeret motus, præter illam circa Axem rotationem, dies omnes Solares eſſent inter ſe & revolutioni Telluris præciſe æquales. Sed quia interea dum Tellus circa Axem rotatur, in propria etiam orbita verſus orientem progreditur, cum Meridianus aliquis integram revolutionem compleverit, non tamen ejus planum per Solem tranſibit, uti ſequenti figura manifeſtum fiet. *TAB. 38. fig. 6.* Sit enim S Sol, A B portio orbitæ Telluris, linea M D deſignat Meridianum aliquem cujus planum productum per Solem tranſit, cum Terra eſt in A. Progrediatur deinde Tellus in ſua orbita per arcum A B ad B, in tempore quo completur una Revolutio Telluris circa Axem, unde ob abſolutam revolutionem, Meridianus M D erit in ſitu *md* ad priorem ejus ſitum parallelo, adeoque nondum per Solem tranſibit, neque incolis qui ſub Meridiano illo degunt, fiet Meridies, ſed opus eſt ut motu angulari *d* B *f* ulterius feratur, ut per Solem tranſeat. Exinde fit ut dies omnes Solares ſunt una revolutione Telluris circa Axem longiores. *Oſtenditur dies Solares eſſe inæquales.* Si Meridianorum plana ſeu Axis Telluris, ad planum orbitæ normaliter inſiſterent, & Tellus æquabili ſemper motu orbitam ſuam decurreret, poſt peractam à Meridiano aliquo revolutionem, ob *md* ad M D parallelam, angulus *d* B *f* eſſet æqualis angulo B S A, & arcus *df* ſimilis arcui A B, & ob tempora ſemper æqualia, arcus A B & proinde angulus *d* B *f* eſſet ſibi ſemper æqualis, & proinde dies omnes Solares æquales ſibi invicem eſſent, tem-

tempuſque apparens cum æquabili congrueret. Verum horum caſuum neuter obtinet in natura locum, nec enim terra æquabiliter orbitam ſuam decurrit, ſed in Aphelio minorem arcum, in Perihelio majorem, æquali tempore deſcribit, præterea Meridianorum plana non ſunt ad Eclipticam, ſed ad Æquatorem normalia; adeoque motus angulares *d* B *f* qui præter revolutionem integram ſpatio diei Solaris accedunt, per arcum A B menſurari non debent, & utraque de cauſa, inter ſe inæquales hi anguli erunt; dieſque Solares inæquales efficiunt.

Idem ex Solis motu apparenti oſtenditur.

Sed hoc fortaſſe, Auditores, clarius vobis eluceſcet, ſi à reali Telluris motu, ad apparentem Solis tranſeamus, is enim pro menſura temporis apparentis nobis datus eſt; ſciendum itaque diem Naturalem ſeu Solarem eſſe illud temporis ſpatium, quo per revolutionem primi mobilis apparentem, tota Æquatoris circumferentia ſucceſſive per Meridianum tranſit, & inſuper arcus ejuſdem reſpondens motui Solis apparenti in orientem interea facto.

Arcus Æquatoris diurni non ſunt æquales arcubus Eclipticæ diurnis.

TAB. 38. fig. 7.

At arcus Æquatoris tranſiens per Meridianum cum arcu Eclipticæ diurno non eſt illi ſemper æqualis, ſed eo modò major, modò minor, etiamſi Solis motus in Ecliptica æquabilis eſſet, quod oritur ex obliqua Eclipticæ ad æquatorem poſitione, uti patet ex adjuncta figura. Sit ♈♋ Quadrans Eclipticæ; ♈E Quadrans æquatoris, Arcus ♈A ſit unius gr. qui eſt quamproxime æqualis motui Solis diurno in Ecliptica, nam motu medio arcum $59' : 8''$ deſcribit quotidie Sol: ſitque A B Arcus circuli declinationis per Solem tranſiens inter Eclipticam & Æquatorem interceptus. In triangulo ♈BA rectangulo, ex datis ♈A, 1. gr. & angulo A♈B inclinatio Eclipticæ cum Æquatore $23°. 30°$. Invenietur latus ♈B, $54'. 1''$. ſit deinde arcus Eclipticæ ♈C, $89°$, ex illo elicietur arcus Æquatoris ♈D, $88°. 54' : 34''$. At quando arcus ♈♋ ſit $90°$, arcus Æquatoris ♈D illi reſpondens eſt etiam 90, unde erit arcuum ♈E, ♈D differentia DE. $1° : 5' : 26''$; Arcuum itaque ♈B, DE differentia erit $10'. 25''$. licet arcus Eclipticæ ♈A & C♋ quibus reſpondent, ſint æquales. Ex quo manifeſtum eſt æqualibus Eclipticæ arcubus inæ-

Oſtenditur prima inæqualitatis dierum cauſa.

 quales

quales Æquatoris arcus reſpondere, & conſequenter arcus Æquatoris diurnos qui per Meridianum tranſeunt & diem Solarem metiuntur eſſe inter ſe inæquales.

Secunda inæqualitatis dierum cauſa. Sed non naſcitur, ex hac unica cauſa, diurnorum arcuum Æquatoris inæqualitas, nam ipſe Solis motus in Ecliptica apparens inæquabilis eſt. Tardiuſque incedit diutiuſque commoratur Sol in ſignis Borealibus, quam in Auſtralibus per octo integros dies, unde etiamſi nulla eſſet viæ Solaris obliquitas, ex hac ſola cauſa arcus Æquatoris diurni æquales eſſe non poſſunt; adeoque multo magis ſe prodit dierum inæqualitas, cum ad id concurrunt duæ prædictæ cauſæ, Solis ſcil. inæquabilis motus, & Eclipticæ obliquitas, quæ licet interdum ſibi mutuo officiunt, & inæqualitatem minuunt, ut fit quando arcus diurni Æquatoris decreſcunt propter obliquitatem Eclipticæ, ſed creſcunt propter acceſſum Solis ad Perigeum, aut contra; aliquando tamen concurrunt ad inæqualitatem augendam, & neutra illarum ab altera pendet, ſed utraque ſuum ſigillatim ſortitur effectum.

Motus itaque apparens Solis in orientem cum inæquabilis ſit, ad tempus æquabile (quod eodem tenore ſemper fluit) menſurandum idoneus non eſt; adeoque nec dies naturales & apparentes aptæ erunt motuum cæleſtium menſuræ, de iis loquor qui à motu Solis non pendent. Ideoque neceſſe fuit Aſtronomis pro his Solaribus diebus alios medios & æquales ſubſtituere, in quos motus cæleſtes diſtribuerent, & hi motus, cum ad tempus æquale ſint collecti, oportet tempus illud rurſus in apparens convertere, ut à nobis obſerventur, qui tempora Solis motu apparenti metimur & numeramus; & è contra ſi aliquid Phænomenon cæleſte, Eclipſis puta, tempore apparente obſervetur, & ſecundum illam obſervationem Tabulæ Aſtronomicæ ſunt examinandæ, neceſſe erit tempus apparens in æquale convertere, aliter obſervata Phænomena à computatis different.

Determinatio dierum mediarum ſeu æqualium. Quoniam nullum novimus in natura corpus naturale, quod motum perfecte æquabilem conſervat, & talis tamen mo-

motus ſolus idoneus eſt ad dies horaſque æquales connotandas. Convenit ut fingamus aliquod ſidus quod in Æquatore verſus orientem ſemper incedat, & motum ſuum nuſquam intendat aut remittat, ſed uniformiter Æquatorem percurrat eodem præciſe tempore quo Sol Eclipticam deſcribere videtur. Talis ſideris motus tempus æquale & verum rite repræſentabit, ejuſque motus in Æquatore diurnus eſſet 59′ : 8″. Qualis ſcil. eſt motus medius Solis in Ecliptica, & proinde dies æqualis & medius per appulſum hujus ſideris ad Meridianum determinatus, æqualis erit tempori quo tota circumferentia Æquatoris ſeu gradus 360 per Meridianum tranſeunt, & inſuper 59′ : 8″, cumque hoc additamentum ſemper idem maneat, dies omnes medii erunt inter ſe æquales.

Cum Sol inæqualiter ſecundum Æquatorem, orientem verſus promoveatur, aliquando citius hoc ſidere Meridianum attinget, aliquando ſerius ad eundem appellet. Et differentia eſt illa quæ inter tempus apparens & æquabile intercedit. Differentia autem hæc nota erit, ex datis in Æquatore loco ſideris, & puncto, quod una cum Sole ad Meridianum pervenit. Arcus enim interceptus ſi in tempus convertatur, oſtendet differentiam, quæ eſt inter tempus apparens & æquale. Hæc Differentia dicitur *Temporis Æquatio*, eſtque Tempus illud quod labitur dum Arcus Æquatoris inter punctum definiens Solis Aſcenſionem Rectam & locum ſideris ficti interceptus per Meridianum tranſit. *Æquatio Temporis quid?*

Sit ÆQ Æquinoctialis circuli portio, EC Ecliptica, in qua ſit S locus Solis verus in Ecliptica, SA Declinationis circulus per Solem tranſiens Æquatori occurrens in A, erit A punctum Æquatoris quod ſimul cum Sole ad Meridianum pervenit. Sit *m* locus ſideris medio motu in Æquatore progredientis, & cum Sol ad Meridianum pervenerit ſidus fictum ab illo diſtabit arcu *m*A. Quod ſi punctum *m* ſit puncto A orientalius, ſerius Meridianum attinget quam A, Tempuſque apparens præcedet medium ſeu æquale. At ſi punctum *m* ſit ad occidentem puncti A, citius illud ad Meridianum revertitur, eritque tempus apparens æquabili poſterius. *Quando tempus apparens præcedit verum.* TAB. 38. fig 8. 9. *Quando ſequitur verum.*

 ſterius.

ſterius. Arcus autem Æquatoris A*m* in tempus converſum eſt æquatio temporis, quæ addenda eſt tempori apparenti aut ab illo ſubtrahenda, prout punctum *m* orientalius eſt aut occidentalius puncto A, ut fiat Tempus æquabile. Ut ſitus puncti A reſpectu ipſius *m* & arcus A*m*, quantitas dignoſcatur, capiatur in Æquatore arcus ♈*s* vel ♎*s* æqualis arcui ♈S vel ♎S in Ecliptica, unde arcus *sm* æqualis erit diſtantiæ inter Solis locum verum & medium, quæ proinde ex dato Anomaliæ gradu dabitur: Arcus vero A*s* eſt differentia inter trianguli rectanguli ♈SA Hypotenuſam ♈S & ejuſdem baſim ♈A & ea per Trigonometriam etiam dabitur. Eſt præterea arcus A*m* æqualis ſummæ vel differentiæ arcuum A*s*, *sm*, quæ proinde ex illis notis dabitur.

Æquatio Temporis duabus conſtat partibus.

Porro animadvertendum eſt, in primo & tertio Eclipticæ Quadrante, punctum *s* cadere ad orientem reſpectu puncti A; adeoque arcum A*s* in tempus converſum ablatitium eſſe, ſerius enim ad Meridianum appellit punctum *s* quam A. In ſecundo autem & quarto Eclipticæ quadrante, punctum *s* cadit ad occidentem puncti A, ideoque citius per Meridianum tranſit quam A & proinde arcus A*s* in tempus converſus, adjectitius & tempori apparenti addendus eſt, ut habeatur tempus quo punctum *s* Meridianum attingit. Sit *v. gr.* Arcus A*s* 2 gr. ut ſit, quando Sol tenet viceſimum Arietis gradum, hic arcus in tempus converſus eſt ſcrup. 8, adeoque tempori apparenti adjiciendi ſunt ſcrupuli 8, ut habeatur tempus quo punctum *s* Meridianum tenet.

Harum partium effectus ſigillatim explicantur.

Porro in Primo Anomaliæ Solis ſemicirculo, hoc eſt, dum Sol in præſenti ſeculo tendit à ſeptimo gradu ♋ ad ſeptimum Capricorni, medius Solis motus major eſt ejus motu vero; adeoque locus Solis medius præcedit ejus locum verum, unde in toto hoc ſemicirculo punctum *m* erit ad orientem puncti *s* & arcus *ms* in tempus converſus detrahendus eſt à tempore quo punctum *s* Meridianum tenet. At in altero Anomaliæ ſemicirculo ſcil. poſtquam Sol Perigeum reliquerit, motus medius minor eſt vero, & locus

So-

Solis medius verum ſequitur, unde punctum *m* cadet ad occidentem puncti *s*, illudque citius hoc ad Meridianum appellet, & propterea arcus *ms* in tempus converſus adjiciendus eſt tempori in quo *s* Meridianum occupat. Dato autem temporis intervallo inter appulſus punctorum *m* & *s* ad Meridianum, item intervallo inter appulſus punctorum *s* & A ad eundem, dabitur intervallum temporis inter appulſus puncti *m* & puncti A ad Meridianum; hoc eſt, dabitur intervallum temporis apparentis & veri ſeu æqualis, Quod eſt temporis Æquatio.

Ad Tempus perpetuo æquandum, Artifices condunt duplicem tabulam, una pro arcu *sm* quæ cum Anomalia Solis eſt adeunda, & ſi punctum *m* ſit ad occidentem puncti s, notant Æquationem ſigno additionis, ſin ſecus, apponunt ſignum ſubductionis. Altera tabula conſtruitur pro arcu S A quæ eſt differentia inter locum Solis in Ecliptica & ejus Aſcenſionem Rectam cujus Æquationes ſimiliter notantur ſigno Additionis vel Subductionis, prout punctum *s* eſt ad occidentem vel orientem puncti A, harum Æquationum ſumma, ſi utraque fuerit ejuſdem affectionis; hoc eſt, ſi ſimul adjectitiæ fuerint vel ſimul ablatitiæ; vel differentia, ſi fuerint diverſæ affectionis, componit abſolutam temporis Æquationem. *Duæ Æquationum Tabulæ.*

Conſtruunt etiam tabulam Artifices ex harum utraque compoſitam, quæ temporanea tantum eſt & uni circiter ſeculo ſine ſenſibili errore inſerviens, nam per unum fere ſeculum idem Anomaliæ Solis gradus, in eundem Eclipticæ gradum incidit; adeoque pro ſpatio quinquaginta annorum, Æquationes duæ in unam componi poſſunt. Sed ob motum Præceſſionis Æquinoctiorum, Apogeon Solis, ſeu potius Aphelion Terræ, locum ſuum in Ecliptica mutat, & in orientem una cum fixis progreditur; adeoque diverſis ſeculis, idem Anomaliæ gradus ad diverſa Eclipticæ puncta referentur, & proinde una Tabula pro omnibus ſeculis non ſufficiet. *Tabula Æquationis Temporis.*

Sidus fictum, cujus motus tempus æquabile metitur, ſemper verſus orientem uniformiter progreditur. At punctum *Quando dies Solares incipiunt fieri medii & longiores.*

A quod Solis Aſcenſionem rectam definit, & tempus apparens connotat, ultra citraque punctum *m* libratur, & nunc ad orientem, nunc ad occidentem Sideris ficti aliquando etiam cum illo coincidens invenitur; unde quando puncti A motus relativus reſpectu iſtius Sideris fit verſus orientem, punctum A magis in orientem promovetur quam ſidus, & dies fiunt mediis longiores; nam quo celerius verſus orientem tendit punctum A, eo dies Solares fiunt longiores, nam præter revolutionem cæli integram, majus eſt additamentum arcûs quod diei Solari accedit, ob majus ſpatium verſus orientem confectum. Hinc ſequitur, quod quamprimum motus relativus puncti A incipit fieri verſus orientem, dies Solares incipient quoque fieri mediis longiores; de motu relativo loquor qui fit reſpectu Sideris *m*, nam ejus motus abſolutus ſemper fit verſus orientem. At quando punctum A ultra *m* verſus orientem delatum rurſus ad Sidus *m* accedere incipit, ejuſque reſpectu ad occidentem tendere, tunc fiunt dies Solares mediis breviores; ubi autem maxime à Sidere *m* ad orientem aut occidentem receſſerit A, ibi dies Solares fiunt mediis æquales, & in illis punctis maximæ fiunt Temporis Æquationes. Ubi autem motus puncti A verſus orientem fit velociſſimus, ibi dies fiunt omnium longiſſimi. Quo autem in puncto, motus hic fit tardiſſimus, hoc eſt, ubi motus relativus verſus occidentem maximus eſt, ibi dies ſunt breviſſimi.

Quando mediis æquales fiunt.

In hoc noſtro ſeculo, cum Sol 10. gr. Scorpionis tenet, punctum A à Sidere *m* maxime diſtat verſus occidentem, ejuſque diſtantia eſt 4. gr. ſcrup. 2. ſecund. 45. & proinde æquatio maxima eſt minut. horar. 16. ſecund. 11. Inde incipiunt dies Solares creſcere; uſque dum Sol ad gradum Aquarii $22\frac{1}{2}$ pervenit. Ubi maxime in orientem promotum eſt punctum A, & à Sidere *m* diſtat gr. 3. ſcrupl. prim. $42\frac{1}{2}$. Et maxima temporis Æquatio eſt $14':50''$. Exinde motus relativus puncti A eſt verſus occidentem, uſque dum Sol gradum Tauri 24[tum] attingit, ubi punctum A eſt 1. gr. min. $1\frac{1}{2}$ Sidere *m* occidentalius; & Æquatio temporis maxima eſt $4':6''$, exinde rurſus verſus orientem recedit punctum A; uſ-

Quibus Anni temporibus fiunt maxime Æquationes.

uſque dum Sol occupat Leonis gradum $3\frac{1}{7}$, ubi ab *m* diſtat gr. 1. minutis $28\frac{1}{7}$ & Temporis Æquatio eſt 5. min. 53. ſec. inde demum motus ejus eſt verſus occidentem; uſque dum Sol ad grad. Scorpionis 10. pervenerit, ex quo ad orientem continuo tendet punctum A. Patet porro quotieſcunque puncta A & *m* coincidunt, coincidere quoque tempus apparens & medium.

Hinc ſi habeatur Horologium Automaton affabre elaboratum, & Pendulo inſtructum, cujus motus ad tempus æquale ſeu medium ordinatur, & Index ſimul cum tempore æquali congruat. Horologium hoc diverſam ſemper à Sole monſtrabit horam, præterquam quater in anno. Scil. circa diem Aprilis quartum, Junii ſextum, Auguſti viceſimum, & Decembris decimum tertium. Aliis omnibus temporibus, Hora Horologii Solarem vel antecedet, vel ſequetur; circa autem Octobris diem viceſimum tertium, omnium maxime à Sole differt, ubi ejus motus Solari lentior erit minutis 16. ſecund. 11.

Si quæratis, in quibus punctis, Æquationes Temporis fiunt maximæ. Hujus Problematis ſolutionem nobis impertivit celeberrimus *Halleius*, vir ob præclara inventa, nunquam ab Aſtronomis ſine honore nominandus; ad quam ſolutionem ſequentia præmittimus.

L E M M A.

Si figura plana in planum aliquod Orthographice projiciatur, quod fit demittendo à ſingulis ejus punctis in planum ſubjectum perpendiculares. Figuræ in plano projectio erit ad ipſam figuram, ut Coſinus Inclinationis planorum ad radium.

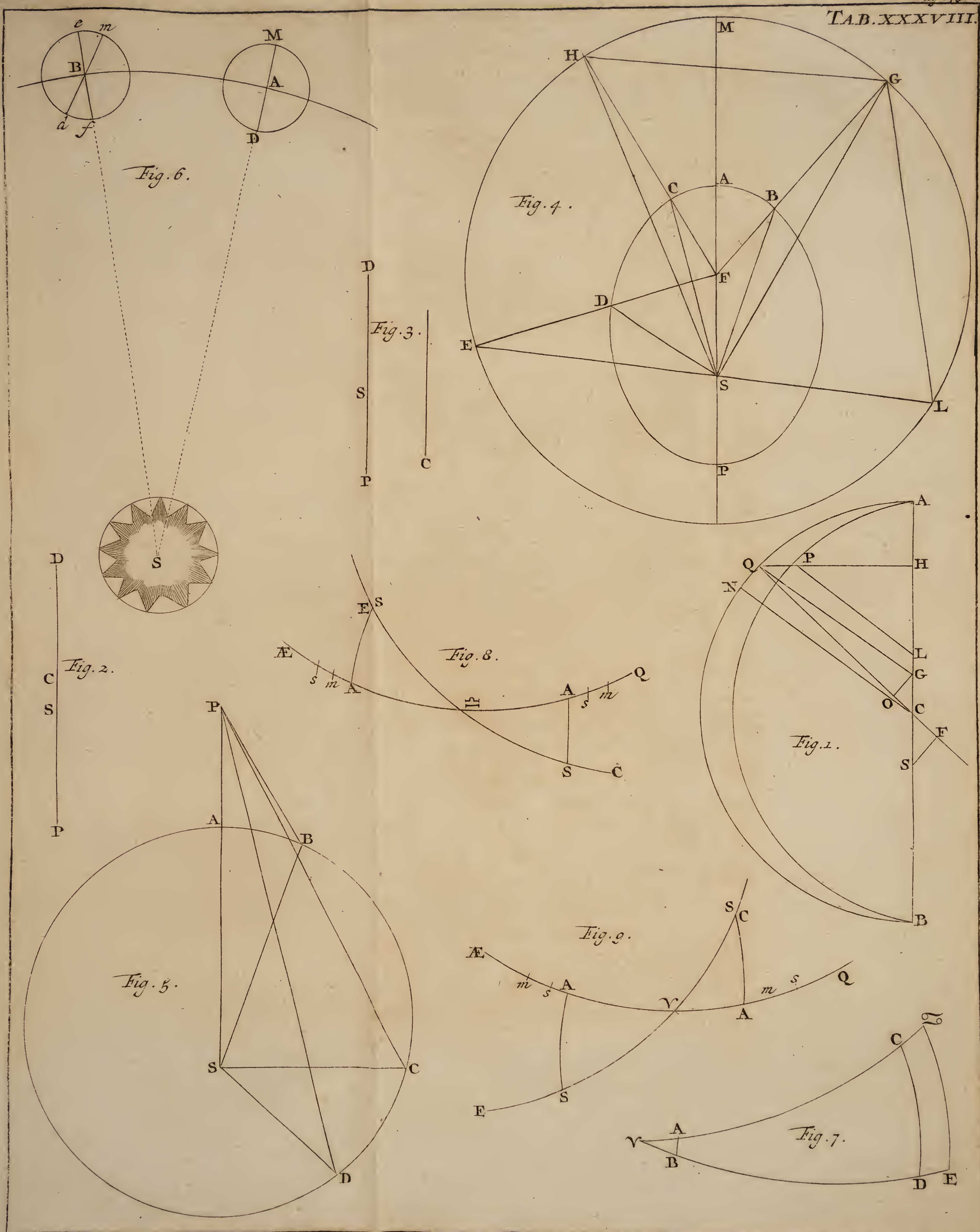
Nam figura quævis poteſt reſolvi in parallelogramma vel triangula, quorum baſes ſunt parallelæ communi planorum ſectioni, adeoque erunt parallelæ plano in quod projiciuntur, unde baſes & earum projectiones erunt ſibi ipſis æquales & parallelæ, uti à nobis in Lect. XIII. oſtenſum fuit. Sed perpendiculares à verticibus triangulorum in baſes demiſſæ, ſunt etiam ad communem planorum ſectionem perpendiculares, *per* 29. *El.* 1. Et proinde perpendicularium ad planum inclinatio æqualis eſt inclinationi planorum ad ſe invicem.

cem. Harum itaque perpendicularium projectiones ſunt ad ipſas perpendiculares, ut *Coſinus* inclinationis planorum ad radium. Quodlibet igitur triangulum vel parallelogrammum projicitur in aliud, cujus baſis eſt æqualis baſi ipſius trianguli aut parallelogrammi quod projicitur, & cujus altitudo eſt ad altitudinem trianguli, ut Coſinus inclinationis Planorum ad Radium. Sed triangula & parallelogramma quorum baſes ſunt æquales, ſunt ut perpendiculares à verticibus in baſes demiſſæ. Projectio igitur trianguli cujuſlibet eſt ad ipſum triangulum in data ratione; adeoque omnium triangulorum Projectiones (hoc eſt totius figuræ Projectio) ſunt ad omnia triangula, in quæ reſolvitur figura, in eadem ratione, ſcil. ut Coſinus Inclinationis Planorum ad Radium.

Si orbita Telluris Orthographice, demiſſis perpendicularibus in planum Æquatoris, projiciatur: Projectio fiet Ellipſis, in cujus peripheria ſemper movetur punctum quod eſt extremitas lineæ à Tellure in planum Æquatoris perpendiculariter demiſſæ; & hoc punctum moto ſuo ſignabit Telluris Aſcenſionem rectam, ſeu motum ejus ſecundum Æquatorem è Sole viſum, cui ſemper æqualis eſt Solis Aſcenſio recta è Tellure viſa. Sit ♈ A ♎ C Ellipſis in quam projicitur orbita Telluris, S punctum in quod Solis centrum projicitur; ♈ S ♎ communis ſectio Æquatoris & Eclipticæ, A punctum quod perpendiculum à Tellure Ellipſi offendit, erit ♈ S A angulus quem metitur Solis Aſcenſio recta. Dico jam punctum illud A, quod ſignat motum Aſcenſionis rectæ, ita in Ellipſi ♈ A ♎ C moveri, ut deſcribat circa S Areas temporibus proportionales. Dato enim tempore, moveatur A per arcum Ellipticum A B, ducantur A S, B S, & trilineum A S B erit projectio correſpondentis Areæ quam Terra in plano Eclipticæ circa Solem eodem tempore deſcribit. Et proinde erit Projectio A S B ad Aream correſpondentem in orbita Telluris, ut Coſinus Inclinationis Æquatoris & Eclipticæ ad Radium; ſed in eadem ratione eſt tota Area Elliptica ♈ A ♎ C ad totam orbitam Telluris, unde permutando, erit trilineum A S B ad totam Aream Ellipticam, ♈ A ♎ C, ut Area in orbita Telluris circa Solem deſcripta

TAB. 39. *fig.* 1.

ad


TAB. XXXVIII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.

ad totam orbitam Telluris; hoc eſt, ut tempus quo deſcribitur Area illa in orbita Telluris, vel quo deſcribitur trilineum A S B in projectione, ad tempus Telluris Periodicum, vel tempus quo deſcribitur tota Ellipſis ♈ A ♎ C. Eâ itaque ratione circa punctum S movetur punctum A ut deſcribat Areas temporibus proportionales.

Iiſdem poſitis, centro S, intervallo S A, quod ſit medium proportionale inter Ellipſeos ſemiaxem majorem & minorem, deſcribatur circulus, ejus Area æqualis erit Areæ Ellipſeos uti ex Conicis demonſtrare facile eſt. Circulus hic Ellipſim ſecabit, in quatuor punctis E, F, G, H. Hæc puncta oſtendent Aſcenſiones Solis Rectas, ubi Temporis Æquationes fiunt maximæ. In Peripheria circuli moveri concipiatur punctum aliquod M uniformiter, ejus motus Sideris noſtri ficti *m* (*fig.* 8. 9. *Tab.* 38.) motum repræſentabit, & deſcribet circa punctum S ſectores circulares temporibus proportionales. Cumque Area totius circuli ſit Areæ totius Ellipſeos æqualis, erunt Areæ ſectorum circuli & Areæ Ellipticæ circa S temporibus æqualibus deſcriptæ ſemper æquales. Ponamus itaque punctum M in Peripheria circuli, & punctum in Peripheria Ellipſeos ſignans Solis Aſcenſionem rectam ſimul in recta SM incidere, quæ puncta poſtea ſint in *m* & A, erit Area LSA Elliptica æqualis Areæ circulari MS*m*; cumque arcus M*m* ſit extra Ellipſim, erit angulus MS*m* minor angulo MSA, quorum angulorum differentiam metietur arcus *m*A, qui eſt Temporis Æquatio. Cum punctum ſignans Aſcenſionem rectam ad interſectionem circuli Ellipſeos pervenerit, ibi ejus motus circa Solem angularis æqualis erit motui puncti *m*. Sint enim Areæ *m*S*n*, ASF temporibus quam minimis ſimul deſcriptæ, erunt illæ æquales: adeoque arcus *q*F ductus in SF æqualis erit arcui *mn* ducto in S*m*, unde ob æquales SF, S*m*, æquales quoque erunt arcus FQ, *mn*; in puncto igitur F motus Aſcenſionis rectæ æqualis eſt motui Sideris ficti *m*, idem ſimiliter oſtendetur in punctis G, H, E. Sed prius oſtenſum fuit, in iis punctis, ubi motus Aſcenſionis rectæ æqualis eſt motui Sideris ficti, ſeu Telluris medio, ibi Æquationes eſſe maximas. In punctis

TAB. 39. fig. 2.

itaque F, G, H, E Æquationes ſunt maximæ.

TAB. 39. fig. 3. Si quærantur puncta ubi dies ſunt longiſſimi, vel breviſſimi; hujus Problematis ſolutionem nobis quoque ſuppeditavit idem nunquam ſatis laudandus *Halleius*, quæ talis eſt. Ellipſis ♈ ♋ ♎ ♑ ſit projectio orbitæ Telluris ut prius, S punctum in quo Solis centrum, K centrum Ellipſeos, producatur KS utrinque, ita ut KG & SH ſint ad KS (quæ eſt projectio excentricitatis) ut Quadratum Radii ad Quadratum Sinus Obliquitatis Eclipticæ; per K ducatur ♈♎ parallela communi ſectioni planorum Eclipticæ & Æquatoris, & huic ad angulos rectos ducatur ♋K♑. Per G ducatur GF & per H recta FH ad ♋♑, & ♈♎ parallelæ. Per S & K deſcribatur Hyperbola cujus Aſymptoti ſunt FG, FH, hæc Hyperbola ejuſque oppoſita CD Ellipſim in punctis quæſitis ſecabunt; hoc eſt, cum Sol eſt in punctis Eclipticæ reſpondentibus D & B, fiunt dies longiſſimi, & in B longiores ſunt dies quam in D. Puncta autem quæ punctis A & C reſpondent, oſtendent dies breviſſimos; & in A quidem breviores ſunt quam in C.

Cujus Demonſtratio exinde patet, quod punctum Solis Aſcenſionem rectam ſignans, ita in Peripheria Ellipſeos fertur ut deſcribat Areas temporibus proportionales, uti oſtenſum eſt; adeoque ejuſdem puncti velocitas angularis eſt ubique reciproce ut quadratum diſtantiæ ab S; velocitates igitur fiunt maximæ, ubi rectæ ex S minimæ in Ellipſim cadunt, & velocitates ſunt minimæ ubi rectæ ex S in Ellipſim cadunt maximæ. At conſtat ex conſtructione; & *Prop.* 62. *lib.* 5. Conicorum Apollonii, Hyperbolas deſcriptas Ellipſim ſecare in punctis A & D, ubi rectæ SA & SD ſunt maximæ, & in punctis B & C ubi SB, SC ſunt minimæ; in iis enim punctis cadunt ex S, rectæ SB, SC, SD, SA ad curvam perpendiculares. Hinc motus Solis, ſecundum Aſcenſionem rectam, erit velociſſimus in B & D, ideoque dies fiet longiſſimus, & in C & A tardiſſimus, & in iis punctis dies fit breviſſimus.

LE-

Lectio XXVI.

De Reliquorum Planetarum Theoriis.

POST explicatam motûs Annui Telluris Theoriam, methodumque traditam, qua orbitæ forma, Apſidumque poſitio determinantur; ex quibus cognitis, per Tabulas Aſtronomicas locus Telluris in Ecliptica è Sole viſus, eique oppoſitus Solis locus nobis apparens, ad quodlibet tempus computari poteſt. Ad reliquorum Planetarum Theorias exponendas accedimus, quæ non niſi per motum Telluris prius cognitum inveniri poſſunt. *Theoriæ Planetarum fundantur in Theoria Terræ.*

Ante omnia, oportet Planetarum periodos, ſeu tempora, in quibus ſinguli circulationes abſolvunt determinare; ad quod faciendum, notandum eſt, quando Planetæ ſuperiores ſunt in ſitu Achronicho; hoc eſt, quando in oppoſitione Solis videntur à nobis è Tellure eos ſpectantibus, apparent eſſe in eodem Eclipticæ puncto in quo ex Sole viderentur, ſi ibi conſtitutus fuiſſet oculus. Quinetiam cum inferiores in conjunctione cum Sole & in Solis diſco ſpectantur; ex Sole viſi oppoſitum Eclipticæ locum occupare conſpicerentur. Quoties igitur Planeta aliquis ſuperior in oppoſitione Solis videtur, locus ejus Geocentricus cum Heliocentrico coincidit. At quando inferior in conjunctione cum Sole, & in ejus diſco cernitur, locus Heliocentricus oppoſitus erit loco Geocentrico, ſeu illi qui ex Tellure ſpectatur, præterea cum Planetæ inferiores ſunt in maximis à Sole Elongationibus; Angulus ad Solis centrum inter rectas ad Terram & Planetam ductas comprehenſus, æqualis eſt complemento Elongationis Planetæ à Sole, (nam in orbitis propemodum circularibus, linea orbitam tangens eſt perpendicularis ad rectam à Sole ad punctum contactus ductam) ac proinde dabitur ille angulus, ſed datur punctum Eclipticæ in quo Tellus in illo momento videbitur; unde dabitur quoque punctum in quo Planeta inferior è Sole conſpicitur. In his igitur poſitionibus dabuntur Planetarum loca Heliocentrica. *Locus Geocentricus & Heliocentricus, cum Planeta ſuperior eſt in oppoſitione Solis, coincidunt.*

Temporum Periodicorum prima Determinatio.

Si itaque Planeta aliquis ſuperior, *v. gr.* Jupiter obſervetur cum eſt in oppoſitione Solis, iterumque rurſus cum ad oppoſitum Solis pervenit; dabitur arcus quem Planeta è Sole ſpectatus interea temporis percurrit; fiat itaque ut arcus ille ad totam circumferentiam, ita tempus inter obſervationes elapſum, ad quartum, dabitur exinde quamproxime tempus Planetæ Periodicum, & ſimiliter ex datis inferiorum locis Heliocentricis eorum Periodos quamproxime colligere licebit; quamproxime dico, nam calculus ſupponit motum Planetæ eſſe in circulo & per omnem periodum æquabilem; quod verum non eſt, unde non accurate hac methodo dabuntur Planetarum periodi.

Eorundem accuratior Determinatio.

Sequenti igitur methodo accuratius inveſtigari poſſunt Planetarum Tempora Periodica. Obſervetur Planeta quilibet bis in eodem nodo; id eſt, binæ fiant obſervationes, quando Planeta, ad eandem orbitæ partem, nullam habuerit latitudinem, quod tunc ſolum poteſt contingere, quando Planeta eſt revera in nodorum aliquo: Tempus inter binas obſervationes elapſum, æquale erit tempori Planetæ Periodico. Nam cum Planetæ omnes moveantur in orbitis, quorum plana ab Eclipticæ plano diverſa ſunt, & Sol in communi omnium orbitarum foco exiſtat, orbitæ omnes Eclipticæ planum ſecabunt in lineis per Solem tranſeuntibus, quæ ad Eclipticam productæ nodos duos oſtendent; & Planeta non niſi ſemel in integra periodo in nodorum aliquo ſpectari poteſt. Nodi autem vel quieſcunt vel tarde admodum moventur; adeo ut ſpatio unius periodi tanquam quieſcentes haberi poſſunt. Unde ex dato tempore inter duos proximos Planetæ ad eundem nodum appulſus, innoteſcet Planetæ Periodus.

TAB. 39. *fig.* 4.

His iiſdem obſervationibus, cognita prius Theoria motûs Telluris, obtineri poteſt lineæ Nodorum poſitio, ſeu puncta Eclipticæ in quibus linea Nodorum eidem occurrit. Sit A T B orbita Telluris, C N D Planetæ orbita, N S *n* Nodorum linea: Sitque in prima obſervatione Tellus in T, & Planeta obſervetur in N. Cumque Planetæ locus è Terra viſus per obſervationem innoteſcit; Solis autem locus ad illud

lud tempus ex cognitâ Telluris Theoriâ datur; exinde arcus Eclipticæ inter duo loca interceptus ſeu menſura anguli NTS dabitur. In ſecunda obſervatione, ſit Tellus in *t*, & Planeta in eodem Nodo N, unde ſimiliter invenietur angulus N*t*S.

In triangulo rectilineo TS*t*, dantur TS, *t*S, & angulus TS*t*, ex nota Theoria Telluris; unde per Trigonometriam inveniri poſſunt anguli ST*t* & S*t*T, item latus T*t*, ab angulo itaque ST*t* dato, auferatur datus angulus NTS, & dabitur angulus NT*t*, ad angulum datum S*t*T, addatur angulus datus N*t*S, & dabitur angulus N*t*T; unde in triangulo N*t*T, dantur omnes anguli, cum latere T*t* prius invento, quare dabitur latus NT diſtantia Planetæ à Terra. Denique in triangulo NTS, dantur laterra NT, TS, & angulus NTS obſervatione cognitus, exinde innoteſcet latus NS diſtantia Planetæ in nodo exiſtentis à Sole, & angulus TSN qui poſitionem Nodorum oſtendet. Nam notum eſt punctum Eclipticæ quod Tellus è Sole viſa tempore obſervationis occupat, & notus eſt angulus TSN; quare quoque innoteſcet punctum Eclipticæ in quo Nodus N è Sole videtur, & punctum *n* huic appoſitum erit alterius Nodi locus, unde notus erit Nodorum ſitus inveniendus. *Nodorum poſitiones determinantur.*

Hac ratione inveſtigatis Nodorum locis; poſſumus invenire inclinationem orbis Planetarii ad Eclipticam. Scil. ex dato loco Nodi, innoteſcet tempus quando Tellus è Sole viſa idem punctum occupat, quod fit per ejus Theoriam; eodem tempore obſervetur Planetæ Latitudo Geocentrica, ejuſque diſtantia à Nodo Oppoſito; erit tunc Latitudo Planetæ Heliocentrica, Latitudini obſervatæ æqualis, cum Planeta à Sole viſus tantundem diſtat à Nodo. Sit enim CPD orbita Planetæ, NS*n* Nodorum linea, BNT portio orbitæ Telluris, in qua ſit Tellus in N, ſcil. in linea Nodorum, obſervetur Planeta in P, eruntque Sol, Planeta, & Tellus omnes in plano orbitæ Planetariæ. A puncto P ad Eclipticam demittatur normalis recta PE, & in plano Eclipticæ ducatur recta NE. Planum trianguli NPE ad Eclipticam rectum erit, & angulus PNE erit Latitudo Planetæ obſerva- *Inclinationes orbitarum determinantur.* TAB. 39. fig. 5.

 ta;

ta; per s ducatur *spf* ad NP & *pe* ad PE parallelæ, & planum per *sp*, *pe* erit ad planum NPE parallelum, & proinde ad Eclipticæ planum normale; adeoque *se* communis ſectio hujus plani cum Ecliptica erit ad NE parallela, quare ob *sp*, *se* parallelas ad NP, NE erit angulus *pse* Latitudo Heliocentrica æqualis angulo PNE Latitudini Planetæ è Tellure obſervatæ, cum illa in Nodo invenitur.

TAB. 39. *fig.* 5. Sit *nf* portio orbitæ Planetæ ad cælum productæ, *nb* portio Eclipticæ, *fh* arcus circuli Latitudinis per Planetæ locum Heliocentricum ductus. In triangulo Spherico rectangulo *nfh*, ex datis *nh* diſtantia Planetæ à Nodo, & *hf* ejus Latitudine obſervata; dabitur angulus *hnf* inclinatio orbis Planetarii ad Eclipticam.

Determinatur locus Heliocentricus Planetæ & diſtantia à Sole quando Planeta obſervetur in ſitu Achronico. TAB. 40. *fig.* 1.

Inventa ſemel hac inclinatione, obſervatione innoteſcet locus Planetæ Heliocentricus, ejuſque à Sole diſtantia, quotieſcunque ille in ſitu Achronico ſeu Soli oppoſito invenitur. Sit ATB orbita Telluris, DPE orbita Planetæ; ſitque Planeta in P, Tellus in T, & NS*n* Nodorum linea, in qua ſit Sol in S. Locus Planetæ ad Eclipticam reductus erit in linea ST, quæ per terram tranſit; Obſervetur angulus PTE Latitudo Planetæ Geocentrica. Sed datur angulus PST ejus Latitudo Heliocentrica, quia datur diſtantia Planetæ à Nodo. Præterea per Theoriam motus Telluris, datur ST diſtantia Telluris à Sole: adeoque in triangulo PST, ex datis omnibus angulis una cum latere ST, dabitur PS diſtantia Planetæ à Sole, ſed datur angulus PS*n*, ex data latitudine Heliocentrica, ex quo innoteſcet Planetæ locus Heliocentricus in propria orbita: ſimiliter ſi aliæ duæ habeantur ejuſdem Planetæ obſervationes in ſitu Achronico, dabuntur poſitione & magnitudine tres lineæ, quarum extremitates in Planetæ orbita locantur, & Sol eſt in orbitæ foco alterutro; unde ut determinetur Planetæ orbita, ejuſque ſpecies & poſitio, deſcribenda eſt Ellipſis, cujus focus datus eſt, & quæ per tria puncta tranſit. Quod Problema expedire docent Geometræ, & nos etiam in ſequentibus, Problematis ſolutionem dabimus.

Si Planeta ſit extra ſitum Achronicum, nihilominus per uni-

unicam obſervationem, ejus à Sole diſtantia locuſque Helio-centricus inveniri poteſt. Sit P A E orbita Planetæ, T G H Telluris orbita, Tellus in T, Planeta in P, ſitque Sol in S, & N S Nodorum linea. Ex P demittatur ad planum Eclipticæ normalis P B, ducatur B T, & producatur ut cum linea Nodorum concurrat in N. Erit planum trianguli N P B ad planum Eclipticæ perpendiculare, cui etiam ſit recta C T normalis, plano orbitæ Planetariæ occurrens in C. Ex T in lineam Nodorum demittatur perpendicularis recta T D, & juncta D C, erit angulus T D C inclinatio orbitæ ad Eclipticam, quæ itaque datur. Obſervetur angulus P T B Latitudo Planetæ Geocentrica, item angulus B T S Elongatio Planetæ à Sole ſecundum Eclipticam. In triangulo N T S, datur, ex Theoria Telluris, latus T S diſtantia terræ à Sole in momento obſervationis. Item angulus T S N, ex cognitis locis Telluris & Nodi, datur etiam angulus S T N diſtantia Planetæ à Sole è terra viſa, vel ejus complementum ad duos rectos, unde dabitur N T. Et in triangulo rectangulo T S D, ex datis T S & angulo T S D, ſeu T S N, dabitur T D. Quare in triangulo rectangulo T D C, ex datis T D & angulo T D C inclinatione orbitæ ad Eclipticam, dabitur exinde T C. In triangulo rectangulo T C N, ex datis T C, T N, dabitur angulus T N C. Quare in triangulo N T P, dantur omnes anguli, nam angulus P T N eſt Latitudo obſervata, vel ejus complementum ad duos rectos, & P N T modo inventus eſt, ſicuti latus T N, unde innoteſcet latus T P. In triangulo P T B rectangulo ad B, datur T P & angulus P T B Latitudo obſervata, unde dabuntur latera T B, P B. Et in triangulo T S B, ex datis T B, T S cum angulo interjecto B T S dabitur S B, (quæ diſtantia Planetæ à Sole curtata dicitur) cum angulo T S B. Adeoque locus Heliocentricus Planetæ ad Eclipticam reductus. Denique in triangulo P B S dantur latera P B, B S, ex quibus dabitur S P diſtantia Planetæ à Sole, & angulus P S B Latitudo Planetæ Heliocentrica. Data autem inclinatione orbitæ, & Latitudine Planetæ Heliocentrica, dabitur ejus diſtantia à Nodo in propria orbita, adeoque ejus locus centricus è Sole viſus.

Per unicam obſervationem determinatur locus Planetæ Heliocentricus ejuſque à Sole diſtantia extra ſitum Achronicum.

TAB. 40. *fig.* 2.

Si

Si hac ratione acquirantur alii duo Planetæ loci Heliocentrici eorumque à Sole diſtantiæ, habebitur focus ſcil. centrum Solis, & tria puncta data erunt per quæ deſcribenda erit Ellipſis, quæ erit orbita Planetæ.

TAB. 39. fig. 6. Aliam excogitavit methodum Cl. *Halleius*, qua Planetæ loca centrica, ejuſque à Sole diſtantiæ inveniri poſſunt, quæ ſupponit tantum cognitum eſſe Planetæ tempus periodicum. Nempe ſit K L B orbita Telluris, S Sol, P Planeta, ſeu potius punctum ubi perpendicularis à Planeta in planum Eclipticæ incidit. Et primo Tellure in K exiſtente, obſervetur ejus Longitudo Geocentrica, & ex data Theoria Telluris dabitur Longitudo Apparens Solis, quare dabitur angulus P K S. Planeta poſt integram abſolutam periodum, rurſus ad P redibit, quo tempore, Tellus ſit in L, & exinde rurſus obſervetur Planeta, & inveniatur angulus P L S Elongatio Planetæ à Sole. Ex datis momentis obſervationum, dantur loca Telluris in Ecliptica è Sole viſa, ejuſque à Sole diſtantiæ, quare in triangulo L S K, dantur L S, S K, & angulus L S K; quare invenientur anguli S L K & S K L & latus L K. Quare ſi ab angulis datis P K S & P L S, auferantur anguli noti L K S & K L S, reſtabunt anguli P K L & P L K noti; Quare in triangulo P L K ex datis angulis, uno cum latere K L, innoteſcet P K. Deinde in triangulo P K S, dantur latera P K, K S cum angulo interjecto P K S, quare dabitur S P diſtantia Planetæ à Sole curtata, & angulus K S P, ex quo innoteſcet locus Planetæ Heliocentricus, ejuſque à Nodo diſtantia ſecundum Eclipticam. Eſt autem Tangens Latitudinis Planetæ Geocentricæ, ad Tangentem Latitudinis Heliocentricæ, ut diſtantia Planetæ à Sole curtata, ad diſtantiam ejuſdem à Tellure curtatam, ſed per obſervationem, datur Latitudo Planetæ Geocentrica; quare dabitur Planetæ Heliocentrica Latitudo, ex qua & diſtantia à Sole curtata, elicietur Planetæ à Sole vera diſtantia deſiderata. Si hac ratione acquirantur tria loca centrica Planetæ, treſque correſpondentes ejus à Sole diſtantiæ, forma orbitæ & Apſidum poſitio habebitur; deſcribendo Ellipſim cujus focus eſt Sol quæ tranſit per tria puncta data. Ellipſis autem illa ſequenti methodo determinatur.

Sint

Sint SD, SC, SB tres rectæ datæ, in datis poſitionibus à foco S, ducantur DC, BC, & producantur, ut ſit DF ad CF, ut DS ad CS. Item CE ad BE, ut CS ad BS; ducatur FE, in quam ex S cadat perpendicularis SG; hæc recta dabit Axis poſitionem. Ducantur DK, CI, BH ad SG parallelæ, & ſecetur SG in A, & producatur, ut ſit GA ad SA, ut KD ad SD, & ita Ga ad Sa, fiatque $sa=SA$. Erunt puncta Aa vertices Ellipſeos, cujus foci ſunt S & s, & Axis major Aa. Et ſi his verticibus & focis deſcribatur Ellipſis, erit ea ejuſdem formæ cum orbita quæſita. Nam quoniam eſt DS ad CS, & DF ad CF, & ut DK ad CI; erit permutando DS ad DK, ut CS ad CI; & ſimiliter erit SB ad BH, ut CS ad CI, & ut DS ad DK; ſed ut DS ad DK, ita eſt per conſtructionem SA ad GA. Et quoniam eſt $SA : AG :: sa : aG$; erit $SA : AG :: sa - SA$, ſeu $Ss : aG - AG$ ſeu Aa. Adeoque erit $SD : DK :: SC : CI :: SB : BH :: Ss : Aa$. Sed hæc eſt proprietas Ellipſeos cujus focus eſt S, & Axis major Aa uti à Scriptoribus Conicis demonſtratur, & ſpeciatim à *Milnio* in Elementis Conicis, *Part.* IV. *Prop.* 9. unde liquet Ellipſim focis S & s, & Axe Aa deſcriptam tranſire per puncta BCD.

Deſcriptio Ellipſeos cujus focus datus eſt & quæ per data tria puncta tranſit. TAB. 39. *fig.* 7.

Quoniam in Aſtronomia, calculus conſtructione quavis, utcunque concinna, utilior eſt; Ellipſeos forma & poſitio ſic calculo invenitur. In triangulis DSC, BSC, ex datis lateribus DS, CS, BS, & angulis DSC, CSB, innoteſcent latera DC, BC, & anguli SDC, SCD, SCB & SBC. Et quoniam datur ratio DF ad CF, & datur DC, dabuntur quoque CF, & DF, ſimiliter quoniam datur ratio CE ad BE, & datur CB, dabuntur CE & BE; ſed datur angulus BCD æqualis duobus notis DCS & BCS, quare dabitur hujus complementum ad duos rectos, ſcil. angulus FCE. In triangulo igitur FCE, dantur latera CF, CE, & angulus interjectus FCE; quare invenietur angulus CEF, ejuſque complementum ad rectum, qui eſt angulus ICE, cui addatur notus angulus SCB, & dabitur totus angulus SCI. Et quoniam Aa eſt ad IC parallela; erit angulus CSa æqualis SCI angulo, unde ex noto angulo CSa dabitur Axeos poſitio.

In triangulo rectangulo EBH, ex datis BE & angulo E invenietur BH, & unde ratio BS ad BH, quæ eſt ratio Ss ad Aa, & SA ad AG, & sa ad aG, quare dabuntur puncta Aa vertices Ellipſeos & foci S & s. Quæ erant invenienda.

Superius oſtenſum eſt, qua ratione locus Planetæ centricus per obſervationem inveniri poſſit, locum autem ſitumque Aphelii nunc invenire docuimus, ex quo dabitur diſtantia Planetæ ab Aphelio, tempore obſervationis, hæc diſtantia Anomalia Planetæ vera ſeu coæquata dicitur; determinatis autem orbitæ Excentricitate & tempore Periodico, locum Planetæ medium ſeu Anomaliam ejus mediam inveſtigare docuimus in Lectione *De Solutione Problematis Kepleri;* & exinde ad tempus obſervationis datum dabitur Planetæ motus medius, locuſque, quem in propria orbita is teneret, ſi æquabili ſemper motu angulari incederet, quo ſemel dato, dabitur planetæ locus medius, pro alio quovis temporis momento. Fiat enim ut tempus Periodicum ad tempus inter obſervationem & momentum pro quo quæritur locus Planetæ medius; ita integer circulus ſeu grad. 360. ad quartum, hic arcus ſi tempus præceſſerit obſervationem, ablatus à loco prius invento, vel eidem additus, ſi poſterius fuerit, dabit locum Planetæ medium ad tempus Propoſitum.

Ut facilius obtineatur locus Planetæ medius, ad quodlibet temporis momentum, convenit ejus motum ex tabulis Aſtronomicis eruere, in quibus habetur locus Planetæ medius, ſeu Anomalia media, in initio celebris alicujus Æræ, qualis eſt *Æra Nativitatis Chriſti Domini*, *Nabonaſſori*, *Mundi Conditi*, *Urbis Conditæ*, aut *Periodi Julianæ;* Qui locus pro his Temporum momentis datur, per methodum ſupra explicatam, & pro meridie Temporis æquabilis, non apparentis habendus eſt; locus talis *Epocha* ſeu Radix dicitur, à qua, tanquam immobili principio motus omnes conſurgunt.

Tabulæ motus medii quommodo conſtruuntur. Si tempus per Annos à Nativitate Domini, aut ab initio Periodi Julianæ elapſos numeretur, præſtat ut Annus initium capiat à Meridie quæ primam diem Januarii præcedit, ita

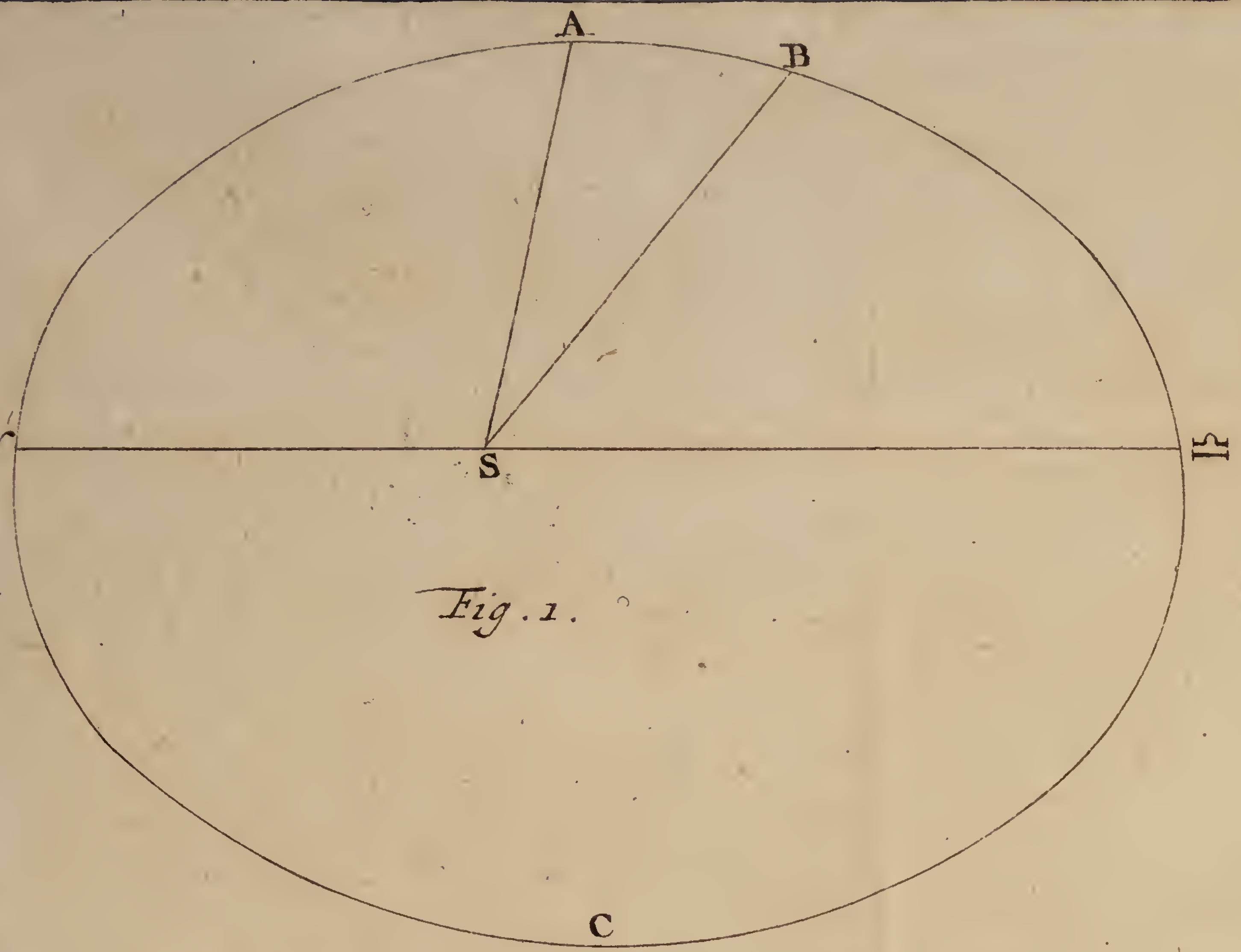


Fig. 1.

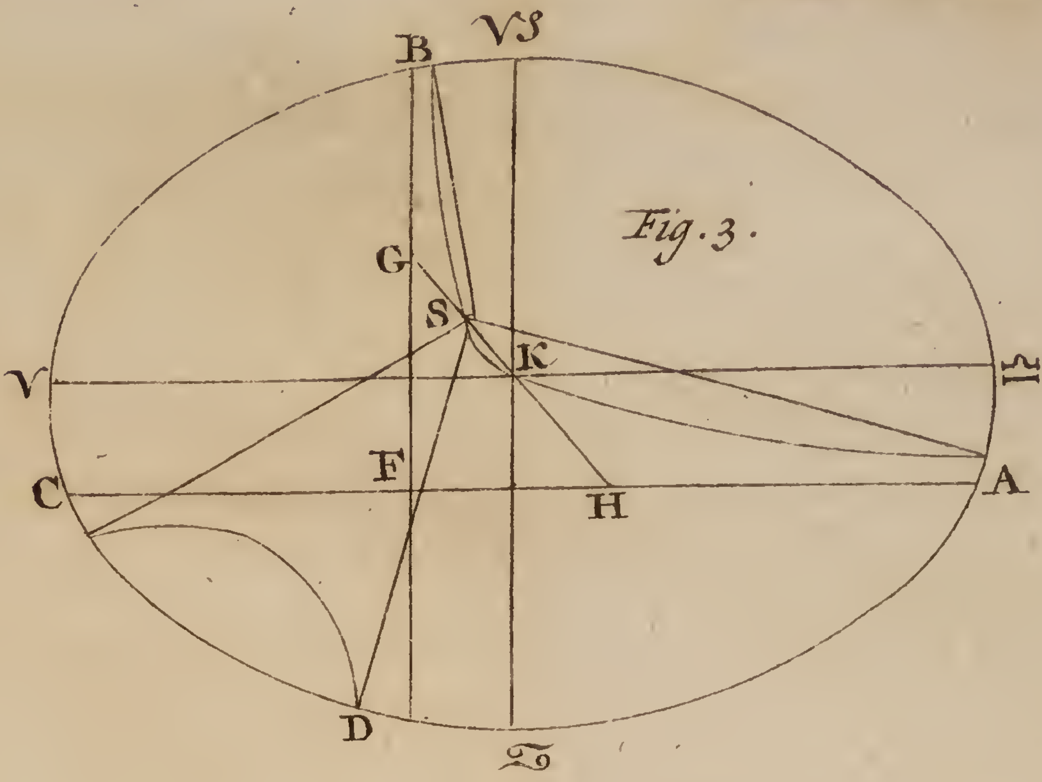


Fig. 3.

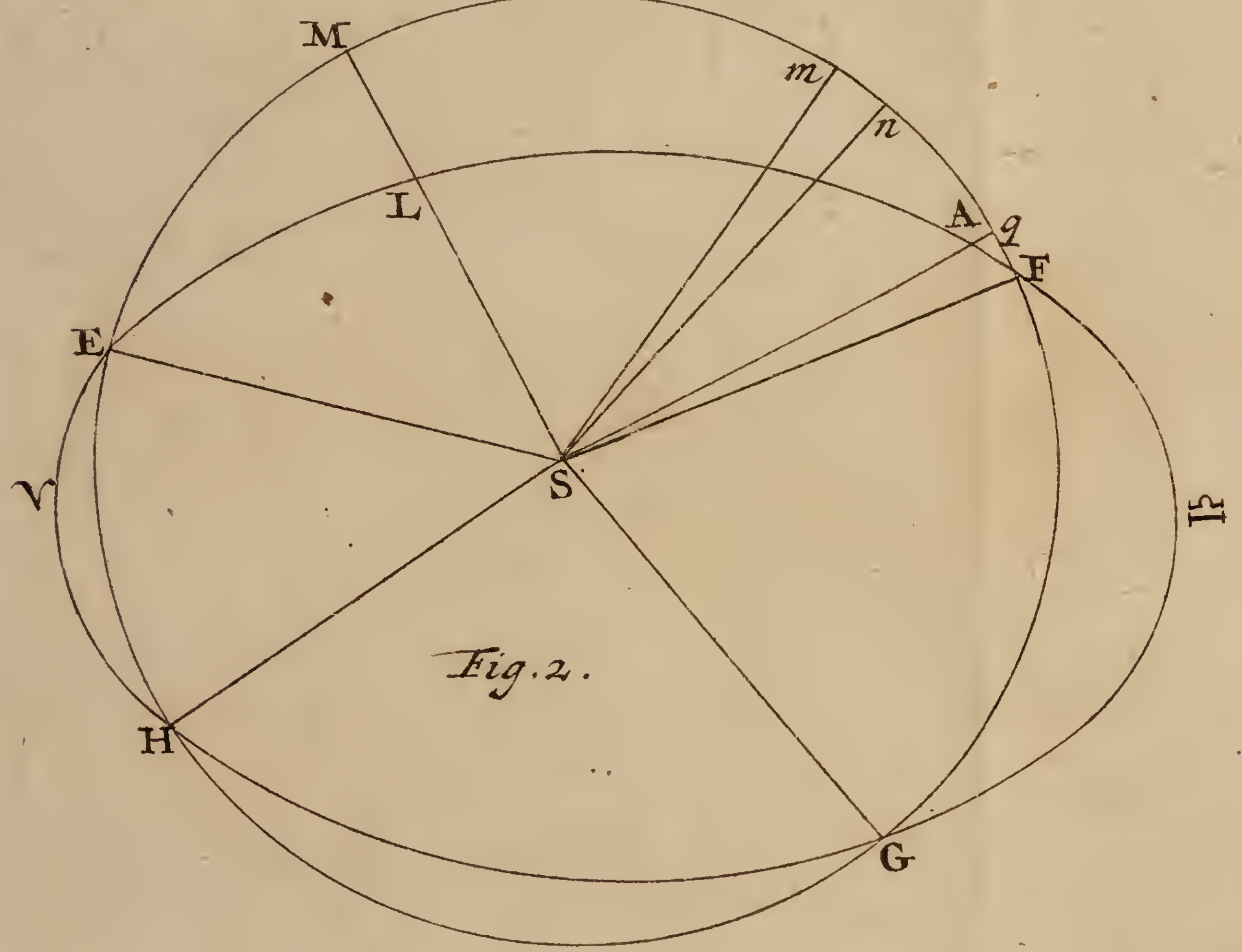


Fig. 2.

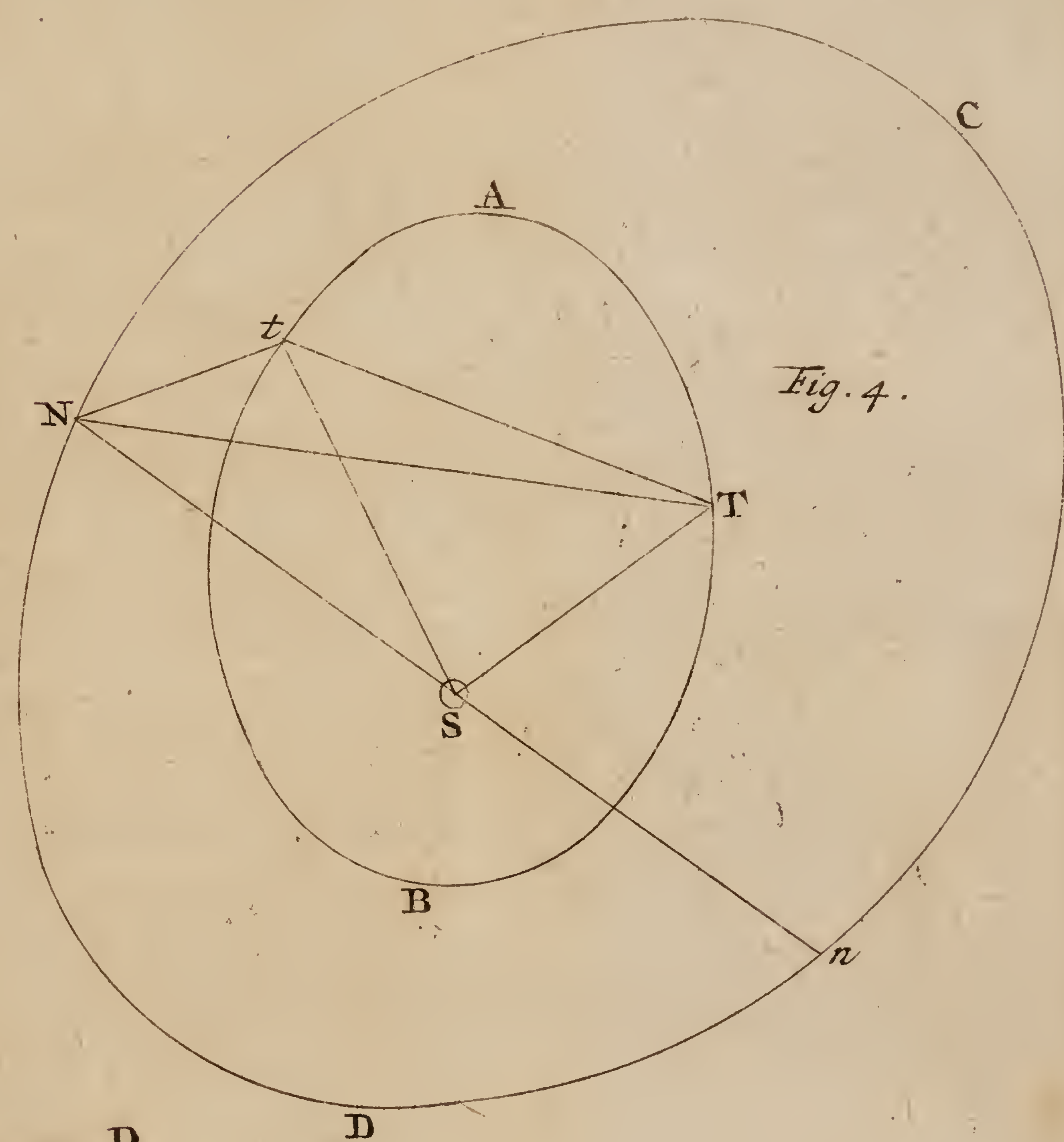


Fig. 4.

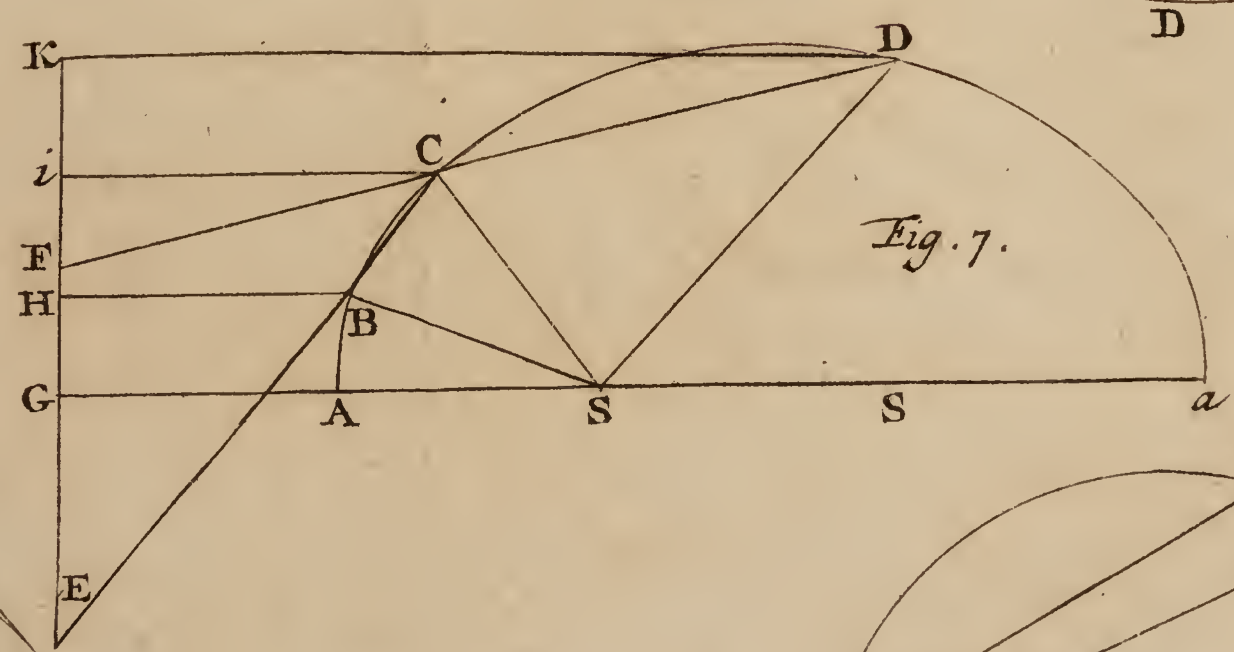


Fig. 7.

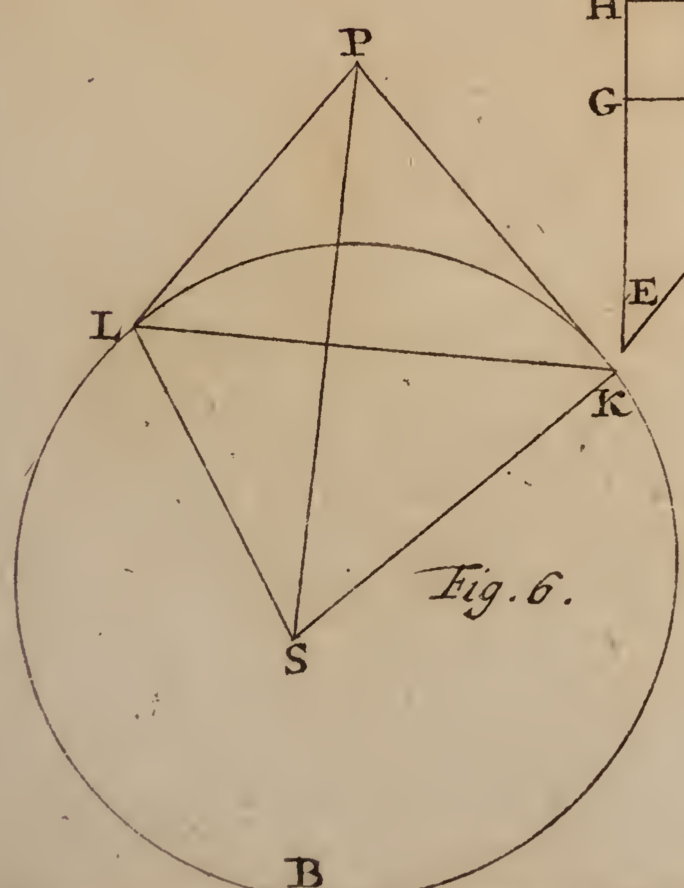


Fig. 6.

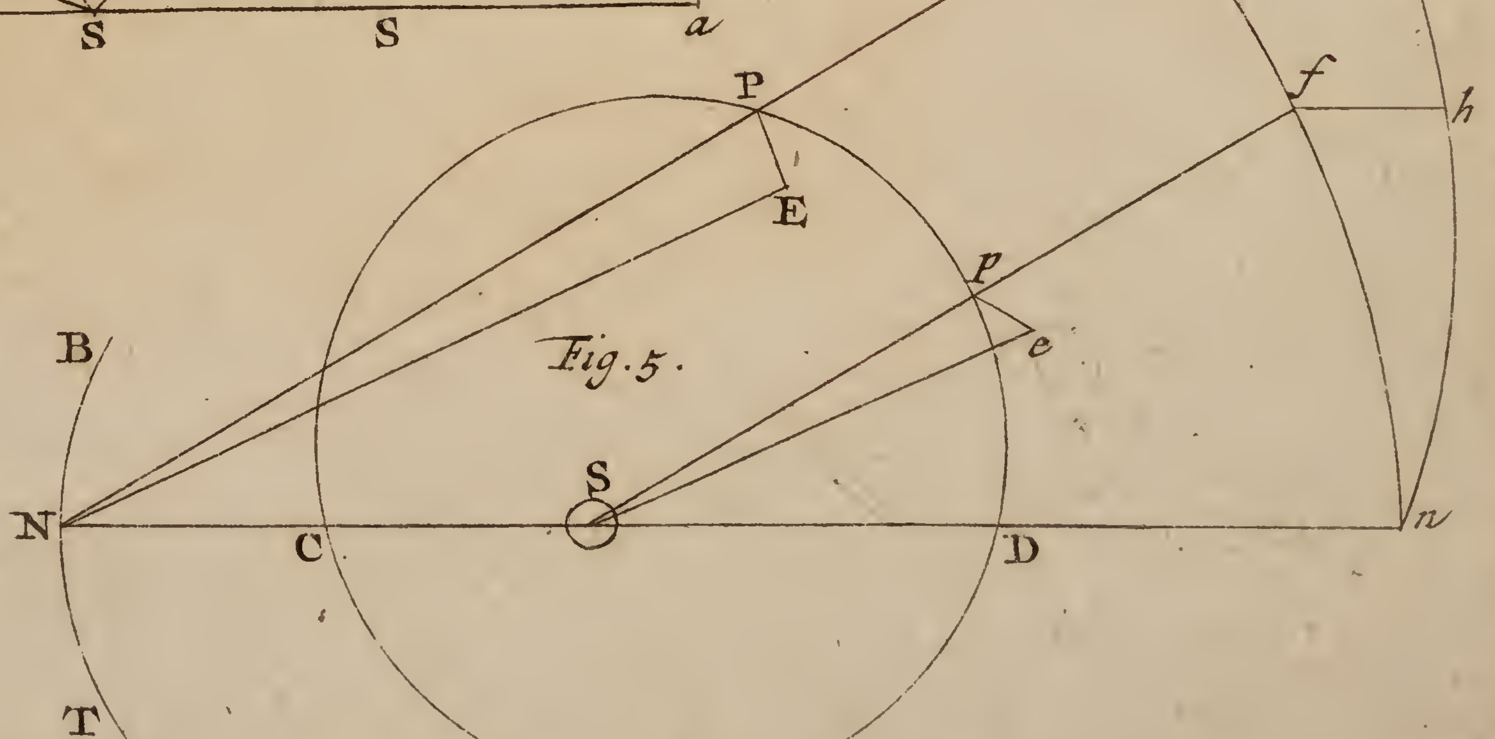


Fig. 5.

ita ut in Meridie primæ diei Januarii, completa ſit prima Anni dies. Fiat ut Tempus Periodicum ad Annum communem 365 dierum; ita circulus ad quartum, dabitur Planetæ motus medius in uno Anno, & ſimiliter, fiat ut Tempus Periodicum ad diem ita circulus integer ad quartum, & dabitur motus medius diurnus; ſimiliterque operando, dabitur motus Horarius, motuſque pro ſingulis ſcrupulis primis, ſecundis, &c. Si motus Annuus continuo ad ſe ipſum addatur, dabitur motus duorum, trium, & quatuor Annorum, ſed cum quartus quilibet Annus ſit Biſſextilis conſtans dierum 366, ad motum quarti Anni addendus eſt motus unius diei. Deinde continuo addendo motum unius Anni, habebimus motum 5, 6, & 7, Annorum; ſed motus octavi Anni augendus eſt motu unius diei, vel potius motus quatuor Annorum duplicandus eſt, eſt enim Biſſextilis. Ex hiſce motibus ſic collectis, ſemper rejiciendi ſunt integri circuli, nam poſt circulum peractum, Planeta ſemper ad eundem locum redit.

Hac ratione habentur Planetæ cujuſlibet motus medii, pro Annis ſingulis, uſque ad 20. Deinde ſi motus Annorum 20 continuo ad ſe addantur, dabuntur motus in Annis 40, 60, 80, 100, quibus ſingulis addendo motum decem Annorum dabuntur motus pro Annis 30, 50, 70, 90, 100. Et continua additione motûs 100. Annorum rejectis ſemper integris circulis; dabuntur motus Annorum 200, 300, 400, 500, &c- uſque ad 1000. Et ſimiliter progrediendo, obtinentur motus pro Annis 2000, 3000, 4000, 5000, &c. Atque ita quo uſque libuerit progredi liceat.

Motus ſic collecti in Tabulis ſunt reducendi, quæ Tabulæ motus medii dicuntur, ſeu Anomaliæ mediæ, ſi ab Aphelio numerentur motus; & pro ſingulis Planetis in tabulis Aſtronomicis proſtant. Verum notandum eſt, ſi motus medius ſit ab æquinoctio numerandus, loco Temporis Periodici capiendum erit Tempus quo Planeta Zodiacum percurrit, quod Tempore Periodico aliquanto minus eſt, ob motum Æquinoctiorum interea in antecedentia factum.

Si Planetarum Aphelia moveri ſupponatur, hujus quoque

motus ratio habenda eſt. Et motus Præceſſionis Æquinoctiorum motuſque Apheliorum, (qui quantum conſtat præterquam in Luna ſunt omnes æquabiles,) pro ſingulis Annis; Annorum Decadibus, centenariis, & millenariis ſunt ſimiliter computandi, & in Tabulis diſponendi, ut pro dato tempore habeantur diſtantiæ fixarum & Apheliorum ab Æquinoctio.

His adjungunt Aſtronomi alias quoque pro ſingulis Anomaliæ mediæ gradibus Tabulas, quibus Anomaliæ veræ correſpondentes habentur, & computari poſſunt per methodum à nobis traditam in Lectione de ſolutione Problematis Kepleri, ſi minuta & ſcrupula ſecunda adjiciantur mediis motibus, capienda eſt differentia inter Anomalias veras uno gradu à ſe invicem diſtantes, & elicienda eſt pars proportionalis addenda Anomaliæ Tabulari proxime minori, aut ab ea ſubtrahenda.

Pro Solis Lunæque motibus vulgo computantur Proſthaphereſes ſeu Æquationes, quæ ſunt differentiæ inter Anomaliam veram & mediam. Hæ ab Anomalia media vel ſublatæ, vel eidem additæ, prout Planeta fuerit in primo vel ſecundo Anomaliæ ſemicirculo, dant Anomaliam veram.

Argumentum Latitudinis. Ex notis Aphelii, Nodique locis, dabitur eorum diſtantia, adeoque ex data Planetæ Anomalia vera, dabitur ejus diſtantia à Nodo, quæ *Argumentum Latitudinis* dicitur. Per quod & calculum Trigonometricum, facile innoteſcit Planetæ Latitudo centrica, ejuſque diſtantia à Sole curtata, quæ eſt diſtantia inter Solem & rectam à Planeta ad planum Eclipticæ perpendiculariter demiſſam. Atque hac ratione locus Planetæ centricus, Latitudo, & à Sole diſtantia calculo inveniuntur. Quibus inveſtigatis poſſumus locum Planetæ Geocentricum ſeu è Tellure viſum hac ratione exquirere.

Calculus loci Geocentrici Planetæ. TAB. 40. *fig.* 3. Inveniendus eſt primo, locus Telluris in Ecliptica è Sole viſus, ejuſque à Sole diſtantia; item locus Planetæ Heliocentricus; Latitudo, & diſtantia curtata. Sit TCF orbita Telluris, in qua ſit Tellus in T, APE orbita Planetæ, cujus locus ſit P, & S Sol, SN Nodorum linea. Ex Pla-

Planetæ loco demittatur ad Planum Eclipticæ normalis recta PB, ducta SB & producta occurret Eclipticæ in loco Planetæ ad Eclipticam reducto, qui locus, ex dato arcu PN, & inclinatione Planorum orbitæ & Eclipticæ datur. Sed datur locus Telluris è Sole viſus, adeoque dabitur differentia locorum Terræ & Planetæ, ſeu angulus TSB qui Commutatio dicitur. Deinde in triangulo TSB, datur TS ex Theoria motus Telluris, & SB diſtantia Planetæ à Sole curtata, quare dabitur angulus STB Elongatio Planetæ à Sole, ſeu arcus Eclipticæ inter locum Solis & Planetæ locum interceptus, & TB diſtantia Planetæ à Tellure curtata. At datur Solis locus, oppoſitus eſt enim loco Terræ è Sole viſo; quare dabitur locus Planetæ in Ecliptica è Tellure viſus. Præterea in duobus triangulis rectangulis PSB, PTB, eſt Tangens anguli PSB ad Tangentem anguli PTB, ut TB ad SB, ſed ut TB ad SB, ita ſinus TSB anguli Commutationis ad ſinum anguli Elongationis STB. Quare erit ut ſinus anguli commutationis ad ſinum anguli Elongationis, ita Tangens Latitudinis Heliocentricæ, ad Tangentem Latitudinis Geocentricæ. Q. E. I. Sic hac ratione invenire poſſunt Aſtronomi ad quodlibet datum Temporis momentum Locum Planetæ Geocentricum, ejuſque Latitudinem è Tellure viſam.

Comparando Planetarum Periodos cum ipſorum à Sole diſtantiis mirabilem videmus eos ubique obſervare Harmoniæ legem, ſcil.

Quadrata Temporum Periodicorum ſunt in omnibus, proportionalia Cubis diſtantiarum mediarum à Sole.

Sunt enim Periodi & diſtantiæ mediæ illæ quas exhibet annexa Tabula.

	Periodi Dies	h.	′	″	Diſtantiæ mediæ.
♄	10759	6	36	26	953800
♃	4332	12	20	25	520110
♂	686	23	27	30	152369
☉	365	6	9	30	100000
♀	224	16	49	24	72333
☿	87	23	15	53	38710

Pla-

Planetarum Diametros veras, & magnitudines, eos cum Sole comparando, optime determinavit illuſtris Mathematicus *Hugenius*, in Syſtemate ſuo Saturnino; idque methodo ſequenti.

Docuit nos novo ſuo & Divinitus invento Syſtemate Copernicus, quamnam inter ſe proportionem ſervant, ſingulorum à Sole Planetarum diſtantiæ. Apparentes vero eorundem diametri, quanto aliæ aliis majores ſunt, Teleſcopii ope innoteſcit, collatis ergo invicem rationibus utriſque, tum diſtantiæ, tum magnitudinis apparentis, vera inde Planetarum ad ſe mutuo nec non ad Solem magnitudo cognoſcitur, per principia in Lectione prima à nobis explicata.

Et ad Saturnum quod attinet primum, Annuli ejus diameter, quum in minima à nobis diſtantia, comprehendatur angulo 68 ſcrupulorum ſecundorum, talis enim ad ſummum reperitur, cumque minima hæc Saturni diſtantia ſit ad mediocrem Solis diſtantiam fere octupla, ſequitur, ſi tam propinquus nobis fieret Saturnus quam Sol in diſtantia mediocri, apparituram tunc Annuli diametrum octuplam ejus quæ nunc apparet, hoc eſt 9′ : 4″. Solis autem diameter in media diſtantia eſt 30′ : 30″; ergo revera, ea erit proportio diametri Annuli Saturni ad diametrum Solis quæ 9′ : 40″, ad 30′ : 30″; hoc eſt, fere quæ 11 ad 37. Diameter vero Saturni ipſius, ad Annuli diametrum ſe habet ut 4 ad 9; hoc eſt, fere ut 5 ad 11, adeoque ad diametrum Solis ut 5 ad 37.

Jovis diameter cum proxime nobis adeſt, 64 ſcrupula ſecunda comprehendere videtur, cumque hæc ejus diſtantia ſit ad mediam Solis diſtantiam ut 26 ad 5. Si fiat ut 5 ad 26, ita 64″ ad aliud, invenientur 5′ : 35″ amplitudo anguli quem obtineret Jovis diameter, ſi tam propinquus nobis fieri intelligatur, atque Sol in diſtantia mediocri. Sol autem hic apparet diametro 30′ : 30″. Ergo Jovialis diametri ad Solarem proportio erit, quæ 5′ : 35″, ad 30′ 30′ hoc eſt, paulo major quam 1 ad 5½.

Venus cum Terris proxima eſt, non majorem ſubtendit an-

angulum quam 85 ſcrupulorum ſecundorum. Eſt autem diſtantia hæc Veneris Perigea, ad mediam Solis à Tellure diſtantiam circiter ut 21 ad 82. Ergo ſi apud Solem Venus conſiſteret, appareret ejus diameter duntaxat 21″:46‴; unde conſtat ita eſſe diametrum Veneris ad Solarem ut 21″:46‴ ad 30′½, hoc eſt, ut 1 ad 84.

At Martis diameter Terris proximi non excedere 30″ deprehenditur. Unde cùm diſtantia Martis minima ſit ad mediocrem Solis, ut 15 ad 41, colligitur ratio diametri Martis ad diametrum Solis, ea quæ eſt circiter 1 ad 166, unde Mars duplo minor Venere ſecundum diametrum, hac ratione efficitur.

Præterea ex obſervationibus Hevelii conſtat, Mercurii diametrum ad Solis diametrum comparatam, ſe habere ut 1 ad 290.

Terræ magnitudinem ad Solem comparatam diverſi auctores diverſam ponunt; qui parallaxim Solis Horizontalem quindecim ſecundorum fingunt, Solem à Terra 13750 ſemidiametris diſtare volunt, quo poſito diameter Solis erit ad diametrum Terræ ut 30′:30″ ad 30″; hoc eſt, ut 61 ad 1. Sed eſt argumentum probabile, quod hanc proportionem paulo majorem facit; nempe quoniam Lunæ diameter paulo major eſt quam quarta pars diametri Terræ: ſi parallaxis Solis ponatur quindecim ſecundorum, fieret Lunæ corpus corpore Mercurii majus; Planeta ſcil. ſecundarius primario major, quod concinnati Syſtematis Mundani contrariari videtur. Ponatur itaque Terræ ſemidiameter è Sole viſa, ſeu quod idem eſt, Solis parallaxim Horizontalem 10 ſecundorum; unde Luna minor erit Mercurio, ac provenit Solis à Terra diſtantia plus quam 20000 ſemidiametris Terræ; & Solis diameter erit 91½ vicibus major Telluris diametro; cui proportioni convenit in præſentiarum, aſſenſum præbere, uſquedum per obſervationem Veneris in Solis diſco viſæ, quod Anno 1761. continget, de eadem certiores ſimus facti. Eſt itaque diameter Solis ad Planetarum diametros, in ratione quæ ſequenti Tabella exprimitur.

Dia-

Diameter Solis eſt ad diametrum,	Saturni	ut 1000 ad	137
	Jovis		181
	Martis		6
	Terræ		9
	Veneris		12
	Mercurii		4

Adeoque, cum Sphæræ ſint ut Cubi à diametris

erit Sol ad	Saturnum	ut 1000000000 ad	2571353
	Jovem		5929741
	Martem		216
	Tellurem		729
	Venerem		1728
	Mercurium		64

Hinc ſequitur, Solem omnes Planetas ſimul ſumptos, pluſquam centies & ſedecies magnitudine ſuperare; Saturnus autem quadringentis vicibus eſt Sole minor. At quantitate materiæ bis mille & quadringenis vicibus ei cedit. Jupiter Planetarum maximus plus 160 vicibus Sole minor eſt, at quantitate materiæ, ejus partem milleſimam trigeſimam tertiam non adæquat; at Terra noſtra ſi cum Sole comparetur, minima res eſt, & puncti fere inſtar; nam trecentis millenis vicibus eſt illo minor. Præterea comparando Planetas inter ſe; ex his rationibus conſtat, Jovem reliquis Planetis omnibus ſimul ſumptis majorem exiſtere. Terram autem noſtram pluſquam 2000 vicibus ſuperare, ſed & Stella Veneris quinquies noſtra Tellure major eſt. Sunt tamen duo ex ſex Planetis, Mars ſcil. & Mercurius, quos Tellus magnitudine ſuperat.

Jupiter reliquos omnes Planetas ſimul ſumptos magnitudine ſuperat.

LECTIO XXVII.
De Planetarum Stationibus.

SI Tellus quieſceret, in eo orbitæ ſuæ puncto nobis ſtare appareret Planeta inferior ſeu Soli propior, ubi rectà è Tellure ad Planetam ducta, ejus orbitam tangit. Nam cum Planeta circa illud punctum verſatur, ſi Terra quieſceret, rectà ad illam accederet, ejuſque motus viſibilis eſſet nul-

nullus, vel certè omnium minimus. Similiter ſi Planeta ſuperior, vel à Sole remotior quivis quieſceret, is e Tellure in orbitâ ſuâ delata ſpectatus ſtare videretur, ubi recta è Planetâ ad Terram ducta Telluris orbitam tangit; at quia tam Terra quam Planetæ continuò circa Solem moventur, quando Planeta inferior in recta tangente ejus orbitam videtur, tunc etiam motus Terræ interea factus locum ejus viſibilem mutabit, adeoque nondum ſtare videbitur Planeta; ſicuti ob ſimilem cauſam, quando Terra in Tangente orbitæ ſuæ per Planetam ſuperiorem tranſeunte reperitur, ſeu dum percurrit arcum exiguum qui cum tangente illa ferè coincidit, Motus tamen ſuperioris Planetæ interea factus, ejus locum viſum mutabit. Adeoque neque Planeta inferior videtur ſtationarius, quando conſpicitur in recta quæ tangit ejus orbitam. Neque ſuperior ſtare videtur, cum eſt in recta quæ tangit orbitam Terræ, & per Terram quoque tranſit.

Planeta inferior non ſtationarius quando videtur in rectâ, quæ ejus orbitam tangit.

Neque ſuperior Planeta ſtare apparet, cum in recta videtur quæ tangit orbitam Terræ.

At cum Planetæ omnes nunc directè incedere, nunc retrogredi videntur; neceſſe eſt ut inter motum progreſſus & regreſſus, quilibet Planeta fiat Stationarius, & eundem in cælo locum per aliquod tempus (licet illud ſit exiguum) conſervare videatur; eundem autem locum in cælo viſibilem obtinet, quando linea Planetæ atque Terræ centra connectens ad idem cæli punctum continuo dirigitur; at recta illa ad idem cæli punctum dirigitur, quando ſibi parallela manet. Nam rectæ è quibuſvis orbitæ Telluris punctis ſibi parallelæ ductæ, ad eandem in cælo ſtellam diriguntur: iſtarum enim linearum diſtantia reſpectu diſtantiæ ſtellarum evaneſcit.

Quando Planetæ ſtare videtur.

Ut itaque inveniantur Stationum puncta, inquirendum erit, ubi linea in quâ videtur Planeta, è Terrâ, ſibi parallela manet. Quod ut fiat, notandum eſt, ſi centra Solis, Planetæ, & Terræ rectis conjungantur, formari triangulum, cujus duo crura ſunt ubique æqualia diſtantiis Planetæ & Terræ à Sole, Baſis autem eſt recta quæ Planetæ atque Terræ centra connectit: cumque crura hujus Trianguli in orbitis circularibus concentricis eâdem ſemper magnitu-

dine maneant, erit ratio ſinuum angulorum ad baſim ſemper eadem; ſunt enim ſinus ut latera angulis oppoſita. Uti ex Trigonometria conſtat.

TAB. 41. *fig.* 1.

Sit circulus BDG orbita Planetæ, cujus centrum S tenet Sol; atque huic concentricus AHK ſit Terræ orbita. Sitque primo Tellus in A & Planeta in orbitæ ſuæ puncto B. In Triangulo ASB, ſinus angulorum A & B ad baſim AB ſunt ut latera oppoſita SB SA. Ponamus deinde, tempore quovis exiguo, moveri Terram in orbitâ, per arcum exiguum AC, & Planetam interea per arcum BD in ſua orbita deferri: Planetæ & Telluris motus angulares ad Solem eodem tempore facti erunt reciprocè, ut Tempora eorum Periodica; nam quò majus eſt tempus Periodicum eò minor Peripheriæ portio in dato tempore percurritur. Eſt itaque angulus ASC motus angularis Telluris ad angulum BSD motum angularem Planetæ, ut Tempus periodicum Planetæ, ad tempus Periodicum Telluris, hoc eſt in data ſemper ratione.

Tempore ſtationum mutationes angulorum, ad Tellurem & Planetam ſunt reciproce ut eorum Tempora Periodica.

Telluris centrum in C atque Planetæ in D rectâ conjungantur, quæ ſit ad AB parallela; & in eo caſu, uti oſtenſum eſt, Planeta ſtationarius apparet. Recta SA ſecet CD in M, SD verò producta ſecet AB in E. Et ob parallelas AB CD, erit per 29. *El. primi* angulus SMD æqualis angulo A. Sed per 32. *El. primi*, eſt angulus SMD æqualis angulis C & MSC ſimul; quare erit angulus C æqualis angulo A dempto angulo MSC ſeu CSA. Similiter ob parallelas AB CD, eſt angulus SDC, æqualis angulo SEA qui per 32 *El. primi* æqualis erit angulis SBA BSE, quare angulus SDC æqualis erit SBA & BSE ſimul ſumptis; eſt itaque incrementum momentaneum anguli SBA, æquale motui angulari Planetæ ad Solem interea facto. Sed prius oſtenſum fuit, decrementum anguli A, æquale eſſe angulo ASC, ſeu motui angulari Terræ ad Solem. At hi motus angulares ſunt in datâ ratione, reciprocè ſcil. ut Tempora Periodica.

Planeta itaque ſtationarius è Terrâ videtur, cum mutatio momentanea anguli ad Tellurem, eſt ad mutationem momen-

mentaneam anguli ad Planetam, ut Tempus Periodicum Planetæ ad Tempus periodicum Telluris.

Sint duo arcus vel anguli, quorum ſinus in eâdem ſemper maneant ratione. Dico eorum coſinus ſeu ſinus complementorum ad quadrantem eſſe in ratione compoſitâ ex directâ ratione ſinuum eorundem arcuum, & reciprocâ ratione mutationum momentanearum arcuum vel angulorum, ſint v. gr. duo Arcus AM CM, quorum ſinus AB CD; & coſinus ſunt SB SD, & decreſcant arcus AM CM in arcus EM GM tales ut arcuum ſinus EK GL ſint prioribus AB CD proportionales. Eruntque decrementa ſinuum AF CH iiſdem quoque ſinubus proportionalia. Sunt AE CG arcuum decrementa momentanea, & arcus illi cum ſint indefinitè exigui pro rectis haberi poſſunt; ductis FE HG ad SM parallelis, Triangula AFE ASB erunt æquiangula; nam angulus B & AFE ſunt recti, & angulus EAF æqualis angulo ASB, nam eſt angulus SAB utriuſque complementum ad rectum. Similiter oſtendetur, Triangula CHG CSD eſſe æquiangula. Quare obſimilia Triangula.

Angulorum quorum ſinuum ratio eadem manet, coſinus ſunt in ratione directâ ſinuum & reciprocâ mutationum momentaneârum eorûndem. TAB. 43. *fig.* 4.

Eſt CG : CH :: CS : SD

Item AF : AE :: SB : AS vel CS

Quare ductis Antecedentibus in Antecedentes, & Conſequentibus in Conſequentes, erit AF ⋈ CG : CH ⋈ AE :: SB ⋈ CS : SD ⋈ CS :: SB : SD. Hoc eſt erit SB ad SD in ratione compoſitâ ex ratione AF ad CH, & ratione CG ad AE, ſed ratio AF ad CH eadem eſt cum ratione ſinuum AB CD. Et Ratio CG ad AE, eſt ratio decrementorum arcuum AM CM in tempore minimo factorum. Eſt itaque SB coſinus Arcûs AM, ad SD coſinum arcûs CM, in ratione compoſitâ ex ratione ſinuum eorundem arcuum ſcil. AB CD & ex reciprocâ ratione decrementorum arcuum, ſcil. ex ratione CG ad AE.

Hinc ſi Solis, Planetæ ſtationarii, atque Telluris centra rectis jungantur, erit coſinus anguli A exiſtentis ad Tellurem ad coſinum anguli B ad Planetam, in ratione compoſitâ ſinuum angulorum A & B, & ratione reciprocâ decrementorum angulorum A & B. Sed Ratio ſinuum, eſt ratio diſtantiarum Planetæ & Telluris à Sole, ſcil. SB SA; & ratio

Hoc ad Planetas in ſtationum locis applicatur. TAB. 41. *fig.* 1.

 tio

tio decrementorum angulorum A & B, eſt ratio tempmuro Periodicorum Planetæ & Telluris, quæ dicantur *t* & T. Eſt itaque coſinus anguli A ad coſinum anguli B, cum Planeta ſtationarius e Tellure videtur, ut T × SB ad *t* × SA. Hoc eſt coſinus anguli ad Tellurem eſt ad coſinum anguli ad Planetam in ratione compoſitâ ex directâ ratione Temporum Periodicorum Telluris & Planetæ, & reciprocâ ratione diſtantiarum à Sole.

Conſtructio ad determinationem ſtationum. TAB. 41. *fig.* 2.

Hinc ſtationum Puncta ſequentis conſtructionis ope facillimè habentur.

Sit AH Portio orbitæ Telluris, GBK portio orbitæ Planetæ, quarum centrum commune S. Secetur SA in E, ut SA ſit ad SE, ut Tempus Periodicum Telluris ad Tempus periodicum Planetæ. Super Diametro AE deſcribatur ſemicirculus ABE ſecans orbitam Planetæ in B. Erit B ſtationis punctum. Et erit angulus SAB Elongatio Planetæ à Sole, quando is ſtationarius e Terrâ videtur. Ducantur ABF EB, & huic parallela SF; angulus ABE in ſemicirculo eſt rectus, quare huic æqualis AFS erit etiam rectus.

Eſt præterea AS : AF :: Radius: coſinum ang: A. Item. BF : SB :: coſinus anguli SBF ad Radium; unde ductis Antecedentibus in Antecedentes; & Conſequentibus in conſequentes, erit AS × BF : AF × SB :: coſinûs SBF : coſinum anguli A. Ratio itaque coſinus anguli A, ad coſinum anguli SBF componitur ex ratione AF ad BF, & SB ad AS, ſed ratio AF ad BF æqualis eſt rationi AS ad SE ſeu rationi T ad *t*. Eſt itaque Ratio coſinûs anguli A ad coſinum anguli SBF æqualis rationi T × SB ad *t* × SA. Sed oſtenſum fuit, quando coſinus angulorum A & B hanc rationem obtinent, Planetam ſtationarium videri: quare liquet Punctum B eſſe locum Planetæ, cum is ſtationarius apparet.

Quando Planeta è Tellure ſtationarius videtur Tellus è Planetâ conſpecta ſtationaria apparet.

Hinc patet, quando Planeta inferior ſtationarius e Tellure videtur, Tellurem quoque ex inferiore Planeta ſpectatam etiam ſtationariam videri, locumque inter fixas non mutare; nam Tellus ſtationaria videtur, cum linea ejus centrum & Planetæ centrum connectens parallela ſibi manet, & quam diu illa parallela ſibi manet, ad idem cœli punctum dirigetur.

Eâ

Eadem prorſus ratione inveniuntur poſitiones Planetarum ſuperiorum, reſpectu Terræ & Solis, quando illi e Tellure conſpecti ſtationarii videntur. Scil. inquirendo, ubi Tellus tanquam Planeta inferior ſpectata ex ipſis ſtationaria videretur.

Caſus ubi ſtationaria in oppoſitione vel conjunctione cum Sole fierent.

Si Tempora Periodica forent diſtantiis à Sole proportionalia, coinciderent puncta E & A cum puncto G, & Planeta ſtationarius videretur, cum angulus A eſſet nullus; hoc eſt quando Planeta in conjunctione cum Sole videtur; ſi verò SE ad SA majorem rationem obtineret, quàm SG ad SA, hoc eſt ſi SE major foret quàm SG, circulus ABE Planetæ orbitam nuſquam ſecaret, adeoque Planeta nunquam fieret ſtationarius, ſeu ſemper directus videretur incedere.

Caſus ubi nullæ forent ſtationes.

Quod nunquam accidit in Planetis.

At neuter horum caſuum in Planetis locum obtinet: in illis enim eſt ſemper SE minor quam SG, quod ſic oſtendo.

Diſtantia Telluris à Sole SA dicatur p. Diſtantia Planetæ SG vel SB ſit q. Tempora periodica vocentur T t, & in Planetis per univerſalem regulam, ſuperius in Lectione quartâ explicatam. Eſt $T^2 : t^2 :: p^3 : q^3$ unde $T : t :: \sqrt{p^3} : \sqrt{q^3}$, ſeu ut $p^{\frac{3}{2}} : q^{\frac{3}{2}} :: p \times p^{\frac{1}{2}} : q \times q^{\frac{1}{2}}$. Sed ut T ad t ita eſt SA ad SE; hoc eſt $p \times p^{\frac{1}{2}} : q \times q^{\frac{1}{2}} ::$ SA vel $p : \frac{q \times q^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}}$ cui itaque æqualis eſt SE. Et quoniam eſt p major quam q, erit $q \times p^{\frac{1}{2}}$ major quam $q \times q^{\frac{1}{2}}$, ac proinde q major quam $\frac{q \times q^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}}$ ſeu SB vel SG major quam SE, adeoque circulus ſuper diametro AE Planetæ orbitam ſecabit. Terricola igitur Planetas omnes, in datis quibuſdam poſitionibus, ſtationarios videbit.

Inveſtigatio ſtationum per calculum.

Si calculo uti placeat, angulus ad Tellurem, ſeu Elongatio Planetæ à Sole, quando is ſtationarius apparet, ſic inveſtigatur. Poſito radio r, ſit ſinus anguli ad Tellurem qx, eritque ſinus anguli ad Planetam px. ponendo p ad q eſſe rationem ſinuum ſeu diſtantiarum a Sole, cumque ſinus anguli ad Tellurem ſit qx; ejus coſinus erit $\sqrt{r^2 - q^2 x^2}$ &

locitates; quare tangentes CE AE ſunt, ut Planetarum velocitates. Hoc Theorema eſt *Joannis Bernoulli*, *in Actis Berolinenſibus* Editum, & ex paralleliſmo linearum AC BD immediatè ſequitur; is tamen exinde nullam protulit Problematis Solutionem. Sequitur Solutio Halleiana.

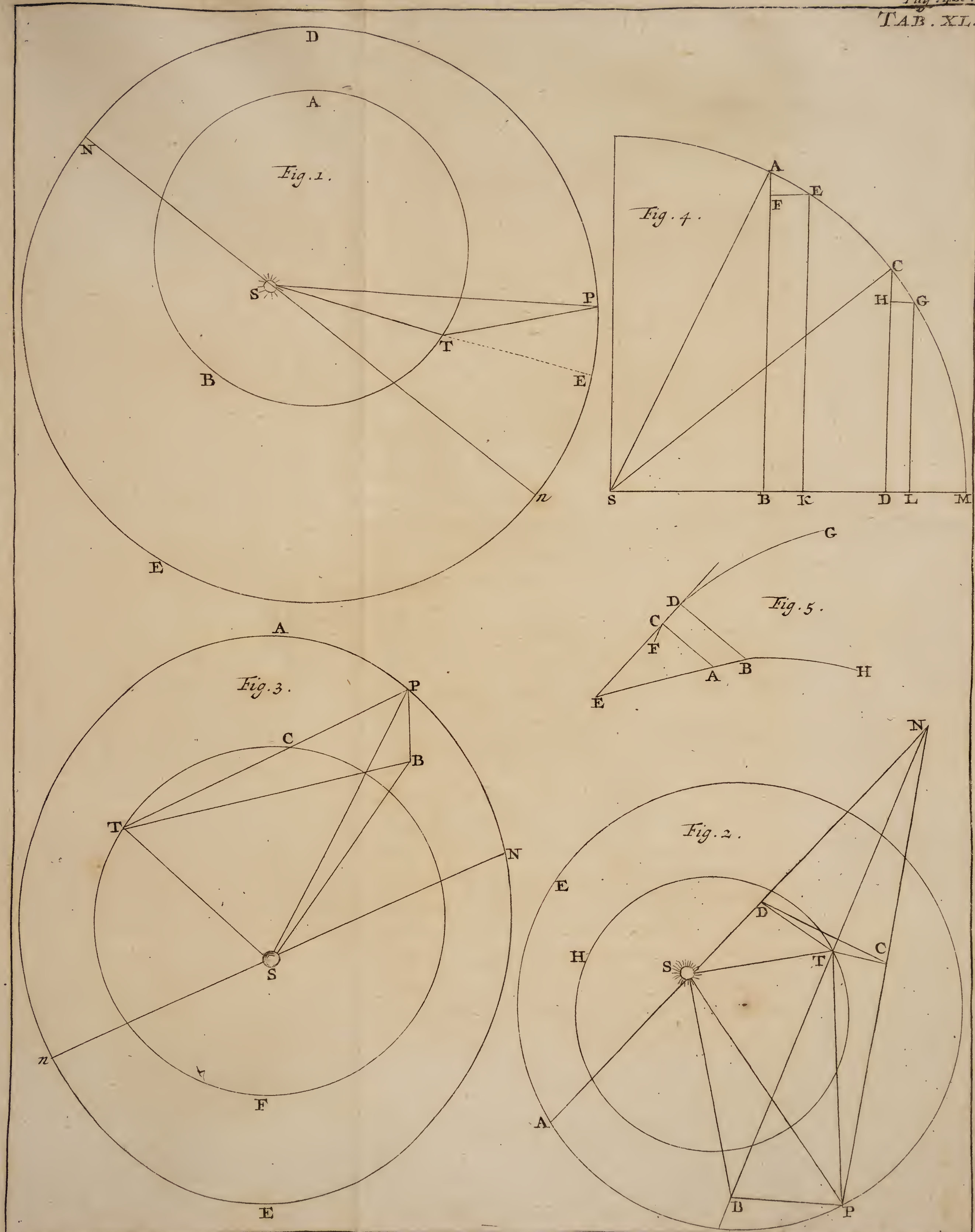
PROBLEMA.

Invenire Locum Terræ è quo Planeta in dato Orbis ſui puncto viſus, ſtationarius apparet.

TAB. 41. fig. 5. Sit S Sol, ΠKLA orbis Terræ, quam circularem pro hac vice ſupponamus, πPα Orbita planetæ, P locus Planetæ datus. Ducatur recta VPQ contingens orbem Planetæ in P, occurrens vero Orbi Terræ in V & Q, ac biſecetur VQ in R: in eandem autem erigatur normalis PB, quæ ſit ad VR vel RQ ut velocitas Planetæ ad velocitatem Terræ: ac centro R diametro VQ deſcribatur ſemicirculus *vbd*Q, quem contingant rectæ, utrinque de B ductæ & productæ, ut B*b*Σ, B*d*T; & ad quas e centro R demittantur normales R*b*, R*d*; ac fiant ΣK ipſi Σ*b*, & TL ipſi T*d* æquales. Dico K, L puncta eſſe in orbe Terræ quæſita. Ob ſimilia enim triangula R*b*Σ, BPΣ, ΣP eſt ad PB ut Σ*b* ſive ΣK ad R*b* ſive RV, ac permutando ΣP eſt ad ΣK ut PB ad RV, quas fecimus, ut velocitas Planetæ ad velocitatem Terræ, Verum Σ*b* contingit ſemicirculum in puncto *b*, ac proinde quadratum ex Σ*b* æquale eſt rectangulo VΣQ. *per* 36. 3. *El.* cumque ΣK facta eſt ipſi Σ*b* æqualis, ΣK continget orbem Terræ in puncto K, *per* 37. 3. *El.* Tangentes itaque utriuſque orbis ΣP, ΣK ſunt in ratione velocitatum, ac proinde Planeta in P è Terrâ in K viſus, Stationarius erit. Eodem omnino modo demonſtrabitur rectas TP, TL eſſe in ratione velocitatum & TL orbem Terræ contingere in L. Junctæ denique SK SL deſignabunt loca Terræ e Sole viſæ, ac anguli KSP, LSP angulos commutationis quæſitos. Et exiſtente SA lineâ Apſidum Terræ, erunt KSA, LSA, anguli anomaliæ veræ Terræ; unde ſi quid erratum fuerit in ſuppoſitâ velocitate Terræ accuratiſſimè corrigi poterit.

AL-

TAB. XL.


Fig. 1.
D
A
N
S
P
T
E
B
n
E
Fig. 4.
A
E
F
C
H
G
S
B
K
D
L
M
Fig. 5.
G
D
C
F
A
B
H
E
Fig. 3.
A
P
C
B
T
N
S
n
F
E
Fig. 2.
N
E
D
C
H
S
T
A
B
P

Alterius generis eſt Problema, *Stationis alicujus tempus definire;* cujus Solutio per Geometriam vulgarem exhiberi haud poteſt; illam tamen per approximationem, & methodum indirectam inveſtigavit acutiſſimus *Halleius;* in cujus Solutione utitur duobus Theorematis à *Cl. Moivreo* inventis; & Horum Theorematum demonſtrationes cum in rebus Aſtronomicis uſum habeant, nos dedimus in Lectione XXIII. pag. 424.

Sequitur Solutio *Halleiana.* Quoties Stationis alicujus tempus accuratè definire cupis; Obtentâ prius, Conſtructione dictâ, vel calculo rudiori, vel etiam ex Ephemeridibus, Stationis quæſitæ die, juxta Tabulas Aſtronomicas perfectiores, ad Meridiem iſtius diei capiatur Locus Solis, uti & Planetæ, tam Heliocentricus quàm Geocentricus, unà cum diſtantiarum utriuſque à Sole Logarithmis; & ut reducantur motus ad idem planum, curtetur illa Planetæ. Datur itaque Triangulum, STP, ex principiis Aſtronomicis, ubi S Solem, T Terram & P Planetam deſignant. Ducantur Tangentes Orbis Terræ TQ, orbis verò Planetæ PQ, concurrentes in Q. Jam, ſi forte contingeret reales Planetarum Velocitates eſſe inter ſe, ut PQ ad TQ, ſive ut ſinus anguli PTQ ad Sinum anguli TPQ, conſtabit Planetas eſſe in ſitu Stationi congruo; quia hoc in caſu, motus momentaneus Terræ, de T in *t* juxta Tangentem TQ latæ, eſt ad motum Planetæ de P in *p* juxta Tangentem PQ, ut TQ ad PQ: proinde (per 2. VI *Elem.*) rectæ TP, *tp* parallelæ fiunt, atque adeo Planetæ tali in ſitu invicem Stationarii apparerent. TAB. 45. *fig.* 5.

Datis autem diſtantiis ST SP conſequitur ratio quam habent velocitates reales inter ſe, ſive T*t* P*p*. Sunt enim velocitates reales mediæ diverſorum Planetarum, ſive eæ quibuſcum ad diſtantias ſemiaxibus tranſverſis Orbium æquales, circa Solem circulos diſcriberent, in ſubduplicatâ ratione Axium reciprocè. Media autem velocitas Planetæ eſt ad Velocitatem ejuſdem in quovis orbitæ ſuæ puncto P vel T, in ſubduplicatâ ratione diſtantiæ â Sole ad diſtantiam ejus ab altero Orbitæ Ellipticæ Foco, quam PF & TF nominabimus reſpectivè. Poſito etiam R pro ſemiaxe tranſverſo ſu-

perioris planetæ, & r inferioris, compoſitis rationibus erit Velocitas inferioris Planetæ ad eam ſuperioris, ſive Tt ad pP ut $\sqrt{R \times SP \times TF}$ ad $\sqrt{r \times ST \times PF}$. Hujus itaque rationis Logarithmus, juxta obliquitatem Tangentis PQ ad Eclipticæ planum reductus, habeatur in promptu.

Ex iiſdem etiam diſtantiis habebuntur anguli STQ, SPQ; eſt enim Radius ad Sinum anguli STQ, ut $\sqrt{ST \times TF}$ ad ſemiaxem conjugatum Orbitæ Terræ; pariterque Rad. ad Sinum SPQ, ut $\sqrt{SP \times PF}$ ad ſemiaxem conjugatum Orbitæ Planetæ. Vel, quod paulo paratius eſt, fiat ut diſtantia Planetæ in Aphelio ad diſtantiam Periheliam, ita Tangens ſemiſſis anguli quo diſtat à perihelio ſuo, ad Tangentem anguli; qui è dicto ſemiſſe ſublatus, relinquet complementum anguli SPQ ad Quadrantem, vel exceſſum ejus ſupra quadrantem, prout contigerit vel acutum vel obtuſum eſſe; ac reducatur ille angulus, ſi opus ſit, ad Eclipticæ planum. His itaque conſtitutis, ex angulo STP ſubducatur angulus STQ, & angulo SPQ adjiciatur angulus SPT, ut habeantur anguli QTP, QPT. Horum ſinus, ſi eandem habeant rationem quam habent velocitates reales in punctis T & P, bene ſe habet.

Sin minus, Logarithmorum utriuſque ſervetur differentia, ſive Error poſitionis primæ, ac ſi ratio Velocitatum minor fuerit ratione Sinuum dictorum, minuendus eſt angulus TSP, addendo vel ſubducendo motum medium utriuſque Planetæ uni diei competentem: & è contra, ſi major fuerit Velocitatum ratio. Calculoque priori omnino ſimili, quærantur denuo Logarithmi dictarum rationum, ad Meridiem præcedentis vel ſequentis diei, prout caſus poſtulat. Deinconferatur differentia horum Logarithmorum, ſive Error Poſitionis ſecundæ, cum Errore ad alterum diem invento, & Errorum ſumma, ſi diverſi ſigni fuerint, vel differentia, ſi ſigni ejuſdem, erit ad 24 Horas, ut Errorum alter ad intervallum, quo tempus quæſitæ Stationis diſtat à Meridie cujus errorem adhibuimus: hoc autem *Regulam Falſi* callentibus manifeſtum eſt.

Ad hunc modum Planetarum Stationes intra pauca minu-

ta

ta obtinebuntur: ad tollendum autem errorculum à Logarithmorum dictorum augmento non omnimodè æquabili oriturum, ſi cui libeat, poterit, ad tempus jam inventum & vero proximum, redintegrato calculo rem penitus verificare: ſed hac cautelâ non eſt opus niſi in Marte & Mercurio.

Ut autem res manifeſtior fiat, adjungam Exemplum calculi ſtationis Jovis nuperæ in menſe *Novemb.* 9°. 1717.

Exemplum Calculi Stationum.

	Novembris 9° in Merid.		*Novemb.* 10. Merid.
Anom. med. ♃.	9ˢ. 10°. 00′. 00″.	—	9. 10. 5. 00.
Mot. med. ☉.	7. 0. 7. 00.	—	7. 1. 6. 8.
♃ Locus Helioc. a 1ª * ♈	2. 25. 11. 00.	—	2. 25. 15. 53.
☉ a 1ª * ♈	6. 28. 53. 17.	—	6. 29. 54. 00.
Log. diſt. ♃ à ☉	5. 720650.	—	5. 720680.
Log. diſt. ☉ à ○	4. 994267	—	4. 924186.
♃ˢ Loc. Geoc.	3. 5. 4. 28.	—	3. 5. 4. 27.
Angulus STP.	113. 48. 49.	—	114. 49. 33.
Angulus SPT.	9. 53. 28.	—	9. 48. 34.
Angulus STQ.	89. 23. 54.	—	89. 23. 54.
Angulus SPQ.	92. 41. 20.	—	92. 41. 14.
Ang. PTQ.	24. 25. 42.	—	25. 25. 39.
& Ang. TPQ.	102. 34. 48.	—	102. 29. 48.
Log. rationis velocitatum.	0. 368210		0. 368321
Log. rat. Sinuum ang. TPQ. PTQ.	0. 372912		0. 356757
Error Poſit. I.	0. 004702 +.	Error poſit. II.	011564 —.

Cumque alter errorum eſt in exceſſu, alter in defectu, fit ut 16266 errorum ſumma, ad 4702, ita 24 horæ ad 6^h 56′. Unde concludere licet ſtationem Jovis contigiſſe *Nov.* 9° 6ta 56′ P. M.

Lectio XXVIII.

De Temporis Partibus.

Dies Naturalis.

PArtes Temporis omnibus notæ ſunt Dies, Horæ, Hebdomades, Menſes, & Anni. Dies Naturalis, qui à motu apparenti Solis ab oriente in occidentem definitur; eſt illud Temporis ſpatium, quod labitur, dum Sol à Meridiano, vel aliquo alio circulo horario digreſſus ad eundem revolvit; Naturalis dicitur, ut diſtinguatur ab illa vocis ſignificatione, qua Dies Nocti opponitur, & Artificialis nominatur.

Diem diverſæ Gentes diverſimode inchoant.

Non idem Diei initium omnes gentes obſervant. Babylonii diem auſpicabantur ab ortu Solis; Judæi & Athenienſes ab occaſu, quod Itali, Auſtriaci, & Bohemi nunc faciunt, & Sole Horizontem occiduum ſubeunte, horam viceſimam quartam numerant, proximam poſt Solis occaſum horam diei primam vocant.

Qui diem ab ortu Solis incipiunt, hoc habent commodi, quod ex horarum numero, ſciant quantum temporis elapſum ſit ab ortu Solis; qui ab occaſu diem inchoant, hoc inde utile capiunt, quod hora ſtatim oſtendit quantum temporis ad Solis diſceſſum reſtat, ut itinera aliosque labores illi proportionari poſſint. At his utriſque, hoc eſt incommodum, quod per numerationem horarum, Meridiei mediæque noctis tempus non innoteſcit, quod non niſi ſubducto calculo illis notum fieri poteſt, nam diverſis anni tempeſtatibus, tempus Meridiei diverſâ horâ numerabant. Ægyptii olim diem à media nocte inchoabant; à quibus Hipparchus hunc computandi morem in Aſtronomiam recepit, eumque ſecuti ſunt Copernicus aliique Aſtronomi, maxima tamen Aſtronomorum pars commodius duxerunt, diem à Meridie auſpicari. Sed mos incipiendi diem à media nocte, obtinet apud Brittannos, Gallos, Hiſpanos & alias pleraſque Europæ gentes.

Horæ æquales & inæquales.

Hora alia eſt æqualis alia inæqualis, Hora æqualis eſt viceſima quarta pars Diei Naturalis. Præter craſſam illam vulgi diviſionem horæ, in ſemihoras & Quadrantes, hodie commu-

muniter recepta eſt ab Aſtronomia tranſlata diviſio horæ in ſexaginta minuta prima, & uniuſcujuſque minuti primi in ſexaginta ſecunda.

Hora inæqualis eſt duodecima pars diei Artificialis, item pars duodecima noctis; dicitur etiam *Temporanea*, quod diverſis Anni Tempeſtatibus, variæ ſit quantitatis, nempe hora diurna Æſtiva longior eſt Hybernâ, & nocturna brevior. In die autem Æquinoctiali, hora diurna nocturnæ eſt æqualis; unde horæ æquales Æquinoctiales dicuntur; his horis uſi ſunt olim Judæi, Romani, hodieque Turcæ, atque ita meridies ſemper in horam diei ſextam incidebat. Dicuntur etiam hæ horæ Planetariæ, quod ſingulis his horis, Planetam quendam ex ſeptem præficere uſitatum fuit. Ita *v. gr.* Die Solis, hora temporaria ab ortu prima, Soli tribuitur, proxima Veneri, tertia Mercurio, atque inde cæteræ ordine, Lunæ ſcil. Saturno, Jovi, Marti, inde fit, ut diei ſequentis hora ab ortu prima, Lunæ contingat, ac proinde iſti Hebdomadis diei nomen de ſuo imponat, quod idem in ſequentibus ad ſeptimanæ finem uſque continuatur.

Hebdomas eſt ſeptem dierum Syſtema; variis appellationibus Hebdomadis dies diſtinguuntur. Eccleſia Chriſtiana primum diem, Dominicum vocat, vulgus Diem Solis nominat, & ſoli noſtri temporis Phanatici Sabbathum nuncupant. Secundum Hebdomadis diem, feriam ſecundam, tertium, feriam tertiam, & ita deinceps, ſeptimum autem diem Sabbathum nominat Eccleſia. Vulgus autem nomina dierum à Romanis uſitata & à Planetis denominata indita retinet. *Hebdomades.*

Menſis proprie eſt ſpatium temporis, quod Luna motu ſuo metitur, in quo per Zodiacum integrum defertur, quem circulum duodecies in anno abſolvit. Eſt alius menſis huic propemodum æqualis, quem Solis motus metitur, eſtque ſpatium temporis, quo Sol unum ſignum, ſeu partem Eclipticæ duodecimam, deſcribit. Sed hi menſes Aſtronomici ſunt, à quibus differt civilis menſis, qui pro Regni alicujus aut Reipublicæ inſtituto pluribus aut paucioribus conſtat diebus. *Menſem proprie Lunæ motus metitur.*

Ægyptii olim menſem quemlibet diebus 30. conſtare volebant; dieſque illi quinque, ex quibus annus conſtabat, ultra dierum in menſibus numerum, Epagomenæ dicebantur.

Annus Aſtronomicus & Civilis. Annus eſt vel Aſtronomicus vel Civilis. Anni Aſtronomici utramque ſpeciem, ſcil. Tropicum & Periodicum, in Lectione XXII. definivimus. Annus civilis idem qui politicus in Republica aut Regno aliquo receptus, eſt quoque duplex, Lunaris, aut Solaris, prout Lunæ vel Solis motibus conformis redditur; *Lunaris & Solaris Vagus & Fixus.* ille Lunaris rurſus duplex, eſt Vagus vel Fixus. Annus Lunaris vagus conſtat duodecim menſibus ſynodicis, vel duodecim Lunationibus; qui diebus 354 abſolvuntur, quibus exactis Annus Civilis denuo incipit. Deficit itaque hic Annus à Solari vertente, qui tempeſtates reducit, diebus undecim, inde fit ut Annorum initia per omnes Anni tempeſtates vagentur, idque ſpatio 32 Annorum, ideoque Annus vagus dicitur. Hac Anni forma utuntur Turcæ & Mahumedani.

Cum duodecim Lunationes deficiunt ab Anno Solari diebus undecim, in tribus Annis Solaribus, Lunationes 36 ſeu tres Anni Lunares deficerent à Solaribus 33 diebus, itaque ut retineantur menſes in iiſdem Anni Solaris cardinibus, Anno tertio menſis integer ſuperadditur, quod fit quoties opus fuerit ut Anni initium in eadem Tempeſtate retineatur, & menſis hic ſuperadditus *Embolimæus* ſeu Intercalarius dicebatur. In Annis novemdecim, hujuſmodi menſes intercalares ſunt ſeptem, Annuſque hujus formæ Lunaris Fixus nominatur. Tali anno uſi ſunt Græci, hoſque imitati Romani, uſque ad Julium Cæſarem.

Annus Solaris vagus dicitur Ægyptiacus. Annus Civilis, qui ad motum Solis ligatur, eſt quoque vel fixus vel vagus. Vagus dicitur Ægyptiacus quo utebantur Ægyptii, & conſtabat diebus 365, & ab Anno Tropico fere ſex horis deficit, harum horarum neglectu, fit ut quarto quolibet anno, uno die, antevertit hic annus Annum ſeu Periodum Solarem; adeoque quater 365. annis, hoc eſt annis 1460, initium ejus vagatur per ſingulas anni Tempeſtates.

Cum

Cum itaque Annus Ægyptiacus dierum 365, horis fere ſex deficit à vero Anno Solari, ut Anni omnes pari paſſu cum Sole progrediantur, horarum excurrentium ratio neceſſario habenda eſt; ſed convenit quoque, ut Anni Politici idem ſemper ſit initium, atque ut ab initio diei is exordium capiat. Non enim incipere debet annus modo ab una die hora, modo ab alia, quod fieri neceſſe erit, ſi ſingulis annis addantur ſex excurrentes horæ; ſed horæ illæ coacervatæ in tribus annis, additæque ſex horis quarti anni diem integrum efficiunt. Hic dies quarto anno additus, illum cum motu Solis rurſus congruere faciet. Hæc perſpiciens Julius Cæſar, quarto cuilibet anno, diem intercalarem adjecit, qui itaque conſtaret diebus 366. & dies additus eſt menſi Februario. Et cum in anno vulgari dies Februarii 24. dicatur ſextus Kalendas Martii, ſeu ſextus ante Kalendas, ſtatuit Cæſar ut quarto anno id dicatur bis, ita ut in illo anno, ſint bini dies quarum quilibet erit ſextus ante Kalendas Martii; Itaque ille Annus Biſſextilis dicebatur. Hæc forma anni à Julio Cæſare, apud Romanos Pontifice Maximo, inſtituta fuit, & Juliana vocabatur, cujus hæc eſt proprietas, ut quartus quilibet Annus ſit Biſſextilis dierum 366, reliqui tres communes 365 dierum. *Annus Julianus Fixus.*

Interim fatendum eſt, Tempus Anno Solari à Julio Cæſare tributum, eſſe nimium; nam Sol ſuum curſum in Ecliptica abſolvit diebus 365, horis 5, min. 49, unde 11 minutis primis citius curſum redintegrat, quam incipit annus Julianus. Si itaque Sol in quodam anno, viceſimo Martii die Æquinoctium, Meridie ingrediatur; proximo anno, undecim minutis ante Meridiem ad Æquinoctialem circulum perveniet, & anno ſequenti viginti duobus minutis ante Meridiem, eundem circulum attinget, atque ita ſingulis annis, Sol motu ſuo undecim minutis annum civilem antevertendo in Annis 131, integro die Annum Julianum anticipabit. Ita Æquinoctium cæleſte non in eodem ſemper anni civilis die hærebit, ſed ſenſim verſus initium Anni feretur, regreſſu tam manifeſto ut in dubium vocari non poſſit.

Hinc

Hinc cum tempore Concilii *Niceni*, quando termini celebrandi Paſchatis inſtituti fuerunt, Æquinoctium Vernale hærebat in 21 die Martii, id continuo retro labendo, tandem anno Domini 1572, quo Kalendarium correctum eſt, deprehenſum eſt ad undecimum Martii diem per integros dies decem abrepſiſſe. Adeoque cum reſtituere cuperet *Gregorius* XIII. Epiſcopus Romanus Æquinoctium ad priſtinam ſedem, dies illos decem è Kalendario exemit, ſtatuitque ut dies undecimus Martii, viceſimus primus numeretur; & ne deinceps, ſimili modo, ſublaberentur Anni cardines, cavit ut centeſimus quiſque Æræ Chriſtianæ annus communis eſſet, qui ſecundum Julium debebat eſſe Biſſextilis; at quartus quiſque centeſimus Biſſextilis maneret. Nova hæc Anni forma, ab Epiſcopo Romano *Gregorio* XIII. cujus auctoritate ſtabilita fuerat, *Gregoriana* dicta eſt, eamque receperunt Galliæ, Hiſpaniæ, Germania & Italia, Regioneſque omnes quæ Pontificis Romani auctoritatem agnoſcunt; ſed etiam in Hollandia, & exeunte ſæculo proxime elapſo, à multis Germaniæ Reformatæ populis recepta eſt; Britanniæ tamen & aliæ Septentrionales gentes Reformatæ veterem anni formam Julianam retinent.

Annus Gregorianus.

Perſæ Formam anni Ægyptiacam etiamnum retinent, inde fit, ut Æquinoctia non in eodem anni menſe ſemper hærent, ſed per omnes menſes vagantur, & non niſi poſt peractam Annorum 1460 Periodum, initium anni in idem Solaris Anni Tempus recidit. Quod tempus *Annus Magnus Canicularis* dicebatur, ſeu *Periodus Sothiaca*, propterea, quod initium ejus ſumitur, quando in primo die menſis Thoth, ſeu primo anni die, Canis ſidus oritur Heliace. *Sothis* enim in lingua Ægyptiorum Canem ſignificat, qui Græce eſt Αςροκύων, id eſt Aſtrocanis, & ab Aſtronomis Sirius dicitur.

Annus Canicularis ſeu Periodus Sothiaca.

Non ſolum per annos, ſed per plurium annorum collectiones, tempora diſtinguebant veteres, quales fuit *Jubileum*, annorum 49 vel 50, *Sæculum* annorum 100, ſed omnium celeberrima apud Græcos habebatur *Olympias*, continens ſpatium quatuor annorum.

Si-

Sicut in cælo ſunt certa puncta, à quibus Aſtronomi in ſupputandis motibus initium capiunt; ita etiam ſunt certa Temporis puncta, à quibus tanquam radicibus calculi incipiunt; & Res geſtæ ſecundum ſeriem annorum qui Radicem illam ſequuntur, in Hiſtoriis diſponuntur. Hæ Radices Epochæ ſeu Æræ dicuntur; à quibus Anni & Tempora numerantur. Celeberrima & nobis maxime familiaris eſt ea, quæ à Nativitate Domini noſtri Jeſu Chriſti denominatur, quæ incipit à Kalendis Januarii, quæ Chriſti Nativitatem proxime ſequuntur. *Æra Chriſti.*

Verum quamvis Epocha hæc ſit ex uſu vulgari ſtabilita, & ubique fere apud Chriſtianos recepta, Angli tamen & Hiberni in negotiis Eccleſiæ & Reipublicæ, Epocha utuntur integro anno poſteriore. Hi enim annum incipiunt, non à feſto Nativitatis Domini, ſed à Feſto Incarnationis ſeu Conceptionis, quæ octavo Kalendas Aprilis celebratur: inde fit, ut ab Incarnatione Domini, uſque ad Feſtum Annunciationis Virginis, anni, verbi gratia, 1718, numerant Angli annos elapſos completos 1717. A Nativitate autem Domini ad Feſtum Nativitatis anni 1717, numerant tantum annos elapſos 1716, cum ſecundum reliquum Chriſtianum Orbem, tempus illud continet annos completos 1717.

In hac re, conſentientem habent Angli Dionyſium Exiguum Æræ Auctorem, ſecundum quem Chriſtus conceptus eſt VIII. Kalendas Aprilis primi anni hujus Æræ, & natus Bruma ſequente, exeunte anno 46to: à Reformatione Kalendarii per Julium Cæſarem. Hic computus fuit primo univerſaliter receptus, at nunc tantum in Anglia locum obtinet. Nam in reliquo Orbe Chriſtiano, ab iſta Epocha tacite receſſum eſt; & opinio communiter recepta eſt, Chriſtum natum fuiſſe Bruma antecedente Incarnationem Dionyſiam, nempe exeunte anno Juliano 45to, atque ſic Chriſtum uno anno natu majorem faciunt quam Dionyſius Æræ Auctor.

Hoc non obſtante, Angli per maximam anni partem, annum eundem numero deſignant, cum reliquo Chriſtiano Orbe. At in tribus fere menſibus, tempore ſcil. inter Ka-

lendas Januarii, & VIII. Kalendas Aprilis, annum uno minorem ponunt, & diverſum à reliquis Chriſtianis numerant.

Celebris quoque eſt Epocha Mundi Conditi, de qua tamen ſunt inſignes Controverſiæ, dum alii contendunt mundum conditum eſſe ante Chriſtum natum annis 3950. Alii Chriſto naſcente Ætatem Mundi fuiſſe annorum 3983. affirmant. Eccleſia Græca, & Imperatores Orientis Epocha utuntur, quæ mundum longe antiquiorum ſupponit, ſecundum enim illorum Æram, mundus conditus eſt annis ante Chriſtum 5509.

Inter prophanos Auctores, antiquiſſima & celeberrima eſt Olympiadum Epocha, quæ refertur ad Æſtatem anni ante Chriſtum 777, & ipſis Kalendis Julii, in Anno Juliano retro producto.

Non multo poſterior eſt Epocha Romæ ſeu Urbis Conditæ quæ duplex eſt, Varoniana & Capitolina, prior Urbem conditam ponit anno ante Chriſtum 753, altera anno 752.

Æra Nabonaſſari Aſtronomis ſemper celebris incipit ad diem 26 Februarii anni Juliani retro producti; Annoque ante Chriſtum 747. Cumque hic dies fuit primus anni Ægyptiaci, Ptolemæus & poſt illum Copernicus motus ſiderum per annos Ægyptiacos calculo ſubjiciunt. Ægyptiorum enim annus calculo Aſtronomico imprimis commodus eſt, quia nulla intercalatione perturbatus.

Sequitur Epocha obitûs *Alexandri Magni* die 12mo. Novembris. Anno ante Chriſtum 324 qui fuit Vagi Ægyptiaci annus primus. Annos Ægyptiacos dehinc computarunt Theon, Albategnius & alii. Inter Æras Nabonaſſari & obitûs Alexandri Magni, intercedunt anni Ægyptiaci præciſe 424. Eſt & Æra Abyſſinorum quæ & Æra Martyrum, & Diocletiani nominatur. Eſt etiam Æra Arabum ſeu Turcarum quæ Hegira dicitur; à fuga Mahumedis initium capiens. Alia quoque eſt Perſarum Epocha Jeſdegird dicta, quas omnes apud Auctores videre licet. Sed præ omnibus maxime eſt commoda Juliana Periodus; re-

reliquas fere omnes Epochas gremio ſuo complectens. Et eſt Periodus annorum 7980, qui numerus multiplicatione componitur ex numeris 15,19,28, quorum primus eſt Cyclus Indictionum; ſecundus eſt Metonicus, & tertius eſt Solis Cyclus. Primuſque hujus Periodi annus fuit ille in quo hi tres Cycli ſimul incipiebant.

Subjungam Tabulam quæ primos Ærarum annos, ad annos Julianæ Periodi, vel ad annos ante vel poſt Chriſtum natum reducit.

	Anni ante Chriſtum.	Anni Jul. Periodi.
Epocha Mundi conditi juxta Græcos Imperatores.	5508	
Vulgaris Epocha Mundi conditi.	3950	765
Olympiadum initium.	776	3938
Urbis Conditæ juxta Varronem.	753	3961
Urbis Conditæ ex Capitolinis Feſtis.	752	3962
Æra Nabonaſſari.	747	3967
Alexandri Magni mors.	324	4390
	An. Chriſt.	
Annus Epochæ Chriſtianæ vulgaris.	1	4714
Diocletianæ Æræ.	284	4997
Hegira Arabum.	622	5335
Jeſdagirda Perſarum.	632	5345

LECTIO XXIX.

De Kalendario, & Cyclis ſeu Periodis.

KAlendarium eſt dierum in anno civili diſpoſitio ſecundum proprios menſes, & eorundem in Hebdomades diſtributio, cum Feſtis, diebuſque Juridicis annexis. Diſtributio in Hebdomades, fit per literas Alphabeti ſeptem priores A, B, C, D, E, F, G. Incipiendo à primo die Januarii, litera A ipſi apponitur, ſecundo B, tertio C, & ita deinceps, uſque ad G, quæ diei ſeptimo affigitur; & inde rurſus incipiendo, octavo iterum apponitur A, nono B, decimo C, atque ſic continuo repetita literarum ſerie, ſinguli anni dies aliquam obtinent literam in Kalendario, & ultimo die Decembris inſcribitur litera A.

Diſtributio dierum Anni in Hebdomades per literas Alphabeti priores ſeptem.

 Nam

Nam ſi 365. dies, dividantur per 7, proveniunt Hebdomades 52, & unus præterea ſupereſt dies. Quod ſi nullus ſupereſſet dies, Anni omnes ab eodem ſeptimanæ die, ſemper inciperent, & quilibet menſis dies in determinatum & ſtatum hebdomadis diem ſemper incideret; nunc vero, quoniam in anno, præter hebdomades completas, eſt unus dies, factum eſt ut in quocunque ſeptimanæ die, incipit annus, in eodem finitur; proximuſque annus à proximo die incipit; *v. gr.* in anno communi 365. dierum, ſi is incipit die Dominica, ultimus anni dies erit etiam dies Dominica. Et primus ſequentis anni dies eſt dies Lunæ.

Literæ Dominicales. Literis hac ratione diſpoſitis in anno communi illa quæ primæ Januarii Dominicæ reſpondet, per totum illum annum Dominicas indicabit, & quibuſcunque diebus, in aliis menſibus, affigitur illa litera, dies illi omnes erunt Dominicæ; ideoque litera illa iſtius anni Dominicalis vocatur; ſic etiam quæcunque litera apponitur diei Lunæ in Januario primæ, eadem in Kalendario repetita omnes Lunæ dies per totum annum monſtrabit, atque ſic de cæteris.

Si prima Januarii dies ſit Dominica, cui reſpondet litera A, ultima, uti oſtendi, erit quoque Dominica. Adeoque annus ſequens die Lunæ incipiet, & Dominica cadet in diem ſeptimum, cui reſpondit litera G, quæ itaque erit litera Dominicalis per totum illum annum; cumque annus die Lunæ incipit, die quoque Lunæ terminabitur, & in anno ſequente prima Januarii dies fiet Martis, Primaque Dominica cadet in ſextam menſis diem, cui in Kalendario reſpondet litera F, atque eodem modo anno ſequente litera Dominicalis foret E; & hac ratione literæ Dominicales ordine ſemper retrogrado feruntur per G, F, E, D, C, B, A. In Kalendariis annuis, quæ *Almanacks* voce Arabica vocantur, litera anni Dominicalis ut facilius dignoſcatur, ſemper majuſcula pingitur. Adeoque unico intuitu totius anni Dominicas aſpicere liceat.

Si omnes anni eſſent Ægyptiaci, dierum 365, poſt exactum ſeptem annorum curriculum, iidem menſium dies ad eoſdem Hebdomadis dies redirent. Verum quoniam quartus

tus quilibet annus eſt Biſſextilis dierum 366, in quo ultra ſeptimanas 52, ſuperſunt dies duo, ſi annus ille incipit die Dominica, in die Lunæ terminabitur, & proximus poſt hunc Biſſextilem annus, à die Martis incipiet, primaque ejuſdem anni Dominica in ſextam menſis diem cadet, cui reſpondet litera F, pro ſequentis anni Dominicali. Atque ita per annum Biſſextilem, qui ſingulis quatuor annis recurrit, interrumpitur Literarum Dominicalium ordo, qui non redit, niſi poſt abſolutos annos quater ſeptem ſeu annos 28.

Hinc oritur Cyclus ille annorum 28, qui *Solaris* dicitur, quo completo, redeunt anni dies ad eaſdem ſeptimanæ dies; in hoc Cyclo anni omnes Biſſextiles, duas obtinent literas Dominicales, quarum prima uſque ad diem Februarii 24, aut 25 Intercalarem inſervit; altera per reliquum omne anni tempus Dominicas indicabit. Nam in anno Biſſextili, Februarii dies viceſimus quartus, & viceſimus quintus pro eodem habentur die, & uterque eâdem literâ F inſignitur; & hinc interrumpitur literarum ordo, quo dies Hebdomadis commonſtrantur; *v. gr.* ſit litera Dominicalis initio anni E, viceſimus quartus Februarii in diem Lunæ cadet, & viceſimus quintus in diem Martis; quibus utriſque apponitur litera F; unde ſequens litera G quæ prius diem Martis indicabat, nunc ad diem Mercurii apponetur; & proxima Dominica in primam Martii diem incidet, cui in Kalendario adhæret litera D, quæ hac ratione per reliquum anni tempus, Dominicalis evadit. *Cyclus Solis.*

Cycli Solaris primus annus eſt Biſſextilis, cui reſpondent literæ Dominicales G, F. Secundi anni litera Dominicalis eſt E, tertii D, quarti C; quintus Cycli annus rurſus Biſſextilis eſt cui congruunt literæ Dominicales B, A, & ita in cæteris. Laterculus ſequens oſtendit, quæ litera Dominicalis reſpondet cuivis Cycli Solaris Anno, ut annus Cycli

1	G F	5	B A	9	D C	13	F E	17	A G	21	C B	25	E D
2	E	6	G	10	B	14	D	18	F	22	A	26	C
3	D	7	F	11	A	15	C	19	E	23	G	27	B
4	C	8	E	12	G	16	B	20	D	24	F	28	A

Solaris inveniatur, pro quolibet Æræ Chriſtianæ anno; ad annum Chriſti currentem addantur 9, quia ab initio Cycli, ad annum Chriſti primum, novem anni elapſi ſunt, & ſummam divide per 28, Quotiens oſtendet numerum Cyclorum, qui abſoluti fuerunt à primo Cycli Solaris anno, ante Chriſtum ad annum illum currentem, qui reſtat vero numerus, eſt Cycli Solaris currens annus, quod ſi nihil poſt diviſionem reſtet 28 eſt annos Cycli.

Præter Feſta ſtabilia, certis quibuſdam anni diebus affixa, ſunt & alii quoque dies Feſti mutabiles, qui in diverſis annis, diverſis diebus contingunt, qui proinde non ex Solis, ſed Lunæ motu pendent. Tale eſt à Deo ipſo apud Judæos inſtitutum *Paſchatis Feſtum*, cui ſucceſſit *Paſcha Chriſtianum* in memoriam Reſurrectionis Domini receptum, & commemorandum. Inſtituit autem Deus Paſcha celebrandum eſſe menſe primo; decima quarta die menſis, ad Veſperam *Levit. cap.* 13. Annus autem Judæorum Lunaris fuit, & Emboliſmicis ita temperatus, ut is menſis diceretur primus, cujus decima quarta, hoc eſt Plenilunium, vel in diem Æquinoctii Vernalis caderet, vel eum proxime ſequeretur. Eccleſia Chriſtiana eandem fere regulam obſervare voluit. Vetuit tamen ne Paſcha in ipſa decimaquarta celebretur, ſed die Dominica proxime inſequenti; eo quod Dominus die Dominica poſt Paſcha Judæorum, à mortuis reſurrexit.

Quâ ratione definitur tempus celebrandi Paſcha.

Primo itaque ad determinandum Paſchatis celebrandi tempus, conſtituendum eſt Æquinoctium, quod diei Martii 21 affixum eſſe crediderunt omnes antiqui, nec ab ea ſede unquam dimovendum; ideoque ſuum Kalendarium ad hanc ſuppoſitionem aptarunt. Deinde eum menſem primum, ſeu Paſchalem eſſe voluerunt, cujus decima quarta aut in Æquinoctium caderet, hoc eſt in diem qui 21 diem Martii, aut proxime illum ſequeretur; ſed cum menſes Judæorum Lunares fuerint, decima quarta menſis dies diem Plenilunii immediate præcedit; unde in obſervatione Paſchatis motus Lunaris ratio habenda eſt, & Novilunia & Plenilunia ſunt invenienda. Judæis Novilunia per obſer-

vationes ſolum innotuere, hi enim obſervabant quando Luna primum è Solis radiis emergens Heliace Veſpere oriebatur, illamque diem Lunæ primam dicebant. At Eccleſia Chriſtiana per Cyclum Metonicum novemdecim annorum Lunationes computat, & ideo dictum Cyclum in Kalendario recepit, ut per illam Lunationes determinentur.

Eſt autem *Cyclus Metonicus* ab inventore ejus Metone nomen deducens, qui & Cyclus Lunaris dicitur, Periodus Novemdecim Annorum, quibus abſolutis Novilunia & Plenilunia Media ad eoſdem menſium dies redeunt, adeo ut quibuſcunque diebus Novilunia & Plenilunia hoc anno accidunt, novemdecim ab hinc annis, in eoſdem dies incident, & ut exiſtimarunt Meton & Primitivi Eccleſiæ patres in eaſdem dierum partes ſcil. horas & minuta. Adeoque tempore Concilii Niceni circa quod tempus, Paſchatis celebrandi ratio determinabatur: Cycli Lunaris Numeri Kalendario adjuncti fuere, quos propter Excellentiam & Commoditatem Aureis literis inſcribebant Veteres, Annumque Cycli pro quolibet anno propoſito Aureum numerum vocabant.

Hac ratione Numeri Aurei diebus Kalendarii appoſiti fuere, vel certe apponi potuiſſent. Aſſumpto quolibet anno, pro initio Cycli, cui numerus Aureus 1 tributus eſt; obſervatis, in ſingulis menſibus, diebus in quibus Novilunia acciderent, eo anno è regione horum dierum appoſuerunt Characterem I, & quia eo anno Novilunia accidebant Januarii 23, Februarii 21, Martii 23, Aprilis 21, Maji 21, Junii 19, & ita de cæteris, è regione horum dierum in Columna Cycli Lunaris unitas appoſita eſt. Sequenti anno obſervatis Noviluniis, è regione dierum quibus acciderunt, inſcripſerunt veteres in Columna Numerorum Aureorum Characterem II, nempe ad 12 Januarii, 10 Februarii, 12 Martii, 10 Aprilis, & ita in aliis menſibus. Idem factum fuit tertio Anno appoſito Charactere III, è regione dierum quibus Novilunia obſervabantur, & idem in aliis annis conſequentibus uſque dum abſolutus fuit Cyclus annorum 19. Sed numerorum diſpoſitio maxime accurata fit per Tabulas Aſtro-

Aſtronomicas, computando pro ſingulis menſibus, ſingulisque Lunaris Cycli annis, novilunia media, iisque diebus quibus ea accidere deprehenſum fuerit Cycli Characteres apponendo. Quoniam menſis Lunaris Aſtronomicus conſtat diebus 29. horis 12. min. 44. ſecund. 3. ſed vulgus qui minutias diſtinguere non poteſt, Menſes Lunares ex diebus integris componit, ita ut alternis vicibus Lunationes conſtent 30. & 29. diebus quarum hæ cavæ, illæ plenæ dicuntur, id exigente quantitate menſis Aſtronomici dierum 29, horarum 12, quia autem ſunt præterea 44. min. ſeu fere tres horæ quadrantes in ſingulis Lunationibus, intra 32. Lunationes hæc minuta collecta diem efficient, qui cavo menſi addendus eſt, & hac ratione Lunationes Kalendarii cum cæleſtibus fere convenient.

Si detur annus Cycli Lunaris, dabuntur ope Kalendarii, Noviluniorum dies per totum annum, nam in ſingulis menſibus numerus Cycli ſeu Aureus diem oſtendet in quo contingit Novilunium medium, & huic addendo dies quatuordecim, habebitur dies Plenilunii.

Veteres exiſtimabant Cyclum novemdecim annorum exacte exhaurire Lunationes 225, adeoque poſt revolutionem annorum Cycli, Novilunia non tantum ad eoſdem menſium dies, ſed etiam ad eaſdem horas redire. Quod verum non eſt. Nam in annis Julianis 19, ſunt dies 6939, horæ 18. At ſi ſingulis Lunationibus tribuantur dies 29. horæ, 12. min. 44. ſecund. 3. ut motus Lunæ poſtulat, Lunationes 253. efficient 6939 dies, horas 16. min. 31. ſecund. 45, non igitur Lunationes 253 adæquant annos Julianos 19, ſed deficiunt una hora cum dimidia, unde Novilunia poſt annos 19. non redibunt ad eandem horam ſed una hora cum dimidia, citius accidunt, & intra annos 304. Novilunia antecedunt annum Julianum una die: ſatis itaque præciſe per tres annorum Centurias numerus aureus Novilunia oſtendet, ſine errore 24. horarum ſeu unius diei. Adeoque tempore Concilii Niceni quando Cyclus Novemdecennalis Kalendario adaptatus fuit, & per aliquot annorum centurias poſt illud, ſatis rite indicabat Cyclus ille Novilunia; ſed

ſed nunc Lunationes intra 304. annos uno die continuo antecedendo, quinque fere diebus citius accidunt, quam tempore Concilii Niceni, ſeu quod idem eſt, Novilunia cæleſtia Lunationes per Cyclum Aureum computatas quinque diebus antecedunt. Sed hoc non obſtante, Eccleſia Anglicana retinet modum computandi Novilunia per numeros Aureos, ſicuti tempore Niceni Concilii in Kalendario diſpoſiti fuere; adeoque Novilunia ſic computata dicuntur *Eccleſiaſtica*, ut diſtinguantur à veris. Et Generalis perpetuaque Tabula quæ in Liturgia Anglicana habetur, pro tempore Paſchatis per hos numeros Aureos ſecundum diverſas literas Dominicales computata eſt.

Primus annus Æræ Chriſtianæ numerum Aureum habuit 2, ſeu Cyclus incepit anno ante Chriſtum natum; adeoque ſi ad annum Chriſti quemlibet currentem addatur 1, & ſumma per 19. dividatur, qui reſtat præter quotientem, erit Aureus iſtius anni numerus.

Ex Cyclis Solis & Lunæ in ſe invicem multiplicatis, conflatur tertia Periodus annorum 532, quæ Victoriana aut Dionyſiana dicitur à Dionyſio exiguo ejus inventore. Et eſt Cyclus annorum, quibus abſolutis non tantum Novilunia & Plenilunia ad eoſdem circiter menſium dies redeunt, ſed & dies omnes menſium in eoſdem ſeptimanæ dies recedunt, adeoque literæ Dominicales & Feſta Mobilia eodem ordine recurrunt. Unde dicitur hic Cyclus, Magnus Cyclus Paſchalis.

Dato anno Æræ Chriſtianæ, ut inveniatur annus Periodi Dionyſianæ, ad annum currentem addatur numerus 457, & ſumma dividatur per 532, qui reſtat præter quotientem numerus erit annus Periodi quæſitus.

Alterius generis eſt Problema, datis Cyclorum Solis & Lunæ annis, invenire annum Periodi Dionyſianæ, *v. gr.* ſit Cycli Lunaris annus 17, Solaris 21, quæritur numerus qui ſi per 19 dividatur, relinquentur 17, at ſi per 28 dividatur relinquentur 21, qui ut inveniatur, quærantur duo numeri, quorum unum metitur numerus 28, at ſi per 19 idem dividatur, relinquentur 17, alterum numerum meti-

tur 19; at ſi per 28 dividatur idem numerus, relinquentur 21, nam patet horum numerorum ſummam propoſito ſatisfacere.

Ad inveſtigationem horum numerorum analyticam; ponamus numerum primum eſſe $28x$, Eſt enim multiplex numeri 28, & quoniam hic numerus diviſus per 19, relinquit 17, auferatur à $28x$, numerus 17, & reliquus erit multiplex numeri 19, ideoque 19 dividet $28x-17$, ſed dividit quoque 19 numerum $19x$, quare dividet differentiam numerorum ſcil. $9x-17$, qui itaque erit multiplex numeri 19, ſit $9x-17=19n$, & erit n numerus integer & $x=\frac{19n+17}{9}$. Itaque cum x ſit numerus integer, 9 dividet $19n+17$, ſed 9 dividit $18n+9$, quare patet, numerum 9 dividere $n+8$, adeoque $\frac{n+8}{9}$ eſt numerus integer, ſit ille 1, & erit $n=1$, & $x=4$, unde $28x=112=$ numero primo inveniendo.

Sit ſecundus numerus $19y$, eſt enim multiplex numeri 19, unde $\frac{19y-21}{28}$, eſt numerus integer, ſit $19y-21=28n$, unde $y=\frac{28n+21}{19}$ quare cum 19 dividat $19n+19$, dividet etiam $9n+2$, eritque $\frac{9n+2}{19}$ numerus integer, ſit ille $=p$; unde $9n+2=19p$ & $n=\frac{19p-2}{9}$, cumque 9 dividat $18p$, dividet etiam $p-2$; ideoque $\frac{p-2}{9}$ eſt numerus integer vel nihil, ſit $=0$, eritque $p=2$ & $n=\frac{19p-2}{9}=4$ & $19y=28n+21=133$, eſt itaque numerorum unus 112, & alter 133, quorum ſumma 245 propoſito ſatisfacit, & quandocunque Cyclus Solis eſt 21, & Lunæ 17, annus Periodi Dionyſianæ eſt 245.

Hoc idem Problema aliter ſolvi poteſt per duos determinatos & conſtantes multiplicatores, tales, ut unus dividi poſſit per 28 ſine reſiduo, at ſi per 19 dividatur, reſiduum ſit 1, alterum dividit ſine reſiduo numerus 19, at ſi numerus 28 eundem dividat, reſiduum ſit 1. Tales numeri itidem

dem inveniuntur ac præcedentes, hac ſcil. ratione; ſit primus numerus $28x$, alter $19y$; quare numerus 19 dividet ſine reſiduo $28x-1$, adeoque dividet quoque $9x-1$; ſit $\frac{9x-1}{19}=n$, erit $x=\frac{19n+1}{9}$, unde $\frac{n+1}{9}$ erit numerus integer, & minimus numerus qui pro n poni poteſt erit 8, ſit itaque $n=8$, fit $x=\frac{19n+1}{9}=17$, unde primus numerus $=28x$ erit 476. Sit iterum $\frac{19y-1}{28}=n$, unde $y=\frac{28n+1}{19}$; ſit $\frac{9n+1}{19}=p$, erit $n=\frac{19p-1}{9}$, & $\frac{p-1}{9}$ numerus integer, vel nihil. Sit $p-1=0$ erit $p=1$, & $n=\frac{19p-1}{9}=2$, & $19y=28n+1=57$. Numeri itaque quæſiti ſunt $=476$ & 57. Et quoniam numero 476 diviſo per 19, reſtat 1, ſi 476 per numerum quemlibet minorem quam 19 multiplicetur, & productus per 19 dividatur, reſtabit præter quotientem numerus qui 476 multiplicat. Similiter quoniam 57 diviſus per 28, reſiduum fit 1; ſi hic numerus 57 per numerum quemlibet minorem quam 28 multiplicetur, & productus per 28 dividatur, relinquetur numerus multiplicans.

Hinc elicitur Canon pro inveniendo Anno Periodi Dionyſianæ qui ſequitur.

Multiplicetur numerus Cycli Solaris per 57, & numerus Cycli Lunaris per 476. Productorum ſumma dividatur per 532, qui reſtat præter quotientem numerus erit annus Periodi quæſitus.

Præter Cyclos Solis & Lunæ, eſt & alius Cyclus qui *Indictionum* dicitur, apud Romanos receptus, qui nullam habet connexionem cum motibus cæleſtibus, & eſt annorum quindecim Revolutio, quibus expletis, rurſus incipit. Frequens ejus occurrit mentio in Diplomatibus Cæſariis & Pontificiis. Anno ante Chriſtum natum; Indictionis numerus fuit 3. Adeoque ſi ad annum Chriſti addantur 3, & ſumma dividatur per 15, reſiduum oſtendet Indictionis annum.

Ex tribus Cyclis Solis Lunæ & Indictionis multiplicatione conflatur Periodus Juliana annorum 7980. Hæc Periodus incepit 764 annos ante Mundum conditum, & nondum eſt abſoluta, adeoque in ſe complectitur res omnes geſtas omnemque hiſtoriam, & unus tantum eſt in tota Periodo annus, qui eoſdem habet numeros pro tribus Cyclis ex quibus conflatur. Adeoque ſi Hiſtorici notaſſent in ſuis Annalibus cujuſque anni Cyclos, exinde tolleretur omnis temporum ambiguitas.

Annus ante Chriſtum fuit Periodi Julianæ 4713. Adeoque ex dato anno Æræ Chriſtianæ, annus Periodi Julianæ reſpondens invenitur ei addendo 4713, & ſumma eſt annus Julianæ Periodi. E contra ab anno Periodi Julianæ auferendo 4713. reſiduum oſtendit annum Æræ Chriſtianæ.

Datis annis, Cycli Solaris, Lunaris, & Indictionis, invenire annum Periodi Julianæ. Problema hoc eodem modo ſolvitur, quo ſimilis Problematis de Periodo Dionyſiana ſolutionem dedimus, ſcil. inveniantur tres numeri tales, ut primus ſit multiplex numerorum 19 & 15, ſeu eorum producti 285, at per 28 diviſus relinquat numerum Cycli Solaris, ſecundus ſit multiplex numerorum 28 & 15, ſeu eorum producti 420, at per 19 diviſus relinquat numerum Cycli Lunaris. Tertius denique ſit multiplex numerorum 28 & 19, at per 15 diviſus relinquat numerum Cycli Indictionis. Horum numerorum ſumma ſi minor ſit 7980. erit annus Periodi Julianæ quæſitus. Quod ſi major fuerit, dividatur per 7980, & reſiduus numerus erit annus Periodi Julianæ.

Poteſt etiam Problema ſolvi per determinatos, & conſtantes tres multiplicatores, quorum primus ſit multiplex numeri 285, at per 28 diviſus relinquat 1. Secundus ſit multiplex numeri 420, at per 19 diviſus relinquat 1. Tertius ſit multiplex numeri 532, at per 15 diviſus relinquat 1. Hi numeri inveniuntur methodo in præcedente Problemate, de Periodo Dionyſiana, oſtenſa, & ſunt 4845, 4200, 6916. Quibus inventis Canon pro inveniendo anno Julianæ Periodi, ex datis Cyclorum annis eſt qui ſequitur.

An-

Annus Cycli Solaris multiplicet numerum 4845, Cycli Lunaris annus numerum 4200, & Indictionis annus numerum 6916. Productorum ſumma dividatur per 7980, omiſſo quotiente, reſiduum erit annus Periodi Julianæ. Exemplum hoc anno 1718. Cyclus Solis eſt 19. Lunæ 9. Indictionis 11. Multiplicetur 4845 per 19, productus eſt 92055, & 4200 per 9, productus eſt 37800. Denique 6916 in 11 ductus, productus eſt 76076. Productorum ſumma eſt 205931, qui per 7980 diviſus, reſiduum præter quotientem erit 6431 annus Periodi Julianæ.

Lectio XXX.

Appendix continens Deſcriptionem, & uſum utriuſque Globi; & Problemata quædam Sphærica, calculo Trigonometrico abſolvenda. Ex Nicolai Mercatoris Aſtronomia.

EOrum, quæ ad globos pertinent, quædam ſunt utrique communia, quædam vero alterutri peculiaria. Et communium quidem alia ſunt extra ſuperficiem globi, alia vero in ipſa ſuperficie.

Extra ſuperficiem utriuſque globi conſpiciuntur.

1. *Duo Poli*, circa quos globi volvuntur, quorum alter *Arcticus*, duobus arctis ſive urſis vicinis, idemque *Septentrionalis* à Septemtrionibus, id eſt, ſeptem ſtellis plauſtri majoris; alter huic oppoſitus *Antarcticus* appellatur.

2. *Meridianus Æneus*, cujus altera tantum facies, quæ gradibus diſtincta viſitur, & per ipſos polos incedit, eſt verus Meridianus; atque hæc facies ſemper obvertenda eſt Orienti, quemadmodum polus Arcticus Aquiloni. Dividitur autem in quater 90 gradus; quorum bis 90 incipiunt numerari ab ea parte Æquinoctialis, quæ eſt ſupra Horizontem, verſus utrumque polum; at reliqui bis 90 gradûs incipiunt ab utroque polo, & deſinunt in Æquinoctiali ſub Horizonte.

3. *Horizon ligneus*, cujus facies ſuperior refert verum

Horizontem, & dividitur in varios circulos, quorum intimus continet duodecim ſigna Cæleſtia, nominibus & characteribus ſuis diſtincta, & in gradûs tricenos diſtributa. Huic proxime jungitur Kalendarium Julianum pariter ac Gregorianum, utrumque in menſes & dies diſtributum. In extima ora extat circulus ventorum ſive plagarum mundi, quemadmodum hodie à naucleris appellitantur.

4. *Quadrans altitudinis*, cujus margo is, qui gradibus diſtinguitur, applicandus eſt Meridiani gradui nonageſimo utrinque ab Horizonte computando. Numerantur autem in eo gradus ab Horizonte ſurſum ad ipſum uſque verticem ſive Zenith.

5. *Circulus Horarius* diviſus in bis 12 horas, quarum 12 meridiana ſurſum verſus Zenith, at 12 nocturna deorſum verſus Horizontem ſpectat; utraque vero faciei Meridiani Orientali & gradibus diſtinctæ congruere debet, ita ut polus *indicem horarium* geſtans ipſum centrum occupet, atque ipſe index motu diurno circumactus oſtendat horas in Orientali ſemicirculo antemeridianas, in Occidentali pomeridianas.

6. *Pyxis nautica* pedamento impoſita, cujus ope globus ad mundi plagas dirigitur.

7. *Semicirculus poſitionis*, cujus extremitates cardinibus Meridiei & Septentrionis affigendæ, ita ut ipſe ſemicirculus inde ab Horizonte ad Meridianum uſque libere ad quemvis ſitum elevari poſſit. Atque hæc quidem extra ſuperficiem utriuſque globi viſuntur.

At in ipſa ſuperficie delineantur præterea hi circuli:

1. *Æquinoctialis*, in gradus 360 diviſus, quorum numerationis initum eſt à ſectione verna, ſeu principio Arietis, indeque continuantur circumcirca, donec ad idem principium revertantur.

2. *Ecliptica* diviſa in ſigna 12, & horum quodlibet in gradus 30. Nomina & ſeries ſignorum memoriâ tenenda:

♈ ♉ ♊ ♋ ♌ ♍
Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
♎ ♏ ♐ ♑ ♒ ♓
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Piſces.

Ecli-

Eclipticam Sol motu annuo peragrat ; & ſi ſpatium illi addamus in latum utrinque octo circiter graduum, efficitur *Zodiacus* à duodecim aſteriſmis, quorum plerique animalium ſimilitudinem quandam habent, ita dictus ; atque ſub hoc circulo lato Luna & cæteri Planetæ motus ſuos periodicos exercent.

Diſcernitur Ecliptica ab Æquinoctiali, quod hic quidem dum volvitur globus, eundem perpetuo ſitum obtinet, atque eidem puncto Meridiani & Horizontis adjunctus manet ; illa vero quolibet momento ſitum mutat, nunc elevata, nunc humilis, nunc huic, nunc iſti gradui Æquatoris vel Horizontis applicata.

3. *Tropici duo*, *Cancri* nimirum & *Capricorni*, qui ſunt limites excurſuum Solis ab Æquinoctiali in Boream atque Auſtrum, includentes utrinque obliquam Solis viam, id eſt, Eclipticam. Nec inepte dici poterant *parallelorum Solis extremi.* Cum enim Sol quotidie alium atque alium Eclipticæ gradum occupet motu ſuo annuo, fit ut gradus ille una cum Sole abreptus motu diurno, circulum quendam deſcribat Æquatori parallelum, adeoque tot evadant paralleli, quot ſunt dies à breviſſimo ad longiſſimum. Quanquam Sol non moratus in eodem gradu, ſed revolutionis diurnæ ſpatio promotus ad vicinum, non perfectum deſcribit parallelum, ſed lineam potius ſpiralem ; attamen harum ſpiralium diſtantia cum ſit exigua adeo, præſertim prope Tropicos ; nihil impedit, quo minus ſingulæ revolutiones, maxime extremæ, hoc eſt, ipſi Tropici, parallelorum loco haberi poſſint, id quod uſui quotidiano ſatis eſt, & commoditate præſtat.

4. *Polares duo*, *Arcticus & Antarcticus* de quibus actum eſt in Lect. VII. & XIX. Atque hæc quidem hactenus enarrata utrique globo ſunt communia, quanquam Ecliptica & ſemicirculus poſitionis proprie pertinent ad globum cœleſtem tantum ; adduntur tamen etiam globo terreſtri, ut Phænomena, quæ motum Solis annuum ſequuntur, & cuſpides domorum, etiam per hunc, quando opus eſt, explicari poſſint.

Quæ

Quæ vero alterutri globo peculiaria ſunt, partim ſunt circuli vel lineæ quædam curvæ, ut in globo cœleſti duo Coluri, & circuli latitudinis; in Terreſtri Meridiani, Paralleli & Loxodromiæ; partim vero ſunt deformationes, in globo quidem Terreſtri Terrarum & Marium, quas Geographiæ contemplandas permittimus; at in globo Cœleſti Fixarum, & qui ex his conſtituuntur, Aſteriſmorum, ſive conſtellationum, numero 48, quorum 12 occupant Zodiacum, & nominibus diſtinguuntur iiſdem, quibus ſigna Eclipticæ anaſtra, ſive Dodecatemoria. Qui vero ab his vergunt ad boream Aſteriſmi numero 21, ſic appellantur:

Urſa minor, *Urſa major*, *Draco*, *Cepheus*, *Arctophylax* (*Bootes*) *Corona Gnoſſia*, *Hercules in genibus*, *Lyra*, *Cygnus*, *Caſſiopeia*, *Perſeus*, *Andromeda*, *Triangulum*, *Auriga*, *Pegaſus*, *Equiculus*, *Delphin*, *Sagitta*, *Aquila*, *Serpentarius*, *Serpens*.

At ab eodem Zodiaco in auſtrum recedunt imagines numero 15:

Cetus, *Eridanus*, *Lepus*, *Orion*, *Canis major*, *Canis minor*, *Argo navis*, *Hydra*, *Crater*, *Corvus*, *Centaurus*, *Lupa*, *Ara*, *Corona auſtralis*, *Piſcis auſtrinus*.

Præter has imagines 48 nobis conſpicuas obſervatæ ſunt aliæ circa polum auſtralem numero 12.

Phœnix, *Grus*, *Indus*, *Xiphias*, *Pavo*, *Anſer*, *& Hydrus*, *Paſſer*, *Apus*, *Triquetrum*, *Muſca*, *Chamæ*que *leon*.

Ne quid addam de *Via Lactea*, quæ eſt circulus latus, candens, totum cœlum ambiens, nonnunquam duplici tramite, at plerumque ſimplici incedens. Hunc veterum nonnulli exhalationem quandam crediderunt in aëre ſuſpenſam; at noſtrum ſeculum innumeram minutarum fixarum congeriem eſſe deprehendit. Illæ vero ſtellulæ, quanquam ſitu & magnitudine differentes, in globo exhiberi non ſolent, ſed Teleſcopio ſolo diſcernuntur; ideoque de iis non eſt quod hoc loco ingeramus plura.

Deſcriptionem globorum modo expoſitam ſequitur uſus eorundem, qui licet multiplex ſit, præcipue tamen, ad rem præſentem quod attinet, his fere Problematis explicari poteſt.

Probl.

Probl. 1. *Dati in globo terreſtri loci longitudinem & latitudinem invenire.* Datum locum advolve Meridiano æneo (intellige ſemper faciei ejus orientali, numeris diſtinctæ) & gradus Æquatoris, qui tum ſub Meridiano reperietur, quocunque numero inſignitur, eſt ipſa longitudo quæſita. Tum ab Æquatore computabis in Meridiano æneo ad locum uſque datum gradus latitudinis, quæ erit Septentrionalis, ſi datus locus ab Æquatore recedat ad Septentrionem; auſtralis autem, ſi ad auſtrum.

Probl. 2. *Datâ longitudine & latitudine; locum cui illa congruat in globo terreſtri aſſignare.* Quære in Æquatore gradum longitudinis datæ, atque illum Meridiano æneo advolve. Tum ab Æquatore numera in Meridiano gradûs latitudinis datæ verſus polum Arcticum vel Antarcticum, prout ipſa latitudo borea fuerit, vel auſtralis; & punctum in quod deſinit numeratio, eſt ipſe locus quæſitus.

Probl. 3. *Globum utrumque ad datam latitudinem, vel elevationem poli aptare, nec non quadrantem altitudinis puncto verticali applicare; denique globos ope pyxidis nauticæ ad quatuor mundi cardines diſponere.* Si latitudo loci data ſit borea, elevetur polus arcticus ſupra Horizontem; ſin auſtralis, Antarcticus: Tum à polo elevato verſus Horizontem computa in Meridiano gradus elevationis poli datæ, & punctum, in quod deſinit numeratio, adjunge Horizonti, ita globus ad datam elevationem poli aptatus erit. Deinde ab Æquatore computa in Meridiano ſurſum gradûs latitudinis datæ (quæ ſemper æqualis eſt elevationi poli) & punctum, in quod deſinit numeratio, erit vertex dati loci, quod vulgo dicitur Zenith. Huic igitur puncto Meridiani quadrans altitudinis affigatur cochleolâ ſuâ, ita ut margo gradibus diſtinctus cum dicto puncto coniſcet. Denique pyxis nautica pedamento globi impoſita diriget acu magneticâ oculum operantis verſus auſtri & ſeptentrionis cardines, & manus circumducet Horizontem ligneum, donec Meridianus æneus ad paralleliſmum cum acu perveniat, & Meridies Horizontis lignei reſpiciat verum Meridiem loci; ita fiet, ut & reliqui cardines globi cardinibus mundi congruant. Curandum eſt præterea, ut pla-

num, cui inſiſtit globus, Horizonti parallelum ſit, adeoque Horizon ligneus cum vero Horizonte loci conſentiat.

Probl. 4. *Gradum Solis, quem tenet in Ecliptica, ope Kalendarii, & adjuncti circuli ſignorum, indagare; indeque locum ejus in ipſa Ecliptica aſſignare.* Quære in Horizonte ligneo menſem & diem datum (obſervato Kalendariorum, Juliani & Gregoriani, diſcrimine, ne alterum pro altero ſequaris perperam;) tum è regione diei inventi in intimo circulo, qui eſt ſignorum, invenies gradum, & ſignum, in quo Sol iſto die verſatur. Deinde in ecliptica, quæ ſuperficiei globi inſcribitur, quære primum ſignum modo exploratum, & in iſto ſigno gradum ipſum Solis.

Accuratius innoteſcere poteſt locus Solis, per Ephemerides pro dato anno conſtructas; aut per Tabulas Aſtronomicas calculo is eruitur.

Probl. 5. *Aſcenſionem rectam & declinationem Solis, vel ſtellæ cujuſvis datæ invenire, indeque indicem horarium horæ duodecimæ aptare.* Inventum per Problema præcedens gradum Solis applica Meridiano & nota gradum Æquinoctialis, qui Meridiano ſubjacet, is enim eſt Aſcenſio Recta Solis quæſita. Tum ab Æquinoctiali computa in Meridiano uſque ad locum Solis in Ecliptica, & numerus graduum ſic inventus, eſt ipſa Declinatio Solis, borea vel auſtralis, prout Sol ab Æquinoctiali receſſerit verſus polum Arcticum vel Antarcticum. Dum vero locus Solis Meridiano adhæret, adjunge indicem horarium horæ duodecimæ Meridianæ. Eodem modo fixæ cujuſvis locum applicabis Meridiano, & gradus Æquinoctialis culminans, erit ipſius fixæ Aſcenſio Recta; at diſtantia inter eandem fixam & Æquinoctialem intercepta, eſt Declinatio ſtellæ borea vel auſtralis.

Ex dato loco Solis, ejus Aſcenſionem Rectam & Declinationem, per calculum Trigonometricum, invenire docuimus in Lectione XIX. pag. 379.

Probl. 6. *Altitudinem Solis vel datæ fixæ Meridianam quadrante, vel alio inſtrumento idoneo rimari.*

Methodum docuimus obſervandi Solis vel Stellæ altitudinem, in Lect. XIX. pag. 377.

Probl.

Probl. 7. *Datâ Declinatione, & altitudine Meridianâ Solis, vel fixæ cujuſvis; latitudinem loci, ſive elevationem poli invenire.*

Methodus inveniendi Latitudinem loci oſtenſa fuit, in Lect. XIX. pag. 378.

Probl. 8. *Datâ aſcenſione rectâ Solis & fixæ cujuſvis; tempus culminationis ejuſdem fixæ invenire.* Aſcenſionem Rectam Solis aufer ab Aſcenſione recta fixæ (ſuffectis, ſi opus ſit, 360 gradibus;) ita reſtat arcus Æquatoris à meridie ad momentum uſque culminationis ſtellæ elapſus. Hunc arcum convertes in tempus, dividendo gradus datos per 15, nam quotus exhibebit *horas*; tum gradus à diviſione reliquos multiplicando per 4, efficies *minuta horaria.* Similiter minuta gradibus adhærentia divides per 15, & quotus exhibebit etiamnum *minuta horaria.* Denique minuta à diviſione reliqua ſi multiplices per 4, habebis *ſecunda horaria.* Conflatum ex horis, minutis & ſecundis tempus à meridie computatum oſtendit ipſum momentum culminationis.

Probl. 9. *Dato loco Solis, vel fixæ cujuſvis; Aſcenſionem ejus, & Deſcenſionem obliquam necnon Amplitudinem ortivam & occiduam invenire.* Datum locum Solis, vel fixæ, adjunge Horizonti ortivo, & nota gradum Æquatoris, qui una aſcendit; hic enim vocatur Aſcenſio obliqua Solis, vel ſtellæ. Tum à cardine Orientis, hoc eſt, ab interſectione Æquatoris & Horizontis ad locum uſque Solis, vel fixæ arcus in Horizonte interceptus eſt amplitudo ſideris ortiva. Sin eundem locum Solis, vel ſtellæ, adjungas Horizonti occiduo; erit gradus Æquatoris una deſcendens, Deſcenſio obliqua Solis, vel ſtellæ. Et à cardine Occidentis, hoc eſt, ab interſectione alterâ Æquatoris & Horizontis ad ſidus uſque occidens, arcus in Horizonte numeratus, eſt Amplitudo Solis, vel ſtellæ occidua.

Problema hoc Trigonometrice ſic expeditur. Sit HPOP Meridianus, ÆQ Æquator, HO Horizon, P Polus. S Sidus vel Sol in Horizonte cujus Declinatio eſt arcus SR, *or* punctum orientis vel occidentis. In triangulo rectangulo *or* R S dantur RS, declinatio Solis vel Sideris, & angu- TAB. 41. fig. 6.

 lus

lus R *or* S, quem Æquator facit cum Horizonte & eſt æqualis complemento Latitudinis loci, ex quibus dabitur arcus *or* R, qui eſt differentia Solis vel Sideris Aſcenſionalis, quæ Aſcenſioni rectæ addita, vel ab eadem ablata, prout Sol vel ſtella verſus Polum depreſſum, aut elevatum declinat dabit Aſcenſionem obliquam: & dabitur præterea arcus *or* S amplitudo Solis vel Sideris. Differentia Aſcenſionalis quadranti addita, vel ab eodem ſubducta, prout ſtella verſus Polum elevatum aut depreſſum declinat, dat arcum ſemidiurnum, qui in tempus converſus, dimidiatam moram ſtellæ ſupra Horizontem oſtendet.

Probl. 10. *Datâ Aſcenſione Solis, vel fixæ, rectâ pariter atque obliquâ; dimidiatam eorum moram ſupra vel infra Horizontem, nec non longitudinem diei & noctis, horam item ortûs & occaſûs Solis invenire.* Dati ſideris Aſcenſionem rectam aufer ab obliqua, vel obliquam à recta, prout hæc vel illa major minorve extiterit; quod reſtat, eſt *Differentia Aſcenſionalis.* Hanc convertes in tempus (quemadmodum ſupra Problemate 8. docuimus) quod, declinante ſidere verſus Polum elevatum, additum ſex horis, declinante autem ſidere verſus Polum depreſſum, detractum ſex horis, exhibet dimidiatam ſideris moram ſupra Horizontem; at hujus complementum ad 12 horas, eſt dimidiata ſideris mora infra Horizontem. Dimidiata mora Solis ſupra Horizontem ſi computetur à meridie, extabit hora Occaſûs Solis; at dimidiata mora Solis infra Horizontem computata à media nocte, exhibet horam Ortus Solis. Porro dimidiata Solis mora ſupra Horizontem ſi duplicetur, extat longitudo diei; & dimidiata mora infra Horizontem duplicata eſt longitudo noctis.

Quod ſi indicem horarium aptaveris horæ duodecimæ, cum locus Solis eſt ſub Meridiano, tum adduxeris locum Solis ad Horizontem ortivum; oſtendet index horam ortus Solis; eundem vero locum Solis ſi adduxeris ad Horizontem occiduum, oſtendet index horam occaſus Solis. Unde porro facile eſt computare longitudinem diei & noctis.

Probl.

Probl. 11. *Dato tempore culminationis ſtellæ, & dimidiatâ ejus morâ ſupra Horizontem; horam ortûs & occaſûs ejuſdem ſtellæ invenire.* Si momento culminationis per Problema 8. invento detrahas dimidiatam ſtellæ moram ſupra Horizontem, habebis horam ortus ſtellæ: at eidem momento culminationis, addas dimidiatam ſtellæ moram ſupra Horizontem, conflabis horam occaſus ſtellæ, computandam utrobique à meridie. Quod ſi indicem horarium applices 12 meridianæ, cum locus Solis culminat, tum adducas ſtellam ad Horizontem ortivum vel occiduum; oſtendet index horam ortûs vel occaſûs ſtellæ.

Probl. 12. *Invenire gradum eclipticæ, qui cum data ſtella oritur, vel occidit; indeque ortum & occaſum ſtellæ Coſmicum & Achronicum patefacere.* Datam ſtellam adjunge Horizonti ortivo, vel occiduo, & nota gradum eclipticæ, qui una oritur, vel occidit. Tum in Horizonte ligneo quære ſignum & gradum, quem cum ſtella oriri, vel occidere deprehenderas, & è regione gradus coorientis reperies in Kalendario (Juliano, vel Gregoriano) menſem & diem ortûs ſtellæ Coſmici. Et ſi quæras in eodem Horizonte ligneo gradum coorienti gradui oppoſitum, invenies in Kalendario menſem & diem ortus ſtellæ Achronici. At è regione gradûs cooccidentis reperies diem occaſûs Achronici. Denique gradui cooccidenti gradus oppoſitus patefaciet diem occaſûs Coſmici.

Problematis ſolutio Trigonometrica hæc eſt, ſit HO Horizon HZO Meridianus, ÆQ Æquator, EC Ecliptica. Punctum ♈ interſectio Æquatoris & Eclipticæ, A Punctum Eclipticæ quod cum data ſtella oritur punctumque Æquatoris ſimul oriens ſit *or*. In triangulo ♈ *or* A datur ♈ *or* Aſcenſio obliqua ſtellæ, & angulus ♈ qui eſt Æquatoris & Eclipticæ, item angulus ♈ *or* A altitudo Æquatoris ſupra Horizontem, vel ejus complementum ad duos rectos, unde dabitur arcus Eclipticæ ♈ A, & proinde punctum A quod ſimul cum ſtella oritur; ſed per Kalendarium aut Ephemerides, datur tempus quando Sol hoc punctum occupat; unde datur tempus quando ſtella oritur Coſmice: da- TAB. 41. *fig.* 7.

bitur præterea angulus ♈ A *or*, angulus orientis Eclipticæ. Quando Sol tenet punctum Eclipticæ puncto A oppoſitum, ſtella oritur Achronice. Simili calculo invenitur tempus occaſus Coſmici aut Achronici.

Probl. 13. *Datâ latitudine loci, & gradu eclipticæ, qui cum ſtella oritur vel occidit; ortum ejus & occaſum Heliacum definire.* Datam ſtellam adjunge Horizonti ortivo, tum quadrantem altitudinis circumduc in plaga occidentali, donec in eo gradus duodecimus (ſi ſtella ſit magnitudinis primæ) occurrat eclipticæ; tum nota gradum eclipticæ, ubi ſit occurſus, is enim eſt, qui 12 gradibus elevatur ſupra Horizontem occiduum, quando ſtella oritur; ergo eodem momento gradus eclipticæ oppoſitus deprimitur 12 gradibus infra Horizontem ortivum; & ſi quæras hunc gradum in Horizonte ligneo, invenies è regione diem ortus ſtellæ Heliaci, quo nimirum ex radiis Solis mane emergere incipit. Si ſtella fuiſſet magnitudinis ſecundæ, oportuiſſet obſervare gradum eclipticæ depreſſum 13 gradibus; pro ſtella tertiæ magnitudinis 14 grad. depreſſio requiritur, & ſic deinceps. Quod ſi quæras occaſum ſtellæ Heliacum, adjunges ipſam ſtellam Horizonti occiduo, & quadrantem altitudinis circumduces in plaga orientali, donec gradus in eo 12 vel 13 (prout ſtella fuerit magnitudinis primæ, vel ſecundæ) occurrat eclipticæ, tum gradum eclipticæ, in quo ſit occurſus, notabis; nam qui huic opponitur gradus eclipticæ totidem gradibus demerſus eſt infra Horizontem occiduum, qui proinde quæſitus in Horizonte ligneo exhibet è regione diem occaſus Heliaci.

TAB. 41. *fig.* 7. Trigonometrice ſic ſolvitur Problema. In figura præcedentis Problematis. Sit A punctum Eclipticæ quod ſimul cum ſtella oritur. Sit ⊙ punctum Eclipticæ quod tantum ab Horizonte diſtat, quantum eſt arcus viſionis pro ortu ſtellæ Heliaco. In triangulo rectangulo A R ⊙ datur angulus R A ⊙, æqualis angulo orientis Eclipticæ, & arcus R ⊙, ex quibus invenietur arcus A ⊙, qui additus arcui ♈ A dat arcum ♈ ⊙, & punctum Eclipticæ ⊙, quod Sol tenet quando

do ſtella oritur Heliace. Similiter occaſus ejus Heliacus reperietur.

Probl. 14. *Datâ latitudine loci, & loco Solis; initium & finem crepuſculi matutini & veſpertini invenire.* Compoſito globo ad latitudinem loci datam, per Probl. 3. & aptato indice horario horæ duodecimæ, quando locus Solis eſt in Meridiano; tum adducto gradu eclipticæ, qui loco Solis opponitur, ad plagam occidentalem; unâ manu volves globum, & altera circum duces quadrantem altitudinis, donec oppoſitus Soli gradus occurrat gradui quadrantis 18; & oſtendet index horam initii crepuſculi matutini. Sin gradum Soli oppoſitum adducas ad plagam orientalem, eumque ibi facias occurrere gradui quadrantis 18; oſtendet index horam, qua crepuſculum veſpertinum deſinit.

Trigonometrica Problematis ſolutio extat in Lectione XX. pag. 390. 391.

Probl. 15. *Datâ latitudine loci, & loco Solis, ſi præterea ex his tribus, nimirum* horâ diei vel noctis, *nec non* Altitudine, & Azimutho *Solis vel ſtellæ, unicum detur; reliqua duo invenire.* Compone globum ad latitudinem loci datam; locum Solis adjunge Meridiano, & indicem horæ duodecimæ. Tum ſi *hora* detur, adduc indicem voluto globo, ad horam datam, firmatoque in iſto ſitu globo, adduc quadrantem ad locum Solis, vel ſtellæ; & in margine quadrantis habebis altitudinem quæſitam, ad pedem vero quadrantis in Horizonte apparebit Azimuthus Solis, vel ſtellæ, numerandus ab interſectione Meridiani & Horizontis (auſtrali vel ſeptentrionali) ad ipſum uſque quadrantis pedem. Sin *altitudo* detur, unâ manu volves globum, alterâ circumduces quadrantem, donec locus Solis vel ſtellæ occurrat dato gradui altitudinis in quadrante: tum index oſtendet horam, & pes quadrantis Azimuthum. Dato vero *Azimutho*, adjunge pedem quadrantis ipſi Azimutho dato, & volve globum, donec locus Solis vel ſtellæ appellat ad marginem quadrantis gradibus diſtinctum; oſtendet Sol ipſe vel ſtella altitudinem ſuam in quadrante, & index horam.

Pro-

TAB. 41. *fig.* 8. Problema per Trigonometriam ſic conficitur. Sit ut prius HO Horizon, HPO Meridianus, ÆQ Æquator, Z vertex loci, P Polus, S Stella, cujus diſtantia à vertice eſt SZ, & declinatio SP; quoniam dantur Solis & Stellæ Aſcenſiones Rectæ, dabitur eorum differentia, quæ in tempus converſa dabit tempus Culminationis Stellæ. Et arcus qui metitur angulum ÆPS in tempus converſus oſtendet horam noctis; jam in triangulo ZPS, ex datis ZP, diſtantia verticis à Polo, & PS ſtellæ declinatio, ſi præterea detur angulus P qui ex data hora innoteſcit; invenietur angulus Z Azimuthus ſtellæ, & arcus ZS ejus diſtantia à vertice. Vel ſi detur arcus ZS complementum altitudinis, dabitur angulus P ac proinde hora noctis, & angulus PZS ſtellæ Azimuthus, vel ſi detur ſtellæ Azimuthus PZS, invenietur angulus ZPS qui horam noctis dabit, & arcus ZS, cujus complementum eſt altitudo fixæ.

Eadem ratione, ex datis altitudine Solis, ex obſervatione capta, & ejus declinatione, quæ ex tempore per Tabulas innoteſcet, invenietur angulus ÆPS qui in tempus converſus horam diei oſtendet.

Probl. 16. *Datorum in globo terreſtri duorum locorum diſtantiam & angulum poſitionis invenire.* Vocemus docendi gratià, unum datorum locorum *primum*, & alterum *ſecundum.* Exploratâ per Probl. 1. loci primi latitudine, compone globum terreſtrem ad eam latitudinem, & ipſum locum primum advolve Meridiano, firmatoque globo in iſto ſitu, & aptato quadrante altitudinis ipſi vertici (ubi tunc erit locus primus) adjunge quadrantem loco ſecundo. Quo facto numerabis gradus *diſtantiæ* à vertice ad locum uſque ſecundum, & *angulum poſitionis* in Horizonte inter Meridianum & pedem quadrantis.

TAB. 41. *fig.* 9. Trigonometrice ſic expeditur Problema. Sit ÆQ Æquator, P Polus, S & *s* duo loca in Telluris ſuperficie, quorum complementa Latitudinum ſint PS, P*s* data; & quoniam locorum Longitudines dantur, dabitur Longitudinum differentia, ſcil. angulus SP*s*, unde in triangulo S*s*P quia dantur latera SP *s*P, cum angulo SP*s*, invenietur S*s*, di-

ſtantia

ſtantia locorum. Quæ in milliaria convertitur, computando pro ſingulis gradibus, milliaria 60. Invenientur quoque, anguli PSſ & Pſs, qui ſunt poſitionum anguli.

Similiter in cælo ſi dantur declinationes, & Aſcenſiones Rectæ duarum fixarum, dabitur earundem diſtantia, vel ſi earum Longitudines & Latitudines ſint notæ, innoteſcet quoque earundem diſtantia.

Probl. 17. *Dato tempore & loco; Thema cœli erigere.* Compoſito globo cæleſti (vel ſi hic abſit, terreſtri) ad dati loci latitudinem, inveſtigatum locum Solis dato tempori congruentem adjunge Meridiano, & indicem horæ duodecimæ; tum volve globum, donec index oſtendat horam datam: vel ſi accuratius operari libeat, inventæ per Probl. 5. Aſcenſioni Rectæ Solis adjice gradus, quot competunt horis & minutis à meridie elapſis, computando pro qualibet hora gradus 15, & pro quaternis minutis horariis gradus ſingulos; abjectis, ſi ſit opus, gradibus 360; ita conflabis Aſcenſionem Rectam Medii Cœli, ſive gradum Æquinoctialis dato temporis momento culminantem, ideoque ſub Meridiano collocandum. Tum ſemicirculi poſitionis extremitates cardinibus Meridiei & Septentrionis affige. Mox à gradu Æquatoris culminante computa in ipſo Æquinoctiali verſus orientem gradus 30, & per ipſum 30 gradum traduc ſemicirculum poſitionis, & obſerva gradum, quo is ſecat eclipticam, is enim eſt cuſpis domus *undecimæ*, quam adnotabis in charta. Rurſus admove ſemicirculum poſitionis gradui Æquinoctialis, inde à culminante gradu ſexageſimo, & nota gradum, quo ſecatur ecliptica, ita acquires cuſpidem domus *duodecimæ*, notandam ſimiliter in charta. Deinde transfer ſemicirculum poſitionis ad plagam occidentalem, & à gradu Æquatoris culminante computa verſus occidentem gradus 30, & per punctum Æquatoris, ubi deſinit numeratio, trajice ſemicirculum poſitionis, qui quo loco ſecat eclipticam, oſtendit cuſpidem domûs *nonæ*. Denique per gradum Æquatoris inde à Meridiano 60 trajectus ſemicirculus poſitionis oſtendit in ecliptica cuſpidem domûs *octavæ*. Ipſe vero Meridianus ſecat eclipti-

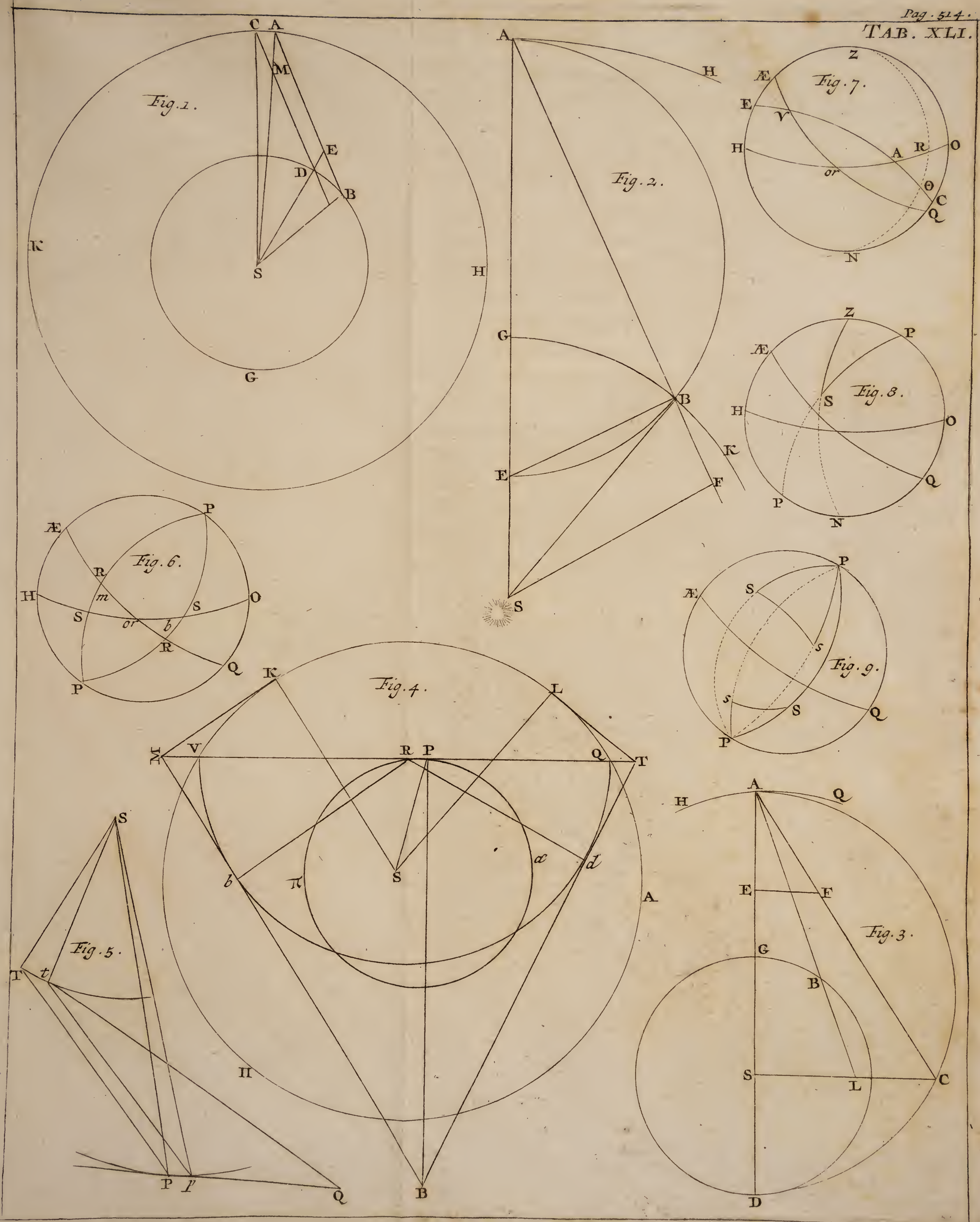
cam in cuſpide decimæ, at Horizon ortivus quo loco ſecat eclipticam, exhibet cuſpidem *primæ*, quæ *aſcendens* vocatur, & *Horoſcopus*; occiduus vero Horizon prodit in eadem ecliptica cuſpidem *ſeptimæ*, quæ quemadmodum è diametro opponitur primæ, ita & octavæ opponitur *ſecunda*, & nonæ *tertia*; & undecimæ *quinta*, & duodecimæ *ſexta*.

Probl. 18. *Erecti thematis punctum quodvis ad punctum quodvis dirigere.* Si Planetæ & aſpectui cuivis locum ſuum aſſignes in Zodiaco ſecundum longitudinem & latitudinem, & eligas Planetam quemvis vel gradum eclipticæ, quem dirigere velis, vocabis hunc, docendi gratiâ, *locum primum*; & locum ad quem iſtum primum dirigere eſt animus, vocabis *ſecundum*. Tum per locum primum, (qui & *Significator* dici ſolet) trajicito ſemicirculum poſitionis, & quo loco is ſecat Æquinoctialem, eum gradum diligenter notato. Retento autem ſemicirculo poſitionis in iſto ſitu, volve globum verſus occidentem, donec locus ſecundus appellat ad ſemicirculum poſitionis, & tum viciſſim obſerva gradum Æquinoctialis, qui illi ſubjacet. Aufer gradum prius notatum à poſteriori (ſuffectis, ſi opus ſit, 360;) quod reſtat, eſt *arcus directionis* quæſitus.

F I N I S.

TRI-

TAB. XLI.


Fig. 1.
C A M E D B S K H G
Fig. 2.
A H G B K E F S
Fig. 3.
A H Q E F G B S L C D
Fig. 4.
K L M V R P Q T b π S α d A Π B
Fig. 5.
S T t P P Q
Fig. 6.
Æ P R m H S or b S O R Q P
Fig. 7.
Z Æ E ♈ H A R O or Θ C Q N
Fig. 8.
Z P Æ S H O Q P N
Fig. 9.
P Æ S s s S Q P

TRIGONOMETRIÆ
PLANÆ ET SPHÆRICÆ
ELEMENTA.
ITEM
DE NATURA
ET
ARITHMETICA
LOGARITHMORUM
TRACTATUS BREVIS.

TRIGONOMETRIÆ
PLANÆ ET SPHÆRICÆ
E L E M E N T A.

DEFINITIONES.

Ex datis Trianguli lateribus angulos, & ex angulis latera laterumve rationes, & mixtim aſſequi, Trigonometriæ munus eſt. Ad quod præſtandum, neceſſe eſt, ut non tantum Peripheriæ circulares, ſed & rectæ lineæ circulis adſcriptæ, in notas aliquot & certas partes ſecari ſupponantur.

Placuit itaque Veteribus Mathematicis, peripheriam circuli in 360 partes (quos gradus appellant) dividere; & unumquemque gradum in 60 minuta prima, & hæc ſingula in 60 ſecunda, & rurſus horum unumquodque in 60 minuta Tertia, & ita continuo partiri. Et angulus quilibet dicitur eſſe tot graduum & minutorum, quot ſunt in arcu qui angulum illum metitur.

Quidam gradum in partes centeſimas, potius quam ſexageſimas partiri volunt: & utilius fortaſſe eſſet, non gradus ſed & ipſum circulum in decupla ratione ſecare; quæ diviſio forſan aliquando obtinebit. Verum ſi circulus conſtet 360 gradibus, ejus quadrans quæ eſt menſura anguli recti, erit harum partium 90. Si circulus in 100 partes ſecetur, Quadrans erit 25 partium.

Complementum Arcus, eſt differentia ejus à Quadrante.

Chorda ſive *Subtenſa* eſt recta linea ab uno Arcûs termino ad alterum ducta.

Sinus rectus alicujus arcus qui & ſimpliciter ſinus dici ſolet,

ler, eſt perpendicularis cadens ab uno arcus termino ad radium per alterum terminum ejuſdem Arcus ductum. Eſt igitur ſemiſubtenſa dupli Arcus; ſcil. eſt DE = ½ DO, & eſt arcus DO duplus ipſius DB. Hinc ſinus arcus 30 gr. æqualis eſt dimidio radii, nam per 15 El. 4. Latus Hexagoni circulo inſcripti, hoc eſt, ſubtenſa 60 gr. æqualis eſt radio. Sinus dividit Radium in duo ſegmenta CE EB; quorum unum CE quod centro & ſinu recto intercipitur, eſt ſinus complementi arcûs DB ad quadrantem (nam eſt CE = FD qui eſt ſinus arcus DH) & vocatur *coſinus*. Alterum ſegmentum BE quod ſinu recto & peripheria intercipitur, vocatur *ſinus verſus:* aliquando dicitur Arcûs *ſagitta.*

TAB. 42. *fig.* 1.

Quod ſi per unum Arcus terminum D producatur à centro recta CG, donec occurrat rectæ BG ſuper diametro ad ejus terminum B perpendiculari; vocabitur in Trigonometria CG *Secans*, & BG *Tangens* arcus DB.

Coſecans & Cotangens Arcûs eſt ſecans vel tangens Arcus, qui eſt complementum alterius ad Quadrantem. *Nota.* Sicut eadem eſt Chorda Arcûs & ejuſdem complementi ad circulum. Sic idem eſt ſinus, eadem Tangens, eademque ſecans Arcûs & ejuſdem complementi ad ſemicirculum.

Sinus Totus eſt ſinus maximus, ſeu ſinus 90 graduum qui circuli radio æqualis eſt.

Canon Trigonometricus eſt Tabula, quæ à minuto incipiens, ſeriatim exhibet quas habent longitudines ſinguli ſinus Tangentes & Secantes, reſpectu radii, qui unitatis loco ponitur, & in partes 10 000 000 vel plures decimales dividi intelligitur. Adeo ut ope hujus Tabulæ, cujuslibet Arcûs vel anguli ſinus Tangens vel ſecans haberi poteſt. Et viciſſim ex dato ſinu Tangente vel ſecante dabitur qui iis reſpondet arcus vel angulus. Obſervandum eſt in ſequentibus R eſſe notam Radii, S notam ſinus, coS coſinus, T notam Tangentis, & coT coTangentis.

CON-

CONSTRUCTIO CANONIS.

PROP. I. THEOREMA.

Datis duobus quibuſlibet Trianguli rectanguli lateribus, reliquum quoque dabitur.

Eſt enim per 47 Elementi primi ACq = ABq + BCq & ACq − BCq = ABq, & viciſſim ACq − ABq = BCq. unde per extractionem Radicis quadratæ, dabitur AC = $\sqrt{ABq + BCq}$ & AB = $\sqrt{ACq - BCq}$. & BC = $\sqrt{ACq - ABq}$. TAB. 42. *fig.* 2.

PROP. II. PROBL.

Dato DE ſinu arcus DB. Invenire Coſinum DF. TAB. 42. *fig.* 2.

Ex datis CD radio & DE ſinu, in Triangulo rectangulo CDE dabitur per præcedentem CE = $\sqrt{CDq - DEq}$ = DF.

PROP. III. PROBL.

Dato DE ſinu arcus cujuſvis DB. Invenire DM vel BM ſinum arcus dimidii. TAB. 42. *fig.* 2.

Dato DE dabitur per præcedentem CE, ac proinde EB quæ eſt differentia inter coſinum & Radium. In Triangulo igitur rectangulo DBE datis DE & EB dabitur DB cujus ſemiſſis DM eſt ſinus arcus DL = ½ arcus DB.

PROP. IV. PROBL.

Dato BM ſinu arcus BL invenire ſinum dupli Arcus. TAB. 42. *fig.* 2.

Dato BM ſinu, dabitur per Prop. 2. coſinus CM. Sunt autem Triangula CBM DBE æquiangula, ob angulos ad E & M rectos & angulum ad B communem, quare (per 4. 6.) erit CB : CM :: BD vel 2 BM : DE. Unde cum dantur tres priores hujus Analogiæ termini, quartus quoque qui eſt ſinus arcus DB innoteſcet.

Corol. Eſt CB : 2 CM :: BD : 2 DE, hoc eſt, Radius ad du-

duplum coſinus arcus $\frac{1}{2}$ DB ut ſubtenſa arcus DB ad ſubtenſam dupli arcus. Item eſt CB : 2 CM :: (2 BM : 2 DE ::) BM : DE :: $\frac{1}{2}$ CB : CM. unde dato ſinu arcus alicujus & ſinu arcus dupli, dabitur coſinus arcus ſimpli.

PROP. V.

TAB. 42. fig. 3. *Datis ſinubus duorum arcuum BD FD, Invenire FI ſinum ſummæ arcuum. Item EL ſinum differentiæ eorundem.*

Ducatur Radius CD, & ſit CO coſinus arcus FD, qui proinde dabitur, per O agatur OP parallela ad DK. Item ducantur OM GE parallelæ ad CB. Et ob æquiangula triangula CDK COP CHI FOH FOM. Eſt primo CD : DK :: CO . OP, quæ itaque innoteſcet. Item eſt CD : CK :: FO : FM, adeoque & illa nota erit. ſed ob FO = EO erit FM = MG = ON. Eſt itaque OP + FM = FI = ſinui ſummæ arcuum: & OP − FM, hoc eſt, OP − ON = EL ſinui differentiæ arcuum. Q. E. I.

Coroll. Quia arcuum BE BD BF differentiæ ſunt æquales, erit BD arcus, medius arithmeticus inter arcus BE BF.

PROP. VI.

Iiſdem propoſitis, Radius eſt ad duplum coſinus arcus medii, ut ſinus differentiæ ad differentiam ſinuum extremorum.

TAB. 42. fig. 2. Nam eſt CD : CK :: FO : FM, unde duplicando conſequentes CD : 2 CK :: FO · 2 FM vel ad FG; quæ eſt differentia ſinuum EL FI. Q. E. D.

Cor. 1. Si arcus BD ſit 60 grad. Erit differentia ſinuum FI EL æqualis FO ſinui diſtantiæ. Nam in eo caſu ſit CK ſinus 30 grad. cujus duplum æquale eſt radio, adeoque ob CD = 2 CK erit FO = FG. Adeoque ſi duo arcus BE BF ab arcu 60 gr. æquidiſtent, erit differentia ſinuum æqualis ſinui diſtantiæ FD.

Cor.

Cor. 2. Hinc ſi dentur ſinus omnium arcuum, dato intervallo à ſe invicem diſtantium ab initio quadrantis uſque ad 60 gradus, facile inveniuntur reliqui per unicam additionem. Eſt enim ſinus 61 gr. = ſinui 59 gr. + ſin. 1 gr. & ſinus 62 gr. = ſinui 58 gr. + ſin 2 gr. Item ſinus 63 gr. = ſinui 57 gr. + ſin. 3 gr. & ita deinceps.

Cor. 3. Si habeantur ſinus omnium arcuum ab initio quadrantis, dato intervallo à ſe invicem diſtantium, uſque ad datam quamvis quadrantis partem, dabuntur exinde ſinus omnes uſque ad hujus partis duplum. *ex. g.* Dentur omnes ſinus uſque ad 15 gr. per præcedentem Analogiam inveniri poſſunt ſinus omnes uſque ad 30 gr. Nam eſt radius ad duplum coſinus 15 gr. ut ſinus unius gradus ad differentiam ſinuum 14 gr. & 16 gr. ita etiam eſt ſinus 2 gr. ad differentiam ſinuum 13 & 17 gr. & ita ſinus 3 gr. ad differentiam ſinuum 12 & 18 gr. atque ſic continuo uſque dum pervenietur ad ſinum 30 gr.

Similiter ut Radius ad duplum coſinus 30 gr. ſeu ad duplum ſinus 60 gr. ita ſinus 1 gr. ad differentiam ſinuum 29 & 31 gr. : : ſin. 2 gr. ad Differentiam ſinuum 28 & 32 gr. : : 3 gr. ad differentiam ſinuum 27 & 33 gr. ſed in hoc caſu eſt Radius ad duplum coſinus 30 gr. ut 1 ad $\sqrt{3}$. ac proinde ſi multiplicentur ſinus diſtantiarum ab arcu 30 gr. per $\sqrt{3}$ dabuntur differentiæ ſinuum.

Similiter in ipſo initio quadrantis minutim exquirere poſſumus ſinus, datis ſinubus & coſinubus unius & duorum minutorum. Nam ut Radius ad duplum coſinus 2′ : : ſin 1′ : differentiam ſinuum 1′ & 3′ : : Sin. 2′ : differentiam ſinuum 0′ & 4′ hoc eſt, ad ipſum ſinum 4′. Et ſimiliter ex datis ſinubus priorum 4′ inveniuntur ſinus reliqui uſque ad 8′ & exinde ad 16′ & ita deinceps.

PROP. VII. THEOREMA.

In arcubus exiguis ſinus & Tangens ejuſdem arcus ſunt quam proxime ad ſe invicem, in ratione æqualitatis.

Nam ob æquiangula triangula CED CBG, erit CE: CB : : ED: TAB. 42. *fig.* 4.

ED:BG. ſed accedente puncto D ad B, evaneſcit EB reſpectu arcus BD: unde fit CE fere æqualis CB. adeoque & ED fere æqualis BG. Si EB ſit minor radii parte $\frac{1}{15000000}$ erit differentia inter ſinum & tangentem, minor quoque tangentis parte $\frac{1}{10000000}$.

Cor. Cum Arcus ſit tangente minor, ſinu autem ſuo major; & exigui arcus ſinus & tangens ſunt fere æquales, erit etiam arcus ſuo ſinui vel tangenti fere æqualis, adeoque in exiguis arcubus, erit ut arcus ad arcum ita ſinus ad ſinum.

PROP. VIII.

Invenire ſinum Arcus unius minuti.

Latus Hexagoni circulo inſcripti, hoc eſt, ſubtenſa 60 graduum æqualis eſt Radio, (*per* 15tam 4ti.) Radii itaque ſemiſſis erit ſinus Arcus 30 gr. Dato itaque ſinu Arcus 30 grad. invenitur ſinus arcus 15 gr., (*per* 3tiam hujus.) Item ex dato ſinu 15 gr. per eandem invenitur ſinus 7 gr. 30 min. & ſinus hujus dimidii 3 gr. 45′ ſimiliter invenitur; & ita deinceps, donec duodecima peracta biſectione, perveniatur ad arcum 52″ 44‴ 3⁗ 45‴″ cujus coſinus fere æqualis eſt radio, in quo caſu (uti conſtat ex prop. 7.) ſunt ſinus arcubus ſuis proportionales; adeoque ut arcus 52″ 44‴. 3⁗. 45‴″ ad arcum unius minuti ita erit ſinus prius inventus ad ſinum arcus unius minuti, qui igitur dabitur.

Dato ſinu unius minuti, invenietur per prop. 2 & 4, ſinus duorum minutorum ejuſque coſinus.

PROP. IX. THEOREMA.

Si angulus BAC in peripheria circuli exiſtens, biſecetur rectâ AD, Et producatur AC quoad DE = AD ipſi occurrat in E: erit CE = AB.

TAB. 42. fig. 5. In Quadrilatero ABDC (per 22. 3.) ſunt anguli B & ACD æquales duobus rectis = DCE + DCA (per 13. 1.) unde erit angulus B = DCE. Quin etiam eſt angulus E = DAC (per 5. 1.) = DAB & eſt DC = DB. quare Triangula BAD & CED ſunt congrua & CE eſt æqualis AB. Q.E.D.

PROP.

PROP. X. THEOREMA.

Sint arcus AB BC CD DE EF &c. æquales; Arcuumque AB AC AD AE &c. ſubtenſæ ducantur, erit AB: AC:: AC: AB + AD:: AD: AC + AE:: AE: AD + AF:: AF: AE + AG. TAB. 42. fig. 6.

Producantur AD in H, AE in I, AF in K, & AG in L, ut triangula ACH ADI AEK AFL ſint Iſoſcelia. Et quoniam angulus BAD biſectus eſt, fiet DH = AB per præcedentem. Similiter erit EI = AC, FK = AD, item GL = AE.

Sed Triangula Iſoſcelia ABC CAH DAI EAK FAL, ob angulos ad baſes æquales, ſunt æquiangula. Quare erit ut AB: AC:: AC: AH = AB + AD:: AD: AI = AC + AE:: AE: AK = AD + AF:: AF: AL = AE + AG. Q. E. D.

Corol. Quoniam eſt AB ad AC ut Radius ad duplum coſinus Arcus $\frac{1}{2}$ AB, (per corol. prop. 5.) erit quoque ut Radius ad duplum coſinus arcus $\frac{1}{2}$ AB ita $\frac{1}{2}$ AB: $\frac{1}{2}$ AC:: $\frac{1}{2}$ AC: $\frac{1}{2}$ AB + $\frac{1}{2}$ AD:: $\frac{1}{2}$ AD: $\frac{1}{2}$ AC + $\frac{1}{2}$ AE:: $\frac{1}{2}$ AE: $\frac{1}{2}$ AD + $\frac{1}{2}$ AF &c. Sint jam arcus AB BC CD &c. ſingula 2′. Erit $\frac{1}{2}$ AB ſinus unius minuti, $\frac{1}{2}$ AC ſinus 2′. $\frac{1}{2}$ AD ſinus 3′. $\frac{1}{2}$ AF ſinus 4′ &c. Unde datis ſinubus unius & duorum minutorum ſinus omnes reliqui ſic facillime habentur.

Dicatur coſinus arcus unius minuti, hoc eſt, ſinus arcus 89 gr. 59′ Q & fient ſequentes Analogiæ, R: 2 Q:: Sin. 2′: Sin. 1′ + Sin. 3′. quare dabitur ſinus 3′. Item R: 2 Q: :S. 3′: S. 2′ + S. 4′. quare dabitur S. 4′.

Item R: 2 Q:: S. 4′: S. 3′ + S. 5′. quare habetur ſinus 5′.

R: 2 Q:: S. 5′: S. 4′ + S. 6′ proinde dabitur S. 6′. Atque ita deinceps ad ſingula quadrantis minuta dabuntur ſinus. Et quoniam Radius ſeu primus Analogiæ terminus eſt Unitas; operationes per multiplicationem contractam & ſubductionem facillime expediuntur.

Inventis ſinubus, uſque ad gradum ſexageſimum. Reliqui ſinus per ſolam additionem habentur (per cor. 1. pr. 5.)

Datis ſinubus, Tangentes & ſecantes ex Analogiis ſequentibus

TAB. 42. fig. 1. tibus invenire poſſunt. Ob æquiangula Triangula CED CBG CHI.

CE : ED :: CB : BG. hoc eſt, coS : S :: R : T.
GB : BC :: CH : HI. h. e. T : R :: R : coT.
CE : CD :: CB : CG. h. e. coS : R :: R : Secant.
DE : CD :: CH : CI. h. e. S : R :: R : co Secant.

SCHOLIUM.

Magnus ille Geometra, ſummuſque Philoſophus Dominus Newtonus *Primus ſeries in infinitum convergentes exhibuit, quibus ex datis arcubus, eorum ſinus computari poſſint. Nam ſi Arcus dicatur* A *&* *Radius ſit unitas invenit ejus ſinum fore.*

$$A - \frac{A^3}{1.2.3} + \frac{A^5}{1.2.3.4.5} - \frac{A^7}{1.2.3.4.5.6.7} + \frac{A^9}{1.2.3.4.5.6.7.8.9}$$

&c. Coſinum autem eſſe

$$1 - \frac{A^2}{1.2} + \frac{A^4}{1.2.3.4} - \frac{A^6}{1.2.3.4.5.6} + \frac{A^8}{1.2.3.4.5\,6.7.8} \&c.$$

Hæ ſeries initio quadrantis cum Arcus A *parvus eſt celerrime convergunt. Nam in ſerie pro ſinu, ſi* A *non ſuperet decem minuta, duo primi ejus termini ſcil.* $A - \frac{1}{6}A^3$ *dant ſinum ad* 15 *figurarum loca, ſi Arcus* A *non major ſit gradu, tres primi exhibent ſinum ad totidem loca, adeoque pro primis & ultimis Quadrantis ſinubus hæ ſeries ſunt admodum utiles. ſed quo major ſit arcus* A, *eo pluribus opus eſt terminis ut inveniatur ſinus in numeris qui ſunt veri ad datum figurarum locum. Tandem autem lentiſſime convergunt ſeries cum Arcus fere æqualis eſt Radio. Cui rei ut remedium adferatur ego alias excogitavi ſeries* Newtonianis *ſimiles, in quibus ſuppono arcum, cujus ſinus quæritur, eſſe ſummam vel differentiam duorum arcuum ſcil. eſſe* A + z *vel* A — z : *notoſque eſſe ſinum & coſinum arcus* A. *ſcil. ſit* a *ſinus arcus* A *&* b *ejus coſinus. Sinus Arcus* A + z *per hanc ſeriem exprimetur*

1. a

1. $a + \frac{bz}{1} - \frac{az^2}{1.2} - \frac{bz^3}{1.2.3} + \frac{az^4}{1.2.3.4} + \frac{bz^5}{1.2.3.4.5} -$ &c.

2. *Ejus Coſinus* $b - \frac{az}{1} - \frac{bz^2}{1.2} + \frac{az^3}{1.2.3} + \frac{bz^4}{1.2.3.4} - \frac{az^5}{1.2.3.4.5} - \frac{bz^6}{1.2.3.4.5.6}$ &c.

Similiter ſinus Arcus A − z *eſt*

3. $a - \frac{bz}{1} - \frac{az^2}{1.2} + \frac{bz^3}{1.2.3} + \frac{az^4}{1.2.3.4} - \frac{bz^5}{1.2.3.4.5} - \frac{az^6}{1.2.3.4.5.6}$ &c.

Et coſinus eſt

4. $b + \frac{az}{1} - \frac{bz^2}{1.2} - \frac{az^3}{1.2.3} + \frac{bz^4}{1.2.3.4} + \frac{az^5}{1.2.3.4.5} -$ &c.

Arcus A *eſt medius Arithmeticus inter arcus* A − z & A + z. *Differentiæ ſinuum ſunt*

5. $\frac{bz}{1} - \frac{az^2}{1.2} - \frac{bz^3}{1.2.3} + \frac{az^4}{1.2.3.4} + \frac{bz^5}{1.2.3.4.5} - \frac{az^6}{1.2.3.4.5.6}$ &c.

6. $\frac{bz}{1} + \frac{az^2}{1.2} - \frac{bz^3}{1.2.3} - \frac{az^4}{1.2.3.4} + \frac{bz^5}{1.2.3.4.5} + \frac{az^6}{1.2.3.4.5.6}$ &c.

Unde differentiarum differentia ſeu differentia ſecunda

7. *Prodit* $\frac{2az^2}{1.2} - \frac{2az^4}{1.2.3.4} + \frac{2az^6}{1.2.3.4.5.6}$ &c.

Seu $2a \times \frac{z^2}{1.2} - \frac{z^4}{1.2.3.4} + \frac{z^6}{1.2.3.4.5.6}$ &c.

Quæ ſeries æqualis eſt duplo ſinus arcus medii ducto in ſinum verſum arcus z & *celerrime convergit. Adeo ut*

ſi z *ſit minutum primum, terminus ſeriei primus dat differentiam ſecundam ad* 15 *figurarum loca; ſecundus autem terminus ad* 25 *loca.*

Hinc datis ſinubus duorum quorumvis arcuum intervallo minuti diſtantium, facili admodum operatione inveniri poſſint ſinus reliquorum omnium arcuum qui ſunt in eadem progreſſione.

In ſerie prima & ſecunda ſi Arcus A *ſit* $= 0$ *erit* $a = 0$ & b *ejus coſinus fit radius ſeu* 1. & *hinc deſtructis terminis ubi eſt* a & *pro* b *poſito* 1 *ſeries deveniunt* Newtonianæ. *In ſerie tertia & quarta. ſi* A *ſit* 90 *gr. fiet* $b = 0$ & $a = 1$ *unde quoque deſtructis terminis ubi eſt* b & *pro* a *poſſito* 1 *rurſus prodibunt ſeries* Newtonianæ.

Omnes hæ ſeries ex Newtonianis *facile fluunt per prop.* 5. *hujus.*

PROP. XI.

In Triangulo Rectangulo, ſi Hypotenuſa ſit Radius, latera ſunt ſinus angulorum oppoſitorum; ſi vero crus alterum fiat Radius, crus reliquum eſt Tangens anguli oppoſiti, & Hypotenuſa eſt anguli ſecans.

TAB. 42. fig. 7. Manifeſtum eſt CB eſſe ſinum arcus CD, ejuſque coſinum eſſe AB; ſed arcus CD eſt menſura anguli A, & complementum menſuræ anguli C. Præterea in 8va. figura poſito AB radio, eſt BC Tangens, & AC ſecans arcus BD, qui eſt menſura anguli A, & ſimiliter in eadem figura poſito BC radio, eſt BA Tangens & AC ſecans arcus BE vel anguli C. Q. E. D.

fig. 8.

Eſt igitur, ut AC ſecundum datam quamvis menſuram æſtimata ad BC in eadem menſura æſtimatam, ita erit 10000000 numerus partium in quas dividi ſupponitur Radius, ad numerum qui exprimit in iiſdem partibus longitudinem quam habet ſinus anguli A, hoc eſt,

Erit $AC : BC :: R : S, A$

Simili ratione erit $AC : BA :: R : S, C$

Item $AB : BC :: R : T, A$

Et $BC : BA :: R : T, C$

In

In his itaque proportionalibus ſi dantur tres quælibet, per Regulam Trium invenietur quarta.

PROP. XII.

Trianguli plani latera ſunt ut ſinus angulorum oppoſitorum.

Trianguli circulo inſcripti latera perpendicularibus radiis biſecentur. Et erunt ſemilatera ſinus angulorum ad peripheriam. Eſt enim angulus BDC ad centrum duplex anguli BAC ad peripheriam (per 20. El. 3.) cujuſque itaque dimidium ſc. BDE æquale eſt BAC, atque ejus ſinus eſt BE. Eadem ratione erit BF ſinus anguli BCA. Et AG erit ſinus anguli ABC. TAB. 42. *fig.* 9.

In Triangulo rectangulo eſt BD $=\frac{1}{2}$ BC $=$ Radio (per 31. El. 3.) ſed Radius eſt ſinus anguli recti unde $\frac{1}{2}$ BC eſt ſinus anguli A. *fig.* 10.

In Triangulo Amblygonio, ductis BL CL, erit angulus L complementum anguli A ad duos rectos (per 22. El. 3.) ac proinde idem erit utriuſque anguli ſinus. Eſt autem BDE (cujus ſinus eſt BE) $=$ angulo L. quare erit & BE ſinus anguli BAC. Sunt itaque in omni triangulo ſemiſſes laterum ſinus angulorum oppoſitorum, manifeſtum autem eſt latera eſſe inter ſe ut ipſorum ſemiſſes. Q. E. D. *fig.* 11.

PROP. XIII.

In Triangulo Plano ſumma Crurum, differentia Crurum, Tangens ſemiſummæ angulorum ad baſim & Tangens ſemidifferentiæ eorundem ſunt proportionales.

Sit Triangulum ABC cujus crura AB BC & Baſis AC; producatur AB ad H ut ſit BH $=$ BC; erit AH ſumma crurum; fiat BI $=$ BA, & erit IH differentia crurum. Item eſt HBC angulus $=$ angulis A $+$ ACB (per 32. El. 1.) cujus itaque dimidium EBC $=$ ſemiſummæ angulorum A & ACB, ejuſque Tangens (poſito Radio $=$ EB) eſt EC. Ducatur BD ad AC parallela fiatque HF $=$ CD Et ob HB $=$ CB erit (per 4. El. 1.) angulus HBF $=$ CBD $=$ BCA (per 29. El. 1.) Eſt etiam angu- TAB. 42. *fig.* 12.

lus HBD = angulo A: unde erit FBD differentia angulorum A & ACB; Et EBD eorum ſemidifferentia, cujus tangens eſt ED. Per I ducatur IG parallela ad AC vel BD & fiet (per 2. El. 6.) AB: BI :: CD : DG. At eſt AB = BI, unde erit & CD = DG. at eſt CD = HF, unde HF = DG & proinde HG = DF & $\frac{1}{2}$ HG = $\frac{1}{2}$ DF = DE. Et quia triangula AHC IHG ſunt æquiangula, erit AH : IH :: HC : HG :: $\frac{1}{2}$ HC : $\frac{1}{2}$ HG :: EC : ED. hoc eſt, eſt erit AH ſumma crurum ad IH differentiam crurum ut EC Tangens ſemiſſis ſummæ angulorum ad Baſim, ad ED Tangentem ſemiſſis differentiæ eorundem. Q. E. D.

PROP. XIV.

In Triangulo Plano, Baſis, ſumma laterum, Differentia laterum, Differentia ſegmentorum baſis ſunt proportionales.

TAB. 43. fig. 1. Trianguli BCD baſis eſto DC, centro B radio BC deſcribatur circulus, & producatur DB in G, ex puncto B in baſin cadat perpendicularis BE, erit DG = DB + BC = ſummæ laterum, & DH = differentiæ laterum, & ſegmenta baſis ſunt DE CE quorum differentia eſt DF. Quoniam (per cor. prop. 38. El. 3.) rectangulum ſub DC DF æquale eſt rectangulo ſub DG DH, erit (per 16. El. 6.) DC : DG :: DH : DF.

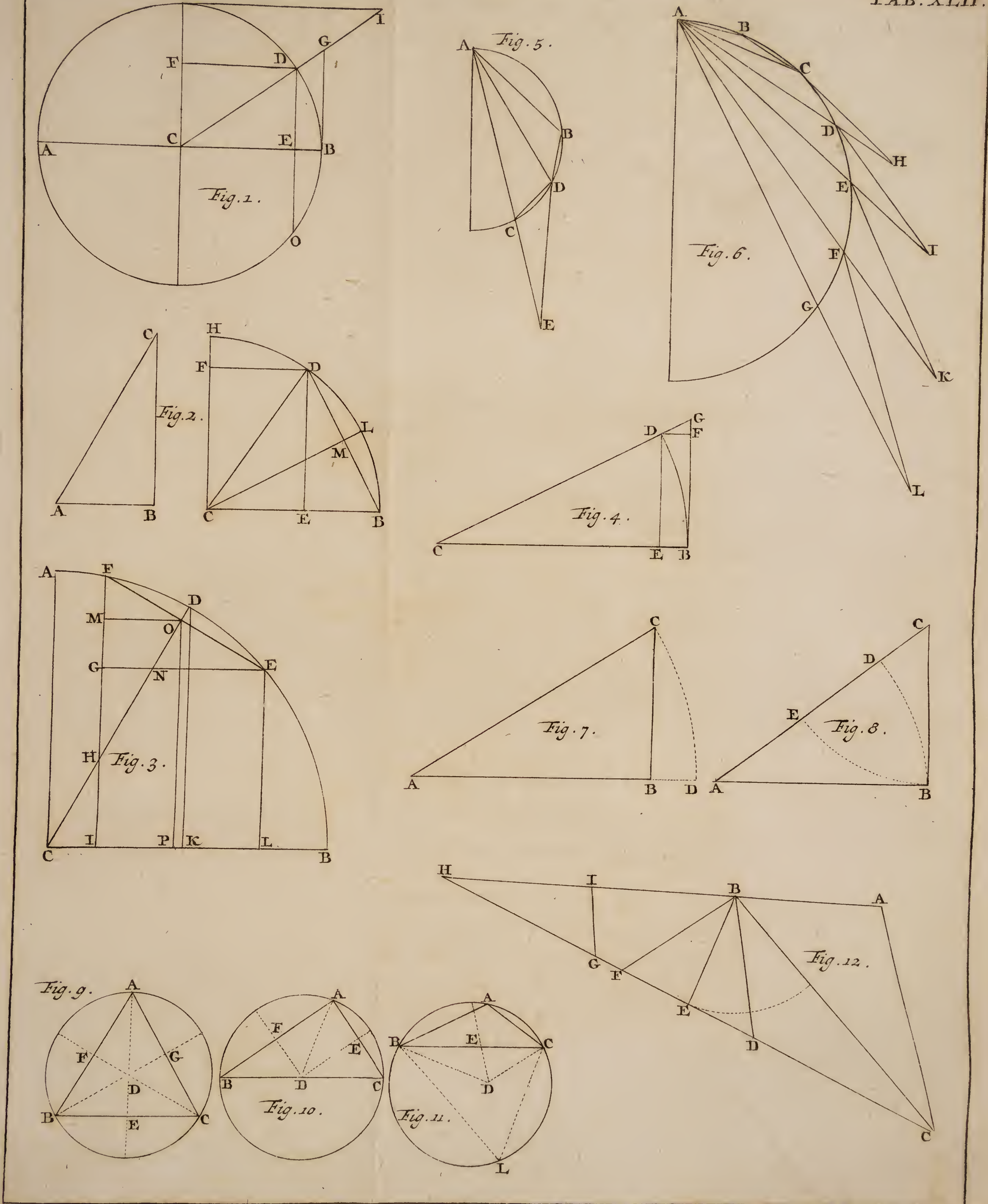
PROBLEMA.

Datis duarum quarumvis quantitatum ſumma & differentia, ipſas quantitates invenire.

TAB. 43. fig. 2. Si ad ſemiſummam addatur ſemidifferentia, aggregatum erit æquale majori; ſi autem à ſemiſummâ ſubducatur ſemidifferentia, reſiduum erit æquale minori. Sint enim AB, BC duæ quantitates; & capiatur AD = BC. Fiet DB differentia. Quarum ſumma eſt AC, quæ biſecta in E dat AE vel

EC

TAB. XLII.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.

EC ſemiſummam & DE vel EB ſemidifferentiam. Porro eſt AB = AE + EB = ſemiſummæ + ſemidifferentia, & BC = CE − EB = ſemiſummæ − ſemidifferentia.

In quovis Triangulo plano datis duobus angulis, datur tertius qui eſt ſummæ duorum reliquorum complementum ad duos rectos.

In Triangulo autem rectangulo dato alterutro angulo acuto, datur reliquus, qui eſt dati complementum ad rectum.

Datis autem duobus trianguli rectanguli lateribus, ut inveniatur reliquum non opus eſt canone ſed perficitur ope prop. primæ hujus.

Trianguli Rectanguli ſolutiones Trigonometricæ ſunt quæ ſequuntur.

	Datis.	Quær.	Fiat.
1	AB BC cruribus.	Anguli.	AB: BC: : R: T anguli A. Cujus complementum eſt Angulus C. TAB. 43. *fig.* 3.
2	AB AC crure & Hypoten.	Anguli.	AC: AB: : R: S, C cujus complementum eſt angulus A.
3	AB & A crure & angulo.	BC crus alterum.	R: T, A: : AB: BC.
4	AB & C crure & angulo.	AC Hypotenuſa.	S, C: R: : AB: AC.

TAB. 43. *fig.* 4.

In Triangulis obliquangulis.

	Datis.	Quær.	Fiat.
1	A. B. C & AB angulis & latere.	BC & AC latera.	S,C:S,A::AB:BC. Item S,C:S,B::AB:AC; datis duobus angulis datur tertius, unde caſus cum dantur duo anguli & latus; reliqua quæruntur, recidit in hunc caſum.
2	A. B. C. omnibus angulis.	AB. AC BC omnia latera.	S, C: S, A:: AB: BC. Et S, C: S, B :: AB: AC. unde datis angulis invenire licet proportiones laterum, at non ipſa latera, niſi ipſorum unum prius innoteſcat.
3	AB:BC,& C duobus lateribus & angulo uni oppoſito.	A & B anguli.	AB: BC: S, C: S, A, qui proinde inveniatur. Sed quia idem eſt ſinus anguli & ejus complementi ad duos rectos, prænoſcenda eſt anguli A Species.
4	AB BC & B. lateribus duobus & angulo interjecto.	Anguli A & C.	$BC + AB : BC - AB :: T, \frac{A + C}{2} : T, \frac{A - C}{2}$ unde datur differentia angulorum A & C quorum ſumma quoque eſt nota; & proinde per *Problema poſt prop.* 14. dabuntur ipſi anguli.
fig. 5. 5	AB. BC AC omnibus lateribus.	Anguli.	Demiſſo à vertice in Baſim perpendiculo. Quærantur ſegmenta baſis per prop. 14. Fiat ſcil. BC : AC + AB :: AC − AB : DC − DB, & ex hac analogia dabuntur BD. DC. & proinde per reſolutionem triangulorum rectangulorum ABD ADC dabuntur anguli.

TRI-

TRIGONOMETRIÆ SPHÆRICÆ ELEMENTA.

DEFINITIONES.

1. SPhæræ Poli, ſunt duo puncta in ſuperficie Sphæricâ, quæ ſunt Axis extrema.

2. Polus circuli in Sphæra, eſt punctum in ſuperficie Sphæræ, à quo omnes rectæ lineæ ad circuli circumferentiam tendentes, ſunt inter ſe æquales.

3. Circulus in ſphæra maximus eſt, cujus planum tranſit per ſphæræ centrum, & cujus centrum idem eſt cum centro Sphæræ.

4. Triangulum Sphæricum eſt figura comprehenſa ſub arcubus trium maximorum in Sphæra circulorum.

5. Angulus Sphæricus eſt is qui in ſuperficie ſphæricâ, continetur ſub duobus arcubus maximorum circulorum; qui æqualis eſt inclinationi planorum iſtorum circulorum.

PROP. I.

Circuli maximi ACB AFB ſe bifariam ſecant. TAB. 43. *fig.* 6.

Cum enim circuli habent idem centrum, communis eorum ſectio erit utriuſque circuli diameter, quæ eos bifariam ſecabit.

Cor. Hinc in ſuperficie, ſphæræ duo maximorum circulorum Arcus ſemicirculis minores, ſpatium non comprehendunt, non enim poſſunt, niſi in duobus punctis ſemicirculo oppoſitis, ſibi invicem occurrere.

PROP. II.

TAB. 43. fig. 6. *Si à polo C circuli cujuſvis AFB, ducatur ad ejus centrum recta CD, ea ad planum iſtius circuli perpendicularis erit.*

In circulo AFB ducantur diametri quævis EF GH; Et quoniam in triangulis CDF CDE, ſunt CD DF æquales CD DE, & baſis CF æqualis baſi CE (per def. 2.) erit (per 4. El. 1.) angulus CDF = angulo CDE; ac proinde uterque rectus erit, ſimiliter demonſtrabitur, angulos CDG CDH eſſe rectos; unde (per 4. El. 11.) erit CD perpendicularis ad planum circuli AFE. Q. E. D.

Cor. 1. Circulus maximus diſtat à polo ſuo intervallo Quadrantis; nam ob angulos CDG CDF rectos, erunt ipſorum menſurae, ſc. arcus CG CF quadrantes.

Cor. 2. Circuli maximi per polum alterius circuli tranſeuntes cum ipſo faciunt angulos rectos; & viciſſim, ſi cum altero circulo faciunt angulos rectos; tranſibunt per polum alterius iſtius circuli; nam per rectam DC eos tranſire neceſſe eſt.

PROP. III.

TAB. 43. fig. 6. *Si polo A deſcribatur maximus circulus ECF, arcus CF interceptus inter AC AF, eſt menſura anguli CAF vel CBF.*

Per *corol.* 1. præcedentis, ſunt arcus AC AF quadrantes, ac proinde anguli ADC ADF ſunt recti, quare (per defin. 6. El. 11.) angulus CDF (cujus menſura eſt arcus CF) æqualis eſt inclinationi planorum ACB AFB, æqualis quoque angulo Sphærico CAF vel CBF. Q. E. D.

Cor. 1. Si arcus AC AF ſunt Quadrantes, erit A polus circuli per puncta C & F tranſeuntis, eſt enim AD ad planum FDC normalis, (per 4. El. 11.)

Cor. 2. Anguli ad verticem ſunt æquales, uterque enim eſt æqualis inclinationi circulorum. Item anguli qui ſunt deinceps ſunt æquales duobus rectis.

PROP.

PROP. IV.

Triangula erunt æqualia & congrua, ſi duo latera habeant duobus lateribus æqualia, & angulos æqualibus lateribus comprehenſos etiam æquales.

PROP. V.

Item Triangula erunt æqualia & congrua, ſi latus cum angulis adjacentibus in uno triangulo ſit æquale lateri cum angulis adjacentibus in altero triangulo.

PROP. VI.

Triangula æquilatera ſunt etiam æquiangula.

PROP. VII.

In Triangulis Iſoſcelibus, anguli ad baſim ſunt æquales.

PROP. VIII.

Si anguli ad baſim fuerint æquales, erit Triangulum Iſoſceles.

Eodem modo demonſtrantur quatuor propoſitiones præcedentes ut in triangulis planis.

PROP. IX.

Quælibet duo trianguli latera reliquo ſunt majora.

Nam arcus circuli maximi, inter duo quælibet in ſuperficie ſphæræ puncta, eſt via breviſſima.

PROP. X.

Quodlibet trianguli latus minus eſt ſemicirculo.

Producantur trianguli ABC latera AC AB, donec conveniunt in D, erit arcus ACD ſemicirculus, qui major eſt quam AC. TAB. 43. *fig.* 7.

PROP. XI.

Trianguli latera ſunt circulo minora.

Eſt enim DB + DC major quam BC, (per prop. 9.) & utrin- TAB. 43. *fig.* 7.

trinque addendo BA+AC, erit DBA+DCA, hoc eſt, circulus major quam AB+BC+AC, qui ſunt tria latera trianguli ABC.

PROP. XII.

TAB. 43. fig. 8. *In triangulo ABC, major angulus A majori lateri ſubtenditur.*

Fiat angulus BAD = angulo B, & erit AD=BD (per 8. hujus) unde BDC=DA+DC, & hi arcus majores ſunt quam AC, eſt itaque latus BC, quod ſubtendit angulum BAC, majus quam AC, quod ſubtendit angulum B.

PROP. XIII.

TAB. 43. fig. 7. *In quolibet triangulo ABC, ſi ſumma Crurum AB BC ſit major æqualis vel minor ſemicirculo; internus angulus ad baſim AC erit major æqualis aut minor externo & oppoſito BCD, ideoque ſumma angulorum A & ACB major erit, aut æqualis, aut minor duobus rectis.*

Sit primò AB+BC=ſemicirculo=AD, erit BC=BD; & anguli BCD & D æquales, (per 8 hujus) unde & angulus BCD erit=angulo A.

Sit ſecundò AB+BC majores quam ABD, erit BC major quam BD; unde & angulus D, (hoc eſt angulus A) major erit angulo BCD. (per 12. hujus) Similiter oſtendetur, ſi AB+BC ſint ſimul minores ſemicirculo, fore angulum A minorem angulo BCD. & quoniam anguli BCD & BCA ſunt=duobus rectis; ſi angulus A ſit major BCD, erunt A & BCA majores duobus rectis. Si A ſit=BCD erunt A & BCA æquales duobus rectis. Si vero A ſit minor quam BCD, erunt A & BCA minores duobus rectis. Q.E.D.

PROP. XIV.

TAB. 43. fig. 9. *In quolibet triangulo GHD, laterum poli, ductis circulis maximis, conſtituunt aliud triangulum XMN, quod ſupplementum eſt trianguli GHD; nempe latera NX XM*

XM & NM erunt ſupplementa ad ſemicirculos arcuum qui ſunt menſuræ angulorum D, G, H. Quin etiam menſuræ angulorum M, X, N, erunt ſupplementa ad ſemicirculos, laterum GH GD & HD.

Polis G, H, D, deſcribantur maximi circuli XCAM TMNO XKBN. Et quia G eſt polus circuli XCAM, erit GM = Quadranti, (per cor. 1. prop. 2.) & ob H polum circuli TMO, erit HM quoque Quadrans; quare (per corol. 1. prop. 3.) erit M polus circuli GH. Similiter quia D eſt polus circuli XBN, & H polus circuli TMN, erunt arcus DN HN Quadrantes; ac proinde (per cor. 1. prop. 3.) N erit polus circuli HD. Et eadem ratione, ob GX DX quadrantes, erit X polus circuli GD. Hiſce præmiſſis.

Quoniam eſt NK = Quadranti, (cor. 1. prop. 2.) & XB = Quadranti, erunt NK + XB hoc eſt NX + KB = duobus Quadrantibus ſeu ſemicirculo; adeoque eſt NX ſupplementum arcus KB ſeu menſuræ anguli HDG ad ſemicirculum. Similiter quia eſt MC = Quadranti, & XA = Quadranti; erunt MC + XA, hoc eſt, XM + AC = duobus Quadrantibus ſeu ſemicirculo, & proinde XM eſt ſupplementum arcûs AC qui eſt menſura anguli HGD. Quinetiam, ob MO, NT Quadrantes, erunt MO + NT = OT + NM = ſemicirculo. itaque eſt NM ſupplementum ad ſemicirculum arcûs OT ſeu menſuræ anguli GHD. Q. E. D.

Præterea quia DK HT ſunt quadrantes, erunt DK + HT ſeu KT + HD æquales duobus Quadrantibus, ſeu ſemicirculo. Eſt ergo KT, ſeu menſura anguli XNM, ſupplementum lateris HD ad ſemicirculum. Nec diſſimili methodo oſtendetur OC menſuram anguli XMN eſſe ſupplementum lateris GH. Et BA menſuram anguli X eſſe ſupplementum lateris GD. Q. E. D.

PROP. XV.

Triangula æquiangula ſunt etiam æquilatera.

Nam eorum ſupplementa ſunt æquilatera, (per 14. hujus)

 ergo

ergo & æquiangula, quare & ipſa ſunt æquilatera, per prop. 14. partem ſecundam.

PROP. XVI.

Trianguli tres anguli ſunt majores duobus rectis, & minores ſex rectis.

TAB. 43. fig. 9. Nam tres menſuræ angulorum G, H, D, una cum tribus lateribus trianguli XNM faciunt tres ſemicirculos, (per 14. hujus) ſed tria latera trianguli XNM minora ſunt duobus ſemicirculis, (per 11. hujus) quare tres menſuræ angulorum GHD majores ſunt ſemicirculo, & proinde anguli GHD majores erunt duobus rectis.

Propoſitionis ſecunda pars patet, nam in quolibet triangulo, externi & interni anguli ſimul tantum faciunt ſex rectos, unde interni ſunt minores quam ſex recti.

PROP. XVII.

TAB. 43. fig. 6. *Si à puncto R quod circuli AFBE polus non eſt, in circumferentiam cadant arcus maximorum circulorum RA RB RG RV, maximus eſt RA, qui per ejus polum C incedit; reliquus vero minimus; cæteri prout à maximo recedunt minores ſunt, faciuntque cum priore circulo AFB angulum obtuſum ex parte maximi arcus.*

Quia C eſt polus circuli AFB, erunt CD & huic parallela RS perpendiculares ad planum AFB; Ductis autem SA SG SV; erit (per 7. El. 3.) SA major quam SG, & SG major quam SV. unde in Triangulis rectangulis planis RSA RSG RSV, erunt RSq + SAq ſeu RAq majora quam RSq + SGq ſeu RGq, & proinde RA major erit RG; & arcus RA major arcu RG. Similiter erunt RSq + SGq ſeu RGq majora quam RSq + SVq ſeu RVq; & proinde RG major RV, & arcus RG major arcu RV.

2do:

2*do*. Eſt angulus RGA major angulo CGA qui rectus eſt, (per corol. prop. 3.) Et angulus RVA major angulo CVA qui quoque rectus eſt, quare anguli RGA RVA ſunt obtuſi.

PROP. XVIII.

In triangulo rectangulo ad A, crura angulum rectum continentia ſunt ejuſdem affectionis cum angulis oppoſitis, hoc eſt, ſi crura ſint majora aut minora Quadrantibus, anguli illis oppoſiti erunt majores aut minores rectis angulis. TAB. 53. *fig*. 6.

Nam ſi AC ſit Quadrans, C erit polus circuli AFB, & anguli AGC vel AVC erunt recti. Si crus AR ſit majus quadrante, erit angulus AGR major recto (per 17. hujus.) Si crus ſit minus quadrante ut AX, angulus AGX erit minor recto.

PROP. XIX.

Si duo crura trianguli rectanguli (& conſequenter anguli) ſint ejuſdem affectionis, id eſt, utrumque vel majus vel minus Quadrante, hypotenuſa erit minus quadrante.

In triangulo ARV vel BRV, ſit F polus cruris AR, & erit RF quadrans, qui major eſt quam RV (per 17. hujus.) TAB. 43. *fig*. 6.

PROP. XX.

Si ſint diverſae affectionis, hypotenuſa erit major quadrante.

Nam in triangulo ARG, eſt RG major quam RF qui eſt quadrans.

PROP. XXI.

Si Hypotenuſa ſit major vel minor quadrante, crura anguli recti, ideoque & anguli oppoſiti ſunt ejuſdem aut diverſæ affectionis.

 Hæc

Hæc propoſitio eſt priorum converſa; & facile ex iiſdem ſequitur.

PROP. XXII.

TAB. 43. fig. 10. 11. *In quovis triangulo ABC, ſi anguli B & C ad baſim ſunt ejuſdem affectionis, perpendicularis AP cadet intra triangulum; ſi ſint diverſæ affectionis, perpendicularis cadet extra triangulum.*

In primo caſu ſi perpendicularis non cadat intra, cadet extra triangulum, (ut in fig. 11.) Tum in triangulo ABP, eſt AP ejuſdem affectionis cum angulo B; & ſimiliter in triangulo ACP, eſt AP ejuſdem affectionis cum angulo ACP; ergo cum ABC & ACP ſunt ejuſdem affectionis, erunt anguli ABC & ACB diverſæ affectionis; quod eſt contra hypotheſim.

In 2*do.* Caſu ſi perpendicularis non cadat extra, cadet intra, (ut in fig. 10.) Et in triangulo ABP, eſt angulus B ejuſdem affectionis cum crure AP, & ſimiliter in triangulo ACP eſt angulus C ejuſdem affectionis cum AP, unde anguli B & C ſunt ejuſdem affectionis, quod eſt contra hypotheſim.

PROP. XXIII.

TAB. 43. fig. 12. *In Triangulis BAC BHE rectangulis ad A & H, ſi idem fuerit angulus acutus B ad baſim BA vel BH, Sinus hypotenuſarum erunt ſinubus arcuum perpendicularium proportionales.*

Nam rectæ CD EF perpendiculariter inſiſtentes eidem plano ſunt parallelæ. Item FR DP radio OB perpendiculares, ſunt quoque parallelæ; unde & plana triangulorum EFR CDP ſunt parallela (per 15. El. 11.) Quare & CP ER horum planorum communes ſectiones cum plano per BE CO tranſeunte parallelæ erunt (per 16. El. 11.) Triangula igitur CDP EFR æquiangula erunt. Quare CP ſinus Hypotenuſæ BC eſt ad CD ſinum arcus perpendicularis CA; ut ER ſinus hypotenuſæ BE eſt ad EF ſinum arcus perpendicularis EH. Q.E.D.

PROP.

PROP. XXIV.

Iiſdem poſitis, AQ HK ſinus baſium, tangentibus IA GH arcuum perpendicularium, ſunt proportionales. TAB. 43. *fig.* 12.

Nam ſimiliter ut in præcedente propoſitione, oſtendetur triangula QAI KHG eſſe æquiangula; unde QA:AI:: KH:HG.

PROP. XXV.

In Triangulo ABC rectangulo ad A. Ut coſinus anguli B exiſtentis ad Baſim BA ad ſinum anguli verticalis ACB, ita coſinus arcus perpendicularis ad Radium.

Præparatio. Producantur latera BA BC CA ita, ut BE BF CI CH ſint Quadrantes, polis B & C ducantur circuli maximi EFDG IHG. & erunt anguli ad EFI & H recti. Quare D eſt polus BAE (per cor. 2. pr. 2. hujus) & G polus IFCB, erit etiam AE = complemento arcus BA, Item FE menſura anguli B = GD & DF eorum complementum, erit quoque BC = FI = menſuræ anguli G, & CF eorum complementum. Item eſt CA = HD & DC utriuſque complementum. Hiſce præmiſſis, in triangulis HIC DCF rectangulis ad I & F & habentibus eundem angulum C acutum, ob BA minorem quadrante, erit S, DF : S, HI :: S, DC : S, HC id eſt, coſinus anguli B eſt ad ſinum anguli verticalis BCA ut coſinus CA ad Radium. Q. E. D. TAB. 43. *fig.* 13.

PROP. XXVI.

Coſinus baſis : coſin. Hypotenuſæ :: R : coS perpendicularis.

Nam in Triangulis AED CFD rectangulis ad E & F; habentibus eundem angulum D acutum: ob AE quadrante minorem, eſt S, EA : S, CF :: S, DA : S, DC. Q. E. D. TAB. 43. *fig.* 13.

PROP. XXVII.

S, Baſeos: R : : T, perpendicularis: T, anguli ad baſim.

TAB. 43. *fig.* 13. Nam in Triangulis B A C B E F rectangulis ad A & E & habentibus eundem angulum B acutum, ob A C minorem quadrante, S, B A : S, B E : : T, A C : T, E F. Q. E. D.

PROP. XXVIII.

CoS, anguli verticalis: R : : T, perpendicularis: T, Hypotenuſæ.

TAB. 43. *fig.* 13. In Triangulis G I F G H D rectangulis ad I & H, & habentibus eundem angulum G acutum, ob H D minorem H C ſeu quadrante, eſt S, G H : S, G I : : T, H D : T, I F.

PROP. XXIX.

S, Hypotenuſæ : R : : S, perpendicularis: S, anguli ad baſim.

TAB. 43. *fig.* 13. In Triangulis præcedentibus, eſt S, I F : S, G F : : S, H D : S, G D.

PROP. XXX.

Radius : coS. Hypotenuſæ : : T, anguli verticalis: coT, anguli ad baſim.

TAB. 43. *fig.* 13. In Triangulis H I C D F C rectangulis ad I & F, & habentibus eundem angulum C acutum, ob D F minorem quadrante, Eſt S, C I : S, C F : : T, H I : T, D F. hoc eſt, R : coS, B C : : Tang, C : coT, anguli B.

Propoſitiones ſex præcedentes ad omnes caſus triangulorum rectangulorum reſolvendos ſufficiunt, ſequuntur illi numero ſedecim cum ſuis analogiis ex hiſce deductis.

	Datis præter ang. rectum	Quær.		
1	A C & C	B	R : coS, CA : : S, C : coS, B ejuſdem ſpeciei cum C A.	per 25 inverſe
2	A C & B	C	coS, C A : R : : coS, B : S, C ambigui.	per 25
3	B & C	A C	S, C : coS, B : : R : coS, C A ejuſdem ſpeciei cum ang. B.	per 25 & 18
4	B A C A	B C	R : coS, B A : : coS, A C : coS, B C. Si B A A C fuerint ejuſdem affectionis nec Quadrantes, erit B C minor quadrante; ſi diverſæ, erit B C quadrante major.	per 26 & 19 20
5	B A B C	A C	coS, B A : R : : coS, B C : coS, C A. Si B C ſit major aut minor quadrante, B A & C A erunt ejuſdem aut diverſæ affectionis, ſed datur B A ejuſque Species, ergo.	per 26 & 21
6	B A C A	B	S, B A : R : : T, C A : T, B ejuſdem affectionis cum latere oppoſito C A.	per 27 & 18
7	B A B	A C	R : S, B A : : T, B : T, A C, ejuſdem ſpeciei cum B.	per 27 & 18
8	A C B	B A	T, B : R : : T, C A : S, B A ambigui.	per 27
9	B C C	A C	R : coS, C : : T, B C : T, C A. Si B C ſit major aut minor quadrante, anguli C & B ſunt ejuſdem aut diverſæ affectionis, quare data ſpecie ang. B. dabitur A C.	per 28 & 21
10	A C C	B C	coS, C : R : : T, A C : T, B C. prout ang. C & A C fuerint ejuſdem aut diverſæ affectionis, B C erit minor aut major quadrante.	per 28 20 21

TAB. 43. *fig.* 13.

	Datis præter ang. rectum.	Quær.		
11	BC AC	C	T, BC : R : : T, CA : coS, C. Si BC fuerit major aut minor Quadrante, CA & BA & proinde anguli erunt ejuſdem aut diverſæ affectionis, ſed datur ſpecies CA, ergo dabitur ſpecies anguli C.	per 28 21
12	BC B	AC	R : S, BC : : S, B : S, AC ejuſdem ſpeciei cum B.	per 29 & 18.
13	AC B	BC	S, B : S, AC : : R : S, BC ambigui.	per 29
14	BC AC	B	S, BC : R : : S, AC : S, B ejuſdem ſpeciei cum CA.	per 29
15	B C	BC	T, C : R : : coT, B : coS, BC. prout anguli B & C ejuſdem aut diverſæ affectionis fuerint, erit BC minor aut major quadrante.	per 30 19 20
16	BC C	B	R : coS, BC : : T, C : coT, B. prout BC fuerit minor aut major quadrante; anguli C & B erunt ejuſdem aut diverſæ affectionis. Sed datur ſpecies anguli C. quare dabitur ſpecies anguli B.	per 30 21

De Reſolutione Triangulorum Rectangulorum Sphæricorum, per quinque partes circulares.

Perpenſis Analogiis, quibus Triangula Sphærica Rectangula ſolvuntur, Dominus *Neperus*, nobilis ille Logarithmorum Inventor, duas excogitavit Regulas memoriâ facile retinendas, quarum ope omnes ſedecim caſus reſolvi poſſunt; Nam cum in hiſce triangulis, præter angulum rectum, ſint tria latera & duo anguli, latera angulum rectum com-

comprehendentia, hypotenuſæ autem & reliquorum angulorum complementa, vocavit *Neperus partes circulares.* Et cum datæ ſunt duæ quælibet partes, & quæritur Tertia. Harum trium una, quæ dicitur *pars media*, vel adjacet duobus reliquis partibus, quæ itaque vocantur *extremæ adjacentes*; vel neutri adjacet, in quo caſu, dicuntur *extremæ oppoſitæ*; Sic ſi complementum anguli B ponatur pars media, Crus AB & complementum Hypotenuſæ BC ſunt partes extremæ adjacentes; At complementum anguli C, & latus AC ſunt extremæ oppoſitæ. Item poſito complemento hypotenuſæ BC parte media, complementa angulorum B & C ſunt extremæ adjacentes; & AB AC crura ſunt extremæ oppoſitæ. Sic etiam poſito crure AB parte media, complementum anguli B, & AC ſunt extremæ adjacentes; Nam angulus rectus A non intercipit adjacentiam, quia non eſt pars circularis. At eidem parti mediæ complementum anguli C & complementum hypotenuſæ BC ſunt extremæ oppoſitæ. Hiſce præmiſſis. TAB. 43. *fig.* 14.

REGULA PRIMA.

In Triangulo Rectangulo Sphærico, Rectangulum ſub Radio & ſinu partis mediæ, æquale eſt rectangulo ſub Tangentibus partium Adjacentium.

REGULA SECUNDA.

Rectangulum ſub radio & ſinu partis mediæ, æquale eſt rectangulo ſub coſinubus partium oppoſitarum.

Utriuſque Regulæ tres ſunt caſus. Nam pars media vel poteſt eſſe complementum anguli B vel C, vel complementum hypotenuſæ BC; vel denique unum ex cruribus ſcil. AB vel AC.

Caſus 1. Sit complementum anguli C pars media. Et erunt AC & complementum hypotenuſæ BC extremæ adjacentes. Per pr. 28. Eſt ut coſinus anguli verticalis C ad Radium, Ita Tangens CA ad Tangentem Hypotenuſæ BC. TAB. 43. *fig.* 13.

permutando erit coS. C : T, C A :: R : T, B C. ſed ut notum eſt, R : T, B C :: coT, B C : R. quare coS, C : T, A C :: coT, B C:R; Unde R × coS, C = T, A C × coT, B C.

Eidem complemento anguli C parti mediæ, extremæ oppoſitæ ſunt complementum anguli B & A B, (& per prop. 25.) coSinus anguli C eſt ad ſinum anguli C D F ut co Sinus D F ad Radium, eſt vero Sinus C D F = S, A E = coS, BA, & coS, D F = S, E F = S, ang. B. unde erit coS, C: coS, B A :: S, B : R. & R × coS, C = coS. B A × S. B hoc eſt, Radius ductus in ſinum partis mediæ, æquatur rectangulo ſub coſinubus extremarum oppoſitarum.

Caſus 2. Sit complementum hypotenuſæ B C pars media, & complementa angulorum B & C erunt extremæ adjacentes. In triangulo D C F (per prop. 27.) Eſt S, C F : R :: T, D F : T, C. unde permutando S, C F : T, D F :: (R : T, C ::) coT, C : R. eſt autem S, C F = coS, B C & T, D F = coT, B. quare eſt R × co S, B C = coT, C × coT, B. hoc eſt, Radius ductus in ſinum partis mediæ æquatur producto ex Tangentibus partium adjacentium extremarum.

Eidem parti mediæ, ſcil. complemento B C, adſunt extremæ oppoſitæ A B A C, & (per prop. 26.) eſt coS, B A : coS, B C :: R : coS, A C. quare erit R × coS, B C = coS, B A × coS, A C.

Caſ. 3. Sit denique A B pars media, & erunt complementum anguli B & A C extremæ adjacentes, (& per pr. 27.) S, A B : R :: T, C A : T, B. unde erit S, A B : T, C A :: (R : T, B ::) coT, B : R. adeoque erit R × S, A B = T, C A × co T, B.

Præterea parti mediæ A B, complementum B C, & complementum anguli C ſunt extremæ oppoſitæ; & in triangulo G H D (per prop. 25.) Eſt coS, D : S, D G H :: coS, G H : R. eſt vero coS, D = coS, A E = S, A B, & S, G = S, I F = S, B C. Item eſt coS, G H = S, H I = S, C. quare erit S, A B : S, B C :: S, C : R. & hinc R × S, A B = S, B C × S, C.

Itaque in omni caſu, rectangulum ſub radio & ſinu partis mediæ æquale erit tam rectangulo ſub coſinubus extremarum oppo-

oppoſitarum, quam rectangulo ſub tangentibus extremarum adjacentium. Et proinde ſi æquationes illæ reſolvantur in Analogias (per 16. Elem. 6.) ope regulæ Proportionis, partes ignotæ innoteſcent. Et ſi pars quæſita ſit media, primus Analogiæ terminus erit Radius, ſecundum & tertium occupant locum tangentes vel coſinus partium extremarum. Si vero quæratur extremarum una, Analogia incipi debet cum altera, atque Radius ſinuſque partis mediæ, in mediis ponantur locis, ut quartum teneat pars quæſita.

In Triangulis Sphæricis obliquangulis BCD, demiſſo arcu perpendiculari AC, ab angulo C in baſim BD, (productam ſi opus fuerit,) ut duo fiant Triangula BAC DAC rectangula; eorum ope reſolvi poſſunt plerique caſus Triangulorum obliquangulorum. TAB. 44. fig. 1. 2.

PROP. XXXI.

Coſinus angulorum B & D ad baſim BD, ſinubus angulorum verticalium BCA DCA ſunt proportionales. TAB. 44. fig. 1. 2.

Nam coS, ang. B: S, BCA :: (coS, CA : R::) coS, D: S, DCA (per 25. hujus.)

PROP. XXXII.

Coſinus laterum BC DC ſunt proportionales coſinubus baſium BA DA. TAB. 44. fig. 1. 2.

Eſt enim coS, BC : coS, BA :: (coS, CA : R ::) coS, DC : coS, DA. (per 26 hujus.)

PROP. XXXIII.

Sinus baſium BA DA, ſunt in reciproca proportione tangentium angulorum B & D ad Baſim BD. TAB. 44. fig. 1. 2.

Quia per 27. hujus eſt, S, BA : R :: T, AC : T, anguli B. Item per eandem, inverſe R : S, DA :: T, ang. D : T, AC. erit ex æquo in perturbata ratione (per 23. El. 5.) S, BA : S, DA :: T, ang. D : T, ang. B.

PROP. XXXIV.

TAB. 44. fig. 1. 2. *Tangentes laterum BC DC ſunt in reciproca proportione coſinuum angulorum verticalium BCA, DCA.*

Quia per 28. hujus permutando, Eſt T, BC : R :: T, CA : coS, BCA
& per eandem R : coS, DCA :: T, DC : T, CA
quare ex æquo in perturbata ratione eſt
T, BC : coS, DCA :: T, DC : coS, BCA.

PROP. XXXV.

TAB. 44. fig. 1. 2. *Sinus laterum BC DC ſinubus angulorum oppoſitorum B & D ſunt proportionales.*

Quia per 29. hujus S, BC : R :: S, CA : S, ang. B & per eandem inverſe R : S, DC :: S, ang. D : S, CA erit ex æquo in perturbata ratione S, BC : S, DC :: S, D : S, B.

PROP. XXXVI.

TAB. 44. fig. 3. *In Triangulo quovis Sphærico ABC, CF × AE vel FM × AE, rectangulum ſub ſinubus crurum BC BA eſt ad radii quadratum, ut IL ſeu IA − LA differentia ſinuum verſorum Baſis AC, & differentiæ crurum AM, ad GN ſinum verſum anguli B.*

Polo B deſcribatur circulus maximus PN; ſintque BP BN quadrantes; & PN eſt menſura anguli B; eodem polo B per C deſcribatur circulus minor CFM; horum circulorum plana recta erunt plano BON, (per 20. h.) & PG CH perpendiculares in idem planum, cadent in communes ſectiones ON FM puta in G & H. ducatur HI perpendicularis ad AO, & planum per CH HI perpendiculare erit plano AOB, unde AI perpendicularis ad HI, erit perpendicularis ad rectam CI, (per def. 4. El. 11.) eſt itaque AI ſinus verſus arcus AC, & AL ſinus verſus arcus AM = BM − BA = BC − BA. Triangula Iſoſcelia CFM PON ſunt æquian-

æquiangula, ob MF NO item CF PO parallelas (per 16. El. 11.) quare demiſſis perpendiculis CH PG in latera FM ON, ſimiliter diviſa erunt Triangula; & erit FM : ON :: MH : GN. Itemque ob triangula AOE DIH DLM æquiangula erit AE : AO :: IL : MH at oſtenſum eſt, eſſe FM : ON :: MH : GN quare erit AE × FM ad AO × ON, ut IL × MH ad MH × GN ſeu ut IL ad GN. hoc eſt rectangulum ſub ſinubus crurum eſt ad quadratum Radii ut differentia ſinuum verſorum baſis & differentiæ crurum BC BA ad ſinum verſum anguli B. Q. E. D.

PROP. XXXVII.

Differentia Sinuum verſorum duorum arcuum ducta in dimidium Radii, æqualis eſt rectangulo ſub ſinu ſemiſummæ & ſinu ſemidifferentiæ eorundem arcuum.

Sint duo arcus BE BF, quorum differentia EF ſit biſecta in D, & erit BD ſemiſumma arcuum, & FD ſemidifferentia. Eſt GE = IL differentiæ ſinuum verſorum arcuum BE BF; Item eſt FO ſinus ſemidifferentiæ arcuum. Ob æquiangula triangula CDK FEG; erit DK : GE :: (CD : FE ::) $\frac{1}{2}$CD : $\frac{1}{2}$FE. Unde eſt DK × $\frac{1}{2}$FE ſeu DK × FO = GE × $\frac{1}{2}$CD = IL × $\frac{1}{2}$CD. Q. E. D. TAB. 44. fig. 4.

PROP. XXXVIII.

Sinus verſus cujusvis arcus, ductus in dimidium Radii, æqualis eſt quadrato ſinus dimidii ejuſdem arcus.

Triangula CBM DEB ſunt æquiangula ob angulos ad M & E rectos & angulum ad B communem. Quare eſt EB : BD :: BM : BC erit itaque EB × BC = BM × BD & EB × $\frac{1}{2}$BC = BM × $\frac{1}{2}$BD = BMq. Q. E. D. TAB. 44. fig. 5.

PROP. XXXIX.

In quolibet Triangulo ABC, cujus crura angulum B continentia ſint BC AB, & baſis AC eundem angulum ſubtendat; ſi capiatur AM arcus = diffe- TAB. 44. fig. 3.

rentiæ crurum $= BC - AB$. *erit Rectangulum ſub ſinubus crurum BC BA ad quadratum Radii ut Rectangulum ſub ſinu arcus* $\frac{AC + AM}{2}$ *& ſinu arcus* $\frac{AC - AM}{2}$ *ad Quadratum ſinus dimidii anguli B.*

Quoniam eſt rectangulum ſub ſinubus crurum A B B C ad quadratum radii, ut IL ad ſinum verſum anguli B, vel ut $\frac{1}{2}R \times IL$ ad $\frac{1}{2}R$ ductum in ſinum verſum anguli B (per prop. 36. hujus) Eſt autem $\frac{1}{2}R \times IL =$ rectangulo ſub ſinubus arcuum $\frac{AC + AM}{2}$ & $\frac{AC - AM}{2}$ (per pr. 37. hujus.) Item eſt $\frac{1}{2}R$ ductus in ſinum verſum anguli B æqualis Quadrato ſinus dimidii anguli B. Quare erit Rectangulum ſub ſinubus crurum, ad Radii quadratum, ut Rectangulum ſub ſinubus arcuum $\frac{AC + AM}{2}$ & $\frac{AC - AM}{2}$ ad Quadratum ſinus dimidii anguli B. Q. E. D.

Sequuntur duodecim Caſus Triangulorum Sphærico-rum obliquangulorum.

TAB. 44. *fig.* 1. 2.

	Datis	Quær.	Fiat.
1	Ang. B, D, & BC.	Ang. C.	coS, BC : R :: coT, B : T, BCA (per 30. hujus.) Item coS, B : S, BCA :: coS, D : S, DCA (per 31. hujus.) Quare angulorum BCA DCA ſumma, ſi perpendicularis cadat intra triangulum, vel differentia, ſi extra cadat, erit $=$ BCD. Num perpendicularis cadit intra vel extra, cognoſcitur ex affectione angulorum B & D (per 22. hujus) quod ſemel monuiſſe ſufficiat.

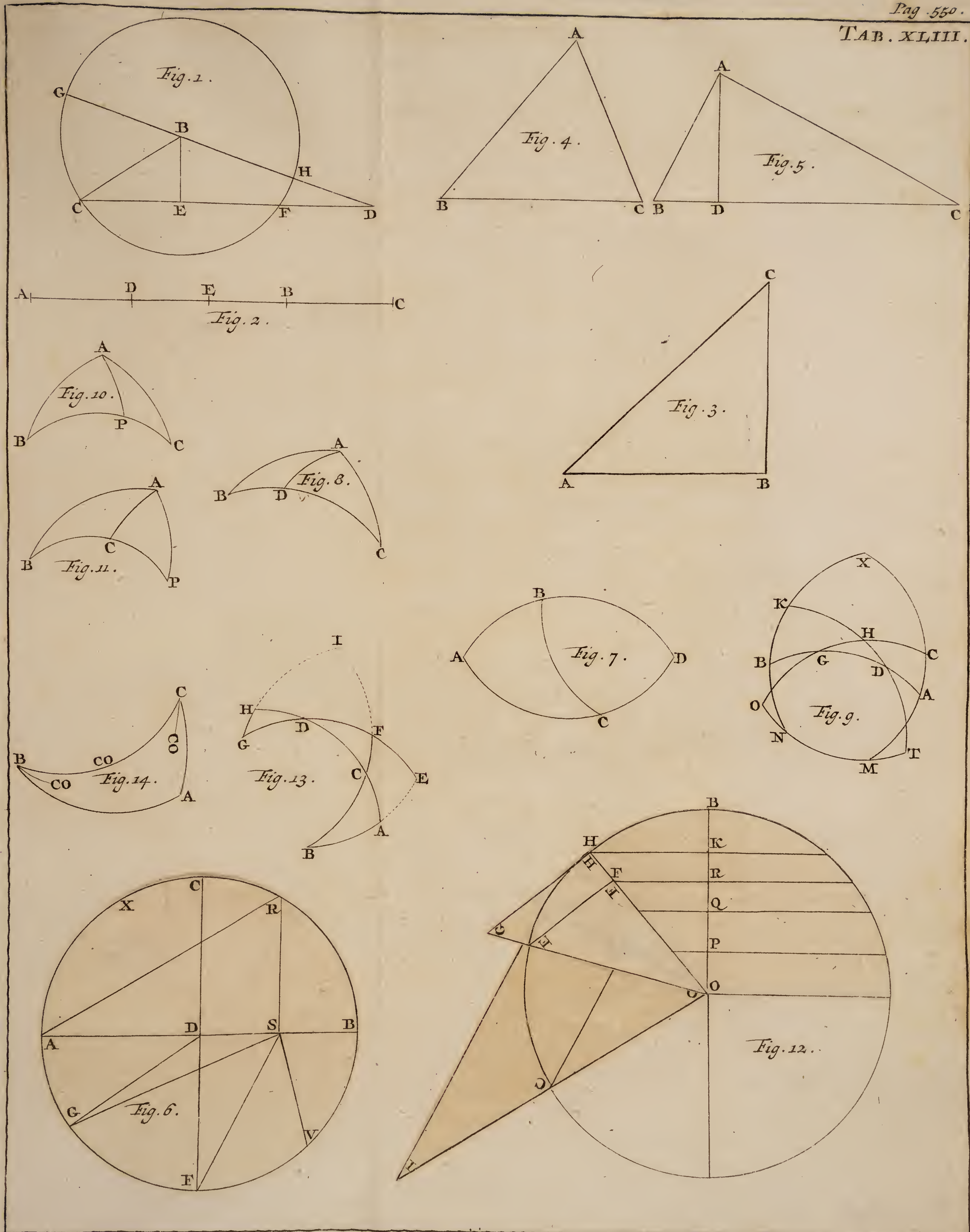
Datis

	Datis.	Quær.	Fiat.
2	Ang. B, C, & latere B C.	Ang. D.	coS, B C : R :: coT, B : T, B C A (per 30. hujus) & S, B C A : S, D C A :: coS, B : coS, D (per 31. hujus.) Si B C A ſit minor BCD, angulus D erit ejuſdem affectionis cum angulo B. Sin B C A ſit major B C D, anguli B & D erunt affectionis diverſæ per converſam pr. 22.
3	BC CD lateribus & ang. B.	BD latus.	R : coS, B :: T, B C : T, B A. (per 28. hujus) & coS, B C : coS, B A :: coS, D C : coS, DA (per 32. hujus) horum BA DA ſumma vel differentia, prout perpendicularis cadit intra, vel extra Triangulum, eſt æqualis BD quod cognoſci nequit niſi cognita ſit ſpecies alterius anguli D.
4	BC DB lateribus & ang. B.	C D latus.	R : coS, B :: T, B C : T, B A (per 28. hujus.) Et coS, B A : coS, B C :: coS, D A : coS, DC. (per 32. h.) Prout D A ſimilis eſt aut diſſimilis C A vel ang. B D C, erit DC minor aut major Quadrante (per 19 & 20 hujus.)
5	B, D, ang. & B C. latere.	BD latus.	R : coS, B :: T, B C : T, B A (per 28 hujus.) Et T, D : T B :: S, B A : S, D A (per 33. hujus) quorum B A D A ſumma vel differentia = B D.
6	BC BD lateribus & ang. B.	Ang. D.	R : coS, B :: T, B C : T, B A (per 28. hujus.) Et S, D A : S, B A :: T B : T, D (per 33. hujus.) Prout B D minor eſt aut major quam B A, angulus D ſimilis aut diſſimilis erit angulo B. (per 22. hujus.)
7	BC DC lateribus & ang. B.	Ang. C.	coS, B C : R :: coT, B : T, B C A (per 30. h.) Et T, D C : T, B C :: coS, B C A : coS, D C A (per 34. hujus.) Angulorum BCA D C A ſumma aut differentia, prout perpendicularis cadit intra vel extra triangulum, eſt æqualis angulo B C D.

	Datis.	Quær.	Fiat.
8	B, C, ang. & BC latere.	DC latus.	coS, BC : R : : coT, B : T, BCA. (per 30 hujus.) Item coS, DCA : coS, BCA : T, BC : T, DC (per 34. h.) Si angulus DCA ſimilis ſit angulo B (hoc eſt, ſi AD ſit ſimilis CA) erit DC minor quadrante. Si anguli DCA & B ſint diſſimiles, erit DC quadrante major, quod ſequitur (ex pr. 18, 19 & 20 h.)
9	BC DC lat. & ang. B.	D.ang.	S, CD : S, B : : S, BC : S, D qui ambiguus eſt. Analogia ſequitur (ex prop. 35. hujus.)
10	B, D, ang. & BC lat.	DC	S, D : S, BC : : S, B : S, DC quod latus ambiguum eſt.
TAB. 44. *fig.* 3. 11	AB BC CA omnibus lateribus.	Ang. B.	Rectangulum ſub ſinubus crurum AB BC : quadratum Radii : : rectangulum ſub ſinubus arcuum $\frac{AC + AM}{2}$ & $\frac{AC - AM}{2}$: Quadrato ſinus $\frac{1}{2}$ ang. B. per prop. 39.
TAB. 43. *fig.* 9. 12	G, H, D omnibus ang.	GD latus.	In Triangulo XNM, Eſt MN complementum anguli GHD ad ſemicirculum. XM complementum anguli G & XN complementum anguli D. & angulus X complementum eſt lateris GD ad ſemicirculum. Quare mutatis angulis in latera, & lateribus in angulos; eadem eſt operatio quæ eſt in caſu 11 hujus, cum arcus & eorum complementa ad ſemicirculos habeant eoſdem ſinus.

DE

TAB. XLIII.


Fig. 1.
G B H C E F D
Fig. 2.
A D E B C
Fig. 3.
C A B
Fig. 4.
A B C
Fig. 5.
A B D C
Fig. 6.
C X R A D S B G F V
Fig. 7.
B A D C
Fig. 8.
A B D C
Fig. 9.
X K H B G C D A O N M T
Fig. 10.
A B P C
Fig. 11.
A B C P
Fig. 12.
B H K F R Q P O
Fig. 13.
I H D G F C E A B
Fig. 14.
C CO B CO CO A

DE NATURA ET ARITHMETICA LOGARITHMORUM PRÆFATIO.

Ingens olim compendium accepit Matheſis, primo characterum Indicorum, deinde Fractionum decimalium introductione; non minus tamen adjumenti ex Logarithmis, quam ex utroque invento, ei acceſſit: quorum quidem uſum, per omnes diſciplinas mathematicas latiſſime patentem, quis iis ſtudiis vel leviter imbutus ignorat? Horum ope numeri fere immenſi & aliàs plane intractabiles ſine ullo tædio in ordinem coguntur: præſentiſſimum horum auxilium ubique conſpicitur, ſive curſum navis dirigat Nauta, ſive curvarum altiorum indolem inveſtiget Geometra, ſive ſtellarum loca exquirat Aſtronomus, ſive alia naturæ phænomena explicet Phyſicus, ſive demum pecuniæ ex uſuris incrementum computet Nummatus.

Argumento, in quo verſatur hic libellus, illuſtrando non defuerunt viri in re Mathematica primarii. Sed eorum alii omnem illius ambitum complexi, doctiſſimè illi quidem, ſed magiſtris ſolum ſcripſerunt: alii ad Tyronum captum ſe accommodantes, certas quaſdam, eaſque magis obvias Logarithmorum proprietates ſelegerunt, intimam eorum naturam non aperuerunt. Quod igitur adhuc deſiderari videbatur, mihi in animo erat ſupplere hoc tractatu, qui in id præcipue collimat, ut Logarithmorum ſcientia iis, qui ultra Arithmeticæ ſpecioſæ & Geometriæ elementa non proceſſerunt, penitus aliquando pateat.

Mirabile Logarithmorum Inventum Nepero Scoto Mercheſtonii *Baroni debetur, qui primus canonem Logarithmorum*

rum

rum deſcripſit, conſtruxit, & *edidit*, Edinburgi *Anno* 1614. *Hunc ſtatim omnes Mathematici, ejus utilitatem ſuſpicientes, grati arripuerunt. Et cum de aliis fere omnibus præclaris Inventis plures contendunt Gentes, omnes tamen* Neperum *Logarithmorum authorem agnoſcunt, qui tanti inventi gloria ſolus ſine æmulo fruatur.*

Aliam deinde magis commodam Logarithmorum formam Neperus *excogitavit,* & *communicato conſilio cum Domino* Henrico Briggio, *Geometriæ in Academia* Oxonienſi *Profeſſore, hunc ſocium operis ſibi adjunxit, ut Logarithmos in meliorem formam redactos compleret. Sed* Nepero *demortuo, totum quod reſtabat onus in* Briggium *devolutum eſt, qui magno labore,* & *ſumma qua pollebat ingenii ſubtilitate, canonem Logarithmicum ſecundum novam illam formam compoſuit, pro viginti primis numerorum chiliadibus (ſeu ab* 1 *uſque ad* 20000) *aliiſque undecim ab* 90000 *uſque ad* 101000, *pro quibus omnibus numeris, ſupputavit Logarithmos quatuordecim figurarum locis conſtantes. Hic canon editus eſt* Londini *anno* 1624.

Eundem Canonem iterato edidit Goudæ *apud* Batavos, *anno* 1628. Adrianus Vlacq, *ſuppletis, ut docuerat* Briggius, *chiliadibus intermediis prius omiſſis; ſed brevioribus uſus eſt Logarithmis, utpote qui ad decem tantum figurarum loca continuantur.*

Computavit etiam Briggius *Logarithmos Sinuum* & *Tangentium, pro ſingulis Gradibus graduumque centeſimis, ad* 15 *figurarum loca, quibus adjunxit ſinus Tangentes* & *ſecantes veros ſeu naturales, quos prius ad totidem loca ſupputaverat. Logarithmi ſinuum* & *Tangentium dicuntur ſinus* & *Tangentes Artificiales. ipſi vero ſinus* & *Tangentes, naturales vocantur. Has Tabulas ſimul cum Tractatu de Tabularum conſtructione* & *uſu, poſt mortem* Briggii, *ſub nomine* Trigonometriæ Britannicæ *edidit* Henricus Gelibrand Londini *Anno* 1633.

Poſt illud tempus, pluribus in locis Tabularum compendia prodiere. In quibus ſinus Tangentes, eorumque Logarithmi,

rithmi, tantum conſtant ſeptem notarum locis, & numerorum Logarithmi exhibentur tantum pro numeris ab 1 *uſque ad* 10000, *qui pro pleriſque caſibus ſufficere poſſunt.*

Harum Tabularum diſpoſitio ea mihi videtur optima, quam primus excogitavit Nathaniel Roe Anglus Suffolcienſis, *quamque, quibuſdam in melius mutatis, ſequitur* Sherwinus *in Tabulis ſuis Mathematicis* Londini *Anno* 1705 *editis, in quibus habentur Logarithmi Numerorum omnium ab unitate uſque ad* 101000 *ſeptem figurarum notis conſtantes, Logarithmorum quoque differentiæ parteſque proportionales adſcribuntur, quarum ope Logarithmi numerorum uſque ad* 10000000 *facile haberi poſſunt: quatenus ſcil. hi Logarithmi ſeptem tantum figurarum notis exprimantur. Praeterea in iiſdem proſtant Sinus Tangentes & Secantes, cum eorum Logarithmis & differentiis pro quolibet gradu & minuto Quadrantis, cum aliis quibuſdam tabulis Matheſi Practicæ inſervientibus.*

CAPUT I.

De ortu & natura Logarithmorum.

Quemadmodum in Geometria, linearum magnitudines numeris ſæpe definiuntur; ita quoque in Arithmetica viciſſim expedit, ut numeri aliquando per lineas exponantur, aſſumendo ſcil. lineam aliquam quæ ipſa unitatem repræſentet, ejus dupla numerum binarium, tripla ternarium, dimidia fractionem $\frac{1}{2}$, & ita deinceps, exponet. Hac ratione quorundam numerorum Geneſis & proprietates melius concipiuntur, clariuſque in animo verſantur, quam per abſtractos numeros fieri poſſit.

Hinc ſi quælibet linea a in ſeipſam ducatur, quæ exinde prodit quantitas a^2, non æſtimanda eſt tanquam duarum dimenſionum, ſive ut Quadratum Geometricum cujus latus eſt linea a, ſed tanquam linea quæ ſit tertia proportio- TAB. 44. fig. 6.

 nalis

nalis lineæ pro unitate aſſumptæ, & lineæ a. Sic etiam ſi a^2 per a multiplicetur, quæ prodit a^3 non erit trium dimenſionum quantitas, ſeu cubus Geometricus, ſed linea quæ eſt quartus terminus in progreſſione Geometricâ cujus primus terminus eſt 1 ſecundus a. Nam termini 1 a a^2 a^3 a^4 a^5 a^6 a^7 &c. ſunt in continua ratione 1 ad a: & indices terminis affixi oſtendunt locum ſeu diſtantiam, quam quiſque terminus ab unitate obtinet. v. gr. a^5 eſt in quinto loco ab unitate, a^6 in ſexto ſeu ſexies magis diſtans ab unitate quam a ſeu a^1, qui immediate ſequitur unitatem.

Si inter terminos 1 & a inſeratur medius proportionalis qui eſt $\sqrt{\bar{a}}$, ejus index erit $\frac{1}{2}$, nam ejus diſtantia ab unitate erit ſemiſſis diſtantiæ a ab unitate, adeoque pro $\sqrt{\bar{a}}$ ſcribi poteſt $a^{\frac{1}{2}}$. Et ſi inter a & a^2 inſeratur medius proportionalis, ejus index erit $1\frac{1}{2}$ ſeu $\frac{3}{2}$, nam ejus diſtantia erit ſeſquialtera diſtantiæ ipſius a ab unitate.

Si inter 1 & a inſerantur duo medii proportionales; horum primus eſt radix cubica ipſius a, cujus index debet eſſe $\frac{1}{3}$. Nam terminus ille diſtat ab unitate tertiâ tantum parte diſtantiæ ipſius a, adeoque radix cubica ſcribi debet per $a^{\frac{1}{3}}$. Hinc Index ipſius Unitatis eſt 0, nam unitas non diſtat à ſeipſâ.

Eadem ſeries quantitatum Geometrice proportionalium continuari poteſt utrinque, tam deſcendendo verſus ſiniſtram, quam aſcendendo verſus dextram; termini enim $\frac{1}{a^5}$ $\frac{1}{a^4}$ $\frac{1}{a^3}$ $\frac{1}{a^2}$ $\frac{1}{a}$ 1 a a^2 a^3 a^4 a^5 &c. ſunt omnes in eadem progreſſione Geometrica. Adeoque cum diſtantia ipſius a ab unitate ſit verſus dextram & poſitiva ſeu $+$ 1, diſtantia æqualis in contrariam partem ſcil. diſtantia termini $\frac{1}{a}$ erit negativa ſeu $-$ 1, qui erit index termini $\frac{1}{a}$ pro quo itaque ſcribi poteſt a^{-1}. Similiter in termino a^{-2}, index $-$ 2 oſtendit terminum in ſecundo loco ab uni-

unitate verſus ſiniſtram locari, idemque valet terminus a^{-2} ac $\frac{1}{a^2}$. Item a^{-3} eſt idem ac $\frac{1}{a^3}$. Indices enim hi negativi oſtendunt terminos ad quos pertinent, in partem diſcedere contrariam ei, qua ab unitate progrediuntur termini, quorum indices ſunt poſitivi. Hiſce præmiſſis.

Si ſuper linea AN utrinque indefinite extenſâ, capiantur AC CE EG GI IL dextrorſum. Item ΑΓ ΓΠ &c. ſiniſtrorſum, omnes inter ſe æquales: & ad puncta Π Γ A C E G I L erigantur ſuper AN perpendiculares rectæ ΠΣ ΓΔ AB CD EF GH IK LM quæ ſint omnes continue proportionales, numeroſque repræſentent, quorum AB ſit unitas. Lineæ AC AE AG AI AL — ΑΓ — ΑΠ diſtantias numerorum ab unitate reſpective exponent, ſive locum & ordinem quem quiſque numerus in ſerie Geometrice proportionalium obtinet, prout ab unitate diſtat. Ita AG cum ſit tripla rectæ AC, erit numerus GH in tertio ab unitate loco, ſi modo CD ſit in primo, ſic LM erit in quinto loco cum ſit AL = 5 AC. TAB. 44, *fig.* 7.

Quod ſi proportionalium extremitates Σ Δ B D F H K M rectis lineis jungantur; figura ΣΠ LM fit polygonum pluribus aut paucioribus conſtans lateribus, prout plures aut pauciores in progreſſione fuerint termini.

Si partes AC CE EG GI IL biſecentur in punctis *c e g i l* & rurſus excitentur perpendiculares *cd ef gh ik lm*, quae ſint mediæ proportionales inter AB CD, CD EF, EF GH, GH IK, IK LM, nova orietur porportionalium ſeries, cujus termini incipiendo ab eo qui proxime ſequitur unitatem duplo plures ſunt, quam in prima ſerie, & terminorum differentiæ minores fiunt, propiuſque ad rationem æqualitatis accedunt termini quam prius; quin etiam in hac nova ſerie, rectæ AL AC diſtantias terminorum LM CD ab unitate exponent, ſcil. cum AL decies major ſit quam A*c*; erit LM decimus ſeriei terminus ab unitate, & ob A*e* triplo majorem quam A*c*, erit *ef* tertius ſeriei terminus, mo-

 do

do *c d* ſit primus: & inter AB & *e f* erunt duo medii proportionales, inter AB vero & LM erunt novem termini medii proportionales.

Quod ſi linearum extremitates B *d* D *f* F *h* H &c. rectis jungantur, fiet novum polygonum, pluribus quidem, at brevioribus conſtans lateribus.

Si rurſus diſtantiæ A*c* *c*C C*e* *e*E &c. biſecari concipiantur, & inter binos quoſque terminos, ad medias illas diſtantias inſeri intelligantur medii proportionales, alia nova orietur proportionalium ſeries, terminos ab unitate duplo plures continens quam prior. Terminorum vero differentiæ minores erunt; junctiſque terminorum extremitatibus, numerus laterum polygoni augetur ſecundum numerum terminorum, minora autem erunt latera, ob diminutas terminorum à ſeinvicem diſtantias.

Quin in hac nova ſerie, diſtantiæ AL AC &c. determinabunt terminorum ordines ſeu locos, nempe ſi ſit AL quintuplo major quam AC; ſitque CD quartus ab unitate ſeriei terminus: erit LM iſtius ſeriei terminus viceſimus ab unitate.

Si ſic continuo inter binos quoſque terminos inſerantur medii proportionales, fiet tandem numerus terminorum ſeriei, ſicut & laterum polygoni major quolibet dato numero ſeu infinitus; latera vero ſingula magnitudine diminuta fient quavis datâ rectâ lineâ minora; Adeoque mutabitur polygonum in figuram curvilineam. Nam quælibet figura curvilinea conſiderari poteſt, tanquam polygonum cujus latera ſunt numero infinita, & magnitudine minima.

Curva ſic deſcripta dicitur *Logarithmica*, in qua ſi numeri per rectas ad axem AN normaliter inſiſtentes, repræſententur, portio Axis inter numerum quemlibet, & Unitatem intercepta, oſtendit locum ſeu ordinem quem numerus ille obtinet in ſerie Geometrice proportionalium, & æqualibus intervallis ab invicem diſtantium. Verbi gratia, ſi AL ſit quintuplo major quam AC, ſintque ab unitate ad LM mille termini continue proportionales, erunt ab unitate ad CD du-

centi

centi termini ejuſdem ſeriei, ſeu erit CD terminus ſeriei ducenteſimus ab unitate; & quicunque ſupponatur numerus terminorum ab AB ad LM, erit iſtius numeri pars quinta numerus terminorum ab AB ad CD.

Curva Logarithmica poteſt etiam concipi duobus motibus deſcribi, quorum unus æquabilis eſt, alter vero in data quadam ratione acceleratur, vel retardatur: v. gr. ſi recta AB ſuper AN uniformiter incedat, adeo ut terminus ejus A æqualibus temporibus, æqualia ſpatia deſcribat, interea tamen ita creſcat AB, ut æqualibus etiam temporibus, incrementa capiat, quæ ſint toti lineæ creſcenti proportionalia, hoc eſt ſi AB progrediendo in *c d*, augeatur parte ſui *o d*, & hinc æquali tempore quando in CD pervenerit, augeatur ſimili parte D*p*, quæ ſit ad *d c* ut incrementum *do* ad AB: ſimiliter, dum æquali tempore ad *e f* pervenerit, creſcat parte *f q*, quæ ſit ad DC ut D*p* ad *dc* ſeu ut *do* ad AB, id eſt, in æqualibus temporibus, incrementa facta ſint ſemper totis proportionalia.

Vel ſi linea AB regrediendo in contrariam partem, in conſtanti ratione minuatur, ita ut, dum æqualia ſpatia ΑΓ ΓΠ pertranſit, decrementa patiatur ΑΒ—ΓΔ. ΓΔ—ΠΣ quæ ſint ipſis ΑΒ ΓΔ proportionalia. Lineæ ſic creſcentis aut decreſcentis terminus Logarithmicam deſcribet. Nam cum ſit AB : *do* : : *dc* : D*p* : : DC : *fq* erit componendo AB : *dc* : : *dc* : DC : : DC : *fe* & ita deinceps.

Per hos duos motus, unum ſcil. æquabilem, alterum proportionaliter acceleratum aut retardatum, ipſe *Neperus* Logarithmorum originem expoſuit, Logarithmum ſinus cujuſque arcus vocavit, *Numerum qui quam proxime definit lineam quæ æqualiter crevit; interea dum ſinûs totius linea proportionaliter in ſinum illum decrevit.*

Ex hac Logarithmicæ deſcriptione conſtat, numeros omnes in æqualibus diſtantiis, eſſe continue proportionales. Quin etiam patet, quod ſi ſint quatuor numeri AB CD IK LM tales, ut diſtantia inter primum & ſecundum ſit æqualis diſtantiæ inter tertium & quartum, qualiſcunque ſit diſtantia

ſecundi à tertio, erunt illi numeri proportionales. Nam quia diſtantiæ AC IL ſunt æquales, erit AB ad incrementum Ds ut IK ad incrementum MT; unde componendo AB: DC::IK:ML. Et viciſſim, ſi quatuor numeri ſint proportionales, erit diſtantia inter primum & ſecundum, æqualis diſtantiæ inter tertium & quartum.

Diſtantia inter duos quoſlibet numeros, dicitur Logarithmus rationis iſtorum numerorum, & metitur non quidem ipſam rationem, ſed numerum terminorum in data ſerie Geometrice proportionalium progredientium ab uno numero ad alterum, definitque numerum rationum æqualium, quarum compoſitione efficitur numerorum ratio.

Si diſtantia inter duos quoſvis numeros ſit dupla diſtantiæ inter alios duos numeros; Ratio duorum priorum numerorum erit duplicata rationis poſteriorum. Sit enim diſtantia IL inter numeros IK LM dupla diſtantiæ A*c* quæ eſt inter numeros AB *cd*, biſecta IL in *l* ob A*c*=I*l*=*l*L, erit ratio IK ad *lm* æqualis rationi AB ad *cd*, adeoque ratio IK ad LM quæ eſt duplicata rationis IK ad *lm*; (per *defin.* 10. *El.* 5.) erit etiam duplicata rationis AB ad *cd*.

Similiter ſi diſtantia EL ſit tripla diſtantiæ AC; erit Ratio EF ad LM triplicata rationis AB ad CD. Nam ob diſtantiam triplam, triplo plures erunt proportionales ab EF ad LM quam ſunt ejuſdem rationis termini ab AB ad CD, at tam ratio EF ad LM, quam ratio AB ad CD, componitur ex rationibus æqualibus intermediis (per 5. *defin. El.* 6.) Adeoque ratio EF ad LM ex triplo pluribus rationibus compoſita, Triplicata erit rationis AB ad CD. Similiter ſi ſit GL diſtantia quadrupla diſtantiæ A*c*, erit ratio GH ad LM Quadruplicata rationis AB ad *c d.* & ita deinceps.

Numeri cujuſlibet Logarithmus, eſt Logarithmus rationis Unitatis ad ipſum numerum, vel eſt diſtantia inter unitatem & illum numerum. Logarithmi itaque exponunt dignitatem, locum, ſeu ordinem, quem quiſque numerus obtinet ab unitate in ſerie Geometrice proportionalium. Verbi gratia ſi ab uni-

unitate ad numerum 10 ſint proportionales numeri 10 000 000 hoc eſt ſi ſit numerus 10 in loco 10 000 000mo; per computationem invenietur, eſſe in eadem ſerie ab unitate uſque ad 2 proportionales terminos numero 3 010 300, hoc eſt numerus binarius ſtabit in loco 3 010300mo. Similiter ab unitate uſque ad 3, invenientur termini proportionales 4 771 213, qui numerus definit locum numeri ternarii. Numeri 1 0000000, 3010300, 4771213. erunt Logarithmi numerorum 10, 2, & 3.

Si primus ſeriei terminus ab unitate dicatur y, erit ſecundus terminus y^2, tertius y^3, &c. cumque ponitur numerus denarius ſeriei terminus 10 000 000^{mus}, erit $y^{10000000} = 10$. Item erit $y^{3010300} = 2$. Item $y^{4771213} = 3$, & ita deinceps.

Omnes itaque numeri erunt poteſtates aliquæ illius numeri, qui eſt ab unitate primus. Et poteſtatum indices ſunt numerorum Logarithmi.

Cum Logarithmi ſint diſtantiæ numerorum ab unitate, ut ſuperius oſtenſum eſt, Erit Logarithmus ipſius unitatis 0, nam unitas non diſtat à ſe ipſa. At fractionum Logarithmi ſunt negativi ſeu infra nihil deſcendentes, hi enim in contrariam diſcedunt partem, adeoque ſi numeri ab unitate proportionaliter creſcentes habeant Logarithmos poſitivos, ſeu ſigno + affectos, Numeri ab unitate ſimiliter decreſcentes, ſeu fractiones habebunt Logarithmos negativos, ſeu ſigno — affectos. Quod verum eſt quando Logarithmi æſtimantur per diſtantias numerorum ab unitate.

At ſi initium capiunt Logarithmi non ab unitate integrali, ſed ab unitate quæ eſt in loco aliquo fractionum decimalium, verbi gratia à fractione $\frac{1}{1\ 00000\ 00000}$; tunc omnes fractiones hac majores habebunt Logarithmos poſitivos, reliquæ minores, obtinebunt Logarithmos negativos, ſed de hac re plura poſtea dicentur.

Cum in numeris continue proportionalibus DC EF GH IK &c. diſtantiæ CE EG GI &c. ſint æquales, erunt horum

rum numerorum logarithmi AC AE AG AI &c. æquidifferentes, ſeu Logarithmorum differentiæ erunt æquales. Numerorum itaque proportionalium Logarithmi ſunt omnes in progreſſione Arithmetica. Atque hinc oritur vulgaris illa Logarithmorum definitio, videl. Logarithmi ſunt numeri qui proportionalibus adjuncti, æquales ſervant differentias.

In prima quam *Neperus* edidit Logarithmorum ſpecie, poſuit terminorum proportionalium ab unitate primum, tantum ab unitate diſtare, quantum ipſe terminus unitatem ſuperabat. h. e. Si *v n* ſit primus ſeriei terminus ab unitate AB, ejus Logarithmum ſeu diſtantiam A*n* vel B*y* æqualem eſſe voluit ipſi *v y*, ſeu incremento numeri ſupra unitatem, ut ſi *vy* ſit 1, 0000001, ejus Logarithmum A *n* ponebat 0, 0000001, & hinc computatione factâ Numerus Denarius ſeu 10 erit 23025850us ſeriei terminus, qui itaque numerus eſt Logarithmus denarii in hac Logarithmorum forma, & exprimit ejus diſtantiam ab unitate in partibus quarum *v y* vel A*n* eſt una.

At hæc poſitio omnino arbitraria fuit; poteſt enim diſtantia primi termini, ad ipſius exceſſum ſupra unitatem, datam quamvis habere proportionem, & pro varia illa ratione, quæ pro arbitrio ſupponi poteſt, eſſe inter *vy* & B*y*, incrementum primi termini ſupra unitatem & ejuſdem ab unitate diſtantiam, diverſæ provenient Logarithmorum formæ.

Primam hanc Logarithmorum ſpeciem in aliam magis commodam poſtea mutavit *Neperus*, in qua poſuit numerum denarium non eſſe 23025850^{mum}, ſeriei terminum, ſed terminum 10000000^{mum}; inque hac Logarithmorum forma, primum incrementum *vy* erit ad diſtantiam B*y* vel A*n*, ut unitas ſeu AB ad fractionem decimalem, 0, 4342994, quæ itaque exponet Longitudinem ſubtangentis AT.

TAB. 45. fig. 2.

Poſt mortem *Neperi*, vir ſummus Dominus *Henricus Briggius*, immenſo labore, Logarithmorum Tabulas ad hanc formam conſtruxit & edidit. In hiſce tabulis cum logarithmus denarii ſeu ejus diſtantia ab unitate ponitur 1, 0000000, ſintque 1, 10, 100, 1000, 10000 &c. continue proportionales, erunt æquidiſtantes. Quare numeri 100 Logarithmus erit

2,

2, 0000000. millenarii 3, 0000000 & numeri 10000 Logarithmus fiet 4, 0000000 & ita deinceps.

Hinc Logarithmi omnium numerorum inter 1 & 10 incipere debent per 0, ſeu debet eſſe 0 in primo loco verſus ſiniſtram, ſunt enim minores quam Logarithmus numeri 10 cujus initium eſt unitas; & Logarithmi numerorum inter 10 & 100 unitate incipiunt, ſunt enim majores quam 1. 0000000 & minores quam 2. 0000000. Item Logarithmi numerorum inter 100 & 1000 binario incipiunt, ſunt enim majores quam logarithmus numeri 100, quem incipit 2, & minores logarithmo numeri 1000 qui incipit per 3; eodem modo oſtendetur in Logarithmis numerorum in 1000 & 10000, primam figuram verſus ſiniſtram debere eſſe 3; & in Logarithmis numerorum ab 10000 uſque ad 100000 prima verſus ſiniſtram figura erit 4, & ita deinceps.

Prima cujuſque logarithmi figura verſus ſiniſtram dicitur characteriſtica ſeu index; quia oſtendit altiſſimum ſeu remotiſſimum locum numeri à loco unitatum. v. gr. Si index logarithmi ſit 1, numeri reſpondentis altiſſimus ſeu remotiſſimus verſus ſiniſtram ab unitate locus, erit locus decadum. Si index 2, remotiſſima numeri reſpondentis figura erit in ſecundo ab unitatum loco, hoc eſt erit centenariorum aliquis. Et index Logarithmi 3 denotat altiſſimam numeri ſui figuram eſſe in tertio ab unitatum loco, & inter millenarios locari.

Logarithmi numerorum omnium qui ſunt in progreſſione decupla aut ſubdecupla, characteriſticis ſeu indicibus ſuis tantum differunt; in reliquis omnibus locis, iiſdem ſcribuntur notis, v. gr. Logarithmi numerorum 17, 170, 1700, 17000. nam cum ſit 1 ad 17, ut 10 ad 170, ut 100 ad 1700, ut 1000 ad 17000; diſtantiæ inter 1 & 17, inter 10 & 170, inter 100 & 1700, inter 1000 & 17000 erunt omnes æquales, adeoque cum diſtantia inter 1 & 17 ſeu Logarithmus numeri 17 ſit 1. 2304489 erit logarithmus numeri 170 = 2. 2304482, & Logarithmus numeri 1700 erit 3. 2304489 ob numeri 100 Logarithmum = 2. 0000000, & ſimiliter ob numeri 1000 Logarithmum = 3. 0000000 Logarithmus numeri 17000 erit 4. 2304489.

Sic etiam numeri 6748. 674, 8. 67, 48. 6, 748. 0, 6748, 0, 06748. ſunt continue proportionales ſcil. in ratione 10 ad 1, eorum itaque à ſe invicem diſtantiæ æquales erunt diſtantiæ ſeu Logarithmo numeri 10, ſeu æquales 1, 0000000; quare cum Logarithmus numeri 6748 ſit 3, 8291751, reliquorum logarithmi erunt ut in margine.

6748	3,8291751
674,8	2,8291751
67,48	1,8291751
6,748	0,8291751
0,6748	−1,8292751
0,06748	−2,8291751

In duobus ultimis logarithmis, Indices tantum ſunt negativi, reliquis figuris poſitivis manentibus, adeoque cum reliquæ figuræ addendæ ſunt, ſubtrahendi erunt indices, & vice verſa.

CAPUT II.

De Logarithmorum Arithmetica ubi numeri ſunt integri, vel integri cum decimalibus adjunctis.

Quoniam in multiplicatione, unitas eſt ad multiplicatorem ut multiplicandus ad productum, diſtantia inter Unitatem & multiplicatorem æqualis erit diſtantiæ inter multiplicandum & productum; ſi itaque numerus GH per numerum EF eſſet multiplicandus, diſtantia inter GH & productum debet eſſe æqualis diſtantiæ AE, ſeu Logarithmo multiplicatoris, ſi itaque capiatur GL æqualis AE, erit numerus LM productus, hoc eſt, ſi ad AG logarithmum multiplicandi addatur AE Logarithmus multiplicatoris, ſumma erit logarithmus producti. TAB. 44. fig. 7.

In Diviſione Unitas eſt ad diviſorem, ut quotus ad dividendum; adeoque diſtantia inter diviſorem & unitatem æqualis erit diſtantiæ inter dividendum & quotum. Sic ſi LM per EF eſſet dividendus, erit diſtantia EA æqualis diſtantiæ inter LM & quotum, adeoque ſi capiatur LG æqualis EA,

EA, ad G erit quotus. Hoc eſt, ſi ab AL logarithmo Dividendi, auferatur GL ſeu AE Logarithmus diviſoris, reſtabit AG Logarithmus quotientis.

Atque hinc adeo, quæcunque operationes in communi Arithmetica perficiuntur multiplicando aut dividendo numeros majores, eæ omnes facilius multo, & expeditius fiunt, per additionem aut ſubductionem Logarithmorum.

Sit exempli gratia numerus 7589 multiplicandus per 6757 addendo Logarithmos ut in margine videre eſt, habetur Logarithmus producti, cujus index 7 monſtrat eſſe in producto ſeptem locos præter unitatum locum; & quærendo in tabulis Logarithmum hunc, vel proxime æqualem, invenio numerum reſpondentem minorem producto eſſe 51278000 & numerum producto majorem eſſe 51279000, quin capiendo differentias adjunctas, & partes proportionales; invenio notas ante-penultimam & penultimam eſſe 87, in ultimo autem ſeu in unitatum loco, neceſſario erit 3, ob ſepties novem = 63 adeoque verus productus erit 51278173. Si index Logarithmi eſſet 8 vel 9, ultima vel penultima notæ obtineri non poſſunt ex tabulis ubi Logarithmi tantum conſtant 7 figurarum locis præter characteriſticam, adeoque ubi opus eſt, Tabulæ *Vlacquianæ*, in quibus Logarithmi ſunt omnes decem notarum; vel *Briggianæ*, in quibus Logarithmi ſunt quatuordecim, adeundæ erunt.

Log. 3. 8801846
Log. 3. 8297539
Log. 7. 7099385

Si numerus 78956 dividendus ſit per 278, ſubſtrahendo Logarithmum diviſoris ex Logarithmo dividendi habetur Logarithmus quotientis, cui Logarithmo reſpondet; Numerus 282, 719 qui itaque erit quotiens.

Log. 4. 8954004
Log. 2. 4440448
Log. 2. 4513556

Cum unitas, numerus quilibet aſſumptus, ejus quadratus, cubus, Biquadratus, &c. ſint continue proportionales, eorum à ſeinvicem diſtantiæ æquales erunt. Manifeſtum itaque eſt Quadrati diſtantiam ab unitate, duplam eſſe diſtantiæ radicis ab

ab eadem: diſtantiam cubi triplam diſtantiæ radicis ſuæ, Biquadrati diſtantiam eſſe diſtantiæ radicis ſuæ ab unitate quadruplam &c. Adeoque ſi duplicetur logarithmus numeri, dabitur logarithmus Quadrati, Si triplicetur, logarithmus cubi, ſi quadruplicetur, prodit Logarithmus Biquadrati. Et vice verſa ſi Logarithmus numeri alicujus biſecetur, habebitur Logarithmus Radicis quadratæ ejuſdem numeri: Quin & ejuſdem logarithmi tertia pars erit logarithmus Radicis Cubicæ, & pars quarta Logarithmus Radicis biquadraticæ, & ita deinceps.

Hinc Radicum omnium extractiones facillime perficiuntur, ſecando Logarithmum in tot partes, quot ſunt unitates in indice poteſtatis. Sic ut habeatur Radix quadrata numeri 5, ejus Logarithmi capiatur pars dimidia 0, 3494850, erit hæc Logarithmus radicis quadratæ numeri 5, ſeu Logarithmus numeri $\sqrt{5}$, cui reſpondet numerus 2, 23606 quam proxime.

CAPUT III.

De Arithmetica Logarithmorum, ubi numeri ſunt Fractiones.

Quotieſcunque Fractiones per Logarithmos tractandæ fuerint, ad vitandum laborem addendi unam Logarithmi partem, & ſubducendi alteram, expedit ut Logarithmi incipiant non ab unitate integrali, ſed ab unitate, quæ ſit in decimo vel centeſimo loco fractionum decimalium, v. gr. pone PO eſſe $\frac{1}{10000000000}$ & Logarithmos ab ejus loco incipere. Hæc fractio decies magis diſtabit ab unitate verſus ſiniſtram, quam numerus 10 ab eadem diſtat verſus dextram, ſunt enim Decem termini proportionales in ratione 10 ad 1 ab unitate uſque ad PO. Adeoque ſi AB ſit unitas, ejus

TAB. 45. *fig.* 1.

Lo-

Logarithmus in hac ſuppoſitione non erit o, ſed erit OA = 10, 0000000. Nam diſtantia denarii ab unitate eſt. 1.0000000, unde diſtantia numeri 10, ab PO erit 11, 000 0000; Item Diſtantia numeri 100 à P O, ſeu ejus Logarithmus à P O incipiens, erit 12. 000 0000 & numeri 1000 Logarithmus ſeu diſtantia à P O erit 13.000 0000; atque hac ratione Logarithmorum omnium indices augentur numero 10. & Fractiones quorum indices fuerunt — 1, aut — 2, aut — 3, &c. fiunt 9, 8, aut 7 &c.

At ſi Logarithmi incipiunt à loco Fractionis cujus numerator eſt unitas; denominator unitas centum cyphris adjectis (quod faciendum eſt quoties fractiones occurrunt minores quam PO) illa Fractio centies plus diſtabit ab unitate quam 10 ab ea diſtat, adeoque Unitatis Logarithmus habebit Indicem 100. Numeri Denarii Logarithmus Indicem habebit 101. Et numeri centenarii Logarithmo congruet Index 102, & ita deinceps Indices omnes augentur numero 100.

Fractionum omnium quae ſunt majores PO (à quo initium ducitur) Logarithmi erunt poſitivi. Et cum numeri, 10, 1, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, &c. ſunt in continua progreſſione Geometrica, æqualiter à ſe invicem diſtabunt, & eorum proinde Logarithmi erunt æquidifferentes; Adeoque cum Logarithmus denarii ſit 11. 0000000, & unitatis Logarithmus ſit 10. 0000000 erit Logarithmus fractionis $\frac{1}{10}$ = 9. 0000000; & fractionis $\frac{1}{100}$ Logarithmus erit 8, 0000000; & ſimiliter index Logarithmi numeri $\frac{1}{1000}$ erit 7. Quin etiam eadem ratione ſi index Logarithmicus Unitatis ſit 100 & denarii 101, Erit index Logarithmi Fractionis $\frac{1}{10}$, 99, & Fractionis $\frac{1}{100}$ Index Logarithmi erit 98; & Fractionis $\frac{1}{1000}$ index Logarithmicus erit 97 &c. Hi indices oſtendunt in quo loco ab unitate prima fractionis figura quæ cyphra non ſit, ponenda fuerit. v. gr. Si index ſit 4 ejus differentia ab indice unitatis quæ eſt 10 ſcil. 6 oſtendit primam decimalis figuram ſignificativam eſſe in 6ta ab unitate loco; ergo quinque cyphræ verſus ſiniſtram ei præponendæ ſunt. Ita ſi Unitatis index ſit 100 & fractionis index ſit 80, erit prima ejus figura in viceſimo ab unitatis loco ſeu 19 cyphræ præponendæ erunt.

Sit jam Fractio GH per fractionem DC multiplicanda. Quia unitas eſt ad multiplicatorem ut multiplicandus ad productum; erit diſtantia inter Unitatem & multiplicatorem æqualis diſtantiæ inter multiplicandum & productum. Quare ſi capiatur GI = AC, ad I erit productus IK. Et proinde ſi ab OG Logarithmo multiplicandi, auferatur GI vel AC, reſtabit OI Logarithmus producti. Eſt vero AC = OA − OC, quæ ablata ab OG, relinquetur OG + OC − OA = OI, hoc eſt, ſi ſimul addantur Logarithmi multiplicatoris & multiplicandi, & è ſumma auferatur Logarithmus unitatis (qui ſemper ſcribitur per 10 aut 100 cum cyphris) habebitur logarithmus producti. ex. gr. Sit Fractio decimalis 0, 00734 per fractionem 0, 000876 multiplicanda, pono unitatis indicem Logarithmicum eſſe 100, & fractionum Logarithmi erunt ut in margine, qui additi, & rejecto Logarithmo Unitatis, dant Logarithmum producti, cujus index 94 oſtendit primam producti figuram eſſe in ſexto ab unitatum loco, quinque itaque cyphræ præponendæ ſunt, & productus erit ,00000642984.

97, 8656961
96, 9425041
94, 8082002

In Diviſione, diviſor eſt ad unitatem, ut dividendus ad quotum, & proinde diſtantia inter diviſorem & unitatem, æqualis erit diſtantiæ inter dividendum & quotum. Itaque ſi fractio IK dividenda eſſet per DC, capienda erit IG = CA & locus quoti erit G. Eſt vero CA = OA − OC quæ ad OI addita fit OA + OI − OC = OG. hoc eſt ſi addatur Logarithmus unitatis ad Logarithmum dividendi, & à ſumma auferatur Logarithmus diviſoris, reſtabit logarithmus quotientis; ſic ſi numerus CD per IK eſſet dividendus, capienda erit diſtantia CS = IA, & erit ST quotiens; cujus Logarithmus eſt OA + OC − OI. Sit CD = 0, 347 IK = 0, 00478. ad logarithmum ipſius CD addatur Logarithmus Unitatis, hoc eſt ejus Indici præponatur 1 aut 10, & ex eo ſubducatur logarithmus diviſoris, reſtabit Logarithmus quotientis, cujus index 11 monſtrat quotientem eſſe inter nume-

19, 5403295
7, 6794279
11, 8609016

ros qui ſunt à 10 ad 100 quæro itaque numerum logarithmo reſpondentem, quem invenio eſſe 72,549. Si fractionis vulgaris verbi gr. $\frac{7}{8}$ logarithmus deſideretur, ad Logarithmum numeri 7 addatur Logarithmus unitatis, vel quod idem eſt, ejus indici præponatur 1 aut 10 & ſubducatur ab eo logarithmus denominatoris 8, reſtabit logarithmus fractionis $\frac{7}{8}$ vel fractionis decimalis ,875.

$$\begin{array}{r} 10,8450980 \\ 0,9030900 \\ \hline 9,9420080 \end{array}$$

Ut Fractionis cujuſlibet DC poteſtates habeantur, capiendæ ſunt CE EG GI IL ſingulæ æquales AC, & EF erit quadratus, GH Cubus, IK biquadratus numeri DC, ſunt enim ab unitate continue proportionales. Eſt præterea $AE = 2AC = 2OA - 2OC$, unde $OE = OA - AE = 2OC - OA$, hoc eſt logarithmus quadrati eſt duplus logarithmi radicis, minus logarithmo unitatis. Similiter ob $AG = 3AC = 3OA - 3OC$ erit $OG = OA - AG = 3OC - 2OA =$ Logarithmo cubi = Triplo Logarithmi lateris minus duplo logarithmi unitatis. Eadem ratione, quia $AI = 4AC = 4OA - 4OC$, erit $OI = 4OC - 3OA$; qui eſt Logarithmus Biquadrati. Et univerſaliter fractionis poteſtas ſit n, logarithmus L, erit logarithmus poteſtatis $n = nL - nOA + OA$. hoc eſt multiplicando logarithmum fractionis per n, & è producto abjiciendo logarithmum unitatis multiplicatum per $n - 1$, habebitur logarithmus poteſtatis n ejuſdem fractionis.

Ex. gr. ſit Fractio $\frac{1}{20}$ = ,05 cujus quæratur poteſtas 6ta hujus fractionis logarithmus eſt 8, 6989700 qui multiplicatus per 6 dat numerum 52, 1938200, & ex 52 ablato numero 50 qui eſt index Logarithmi unitatis in 5 ductus, reſtabit logarithmus poteſtatis 6tæ ſcil. 2, 1938200 cui reſpondet numerus 0 00 0000 15625. nam index 2 oſtendit ſeptem cyphras primæ figuræ præponendas eſſe.

Si Fractionis ,05 poteſtas octava deſideretur, multiplicando logarithmum per 8, prodit 69, 5917600, at cum ex numero 69 auferri non poteſt 70, qui eſt ſepties index logarithmi unitatis, Quin in numeros negativos deveniatur, pono indicem

cem logarithmi unitatis eſſe 100. & index logarithmicus fractionis, erit 98. hic logarithmus in 8 ductus dat 789. 5917600 & ex numero 789 rejecto numero 700, qui utpote cum cyphris annexis, eſt ſepties logarithmus unitatis, reſtabit 89. 5917600 logarithmus poteſtatis 8^{væ} Fractionis $\frac{1}{25}$ cui congruens numerus eſt 00000 00000 39062. nam cum Index ſit 89 & ejus differentia ab 100 eſt 11; figura prima fractionis ſignificativa erit in undecimo ab unitatis loco, adeoque decem cyphræ præponendæ erunt.

Si in fractionibus, radices poteſtatum deſiderentur. v. gr. Fractionis EF, quæratur radix quadrata. Quoniam Radix eſt media proportionalis inter Fractionem & unitatem; biſectâ AE in C, erit CD radix quadrata fractionis EF. Eſt vero $AC = \frac{1}{2}AE = \frac{OA - OE}{2}$, Adeoque OC Logarithmus Radicis $= OA - AC = \frac{OA + OE}{2}$. Si fractionis GH radix cubica quæratur. Radix illa erit prima duarum mediarum proportionalium inter unitatem & GH, ſecetur itaque AG in tres partes æquales, quarum prima ſit AC, erit CD radix quæſita, & quoniam eſt $AC = \frac{1}{3}AG = \frac{OA - OG}{3}$ ſi hæc ſubducatur ab OA, reſtabit $\frac{2OA + OG}{3} = OC$ ſcil. Logarithmo Radicis cubicæ fractionis GH. Sic etiam fractionis IK radix biquadratica habetur, ſecando AI in quatuor partes æquales. Nam Radix eſt prima trium mediarum proportionalium inter unitatem & Fractionem. Sit itaque $AC = \frac{1}{4}AI =$; & erit CD Radix biquadratica Fractionis IK. Sed eſt $\frac{1}{4}AI = \frac{OA - OI}{4}$ adeoque $OC = OA - AC = \frac{3OA + OI}{4}$

Uni-

Univerſaliter ſi fractionis LM deſideretur radix poteſtatis n, ejus radicis Logarithmus erit $\frac{n\,OA - OA + OL}{n}$, hoc eſt ſi indici Logarithmico fractionis, præponatur numerus $n - 1$, & logarithmus ſic auctus dividatur per n, quotus dabit Logarithmum radicis quæſitæ. Sic ſi quæratur radix cubica fractionis $\frac{1}{2}$ ſive, 5 hujus Logarithmo præponatur $2 = n - 1$, quia radix cubica deſideratur, & fiet 29. 6989700 cujus numeri triens eſt 9, 8996566 æqualis Logarithmo radicis cubicæ fractionis $\frac{1}{2}$ & congruens Logarithmo numerus eſt, 7937 qui erit radix quæſita.

CAPUT IV.

De Regula Proportionis ſeu Aurea Logarithmica.

Datis tribus numeris, qua ratione quartus proportionalis inveniendus ſit, nos docet proportionis Regula; ſcil. termini ſecundus & tertius in ſe invicem ducendi ſunt, & productus dividendus eſt per primum, qui prodit quotus, exhibebit quartum terminum proportionalem quæſitum. At per logarithmos minore labore habetur ille quartus; Nam ſi è ſumma Logarithmorum ſecundi & tertii auferatur logarithmus primi, qui reſtat numerus eſt logarithmus quarti proportionalis.

Quin etiam & hic labor minui aliquantulum poteſt, ſi loco logarithmi primi capiatur ejus complementum Arithmeticum, ſeu differentia logarithmi à numero 1000000000, & obtinetur ſi pro ſingulis logarithmi figuris ſcribantur earum differentiæ à 9, Complementum hoc Arithmeticum cum reliquis duobus logarithmis in unam ſummam conjiciatur, & à ſumma, unitatis nota in primo verſus ſiniſtram loco ſita abjiciatur, reſtabit logarithmus quarti termini quæſiti; atque hoc modo per unicam Numerorum trium additionem inveni-

tur logarithmus termini quæſiti. Hujus rei cauſa hinc patebit. Sint tres numeri A B C & è ſumma ſecundi & tertii ſubducendus eſt primus, non tantum operatio communi modo perficitur, ſed etiam ſi aſſumatur numerus quivis E, & ab eo auferatur A, reſtabit E — A ſi numeri B C & E — A in unam ſummam addantur, & è ſumma trium rejiciatur E, reſtabit B + C — A. ſic ſi ſubducendus eſt numerus 15 ex 23 capio numeri 15 complementum ad 100 quod eſt 85, hunc numerum addo ad 23 & ſumma ſit 108 ex quo ſublato 100 reſtabit numerus 8. Sequuntur Exempla Trigonometrica Regulæ proportionis per Logarithmos ſoluta.

85
23
108

TAB. 44. fig. 8. Sit Triangulum ABC rectilineum, in quo dantur angulus A 36 gr. 46'. angulus B 98 gr. 32'. & latus BC, 3478. & quæritur latus AC. Fiat (per *caſ.* 1. Trigon. Planæ) Sinus ang. A ad Sinum ang. B ut BC ad AC. Et quia ſinus Log. anguli A eſt primus analogiæ terminus ejus vice ſubſtituto complementum Arithmeticum ejuſdem, & addo Log. BC, Log. S, B & prædictum complementum in unam ſummam, & è ſumma rejecta unitate quæ eſt in primo verſus ſiniſtram loco, dabitur Logarithmus lateris AC, cui congruens numerus eſt 5706, 306 æqualis AC lateri quæſito.

Arith. comp. L, S, B.	0.2228938
Log. Sin. B.	9.9951656
Log. BC.	3.5413296
Log. AC.	13.7593888

TAB. 44. fig. 9. Sit Triangulum Sphæricum ABC, in quo dantur omnia latera ſcil. BC = 30 grad. AB = 24 gr. 4'. & AC = 42 gr. 8'. quæritur angulus B. Producatur BA ad M ut ſit BM = BC erit AM differentia laterum BC BA æqualis 5 gr. 56'. (Per *caſ.* 11. in Triangulis obliquangulis Sphæricis.) Fiat ut rectangulum ſub ſinubus crurum AB BC ad quadratum Radii, ita Rectangulum ſub ſinubus Arcuum $\frac{AC + AM}{2}$ $\frac{AC - AM}{2}$ ad quadratum ſinus anguli $\frac{1}{2}$ B.

Eſt

Eſt vero $\frac{AC+AM}{2} = 24$ gr. 2′. & $\frac{AC-AM}{2} = 18$ gr. 6′.

Et quia primus analogiæ terminus eſt rectangulum ſub ſinubus AB BC, & ſecundus terminus eſt quadratum Radii; Summa Log. Sin. AB BC ſubducenda erit ex duplo Log. Radii & qui reſtat numerus addendus eſt ad ſummam Log. S $\frac{AC+AM}{2}$ $\frac{AC-AM}{2}$. Quod idem erit ac ſi ſinguli Log. Sinus arcuum AB BC ſubducerentur à Logarith. Radii, vel ſi horum ſinuum capiantur complementa Arithmetica, atq; complementa illa & prædicti ſinus in unam conjicerentur ſummam. Summa illa erit Logarithmus quadrati ſinus dimidii anguli B; logarithmi itaque dimidium 9.8965274 eſt Log. Sinus anguli ½ B = 51 gr. 59″. 56″. & hujus anguli duplum erit 103 gr. 59′. 52″ = angulo E qui erat inveniendus.

Log. S, BC comp. Arith.	0.3010299
Log. S, AB comp. Arith.	0.3898364
Log. S $\frac{AC+AM}{2}$	9.6098803
Log. S, $\frac{AC-AM}{2}$	9.4923083
2 Log. S, Ang. B	19.7930549

CAPUT V.

De Proportionalium Quantitatum continuis Incrementis, Et de modo inveniendi per Logarithmos, Terminum quemlibet in ſerie Proportionalium, ſive creſcente, ſive decreſcente.

SI in Axe Logarithmicæ ubivis capiantur partes quot volueris S V V Y Y Q &c. æquales, & ad puncta S V Y Q &c. TAB. 45. fig. 1.

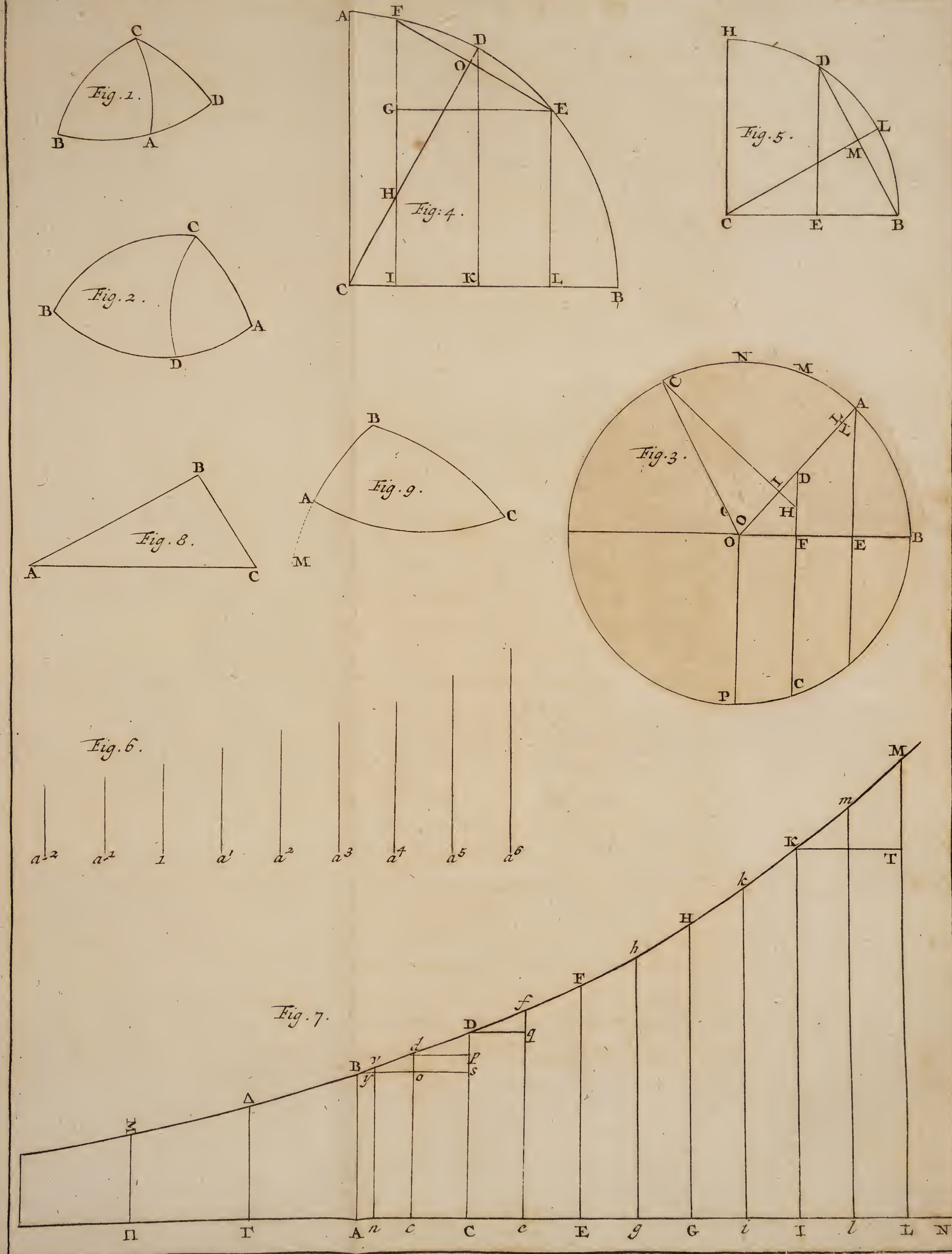
&c. erigantur perpendiculares ST VX YZ $Q\pi$ &c. ex natura curvæ, erunt omnes continuè proportionales, quin etiam continua incrementa Xx Zz $\pi\pi$ erunt totis proportionalia. Nam ob ST : VX :: VX : YZ :: YZ : $Q\pi$ erit dividendo ST : Xx :: VX : Zz :: YZ : $\pi\pi$, & componendo VX : Xx :: YZ : Zz :: $Q\pi$: $\pi\pi$. Hinc ſi Xx ſit pars quælibet rectæ ST, erit Zz eadem pars rectæ VX, & $\pi\pi$ quoque eadem pars rectæ YZ. ex. gr.. Si Xx ſit $\frac{1}{20}$ ST, erit $Zz = \frac{1}{20}$ VX, & $\pi\pi = \frac{1}{20}$ YZ ſeu quod eodem redit, erit VX = ST + $\frac{1}{20}$ ST. YZ = VX + $\frac{1}{20}$ VX, item $Q\pi$ = YZ + $\frac{1}{20}$ YZ.

Fiat ut ST ad VX, ita AB unitas ad NR; erit AN = SV; adeoque rectæ SV VY YQ &c. erunt ſingulæ æquales logarithmo ipſius RN, & AV Logarithmus termini VX erit æqualis AS + AN = Logarithmo ipſius ST + Logarithmo ipſius NR. Item AY Logarithmus termini YZ æqualis erit AS + 2 AN = Log. ST + 2 Log. NR, & AQ logarithmus Termini $Q\pi$ æqualis erit AS + 3 AN = Log. ST + 3 Log. NR. Et univerſaliter ſi Logarithmus numeri NR multiplicetur per numerum, qui exprimit termini cujuſvis diſtantiam à termino primo, & productus addatur Logarithmo termini primi, dabitur logarithmus iſtius termini. At ſi ſeries proportionalium ſit decreſcens; ſeu ſi termini in continua ratione minuantur, & $Q\pi$ ſit primus, habebitur Logarithmus alterius cujuſvis termini, multiplicando Logarithmum numeri NR per numerum qui exponit ejus termini diſtantiam à primo, & ſubducendo productum è Logarithmo primi. Quod ſi productus ille ſit major Logarithmo primi termini initio ab unitate ducto; in eo caſu ponendi ſunt Logarithmi incipere ab unitate in aliquo fractionum Decimalium loco detruſâ, verbi gratia ab OP ita Logarithmus numeri $Q\pi$ erit OQ.

Exponat jam LM quamvis pecuniam, ſeu pecuniæ ſummam à creditore fœnori elocatam, ea lege ut ſingulis annis, uſura annua ſorti annumeretur, & finito primo anno, ſit uſura ſeu lucrum Kk, & IK aggregatum ſortis & lucri pariat

uſu-

TAB. XLIV.



uſuram Hh quæ ſit ipſi IK proportionalis, ſeu in ratione conſtanti. Hæc uſura Hh finito anno ſecundo, ſorti accedat, & ſors ea ſit GH, quæ ad finem anni tertii pariat uſuram Ff, ipſi GH proportionalem; Ponamus ſortem ſingulis annis augeri parte ſui viceſima, $\frac{1}{20}$, adeoque erit $IK = LM + \frac{1}{20}LM$, $GH = IK + \frac{1}{20}IK$. $EF = GH + \frac{1}{20}GH$, & ita deinceps. Erunt proinde termini LM IK GH EF &c. continue proportionales. Quæritur quantum aucta fuerit pecunia ad finem quotlibet annorum.

Sit LM ſemiobolus, Anglice *Afarthing*. Ob LM ad IK ut 1 ad $1 + \frac{1}{20}$ vel ut 1 ad 1,05. ut AB ad NR, erit $NR = 1,05$, cujus Logarithmus AN eſt 0. 0211893, vel magis accurate 0. 0211892991. Quæritur quantum lucri accedat ſemiobolo, qui ſexcentis annis fœnori expoſitus eſt. Multiplicetur AN per 600 productus erit 12. 7135794. Huic producto addatur Logarithmus fractionis $\frac{1}{960}$ nempe 97,0177288. (nam eſt ſemiobolus pars libræ $\frac{1}{960}$) ſumma 109. 7313082 erit Logarithmus numeri quæſiti, cumque index 109 ſuperat indicem Unitatis novenario ſeu 9, erunt in numero reſpondente novem figurarum loca ſupra locum Unitatum, & numerus ille in tabulis quæſitus invenietur major quam 5386500000, & minor quam 5386600000. Unus itaque ſemiobolus fœnori datus; finitis ſexcentis Annis, pariet libras Anglicanas plures quam 5386500000; Cui ſummæ ſolvendæ vix par erit omnis illa Auri Argentique copia, quæ ab ipſa rerum origine ad hunc uſque diem ex terrarum viſceribus eruta eſt.

Exponat $Q\pi$ quamvis pecuniæ ſummam quam poſt exactum integrum annum debitor creditori ſolvere tenetur, ſed ſine uſurâ. Certum eſt ſi Debitor nunc totam ſolveret, illum amiſſurum jus quod habet in uſuram annuam quæ ex pecunia illa prodiret; Quin & minor ſumma fœnori expoſita, poteſt poſt annum cum ſua uſura, ſummam $Q\pi$ adæquare. Minor illa pecuniæ ſumma, quæ cum ſua uſura pecuniam $Q\pi$ adæquat, præſens pecuniæ $Q\pi$ valor dicitur. Sit AN Lo-

 ga-

garithmus Rationis quam ſors habet ad aggregatum ſortis & uſuræ, hoc eſt, ſi ſors ſit uſuræ annuæ vigecupla, ſit AN Logarithmus numeri $1 + \frac{1}{20}$ ſeu 1,05, & capiatur QY æqualis AN; erit AY Logarithmus præſentis valoris pecuniæ Qπ. Patet enim pecuniam YZ fœnori expoſitam finito anno pariturам pecuniam Qπ, adeoque ut habeatur logarithmus præſentis valoris, ſeu YZ; ex Logarithmo AQ detrahi debet Logarithmus AN, & reſtabit AY logarithmus præſentis valoris vel YZ. Si ſumma Qπ non niſi poſt duos annos exactos debeatur; à Logarithmo AQ ſubtrahendus eſt numerus 2 AN, & manebit AV logarithmus præſentis valoris, ſeu ſummæ quæ pro pecunia Qπ ſolvi ſtatim debeat. Nam manifeſtum eſt pecuniam VX fœnori expoſitam, ſpatio duorum annorum, pecuniam Qπ procreaturam. Eadem ratione, ſi ſumma Qπ non niſi poſt tres annos debetur, à logarithmo Qπ ſubtrahendus erit numerus 3 AN, & qui reſtat AS, erit logarithmus numeri ST, ſeu erit ST præſens valor ſummæ Qπ poſt tres annos ſolvendæ. Et Univerſaliter, ſi logarithmus AN multiplicetur per numerum annorum; quibus exactis, debetur ſumma Qπ, & productus numerus ex logarithmo AQ ſubducatur, hac ratione dabitur logarithmus numeri, qui erit præſens valor ſummæ Qπ. Hinc patet ſi 5386500000 libræ Angl. Societati alicui finitis ſexcentum annis ſolvendæ fuerint; tantæ pecuniæ præſentem valorem, vix unum ſemiobolum adæquaturum.

TAB. 45. *fig.* 2. Si in Axe Logarithmicæ ordinentur ad curvam rectæ HG EF, AB CD quæ ſint proportionales, & extremitates ipſarum FH, DB, rectis jungantur, quæ productæ cum Axe conveniant in P & K, erunt rectæ GP AK ſemper æquales. Nam ob GH : EF :: AB : CD. erit GH : FS :: AB : DR. Sed ob æquiangula, triangula PGH HSF, Item KAB BRD æquiangula erit PG : HS :: (GH : FS :: AB : DR ::) KA : BR. Quarum proportionalium conſequentes HS BR æquales ſunt, Antecedentes igitur PG KA æquales erunt. Q. E. D.

Si

Si rectæ CD EF ad AB GH æqualiter accedant, ut tandem punctum D coincidat cum B, & punctum F cum H, rectæ DBK FHP quæ prius ſecabant curvam, vertentur in Tangentes BT, HV; & rectæ AT GV ſemper ſibi invicem æquales erunt, hoc eſt, portio Axis AT vel GV intercepta inter ordinatam & Tangentem quæ Subtangens dicitur, erit ubique conſtantis & datæ longitudinis, quæ eſt præcipua Logarithmicæ Proprietas. Nam in diverſis Logarithmicis, Subtangentes curvarum ſpecies ſeu formas determinabunt.

In duabus diverſæ ſpeciei Logarithmicis, ejuſdem numeri Logarithmi, ſeu diſtantiæ ab unitate, erunt ſubtangentibus ſuarum curvarum proportionales. Sint enim curvæ HBD SNY, quarum Subtangentes ſint AT MX, ſitque AB = MN = unitati, item DC = QY; erit AC Logarithmus numeri CD, in Logarithmica HD, ad MQ logarithmum numeri QY, ſeu ejuſdem CD in Logarithmica SY, ut ſubtangens AT ad ſubtangentem MX. Concipiatur interſeri inter AB CD vel NM QY, infinitos terminos continue proportionales, in ratione AB ad ab vel MN ad mn; & ob AB = MN erit $ab = mn$. item erit $bc = no$. Et termini proportionales cum in utraque figura ſint numero æquales, divident lineas AC MQ in partes numero æquales, quarum primæ ſint Aa Mm, partes itaque illæ erunt totis proportionales, hoc eſt erit Aa : Mm :: AC : MQ. Quoniam autem Triangula TAB Bcb ſunt ſimilia (nam pars curvæ Bb coincidet fere cum portione Tangentis) Item triangula XMM Non ſunt ſimilia. Erit Aa vel Bc : bc :: TA : AB TAB. 45. *fig.* 2. 3.

Item eſt no vel bc : No :: MN vel AB : MX.

Unde erit ex æquo, Bc : No :: TA : MX :: Aa : Mm :: AC : MQ. Q.E.D. Si AT vocetur a, ob AB : AT :: bc : Bc; erit

$$Bc = \frac{a \times bc}{AB}.$$

Hinc ſi detur Logarithmus numeri, qui ſit unitati proximus,

mus; vel illam minimo exceſſu ſuperat, dabitur Logarithmicæ ſubtangens, eſt enim exceſſus bc ad Logarithmum Bc ut AB unitas ad ſubtangentem AT. Vel etiam ſi ſint duo quilibet numeri quam proxime æquales, erit differentia numerorum ad differentiam Logarithmorum, ut alteruter numerorum ad Subtangentem. v. gr. Si Incrementum bc ſit ,00000 00000 ,00001 02255 31945 60259, & Bc vel Aa logarithmus numeri ab ſit ,00000 00000 00000 44408 92098 50062. duobus his numeris & unitati inveniatur quartus proportionalis, ſcilicet 43429 44819 03251, is numerus dabit longitudinem ſubtangentis AT, quæ eſt ſubtangens Logarithmicæ quæ exhibet Logarithmos *Briggianos*.

Si Creditor Pecuniæ ſummam fœnori exponat, ea lege, ut ſingulis temporis momentis, pars proportionalis uſuræ annuæ ſorti annumeretur, ita ſcil. ut poſt finitum primum temporis momentum, ſeu exactam anni particulam indefinite exiguam, uſuram poſcat tempori proportionalem, quæ ſorti adjecta, unà cum ipſa, uſuram pariat, finito ſecundo temporis momento, ſorti pariter acceſſuram, & ita deinceps. Quæritur quantum creditori finito anno debeatur? Sit a uſura annua Unitatis, ſeu unius libræ. & ſi integer Annus ſeu 1 dat uſuram a, particula anni indefinite exigua Mm dabit uſuram ipſi Mm proportionalem $Mm \times a$; & proinde ſi Unitas per MN exponatur, ejus incrementum primum erit $no = Mm \times a$. Per puncta Nn concipiatur Logarithmica deſcribi, cujus Axis eſt OMQ. In hac curva, ſi portio Axis MQ tempus exponat, ordinata QY pecuniam repræſentabit quæ uſque ad illud tempus, ſingulis momentis, proportionaliter crevit. Nam ſi capiantur ml &c. $= Mm$, ordinatæ lp &c. erunt in ſerie continue proportionalium in ratione MN ad mn, id eſt creſcent eâdem ratione, qua pecunia creſcit.

TAB. 45. *fig.* 3.

Tangat Logarithmicam in N recta NX, ejus ſubtangens MX erit conſtans & invariabilis, & Triangulum minimum Non ſimile erit Triangulo XMN. At oſtenſum eſt, eſſe incrementum $no = Mm \times a = No \times a$ erit itaque $no : No :: No \times a : No ::$

$No::a:1$. Sed ut no ad No, ita erit NM ad MX. Quare erit, ut a ad 1, ita NM ſeu 1 ad $MX = \frac{1}{a} =$ ſubtangenti.

Quod ſi Uſura annua ſit pars ſortis viceſima, ſeu ſi ſit $a = \frac{1}{20} = ,05$, erit $MX = \frac{1}{a} = 20$.

Quia in diverſis Logarithmorum formis, ejuſdem numeri Logarithmi ſunt Subtangentibus ſuarum curvarum proportionales: ſi MQ tempus Annuum, ſeu unitatem, exponat; QY erit pecunia quæ finito anno debetur. Ut verò innoteſcat QY; Fiat ut MX ſeu 20 ad 0,4342944 (qui numerus exponit ſubtangentem Logarithmicæ, quæ exhibet Logarithmos *Briggianos*) ita Annus, ſive Unitas, ad Logarithmum *Briggianum*, qui numero QY congruit; logarithmus autem ille invenietur 0.0217147 cui Reſpondens numerus $=$ QY eſt 1,05127, cujus incrementum ſupra unitatem ſive ſortem ,05127 pauxillum ſuperat annuam uſuram ,05. Adeo ut ſi uſura annua centum librarum ſit quinque libræ, uſura proportionalis ſingulis anni momentis ſorti 100 adjecta, pariet tantum ad finem anni. *lib. ſol. d.* 5 : 2 : 6 $\frac{1}{2}$.

Si quæratur Uſura ejuſmodi, ut ſingulis momentis pars ipſius ſorti continue creſcenti proportionalis, ad ſortem accedat, ea lege ut finito Anno producat incrementum quod ſit ſortis pars quælibet data v. gr. viceſima. Fiat ut Log. numeri 1, 05 ad 1, hoc eſt ut 0, 0211893 ad 1; ita Subtangens 0, 4342944 ad $\frac{1}{a} = 20, 49$, & erit $a = \frac{1}{20,49} = ,0488$. Nam ſi concipiatur pars Uſuræ ,0488 momento reſpondens, hoc eſt eandem habens rationem ad ,0488 quam habet annus ad momentum, & fiat ut unitas ad illam uſuræ partem, ita ſors ad ejus incrementum momentaneum; quæ hac ratione continuò creſcit pecunia, ad finem anni augebitur viceſima ſui parte.

CAPUT VI.

De Methodo qua Henricus Briggius *Logarithmos ſuos ſupputavit, ejuſque Demonſtratio.*

TAB. 45. fig. 2. Quamvis *Briggius* lineam Logarithmicam nuſquam deſcripſit, quem tamen in calculo adhibuit operandi modum, modique Rationem ex contemplatione Logarithmicæ evidentiſſime patebit. In qualibet Logarithmica HBD ſint tres ordinatæ A B *a b q s* quam proxime æquales, hoc eſt earum differentiæ exiguam admodum ad ipſas lineas habeant rationem; Erunt Logarithmorum differentiæ differentiis linearum proportionales. Nam cum lineæ ſunt quam proxime æquales, propinquiſſimæ ſibi invicem erunt, & pars curvæ B*s* ab iis intercepta cum recta linea fere coincidet, certe tam prope poſſunt ordinatæ ſibi invicem admoveri, ut differentia curvæ, à recta ipſam ſubtendente, habeant ad ipſam ſubtenſam, minorem qualibet datâ rationem. Triangula igitur B*c b* B*r s* pro rectilineis aſſumi poſſunt, & erunt æquiangula. Quare eſt *s r* : *b c* : : B*r* : B*c* : : A*q* : A*a*: hoc eſt exceſſus linearum ſupra minimam AB, erunt logarithmorum differentiis proportionales. Hinc patet ratio iſtius methodi qua tam numeri quam Logarithmi per differentias & partes proportionales corriguntur. Quod ſi AB ſit unitas, erunt numerorum logarithmi differentiis numerorum proportionales.

Si intra numeros denarium & unitatem capiatur medius proportionalis, ſeu quod idem eſt, numeri denarii extrahatur Radix quadratica, Radix illa ſeu numerus in medio erit loco intra denarium & Unitatem. & ejus Logarithmus erit dimidius Logarithmi qui denario competit ac proinde dabitur. Si inter numerum prius inventum & unitatem, iterum inveniatur medius proportionalis quod fit extrahendo numeri inventi Radicem quadraticam, hic numerus Unitati duplo vicinior

cinior erit quam prior, ejuſque logarithmus erit prioris logarithmi ſemiſſis, ſeu Logarithmi denario competentis pars quarta. Si hac ratione continuo extrahatur Radix quadratica & biſecentur Logarithmi, pervenietur tandem ad numerum cujus diſtantia ab unitate minor erit parte $\frac{1}{1\ 00000\ 00000\ 00000}$ iſtius logarithmi qui Denario tribuitur. *Briggius* peractis 54 Radicum extractionibus; Invenit numerum 1, 00000 00000 00000 12781 91493 20032 3442 ejuſque logarithmum fore 0, 00000 00000 00000 05551 11512 31257 82702. ſupponatur Logarithmus hic æqualis A q ſive B r, & ſit $q\ s$ numerus radicum extractione inventus; erit differentia $r\ s$ qua unitatem ſuperat = ,00000 00000 00000 12781 91493 20032 35.

Horum numerorum ope, logarithmi reliquorum omnium inveniri poterunt ad hunc modum. Inter datum numerum (cujus logarithmus inveniendus ſit) & unitatem quærantur (ut ſuperius oſtenſum eſt) medii proportionales, donec tandem inveniatur numerus tantillo unitatem ſuperans ut unitas præcedat quindecim cyphras, quas totidem vel plures notæ ſignificativæ ſequantur. Sit numerus ille $a\ b$, & notæ ſignificativæ, præfixis cyphris differentiam $b\ c$ denotabunt. Deinde fiat ut differentia $r\ s$ ad differentiam $b\ c$ ita Br Logarithmus datus ad Bc vel Aa Logarithmum numeri $a\ b$; qui itaque dabitur. Hic Logarithmus toties continue duplicatus quoties extractiones factæ ſunt, tandem dabit Logarithmum numeri quæſiti. Hac etiam ratione inveniri poſſit Subtangens Logarithmicæ nempe ſi fiat $r\ s$: Br : : AB ſeu unitas : AT ſubtangenti, quæ itaque invenietur 0, 43429 44819 03251, per quam denique reliquorum numerorum logarithmi innoteſcent, nempe ſi detur numerus quivis NM ejuſque Logarithmus & quæratur alterius numeri logarithmus qui ad NM ſatis accedat fiat ut NM ad ſubtangentem XM ita $n\ o$ differentia numerorum ad No differentiam Logarithmorum. Quod ſi NM Unitas = AB dabuntur logarithmi multipli- TAB. 45. *fig.* 3.

tiplicando differentias minimas bc per ſubtangentem conſtantem AT.

Hac ratione invenientur Logarithmi numerorum 2 3 & 7, & inde dabuntur Logarithmi numerorum 4 8 16 32 64 &c. 9 27 81 243 &c. item 7 49 343 &c. Si à logarithmo denarii auferatur binarii Logarithmus reſtabit logarithmus Quinarii. & proinde dabuntur Logarithmi numerorum 25 125 625 &c.

Numeri ex his compoſiti, nempe 6 12 14 15 18 20 21 24 28 &c. facile logarithmis ſuis inſtruuntur, addendo logarithmos numerorum componentium.

At numerorum primorum logarithmos, per tot Radicum extractiones invenire, moleſtum admodum & laborioſum fuit opus. Nec quidem facile fuit, interpolando per differentias Primas, Secundas, & Tertias &c. Logarithmos ſupputare. Quo itaque abſque tanta moleſtia Numerorum logarithmi obtineantur; Magni viri *Newtonus*, *Mercator*, *Gregorius*, *Walliſius*, & nuper *Halleius* ſeries infinitas convergentes dederunt, quibus expeditius & certius logarithmi, ad quot volueris loca ſupputati haberi poſſunt; De hiſce ſeriebus, eruditum Tractatum ſcripſit peritiſſimus Geometra *Halleius* inter Acta Philoſophica Societatis Regiæ extantem, ubi ſeries illas nova methodo demonſtrat, modumque computandi logarithmos per eas docuit. Liceat hic ſubjungere novam ſeriem, ex qua expedite & facile fluunt Logarithmi ſaltem pro numeris majoribus.

Sit z numerus impar, cujus quæritur Logarithmus, Numeri $z-1$ $z+1$ erunt pares; & proinde dabuntur eorum logarithmi, & Logarithmorum differentia, quæ dicatur y; Quin etiam datur Logarithmus numeri qui eſt medius Geometricus inter numeros $z-1$ & $z+1$ æqualis ſcil. ſemiſummæ logarithmorum. Series $y \times \frac{1}{4z} + \frac{1}{24z^3} + \frac{7}{360z^5} + \frac{181}{15120z^7} + \frac{13}{25200z^9}$ &c. erit æqualis logarith-

mo

TAB. XLV.

Fig. 1.

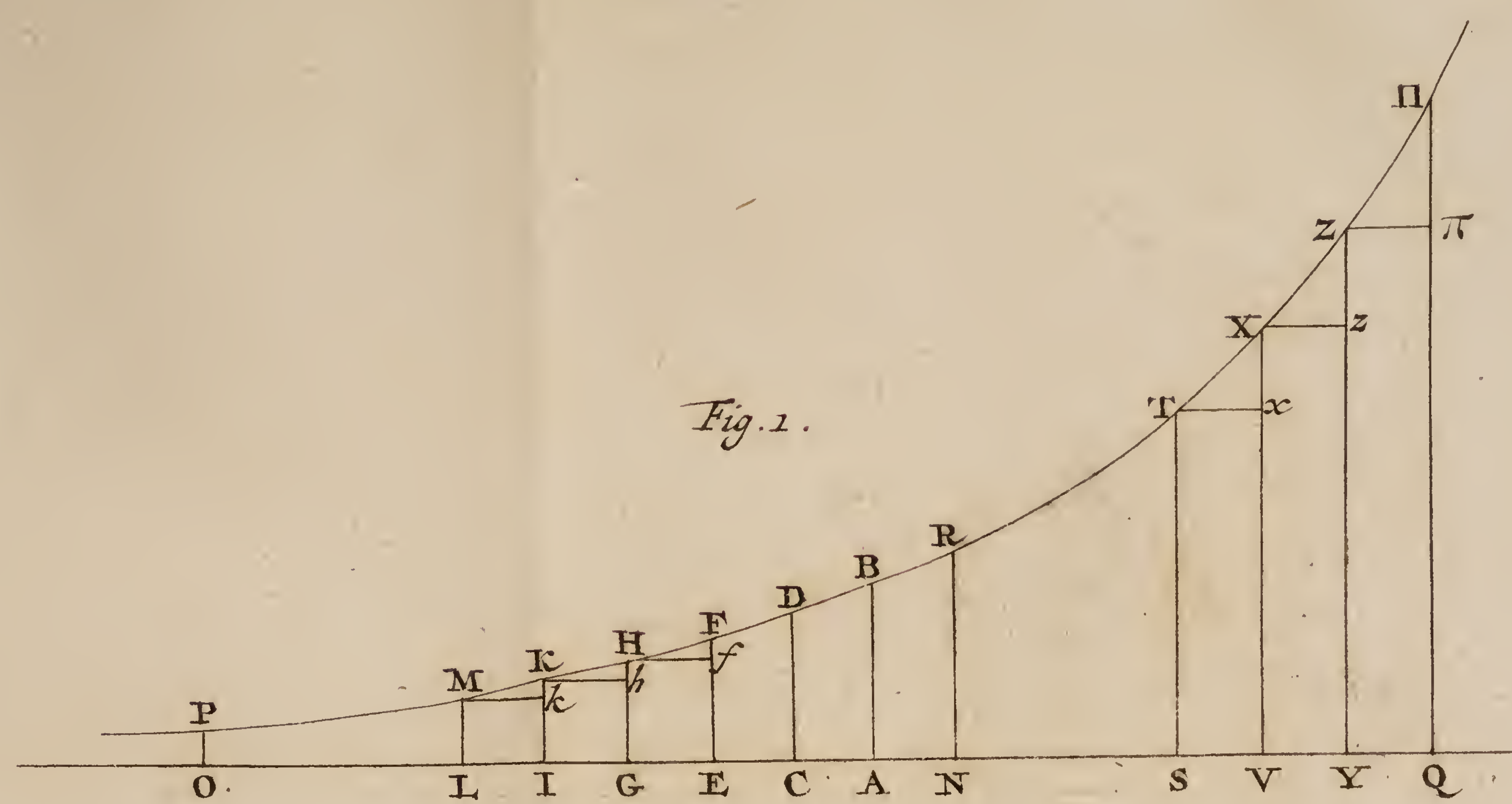


Fig. 2.

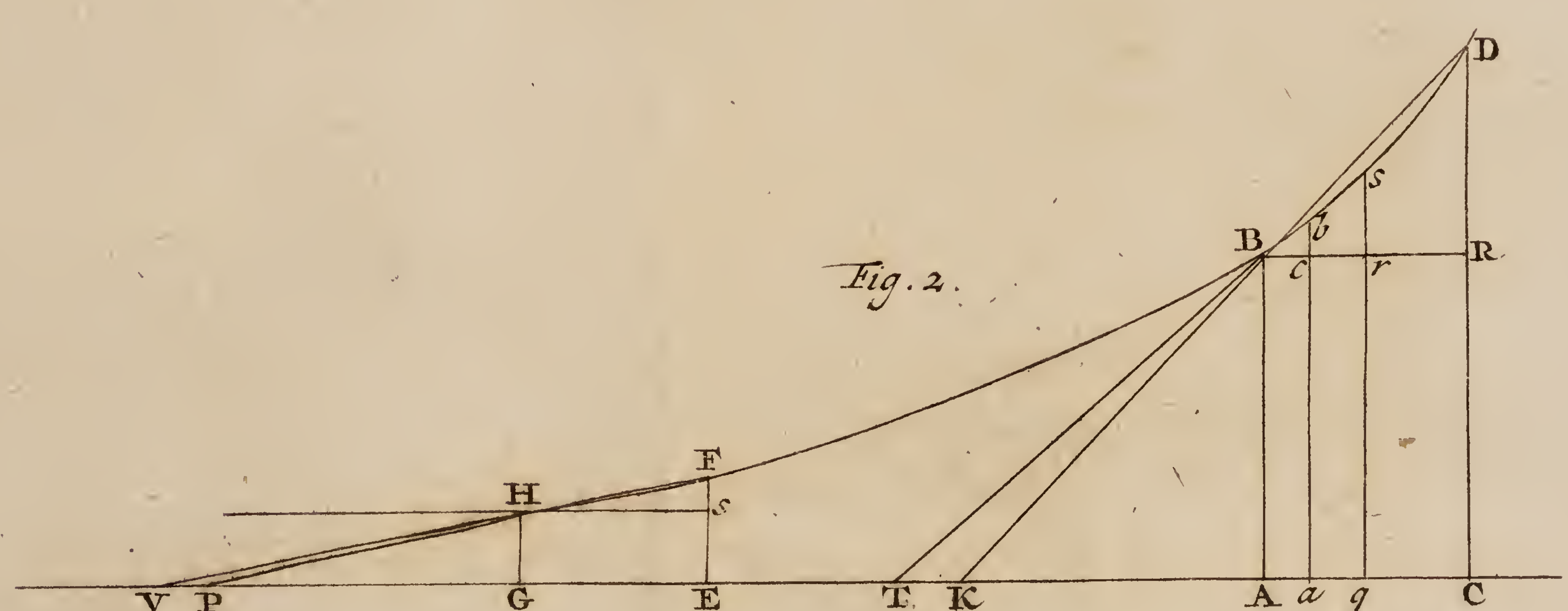
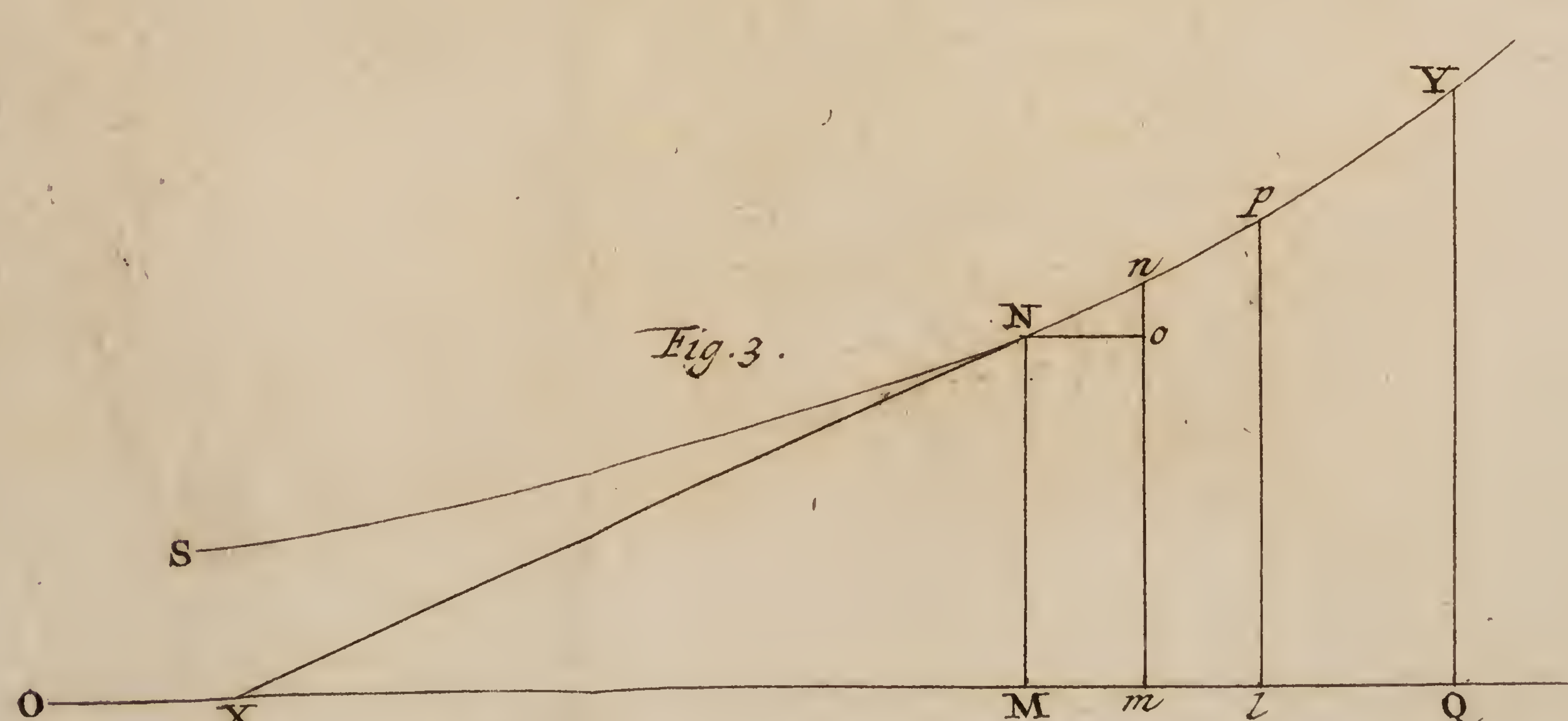


Fig. 3.



mo Rationis quam habet Geometricus medius inter numeros $z - 1$ & $z + 1$ ad Arithmeticum medium ſcil. numerum z.

Si Numerus ſuperat 1000, Primus ſeriei terminus $\frac{y}{4z}$ ſufficit ad producendum logarithmum ad tredecim vel quatuordecim notarum loca, ſecundus terminus dabit logarithmi loca viginti. At ſi z major ſit quam 10000, primus terminus Logarithmum exhibet ad octodecim figurarum loca, & hinc ejus uſus optimus erit, in ſupplendis logarithmis Chiliadum à *Briggio* prætermiſſis; Hujus rei capiamus exemplum, ſit inveniendus logarithmus numeri 20001. Logarithmus numeri 20000 idem eſt ac logarithmus binarii præfixo Indice 4. & differentia Logarithmorum 20000 & 20002, idem eſt ac differentia Logarithmorum pro numeris 10000 & 10001, ſcil. 0, 00004 34272 7687. Hæc differentia ſi per $4z$ ſeu 80004 dividatur Quotiens $\frac{y}{4z}$ erit — — 0, 00000 00005 42813

4, 30105 17093 02416

Huic quoto addatur log. numeri Geometrici medii, ſumma erit Logarithmus numeri 20001. 4, 30105 17098 45230

Hinc patet, ut habeatur logarithmus ad quatuordecim loca non opus eſſe producere quotum ultra ſex loca. At ſi logarithmus ad decem tantum figurarum loca habere velis, ut à *Vlacquo* in ſuis Tabulis factum eſt, duæ primæ quotientis notæ ſufficiunt. Et ſi hac methodo computentur Logarithmi pro numeris ſupra 20000; labor omnis vix pluris erit, quam qui in exſcribendis numeris impenditur. Hæc Series ex iis quæ ab *Halleio* inventæ ſunt, facile ſequitur, qui autem plura de iis ſcire cupit, Præfatum Tractatum adeat & diſcat.

FINIS.

DE VIRIBUS CENTRALIBUS.

JOHANNIS KEILLII
EX
ÆDE CHRISTI OXONIENSIS, A. M. EPISTOLA
AD
Clariſſimum Virum

EDMUNDUM HALLEJUM,
Geometriæ Profeſſorem Savilianum,
DE
LEGIBUS VIRIUM CENTRIPETARUM.

Haud oblitus es, uti arbitror, Vir Clariſſime, te, cum nuper eſſes Oxonii, Theorema, quo lex vis centripetæ, *Quantitatibus finitis* exhiberi poſſit, mecum communicaſſe: quod Theorema tibi monſtravit egregius Mathematicus D. *Abrahamus de Moivre*, dixitque Dominum Iſaacum Newtonum, Theorema, huic ſimile, prius inveniſſe. Cum autem ejus demonſtratio perfacilis ſit, eam, itemque alia de eadem re cogitata, non poſſum tibi non impertire. Etſi minime dubitem, quin, ſi idem argumentum pertractare libuiſſet, tu acerrimo quo polles ingenii acumine, rem omnem penitus exhaurire potuiſſes.

THEOREMA.

Si corpus urgente vi centripeta in curva aliqua moveatur; erit vis illa in quovis curvæ puncto, in ratione compoſita ex directa ratione diſtantiæ corporis à centro virium, & reciproca ratione cubi perpendicularis à centro in rectam in eodem puncto curvam tangentem demiſſæ, ducti in radium curvaturæ, quem ibi obtinet curva.

Sit QAO curva quælibet à mobili urgente vi centripeta ad punctum S tendente deſcripta. Sitque AO arcus in mi- TAB. 47. *fig.* 1.

 nimo

nimo quovis tempore percurſus, P*m* ejus tangens, A R radius circuli æquicurvi, hoc eſt cujus peripheriæ pars minima cum arcu A O coincidat. Et ſit S P recta à puncto S in tangentem perpendiculariter demiſſa; ducantur O*m* ad S A & O*n* ad S P parallelæ. Et exponat O*m* vim qua mobile in A urgetur verſus S. Vis qua perpendiculariter à tangente recedit corpus, erit ut O*n*, id eſt vis tendens verſus R & faciens ut mobile, eadem qua prius velocitate latum, deſcribet circulum æquicurvum arcui A O erit ad vim tendentem verſus S, qua corpus in curva A O movetur, ut O*n* ad O*m*, vel ob æquiangula triangula ut S P ad S A. Sed corporum in circulis latorum vires centripetæ ſunt ut quadrata velocitatum applicata ad radios; per Corol. Theorem. 4. *Princip. Newtoni.*

Eſt vero velocitas reciproce ut S P, ſive directe ut $\frac{1}{SP}$ adeoque quadratum velocitatis erit ut $\frac{1}{SP^2}$: vis igitur ut O*n*, ſive vis qua in circulo æquicurvo moveri poteſt corpus, erit ut $\frac{1}{SP^3 \times AR}$: Oſtenſum autem eſt, eſſe S P ad S A ut vis tendens verſus R, qua corpus in circulo æquicurvo moveri poteſt, ad vim tendentem verſus S: ſed eſt vis tendens verſus R ut $\frac{1}{SP^2 \times AR}$, adeoque cum ſit S P : S A :: $\frac{1}{SP^2 \times AR}$: $\frac{SA}{SP^3 \times AR}$ erit vis tendens verſus S, ut $\frac{SA}{SP^3 \times AR}$. Q. E. D.

TAB. 47. *fig.* 2. *Cor.* Si curva Q A O ſit circulus, erit vis centripeta tendens verſus S, ut $\frac{SA}{SP^3}$. Adeoque ſi vis centripeta tendat ad

S pun-

S punctum in circumferentia ſitum, erit (per 32 tertii) angulus P A S = ang. A Q S; adeoque ob ſimilia triangula A S P, A S Q, erit A Q : A S :: A S : S P: unde $SP = \frac{AS^2}{AQ}$ & $SP^3 = \frac{AS^6}{AQ^3}$ unde $\frac{SA}{SP^3} = \frac{SA \times AQ^3}{AS^6} = \frac{AQ^3}{AS^5}$, hoc eſt, ob datum A Q, erit vis reciproce ut AS^5.

Sit D A B, Ellipſis, cujus Axis D B, foci F & S, A R, O R duæ perpendiculares in curvam ſibi proximæ: ducantur K L, O T, in S A, & K M in O R perpendiculares. Quia S A : S K :: *F A + S A : F S, hoc eſt data ratione, erunt rectarum S A, S K Fluxiones A T, K k ipſis S A, S K proportionales; & eſt A L = *$\frac{1}{2}$ lateris recti = $\frac{1}{2}$ L. Porro ob K A ad S P parallelam, eſt angulus A S P = K A L = T O A ob ang. T A O utriuſque complementum ad rectum: quare K A : A L :: S A : S P, unde $SP = \frac{L \times SA}{2\ KA}$ & $KA = \frac{L \times SA}{2\ SP}$. TAB. 47. *fig.* 3. * *Prop.* 3. *Elem.* 6*ti.* * *Prop.* 6. *partis* 4*tæ Sect. Con. Milnii.*

Porro ob æquiangula triangul. K M k, G P S & O T A, S P A.

Eſt K M : K k :: G P : G S :: A P : S K
Item K k : A T :: S K : S A
Item A T : A O :: A P : S A

Erit K M : A O :: $AP^2 : SA^2 :: SA^2 - SP^2 : SA^2 :: SA^2 - \frac{L^2 \times SA^2}{4\ AK^2} : SA^2 :: 4\ AK^2 - L^2 : 4\ AK^2$, unde $L^2 : 4\ AK^2$ :: (A O − K M : A O ::) A K : A R ac proinde $AR = \frac{4\ AK^3}{L^2}$.

Eodem prorſus ratiocinio invenietur radius curvaturæ in Hyperbola æqualis $\frac{4\ AK^3}{L^2} = \frac{L \times SA^3}{2\ SP^3}$.

 In

TAB. 47. fig. 4. In parabola vero facilior eſt calculus. Nam ob datam ſubnormalem, eſt Kk ſemper $= AT =$ Fluxioni Axis; & triangula KkM, ATO, SPA, AKL, æquiangula, unde $KM : Kk :: AP, SA$, item eſt AT vel $Kk : AO :: AP : SA$, unde $KM : AO :: AP^2 : SA^2 :: SA^2 - SP^2 : SA^2$ :: unde erit $SP^2 : SA^2 :: AO - KM : AO :: AK : AR$, ac proinde $AR = \frac{SA^2 \times AK}{SP^2}$; ſed eſt $AL = \frac{1}{2}$ lateris Recti $= \frac{1}{2}L$, & $AK : AL :: SA : SP$, quare erit $\frac{L \times SA}{2AK} = SP$, & $SP^2 = \frac{L^2 \times SA^2}{4AK^2}$, quare erit $AR = \frac{4AK^3}{L^2}$, vel quoniam eſt, $AK = \frac{L \times SA}{2SP}$, erit $AR = \frac{L \times SA^3}{2SP^3}$.

TAB. 47. fig. 5. Atque ex his facillima oritur conſtructio, pro determinando Radio curvaturæ in quavis ſectione Conica. Sit enim AK perpendicularis in ſectionem occurrens axi in K, ex K ſuper AK erigatur perpendicularis HK, cum AS producta concurrens in H. Ex H erigatur ſuper AH, perpendicularis HR, erit AR radius curvaturæ.

In parabola paulo ſimplicior adhuc evadit conſtructio. Nam quoniam ex natura parabolæ eſt $SA = SK$, & angulus AKH rectus, erit S centrum circuli per AKH tranſeuntis, unde invenitur radius curvaturæ producendo SA in H, ut $SH = SA$, & in H erigendo perpendicularem HR; & R erit centrum circuli oſculantis parabolam in A.

TAB. 47. fig. 3. Vis Centripeta tendens ad focum ſectionis Conicæ, in qua corpus movetur, eſt reciproce proportionalis quadrato diſtantiæ. Nam quoniam $AR = \frac{L \times SA^3}{2SP^3}$ erit $\frac{SA}{SP^3 \times AR} =$

SA

$\frac{SA \times 2 SP^3}{SP^3 \times L \times SA^3} = \frac{2}{L \times SA^2}$ hoc eſt ob datam $\frac{2}{L}$ erit vis centripeta ut $\frac{1}{SA^2}$.

Sit Ellipſis BAD, quam tangit in A recta GE. Sintque SP per centrum Ellipſis & KA per contactum, tranſeuntes, perpendiculares in tangentem. Erit $SP \times KA =$ quartæ parti figuræ axis ſeu = quadrato ſemiaxis minoris $= BO \times DE$. Nam ob æquiangula triang. GBO, GLA, GAK, GPS & GDE,

$SP : SG :: BO : GO$
$SG : DG :: BG : LG :: GO : GA$
$DG : DE :: GA : AK$,

unde $SP : DE :: BO \quad AK$, & $SP \times AK = DE \times BO = \frac{1}{2} L \times SB$.

Hinc ſi Mobile moveatur in Ellipſi, vi centripeta tendente ad centrum Ellipſis, erit vis illa directe ut diſtantia; nam eſt $\frac{SP^3 \times 4 AK^3}{L^2} =$ datæ quantitati. Quia eſt $SP \times AK$ quantitas data. Vis igitur, ut $\frac{SA}{SP^3 \times AR}$, erit, ut SA diſtantia.

In figura tertia Demiſſa ab altero umbilico F: in Tangentem perpendiculari FI. Ob æquiangula triangula SAP, FAI, TAB. 47. fig. 3.
erit $SA : SP :: FA : FI = \frac{SP \times FA}{SA}$ unde erit $SP \times FI = \frac{SP^2 \times FA}{SA} =$ quadrato ſemiaxis minoris, unde ſi axis major vocetur b, minor autem $2d$, erit $SP^2 = \frac{d^2 SA}{b - SA}$ & $SP = \frac{d \overline{SA}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{b - SA}}$.

In Hyperbola autem eſt $SP = \frac{d\,\overline{SA}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{b+SA}}$.

In Parabola eſt $SP = \sqrt{d\,SA}$, poſito ejus latere recto $= 4d$.

Quoniam eſt $TA^2 : TO^2 :: AP^2 : SP^2 :: SA^2 - SP^2 : SP^2 :: SA^2 - \frac{d^2\,SA}{b-SA} : \frac{d^2\,SA}{b-SA} :: SA - \frac{d^2}{b-SA} : \frac{d^2}{b-SA} :: bSA - SA^2 - d^2 : d^2$, erit $\sqrt{bSA - SA^2 - d^2} : d :: TA : TO$; cumque ſit $TA = S\dot{A}$, erit $TO = \frac{d\,S\dot{A}}{\sqrt{bSA - SA^2 - d^2}}$.

TAB. 47. *fig.* 7. Sit jam QAO, Quælibet curva, cujus arcus minimus ſit AO, tangentes in punctis A & O, AP, Op. Radius curvaturæ AR, perpendiculares in tangentes ſint SP, Sp, erit $\frac{SA \times TA}{fP} = AR$. Nam ob æquiangula triangula eſt $fP : AO :: PA : RA$ & $AO : TA :: SA : PA$; unde ex æquo erit $fP : TA$ vel $S\dot{A} :: SA : RA$, eſt vero $fP = S\dot{P}$, quare erit $RA = \frac{SA \times S\dot{A}}{S\dot{P}}$.

Hinc ſi diſtantia SA, in ſuam fluxionem ducatur, & dividatur per fluxionem perpendicularis, habebitur radius Curvaturæ; quo Theoremate facile determinatur curvatura in radialibus curvis. Ex. gr. Sit AQ, Spiralis nautica; quoniam angulus SAP datur, ratio quoque SA ad SP dabitur; ſit illa ratio a ad b, erit $SP = \frac{bSA}{a}$ & $S\dot{P} = \frac{bS\dot{A}}{a}$ & $AR = \frac{SA \times S\dot{A}}{S\dot{P}} = \frac{aSA}{b}$, unde facile conſtabit, ſpiralis nauticæ evolutam eſſe eandem ſpiralem, in alia poſitione.

Quo-

Quoniam $AR = \frac{SA \times \dot{SA}}{\dot{SP}}$, erit $\frac{SA}{SP^3 \times AR} = \frac{\dot{SP}}{SP^3 \times \dot{SA}}$ atque hinc rurſus, ex data relatione SA ad SP, facile invenietur lex vis centripetæ.

Exemplum. Sit VAB Ellipſis, cujus focus S, Axis major VB $= b$, axis minor $= 2d$, latus Rectum $= 2R$. Sitque V*a*Q alia curva, ita ad hanc relata, ut ſit perpetuo angulus VSA angulo VS*a* proportionalis, & ſit S*a* = SA. Quæritur lex vis centripetæ tendentis ad S, qua corpus in curva V*a*Q moveri poteſt. TAB. 47. fig. 8.

Quoniam angulus VSA eſt ad VS*a*, in data ratione; horum angulorum incrementa erunt in eadem ratione, ſitque ea ratio *m* ad *n*; unde erit $ot = \frac{n \times OT}{m}$.

Eſt autem $OT = \frac{d\dot{SA}}{\sqrt{bSA - SA^2 - d^2}}$ unde erit $ot = \frac{nd\dot{SA}}{m\sqrt{bSA - SA^2 - d^2}}$. Quoniam autem eſt $\dot{SA}^2, \dot{SP}^2 :: ta^2 + ot^2 : ot^2 :: \dot{SA}^2 + \frac{n^2 d^2 \dot{SA}^2}{m^2 \times \overline{bSA - SA^2 - d^2}} : \frac{n^2 d^2 \dot{SA}^2}{m^2 \times \overline{bSA - SA^2 - d^2}}$ $:: 1 + \frac{n^2 d^2}{m^2 \times \overline{bSA - SA^2 - d^2}} : \frac{n^2 d^2}{m^2 \times \overline{bSA - SA^2 - d^2}}$ $:: m^2 b SA - m^2 SA^2 - m^2 d^2 + n^2 d^2 : n^2 d^2$, unde erit $\sqrt{m^2 b SA - m^2 SA^2 - m^2 d^2 + n^2 d^2} : nd :: \dot{SA} : \dot{SP}$, & $\dot{SP} = \frac{nd\dot{SA}}{\sqrt{m^2 bSA - m^2 SA^2 - m^2 d^2 + n^2 d^2}}$.

Cujus ut habeatur fluxio pro $m^2 bSA - m^2 SA^2 - m^2 d^2 + n^2$

Gg gg

$n^2 d^2$. Scribatur x & erit $SP = \frac{nd\,SA}{\sqrt{x}}$, & $SP^3 = \frac{n^3 d^3\,SA^3}{x^{\frac{3}{2}}}$; & eſt $\dot{x} = m^2 b\,S\dot{A} - 2m^2\,SA \times S\dot{A}$, & $S\dot{P} = nd\,S\dot{A} \times x^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\frac{n\,ASA\,\dot{x}}{x^{\frac{3}{2}}}$, & reducendo partes ad eundem denominatorem; erit $S\dot{P} = \frac{nd\,S\dot{A}\,x - \frac{1}{2}nd\,SA\,\dot{x}}{x^{\frac{3}{2}}}$.

Et in numeratore loco, x & $\dot{x}$, ponendo ipſorum valores, & ordinando fit $S\dot{P} = \frac{nd\,S\dot{A} \times \frac{1}{2}m^2 b\,SA - m^2 d^2 + n^2 d^2}{x^{\frac{3}{2}}}$, unde erit $\frac{S\dot{P}}{SP^3 \times S\dot{A}} = \frac{\frac{1}{2}m^2 b\,SA - m^2 d^2 + n^2 d^2}{n^2 d^2\,SA^3}$. Sed eſt $\frac{S\dot{P}}{SP^3 \times S\dot{A}}$, ut vis centripeta, quare erit vis, ut $\frac{\frac{1}{2}m^2 b\,SA - m^2 d^2 + n^2 d^2}{n^2 d^2\,SA^3}$ vel ob datam $n^2 d^2$ in denominatore erit vis, ut $\frac{\frac{1}{2}m^2 b\,SA - m^2 d^2 + n^2 d^2}{SA^3}$, vel loco d^2 ponendo $\frac{bR}{2}$, erit vis ut $\frac{\frac{1}{2}m^2 b\,SA - \frac{1}{2}m^2 bR + \frac{1}{2}n^2 bR}{SA^3}$, ſeu ob datam $\frac{b}{2}$, ut $\frac{A^3 m^2\,SA - R m^2 + R n^2}{SA^3} = \frac{m^2}{SA^2} + \frac{Rn^2 - Rm^2}{SA^3}$. Quae omnia exacte coincidunt cum iis, quæ à Domino Newtono de vi centripeta corporis in eadem curva moti, traduntur, in *Prop.* 44. *Princip.*

Quoniam vis centripeta tendens ad punctum S, qua urgente corpus in curva moveri poteſt, eſt ſemper, ut

S P

$\frac{\dot{SP}}{SP^3 \times SA}$; hinc ex data lege vis centripetæ, inveniri poteſt relatio SA ad SP, ac proinde per methodum tangentium inverſam, exhiberi poteſt curva, quæ data vi centripeta deſcribi poſſit. Sit v. g. vis reciproce ut diſtantiæ Dignitas quælibet m, hoc eſt, ſit $\frac{\dot{SP}}{SP^3 \times \dot{SA}} = \frac{b}{a^2 SA^m}$, erit $\frac{\dot{SP}}{SP^3} = \frac{b\dot{SA}}{a^2 SA^m}$, & capiendo harum fluxionum fluentes; erit

$$\tfrac{1}{2} SP^{-2} = \frac{bSA^{1-m} \mp e}{\overline{m-1} \times a^2}, \text{ unde erit } \frac{\frac{m-1}{2} \times a^2}{bSA^{1-m} \mp e} = SP^2,$$

& multiplicando tam numeratorem, quam denominatorem fractionis, per SA^{m-1}; & loco $\frac{m-1}{2}a^2$ ponendo d^2, fit

$$\frac{d^2 SA^{m-1}}{b + eSA^{m-1}} = SP^2; \text{ quare erit } SP = \frac{d\sqrt{SA^{m-1}}}{\sqrt{b + eSA^{m-1}}}.$$

Quod ſi quantitas conſtans e ſit nihilo, æqualis erit $SP = \frac{d\sqrt{SA^{m-1}}}{\sqrt{b}}$.

Adeoque, ſi vis reciproce, ut diſtantiæ quadratum, poni poteſt $SP = \frac{\sqrt{d^2 SA}}{\sqrt{b}}$, & curva erit parabola, cujus latus rectum eſt $\frac{4d^2}{b}$, vel poteſt eſſe $SP = d \times \frac{\sqrt{SA}}{\sqrt{b - SA}}$, & curva erit Ellipſis; vel denique poteſt eſſe $SP = d \times \frac{\sqrt{SA}}{\sqrt{b + SA}}$, & curva evadit Hyperbola.

 Si

Si vis ſit reciproce ut diſtantiæ cubus ſupponi poteſt, ut SP ſit $= \frac{d SA}{b}$, & curva ſit ſpiralis nautica, vel fieri poteſt, ut ſit $SP = \frac{d SA}{\sqrt{b - e SA^2}}$, & curva erit eadem cum ea, cujus conſtructionem à ſectore hyperbolæ petit Dominus Newtonus; vel poteſt eſſe $SP = \frac{d SA}{\sqrt{b + e SA^2}}$, & ejus curvæ conſtructionem per ſectores Ellipticos tradit idem Newtonus. *Cor.* 3. *Prop.* 41. *lib.* 1. *Princip.*

Si vis centripeta ſit reciproce ut diſtantia; relatio inter S A & S P, æquatione Algebraica definiri nequit, Curva tamen per Logarhythmicam vel per quadraturam Hyperbolæ conſtruitur, ſit enim $SP = \frac{d}{\sqrt{b - L. SA}}$, ubi L. S A deſignat Logarythmum ipſius S A.

Haec omnia ſequuntur ex celebratiſſima nunc dierum Fluxionum Arithmetica, quam ſine omni dubio primus invenit Dominus *Newtonus*, ut, cuilibet ejus Epiſtolas à *Walliſio* editas legenti, facile conſtabit, eadem tamen Arithmetica poſtea mutatis nomine & notationis modo, à Domino *Leibnitio* in Actis Eruditorum edita eſt.

Moveatur jam corpus in curva Q A O, urgente vi
TAB. 47. *fig.* 1. centripeta tendente ad S; & celeritas corporis in A dicatur C; celeritas autem qua corpus, urgente eadem vi centripeta, in eadem diſtantia, in circulo moveri poteſt, dicatur *c*. Conſtat ex Theoremate primo, quod ſi S A exponat vim centripetam tendentem ad S; vis centripeta tendens ad R, qua urgente, corpus cum celeritate C, circulum cujus radius eſt A R deſcribet; per S P exponetur. Corporum autem circulos deſcribentium, vires centripetæ ſunt, ut velocitatum quadrata ad circulorum radios applicata; quare erit

SP:

$SP : SA :: \frac{C^2}{AR} : \frac{c^2}{SA}$, unde erit $SP \times AR : SA^2 :: C^2 : c^2$ & $C : c :: \sqrt{SP \times AR} : SA$.

Si SP cum SA coincidat, ut fit in figurarum verticibus erit $C : c :: \sqrt{AR} : \sqrt{SA}$. Quod ſi curva ſit ſectio conica AR, radius curvaturæ in ejus vertice eſt æqualis dimidio lateris recti $= \frac{1}{2} L$, ac proinde erit velocitas corporis in vertice ſectionis, ad velocitatem corporis in eadem diſtantia circulum deſcribentis, in dimidiata ratione lateris recti, ad diſtantiam illam duplicatam.

Quoniam eſt $AR = \frac{SA \times S\dot{A}}{S\dot{P}}$, erit $C^2 : c^2 :: \frac{SP \times SA \times S\dot{A}}{S\dot{P}} : SA^2 :: \frac{SP \times S\dot{A}}{S\dot{P}} : SA :: SP \times S\dot{A} : SA \times S\dot{P}$, adeoque ex data relatione SP ad SA, dabitur ratio C ad c, Ex. Grat. Si vis ſit reciproce ut diſtantiæ dignitas m, hoc eſt, ſit $\frac{S\dot{P}}{SP^3 \times S\dot{A}} = \frac{b}{a^2 SA^m}$; & erit $S\dot{P} = \frac{b SP^3 \times S\dot{A}}{a^2 SA^m}$, adeoque erit $C^2 : c^2 :: SP \times S\dot{A} : \frac{b SP^3 \times SA \times S\dot{A}}{a^2 SA^m} :: a^2 SA^{m-1} : b SP^2$. Unde ſi ponatur $SP^2 = \frac{d^2 SA^{m-1}}{b} = \frac{\frac{m-1}{2} a^2 SA^{m-1}}{b}$, erit $C^2 : c^2 :: a^2 SA^{m-1} : \frac{m-1}{2} a^2 SA^{m-1} :: 2 : m-1$ ac proinde erit $C : c :: \sqrt{2} : \sqrt{m-1}$.

Quod ſi ponatur $SP^2 = \frac{d^2 SA^{m-1}}{b - e SA^{m-1}} = \frac{\frac{m-1}{2} a^2 SA^{m-1}}{b - e SA^{m-1}}$

 fiet

fiet C^2 ad c^2, ut $a^2 SA^{m-1}$ ad $\frac{\frac{m-1}{2} a^2 b SA^{m-1}}{b - eSA^{m-1}}$, hoc eſt ut $b - eSA^{m-1}$ ad $\frac{m-1}{2} b$, ſed eſt ratio $b - eSA^{m-1}$, ad $\frac{m-1}{2} \times b$, minor ratione b ad $\frac{m-1}{2} b$, ſeu ratione 2 ad $m-1$, unde erit C ad c in minore ratione quam eſt $\sqrt{2}$ ad $\sqrt{m-1}$.

Similiter, ſi capiatur $SP^2 = \frac{d^2 SA^{m-1}}{b + eSA^{m-1}}$, invenietur eſſe C ad c in majore ratione quam eſt $\sqrt{2}$ ad $\sqrt{m-1}$.

Cor. Si corpus in parabola moveatur, & vis centripeta tendat ad focum S, erit velocitas corporis, ad velocitatem corporis in eadem diſtantia, circulum deſcribentis ubique ut $\sqrt{2}$ ad 1, nam in eo caſu eſt $m = 2$ & $m - 1 = 1$. Velocitas corporis in Ellipſi eſt ad velocitatem corporis, in circulo ad eandem diſtantiam moti, in minore ratione quam $\sqrt{2}$ ad 1. Velocitas in Hyperbola eſt ad velocitatem in circulo in majore ratione, quam $\sqrt{2}$ ad 1.

Si corpus in ſpirali nautica deferatur, eſt ejus velocitas ubique æqualis velocitati corporis in eadem diſtantia circulum deſcribentis nam in eo caſu eſt $m = 3$ & $m - 1 = 2$.

PRO-

PROBLEMA.

Poſito quod vis centripeta (cujus quantitas abſoluta nota eſt,) ſit reciproce, ut diſtantiæ quadratum & projiciatur corpus ſecundum datam rectam cum data velocitate. Invenire curvam in qua movetur corpus.

Projiciatur corpus ſecundum datam rectam AB, cum data velocitate C. Et quoniam quantitas abſoluta vis centripetæ nota eſt, dabitur inde velocitas qua corpus poſſit circulum ad diſtantiam SA deſcribere urgente eadem vi; eſt enim æqualis ei quæ acquiritur, dum corpus vi illâ uniformiter applicata urgente, cadit per $\frac{1}{2}$ SA. Sit illa velocitas c. Ex A in AB, erigatur perpendicularis AK, & in ea capiatur AR, quarta proportionalis ipſis c^2 C^2 & $\frac{SA^2}{SP}$ & erit AR, radius curvaturæ in A. Ex R in AS demittatur perpendicularis RH & ex H in AR perpendicularis HK, & ducta recta SK, dabit axis poſitionem; Fiat angulus FAK = angulo SAK. Et ſi FA ſit ad SK parallela, figura in qua movetur corpus erit parabola. Si autem axi SK occurrat in F; & puncta S & F, cadant ad eandem partem puncti K, figura erit Hyperbola; ſin ad contrarias partes cadant puncta S & F, erit figura Ellipſis, unde focis S & F & axe = SA+FA deſcribetur ſectio, in qua corpus movebitur. TAB. 47. *fig.* 9.

JOAN-

JOHANNIS KEILII,

M. D. & in Academia Oxonienſi *Aſtronomiæ Profeſſoris* Saviliani, *Obſervationes in ea, quæ edidit celeberrimus Geometra*

JOANNES BERNOULLI,

In Commentariis Phyſico-Mathematicis Pariſienſibus *Anno* 1710. *de inverſo Problemate virium Centripetarum. Et ejuſdem Problematis ſolutio nova.*

Nobiliſſimum eſt problema data lege vis centripetæ invenire Curvam quam deſcribit Mobile, de loco dato, ſecundum datam rectam, & cum data velocitate egrediens: conceſſis figurarum curvilinearum quadraturis, ejus ſolutionem perfectam olim dedit Dominus Newtonus in principiis Philoſophiæ Mathematicis. Hoc ipſum problema denuo aggreſſus eſt vir clariſſimus & Geometra celeberrimus Dominus Joannes Bernoulli in Academia Baſilienſi Matheſeos Profeſſor *, qui non pauca eaque egregia ingenii ſui ſpecimina jam pridem edidit, quibus Geometriam reconditiorem non parum ditavit. Unde à tanti viri acumine novam pulchramque Problematis ſolvendi methodum expectabam. Geſtiebam itaque ſolutionem Bernoullianam perlegere, & cum Newtoniana comparare; quibus tandem diligentius perlectis & examinatis, hæc quæ ſequuntur annotavi.

* Vide Commentarios Phyſico-Mathematicos Pariſienſes Anno 1710.

Dominus Bernoulli eandem præmittit propoſitionem quam Newtonus problemati demonſtrando prius adhibuit: eſtque ea in Principiis XL, non minus pulchra quam demonſtratu facilis. Scilicet.

Si corpus cogente vi quacunque centripeta moveatur utcunque, & corpus aliud recta aſcendat vel deſcendat, ſintque eorum

eorum velocitates, in aliquo æqualium altitudinum caſu, æquales; velocitates eorum in omnibus æqualibus altitudinibus erunt æquales.

Hujus propoſitionis Demonſtrationem Newtonianam, ait Bernoullius, eſſe nimis implicatam, & ſuam, quam ſimpliciorem vocat, ejus loco ſubſtituit. At pace tanti viri liceat mihi dicere, ſi quid diſcriminis ſit inter demonſtrationem Bernoullianam & Newtonianam, id in eo ſitum eſt, quod hæc multo facilior eſſe videtur minuſque perplexa quam illa. Nam ſi centro C deſcribantur circuli D I, E K, quorum intervallum D E eſt quam minimum, ſintque corporum in D & I velocitates æquales, & ab N ad I K demittatur perpendiculum N T, fuſe oſtendit Newtonus vim acceleratricem ſecundum D E, eſſe ad vim acceleratricem ſecundum I K, ut I N ad I T. Nimirum ſi vis ſecundum D E vel I N exponatur per rectas D E vel I N, vis illa ſecundum I N reſolvitur in duas I T, T N, quarum illa ſolum, quæ eſt ut I T, motum ſecundum directionem I K accelerat: accelerationes autem ſeu velocitatum incrementa ſunt ut vires & tempora quibus generantur conjunctim. At tempora ob æquales velocitates in D & I, ſunt ut viæ deſcriptæ D E, I K; quare accelerationes in decurſu corporum per lineas D E & I K, ſunt ut D E ad I T & D E ad I K conjunctim; i. e. ut D E quad. quod eſt I N quad. ad rectangulum I T × I K. adeoque ob I N quad. = I T × I K, incrementa velocitatum ſunt æqualia: æquales igitur ſunt velocitates in E & K, & eodem argumento ſemper reperientur æquales in æqualibus diſtantiis. Hæc eſt ſumma demonſtrationis Newtoni, quæ tam dilucide ab eo exponitur, ut inter propoſitiones elementares paucas faciliores invenies. At non ſic procedit Dominus Bernoullius, ſed illi ſufficit dicere, Mechanicam oſtendere vim ſecundum D E eſſe ad vim ſecundum I K, ut I K ad D E. Mechanicam etiam oſtendere incrementa velocitatum eſſe in ratione virium & temporum conjunctim; & initio motus poſitis velocitatibus æqualibus tempora ſunt, ut viæ deſcriptæ D E, I K; & hinc, (argumento prorſus ſimili ei quo utitur Newtonus)

TAB. 46. *fig.* 1.

concludit incrementum velocitatis, quod acquirit corpus dum deſcribit IK, eſſe ad incrementum velocitatis dum deſcribitur DE, ut DE × IK ad IK × DE, & proinde velocitatum incrementa ubique in diſtantiis æqualibus eſſe æqualia.

At ſi tironibus facilem voluiſſet tradere demonſtrationem, debuiſſet propoſitionem Mechanicam citare, eamque ad præſentem caſum accommodare. Et quidem pluribus verbis opus eſt, ut hoc fiat per theorema quod innuere videtur, in quo agitur de deſcenſu Gravium in planis inclinatis: nullum enim eſt hic planum datum, quod recto corporum deſcenſui obſtat; imo tantum abeſt ut corpus à plano cohibeatur, ut è contra à plano ſeu Tangente per vim quandam continuo retrahitur. Procul dubio igitur manifeſta magis foret ejus ratiocinii vis, ſi dimiſſis Mechanicæ propoſitionibus, rem omnem ex propriis principiis demonſtraſſet, uti fecit Newtonus. Nam reſolvendo triang. rectang. KNI in duo triangula æquiangula, eſt KI ad IN ut IN ad IT, adeoque loco rationis IN ad IT ponere potuiſſet rationem KI ad IN vel ad DE.

Si de loco quovis A in recta AC cadat corpus, deque loco ejus E erigatur ſemper perpendicularis EG vi centripetæ proportionalis, ſitque BFG linea curva, quam punctum G perpetuo tangit; demonſtrat Newtonus velocitatem corporis in loco quovis E eſſe ut areæ curvilineæ ABGE latus quadratum. Adeoque ſi velocitas dicatur v, erit v^2 *, ut area ABGE: & ſi P ſit altitudo maxima, ad quam corpus in Trajectoria revolvens, deque quovis ejus puncto eâ, quam ibi habet, velocitate ſurſum projectum aſcendere poſſit: ſitque quantitas A diſtantia corporis à centro, in alio quovis orbitæ puncto; & vis centripeta ſit ſemper ut ipſius A dignitas quælibet, ſcil. ut A^{n-1}, velocitas corporis in omni altitudine A erit ut $\sqrt{nP^n - nA^n}$.

* Vide Propoſ. 39. & 40. Principiorum.

Similiter Dominus Bernoullius oſtendit, ſi diſtantia à centro dicatur x, velocitas v & vis centripeta ϕ, eſſe $v = \sqrt{ab - \int \phi \dot{x}}$: ubi ex Quadraturis conſtat eſſe aream ABGE

$= ab$

$= ab - \int\phi\dot{x}$. Perinde itaque eſt, ſive exprimatur quadratum velocitatis per aream ABGE, ſive per quantitatem huic æqualem $ab - \int\phi\dot{x}$. Et ſi vis centripeta ϕ ſit ut $n A^{n-1}$ ſeu $n x^{n-1}$, fit $ab = P^n$ & $\int\phi\dot{x} = A^n$, adeoque $ab - \int\phi\dot{x}$ eſt, ut quantitas $P^n - A^n$.

Deſcribat corpus curvam VK, vi centripeta tendente ad C, deturque circulus VXY, centro C intervallo quovis CV deſcriptus. Q ſit quantitas conſtans, atque $\frac{Q}{A} = z$. Sitque KI elementum Curvæ; IN vel DE elementum altitudinis, XY elementum arcus: demonſtrat Newtonus Elementum arcus ſeu XY exprimi poſſe per hanc formulam $\frac{Q \times IN \times CX}{AA\sqrt{ABGE - z^2}}$. Similiter ex præmiſſis Dominus Bernoullius, poſito Arcu $UX = z$, & altitudine ſeu diſtantia $= x$, elementum arcus ad hanc reducit formulam ſcil. $\dot{z} = \frac{a^2 c \dot{x}}{\sqrt{abx^4 - x^4\int\phi\dot{x} - a^2c^2x^2}}$. Et primo quidem aſpectu videbatur formula Newtoniana quodammodo ſimplicior Bernoullianâ, eo quod paucioribus conſtat terminis; at re diligentius explorata, vidi Bernoullianam formulam omnino cum Newtoniana coincidere; nec niſi in notatione quantitatum ab ea differre. Nam ſi pro $ab - \int\phi\dot{x}$ ponatur ABGE, pro ac ponatur Q, & x pro A, a pro CX, & $\dot{x}$ pro IN, fit

$$\frac{a^2 c \dot{x}}{\sqrt{abx^4 - x^4\int\phi\dot{x} - a^2c^2x^2}} = \frac{Q \times CX \times IN}{\sqrt{A^4 \times ABGE - \frac{Q^2A^4}{A^2}}} = \frac{Q \times CX \times IN}{AA\sqrt{ABGE - \frac{Q^2}{A^2}}}$$

ſeu ponendo z^2 loco $\frac{Q^2}{A^2}$, (quod facit

 New-

Newtonus commodioris notationis gratia,) Formula Bernoulliana evadit $\frac{Q \times CX \times IN}{A^2 \sqrt{ABGE - z^2}}$ unde conſtat formulam illam non magis à Newtoniana diſcrepare, quam verba latinis literis expreſſa differunt ab iiſdem verbis ſcriptis in Graecis characteribus.

Poſt traditam generalem formulam; deſcendit Dominus Bernoullius ad caſum particularem, ubi vis centripeta eſt reciprocè ut quadratum diſtantiæ; & per varias reductiones & operationes ſatis moleſtas, conſtructionem oſtendit curvarum quæ urgente ea vi centripeta deſcribi poſſunt, eaſque ad æquationes reducendo probat eſſe ſectiones conicas. Deinde queritur Dominum Newtonum ſupponere ſine demonſtratione curvas à tali vi deſcriptas eſſe ſectiones conicas.

Impoſſibile eſt, ut credat nullam Newtono notam fuiſſe hujus rei demonſtrationem; noverat enim, eum primum & ſolum fuiſſe, qui hanc omnem de vi centripeta doctrinam geometrice tractavit, quique eam ad tantam perfectionem perduxit, ut poſt plures quam viginti annos, parum admodum à præſtantiſſimis Geometris ei additum ſit. Noverat etiam Bernoullius Newtonum, præter generalem problematis inverſi ſolutionem, oſtendiſſe modum quo formari poſſunt curvæ, quæ vi centripeta decreſcente in triplicata diſtantiæ ratione deſcribuntur, adeoque alterum illum caſum ignorare non potuiſſe. Nec profecto intelligo, qua ratione Bernoullius Newtono objiciat, eum hujus caſus demonſtrationem prætermiſiſſe; cum ipſe non pauca ſæpius propoſuit Theoremata, quorum demonſtrationes nuſquam dedit; & quidni liceat Newtono ad alia feſtinanti hoc idem facere? Interim in nova *Principiorum* editione, facilior multo & magis clara, licet tribus verbis extat hujus rei demonſtratio, quam eſt Bernoulliana.

Tandem Bernoullius, ut neceſſitatem ſuæ demonſtrationis inverſi problematis in hoc particulari caſu oſtendat, hæc addit. Conſiderandum eſt, inquit, quod vis, quæ facit, ut

cor-

corpus in ſpirali logarithmica moveatur, debet eſſe reciproce, ut cubus diſtantiæ à centro; at non inde ſequitur talibus viribus ſemper deſcribi debere tales curvas, cum ſimiles etiam vires facere poſſunt, ut corpus in ſpirali hyperbolica moveatur.

Miror ſane, quod vir Cl. ſuſpicetur Newtonum talem unquam duxiſſe conſequentiam. Nam praeter ſpiralem logarithmicam, oſtendit Newtonus, qua ratione aliæ curvæ, numero infinitæ & diverſæ, formari poſſunt, quæ omnes deſcribantur eadem vi centripeta, qua Spiralis logarithmica; interque eas reponi debet hæc ipſa Spiralis hyperbolica, ut in ſequentibus oſtendemus.

Exinde autem concludit Newtonus ſectiones tantum conicas neceſſario deſcribi debere per vim centripetam quadrato diſtantiæ reciprocè proportionalem: nempe quod curvatura orbitæ cujuscunque, ex datis velocitate, vi centripeta, & poſitione Tangentis, datur; datis autem umbilico, puncto contactus & poſitione tangentis, ſemper deſcribi poſſit ſectio conica, quæ curvaturam illam datam habeat. Hoc à me prius oſtenſum eſt in actis philoſophicis Londinenſibus Anno 1708 *. In hac igitur ſectione, urgente illa vi, corpus movebitur, & in nulla alia; cum corpus de eodem loco, ſecundum eandem directionem, eadem cum velocitate, & urgente eadem vi centripeta exiens, non poſſit diverſas ſemitas deſcribere. * Vide ſupra p. 597.

Liceat jam mihi Dominum Bernoullium imitari, & inverſum de vi centripeta problema longe diverſa methodo reſolvere, & ad caſum particularem applicare; ubi ſcil. vis eſt reciproce, ut cubus diſtantiæ, ſimulque oſtendere demonſtrationem *Cor.* 3. *prop.* 41. *Principiorum Newtoni.*

Quod ut fiat, quædam ex iis quæ in Actis Philoſophicis No. 317. expoſui *, hîc præmittenda ſunt. * Vide ſupra pag. 585. & ſeq.

Sit VIL curva quævis, quam corpus urgente vi centripeta ad centrum C tendente deſcribit: hanc curvam in duobus punctis infinite vicinis I & K tangant recte IP, Kp, ad quas e centro demittantur perpendiculares CP; Cf; centro item C deſcribantur KE, ID, & ducatur CI. TAB. 46. *fig.* 2.

Erit vis centripeta ut Quantitas $\frac{Pp}{PC^3 \times IN}$ quod Theorema licet in prædicto loco demonſtravimus, ecce aliam ejus demonſtrationem. Ex K ducantur K*m* ad CP & K*n* ad CI parallelæ. Et ob æquiangula triangula ICP, IKN, *n*K*m*, itemque ob IK*m* & I*p*P æquiangula. Erit

$$Ip \text{ vel } IP : IK :: pP : Km$$
$$PC : IP :: Km : mn$$
$$IN : IK :: mn : nK$$

unde ex æquo fiet

$$PC \times IN : IK^2 :: pP : nK,$$

& erit $nK = \frac{pP \times IK^2}{PC \times IN}$. Præterea tempus quo deſcribitur arcus IK eſt ut area ſeu triangulum ICK, vel ejus duplum PC × IK; adeoque ſi tempus detur erit PC × IK quantitas conſtans. Dato autem tempore, vis centripeta eſt ut lineola K*n*, quæ ſub urgente vi illa deſcribitur, adeoque vis centripeta eſt ut lineola illa K*n* ducta in quantitatem conſtantem $\frac{1}{PC^2 \times IK^2}$, hoc eſt, erit vis centripeta ut $\frac{1}{PC^2 \times IK^2} \times \frac{Pp \times IK^2}{PC \times IN}$ ſeu ut quantitas $\frac{Pp}{PC^3 \times IN}$. Quod erat demonſtrandum.

Velocitas corporis in quovis loco eſt ut via in minimo quovis tempore percurſa directe, & ut tempus illud inverſe; adeoque & ut $IK \times \frac{1}{PC \times IK}$ hoc eſt, velocitas erit reriproce ut perpendicularis è centro in Tangentem.

Si diſtantia corporis à centro dicatur x, & perpendicularis in tangentem p, erit $IN = x$ & $Pp = p$ & vis centripeta expo-

poni poteſt per quantitatem $\frac{f^4 \dot{p}}{p^3 \dot{x}}$, aſſumendo quantitatem quamlibet pro f^4.

Adeoque ſi cum Domino Bernoullio vim centripetam nominemus ϕ, erit $\frac{f^4 \dot{p}}{p^3 \dot{x}} = \phi$ & $\frac{f^4 \dot{p}}{p^3} = \dot{x} \phi$; & capiendo harum quantitatum fluentes erit $\frac{f^4}{2p^2} =$ fluenti quantitatis $\dot{x} \phi$.

At cum velocitas corporis ſit reciprocè, ut perpendicularis p, ejus quadratum exponi poteſt per $\frac{f^4}{2p^2}$. Si itaque velocitas dicatur v, erit $v^2 = \frac{f^4}{2p^2} =$ fluenti quantitatis $\dot{x} \phi$. Quod ſi A ſit locus, de quo cadere debet corpus, ut acquirat in D vel I velocitatem v, deque loco corporis D erigatur perpendicularis DF $= \phi$ erit rectangulum DE $\times$ DF $= \dot{x} \phi$. Sit jam BFG linea curva, cujus ordinatæ exponant vires centripetas, ſeu quantitates ϕ. Fluens quantitatis $\dot{x} \phi$ erit area curvilinea ABFD $= v^2 = \frac{f^4}{2p^2}$, adeoque erit v ut areæ ABFD latus quadratum. Quod ſi velocitas ea ſit quæ ab infinita diſtantia cadendo acquiritur, erit v^2 ſeu fluens ipſius $\dot{x} \phi$ æquale areæ oDFO indefinite protenſæ.

Hinc ſemper dabitur quantitas p in terminis finitis, quando area illa curvilinea terminis finitis exponi poteſt. Sit, verbi gratia, vis centripeta reciprocè ut diſtantiæ dignitas m, hoc eſt, ſit $\dot{x} \phi = \frac{g \dot{x}}{x^m}$, ſi velocitas corporis ſit ea quæ ac-

qui-

quiritur cadendo ab infinita diſtantia, erit $v^2 = \frac{g}{m-1 \times x^{m-1}}$ $= \frac{f^4}{2p^2}$ & in hiſce omnibus caſibus area indefinite protenſa eſt quantitas finita. Poteſt autem corpus in trajectoria revolvi velocitate cujus quadratum vel majus fieri poteſt, vel minus quantitate $\frac{g}{m-1\, x^{m-1}}$, vel huic æquale. Adeoque erit

$$v^2 = \frac{f^4}{2p^2} = \frac{g}{m-1\, x^{m-1}} \pm e^2.$$

Hinc urgentibus his viribus, tria curvarum genera deſcribi poſſunt; prout e^2 eſt quantitas poſitiva, vel negativa, vel nulla.

V. G. Si velocitas major ſit ea quæ acquiritur ab infinita diſtantia cadendo, fit $\frac{f^4}{2p^2} = \frac{g}{m-1\, x^{m-1}} + e^2$: ſi velocitas ſit minor erit $\frac{f^4}{2p^2} = \frac{g}{m-1\, x^{m-1}} - e^2$: ſi æqualis, erit $\frac{f^4}{2p^2} = \frac{g}{m-1\, x^{m-1}}$.

Sit $\frac{1}{2} f^4 = a^2 e^2$ & $\frac{1}{m-1} \times g = b^2 e^2$. Et ſi velocitas corporis ſit ea quæ ab infinito cadendo acquiritur, erit $p^2 = \frac{a^2 x^{m-1}}{b^2}$ ſeu $p = \frac{a x^{\frac{m-1}{2}}}{b}$.

At ſi velocitas major ſit aut minor hac velocitate, fiet uti oſtenſum eſt $\frac{f^4}{2p^2} = \frac{g}{m-1\, x^{m-1}} \pm e^2 = \frac{\frac{1}{m-1} g \pm e^2 x^{m-1}}{x^{m-1}}$.

Unde

Unde pro $\frac{1}{2}f^4$ & $\frac{g}{m-1}$ ponendo earum valores $a^2 e^2$ & $b^2 e^2$, erit $\frac{a^2 e^2}{p^2} = \frac{b^2 e^2 \pm e^2 x^{m-1}}{x^{m-1}}$ ſeu $\frac{a^2}{p^2} = \frac{b^2 \pm x^{m-1}}{x^{m-1}}$, & fiet $p^2 = \frac{a^2 x^{m-1}}{b^2 \pm x^{m-1}}$.

Adeoque ſi vis centripeta ſit reciproce ut cubus diſtantiæ, hoc eſt, ſi ſit $m = 3$ & $m - 1 = 2$. Erit $p^2 = \frac{a^2 x^2}{b^2}$, vel $p^2 = \frac{a^2 x^2}{b^2 + x^2}$, vel denique $p^2 = \frac{a^2 x^2}{b^2 - x^2}$.

In primo caſu conſtat curvam eſſe ſpiralem logarithmicam: nam ſit $p = \frac{ax}{b}$, & $b : a :: x : p$. adeoque ob conſtantem rationem b ad a, erit angulus CIP ubique conſtans.

Ponamus jam eſſe $p^2 = \frac{a^2 x^2}{b^2 + x^2}$ & ex hac ſuppoſitione tres oriuntur diverſæ curvarum ſpecies, prout a major eſt quam b, aut ei æqualis, aut minor.

Et primo ſit a major quam b. Centro C & ad diſtantiam quamvis datam deſcribatur circulus HYX, cui rectæ CK, CI productæ occurrant in Y & X. Et eſt $IN^2 : KN^2 :: IP^2 : PC^2$ & ita $CI^2 - PC^2 : PC^2 :: x^2 - p^2 : p^2 :: x^2 - \frac{a^2 x^2}{b^2 + x^2} : \frac{a^2 x^2}{b^2 + x^2} :: 1 - \frac{a^2}{b^2 + x^2} : \frac{a^2}{b^2 + x^2} :: b^2 + x^2 - a^2 : a^2$. TAB. 46. fig. 3.

Quare erit $\sqrt{x^2 + b^2 - a^2} : a :: IN : KN :: x : \frac{ax}{\sqrt{x^2 + b^2 - a^2}} = KN$. Et quoniam eſt a major quam b, erit $b^2 - a^2$ quanti-

 tas

tas negativa. Sit illa $-c^2$, unde fit $KN = \frac{a\dot{x}}{\sqrt{x^2-c^2}}$. Dicatur h radius circuli HY, & eſt $CK:KN::CY:YX$ hoc eſt $x : \frac{a\dot{x}}{\sqrt{x^2-c^2}} :: h : \frac{ha\dot{x}}{x\sqrt{x^2-c^2}} = YX = \dot{y}$, ſi arcus HY vocetur y. Sit $x = \frac{c^2}{z}$ unde $\dot{x} = -\frac{c^2\dot{z}}{z^2}$ & $\frac{\dot{x}}{x} = -\frac{\dot{z}}{z}$. Item erit $x^2 - c^2 = \frac{c^4}{z^2} - c^2 = \frac{c^4 - c^2z^2}{z^2} = \frac{c^2}{z^2} \times \overline{c^2 - z^2}$: unde $\sqrt{x^2-c^2} = \frac{c}{z} \times \sqrt{c^2-z^2}$: quibus valoribus ſubſtitutis, erit $\frac{ha\dot{x}}{x\sqrt{x^2-c^2}} = \frac{-ha\dot{z}}{c\sqrt{c^2-z^2}}$. Sit $a : c :: n : 1$. hoc eſt, ſit $a = nc$, & fiet XY ſeu $\dot{y} = -\frac{nh\dot{z}}{\sqrt{c^2-z^2}}$. Eſt vero $\frac{nh\dot{z}}{\sqrt{c^2-z^2}}$ ad $\frac{c\dot{z}}{\sqrt{c^2-z^2}}$ ut nh ad c; hoc eſt in ratione data: adeoque eorum fluentes, ſi ſimul incipiunt, erunt in eadem ratione, hoc eſt erit HY ſeu y ad fluentem quantitatis $\frac{c\dot{z}}{\sqrt{c^2-z^2}}$ ut nh ad c.

Quod ſi centro C radio $CV = c$ deſcribatur circulus VL, & CG ſit $= z$, & $no = \dot{z}$, fiet arcus $mn = \frac{c\dot{z}}{\sqrt{c^2-z^2}}$ fluxioni arcus Qm, quando fluxio eſt quantitas poſitiva: ſed quan-

quando eſt negativa, ejus fluens eſt arcus Vm prioris complementum. Arcus enim ejuſque complementum eandem habent quantitatem fluxionem denotantem, diverſis tantum ſignis affectam; quia creſcente uno decreſcit alter.

Hinc eſt HY ad Vm ut nh ad c: ſed eſt CV ad CH ut Ve:HY, hoc eſt $c:h::\mathrm{V}e:\frac{h\times\mathrm{V}e}{c}=\mathrm{HY}$, quare erit $\frac{h\times\mathrm{V}e}{c}:\mathrm{V}m::nh:c$, unde V$e$:V$m$::$n$:1.

Præterea ex natura circuli erit CG : CV : : CV : CT, quando mT circulum tangit: hoc eſt erit $z:c::c:\frac{c^2}{z}=\mathrm{CT}=x$. Hinc ſi capiatur angulus VCe ad angulum VCm ut n ad 1, & producatur Ce ad K ut ſit CK = ſecanti CT, erit K punctum in curva quæſita.

Hic obiter notandum eſt, ſi n ſit numerus, hoc eſt ſi ſit a ad c vel a ad $\sqrt{a^2-b^2}$ ut numerus ad numerum, curva VI fiet Algebraica: nam in hoc caſu relatio mG ad ſinum anguli VCe æquatione definitur, & inde habebitur relatio ſinus anguli VCe ad CT vel CK per æquationem determinatam, & inde demum dabitur æquatio quæ exprimet relationem inter ordinatam & interceptam à puncto C incipientem. Harum curvarum ordines & gradus in ſcala æquationum Algebraica diverſi erunt pro magnitudine numeri n. In his omnibus curvis ſic deſcriptis Aſymptoti poſitio hac ratione determinatur: fiat angulus VCL ad rectum angulum ut n ad 1. In eo angulo diſtantia corporis à centro evadit infinita. Jam quad. perpendicularis in Tangentem $\mathrm{PC}=\frac{a^2\ x^2}{b^2+x^2}$ ubi x eſt infinita, fit $\mathrm{PC}^2=\frac{a^2\ x^2}{x^2}$, ſeu PC$=a$. Duca-

tur itaque CR ad CL perpendicularis & æqualis rectæ a, & ſi per R ducatur RS rectæ CL parallela, hæc curvam tanget ad infinitam diſtantiam, ſeu erit curvæ Aſymptotos.

Si corpus in quavis harum curvarum deſcendendo, ad Apſidem imam pervenerit; hinc rurſus aſcendet in infinitum, & aliam curvam priori ſimilem, ſeu potius ejuſdem curvæ ſimilem portionem, aſcendendo deſcribet.

Curvæ hæ poſſunt pluribus revolutionibus circa centrum torqueri, priusquam ad aſymptoton convergere incipiant, & motus angularis rectæ CK erit æqualis totidem rectis quot numerus n conſtat unitatibus. v. g. ſi n ſit 100, perficientur viginti quinque integræ revolutiones, priusquam diſtantia à centro evadat infinita.

Aucto numero n, eadem manente a, minuitur c: eſt enim $\frac{a}{n} = c$ & $\frac{a^2}{n^2} = c^2 = a^2 - b^2$, unde fiet $\overline{n^2 - 1} \times a^2 = n^2 b^2$. Et proinde fiet $a^2 : b^2 :: n^2 : n^2 - 1$; adeoque ſi b^2 ad æqualitatem accedat ipſius a^2, perveniet quoque $n^2 - 1$ ad rationem æqualitatis cum n^2, & proinde augebitur n & in eadem ratione minuetur c. Ponatur itaque eſſe b^2 fere æquale ipſi a^2; adeo ut cum differentia ſit infinite parva, fiat n numerus infinite magnus, & radius circuli c fiet infinite parvus, ſeu circulus in ſuum centrum contrahetur. At ſic evaneſcente c, non pariter evaneſcit CT, ſi angulus V Cm ſit propemodum rectus: nam in omni circulo, etiam minimo, ſecans anguli recti eſt quantitas infinita. Curva itaque hæc, ob n numerum infinitum, infinitis numero revolutionibus centrum ambibit, priusquam ad Aſymptoton convergere incipiet.

Evaneſcente autem c fit $b = a$ & $p = \frac{ax}{\sqrt{x^2 + a^2}}$. Et quoniam in omni caſu eſt $\dot{y} = \frac{ba\dot{x}}{x\sqrt{x^2 + c^2}}$, evaneſcente c fiet $\dot{y}$

=

$= \frac{ha\dot{x}}{x^2}$, unde capiendo fluentes fiet $y = \frac{ha}{x}$ ſeu $xy = ha$ $=$ datæ quantitati.

Hæc curva eſt Spiralis Hyperbolica, quæ plures habet notabiles proprietates. Si ducatur radius quilibet CIY curvæ occurrens in I, & peripheriæ circuli in Y, & ex C ad CI excitetur perpendicularis CT, atque IT tangat curvam in I, & rectæ CT occurrat in T: erit CT conſtans recta, æqualis ſcil. arcui VE; qua proprietate logarithmicam æmulatur, cum CT curvæ ſubtangens dici poſſit. Sit enim Radius circuli CE $= h$, arcus VE $= a$, dicatur CI x & VY ſit y. Quia eſt $ha = x \times y$ erit $\frac{ha}{x} = y$ & $\frac{ha\dot{x}}{x^2} = \dot{y}$. Porro eſt CY : CI :: YX : NK hoc eſt $h : x :: \frac{ha\dot{x}}{x^2}$: NK : quæ proinde eſt $\frac{a\dot{x}}{x}$. Et quoniam eſt IN : NK :: CI : CT. hoc eſt $\dot{x} : \frac{a\dot{x}}{x} :: x$: CT, erit CT $= a$. TAB. 46. *fig.* 4.

Si centro C, intervallo quovis CG, deſcribatur circuli arcus GF, hic arcus inter rectam CV & curvam interceptus erit ſemper æqualis conſtanti rectæ CT vel a. Nam quoniam eſt VL $\times$ CF $=$ CV $\times$ VE; erit VL : VE :: CV : CF :: VL : GF unde æquantur VE & GF. Si ad CG ex C excitetur normalis CR $=$ VE vel FG vel a, & per R agatur RS rectæ CV parallela, erit RS curvæ Aſymptotos. Nam eſt recta MS æqualis arcui GF, & proinde FS diſtantia Curvæ ab RS eſt ſemper æqualis exceſſui quo arcus ſuperat ſuum ſinum: at cum diſtantia creſcat in infinitum, exceſſus ille minuetur in infinitum, & fiet tandem data quavis recta minor, & proinde RS erit Curvæ Aſymptotos.

TAB. 46. fig. 3. Sit jam b major quam a; & ſimiliter, ut in priore caſu, invenietur KN $= \frac{a\dot{x}}{\sqrt{x^2+b^2-a^2}}$: at quoniam b ſuperat a, erit $c^2 = b^2 - a^2$ quantitas poſitiva, & KN fiet $= \frac{a\dot{x}}{\sqrt{x^2+c^2}}$ & ponendo radium circuli HY $= b$, invenietur XY $= \frac{ba\dot{x}}{x\sqrt{x^2+c^2}}$. Ponatur $x = \frac{c^2}{z}$, & erit $\dot{x} = -\frac{c^2\dot{z}}{z^2}$ & $\frac{\dot{x}}{x} = -\frac{\dot{z}}{z}$.

Erit quoque $x^2 = \frac{c^4}{z^2}$ & $x^2 + c^2 = \frac{c^4}{z^2} + c^2 = \frac{c^4 + c^2 z^2}{z^2} = \frac{c^2}{z^2} \times \overline{c^2 + z^2}$: unde $\sqrt{x^2+c^2} = \frac{c}{z} \times \sqrt{c^2+z^2}$.

His itaque valoribus ſubſtitutis fit $\frac{ba\dot{x}}{x\sqrt{x^2+c^2}} = -\frac{ba\dot{z}}{c\sqrt{c^2+z^2}} = -\dot{y}$. Nam tale ſumi poteſt initium arcus HY, ut ſimul cum fluente quantitatis $\frac{-ba\dot{z}}{c\sqrt{c^2+z^2}}$ creſcat & decreſcat. Fiat $nc = a$ & erit $\frac{nb\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}} = \dot{y}$, & $\frac{\frac{1}{2}nb^2\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}} = \frac{1}{2}b\dot{y} =$ ſectori CXY.

Eſt autem $\frac{\frac{1}{2}nb^2\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}} : \frac{\frac{1}{2}c\,\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}} :: nb^2 : c^2$, hoc eſt in data ratio-

tione. Adeoque erit ſector CXY ad $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}}$ ſemper in data ratione. Harum itaque quantitatum fluentes erunt in eadem ratione, cum ſimul incipere ponantur. Fluens autem ſectoris CXY eſt ſector CVY & fluens quantitatis $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}}$ eſt ſector Hyperbolæ, quod ſic oſtenditur.

Centro C ſemiaxe transverſo $CV=c$ deſcribatur Hyperbola æquilatera, & ex duobus punctis vicinis D & F ordinentur ad axem conjugatum rectæ DB, EF; ducantur item CD, CF. Et incrementum ſeu fluxio trianguli BCD æquale erit $BE\times BD$ — ſectore DCF: unde ſector DCF (qui eſt Fluxio ſectioris CVD) æqualis erit $BE\times BD$ — incremento trianguli BCD. Et ſi BC dicatur z, ob Hyperbolam, eſt $BD^2=BC^2+CV^2=z^2+c^2$: unde $BD=\sqrt{c^2+z^2}$, & $BE\times BD=\dot{z}\times\sqrt{c^2+z^2}$. Triangulum autem BCD eſt $\frac{1}{2}z\times\sqrt{c^2+z^2}$, cujus fluxio eſt $\frac{1}{2}\dot{z}\times\sqrt{c^2+z^2}+\frac{\frac{1}{2}\dot{z}\times z^2}{\sqrt{c^2+z^2}}$. Subtrahatur hæc quantitas ab $\dot{z}\times\sqrt{c^2+z^2}$, & reſtabit ſector Hyperbolæ minimus $CDF=\frac{1}{2}\dot{z}\times\sqrt{c^2+z^2}-\frac{\frac{1}{2}\dot{z}\times z^2}{\sqrt{c^2+z^2}}=\frac{\frac{1}{2}\dot{z}\times\overline{c^2+z^2}-\frac{1}{2}\dot{z}\times z^2}{\sqrt{c^2+z^2}}=\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}}$. Adeoque fluens ſectoris CDF eſt æqualis fluenti quantitatis $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}}$.

TAB. 46. fig. 5.

Proinde erit ſector CVD fluens quantitatis $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{c^2+z^2}}$. Præterea DT recta tangat Hyperbolam & occurrat axi conjugato in T. Eſt ex natura Hyperbolæ $BC:CV::CV:CT$,

 hoc

hoc eſt $z : c :: c \frac{c^2}{z} = CT = x$. Atque hinc oritur conſtructio quæ ſequitur.

TAB. 46. fig. 6. Centro C ſemiaxe transverſo CV, deſcribatur Hyperbola æquilatera Vm, item circulus Ve. Capiatur ſector circularis CVe ad ſectorem Hyperbolicam CVm ut n ad 1; tangat Hyperbolam in m recta Tm, occurrens Axi conjugato in T: producatur Ce ad k ut ſit Ck = CT, & punctum k erit in curva quæſita. Nempe talis eſt ea curva, ut ſi Ck dicatur x, perpendicularis a C in tangentem ejus demiſſa erit ſemper æqualis $\frac{ax}{\sqrt{b^2 + x^2}}$. Quando x eſt infinita evaneſcit b^2, & perpendicularis fit $= a$, & tunc coincidit CR cum CV. Si itaque capiatur in axe conjugato CR $= a$, & ducatur RS ipſi CV parallela, erit hæc curvæ Aſymptotos.

Si eo uſque augeatur a ut fiat quantitas $b^2 - a^2$ infinite parva, tunc evaneſcet c^2, & quantitas $\frac{hax}{x\sqrt{x^2 + c^2}}$ fit $\frac{hax}{x^2} = \dot{y}$. Unde ſi capiantur harum quantitatum fluentes, habebimus $\frac{ha}{x} = y$, & $ha = xy$, hoc eſt rectangulum ſub arcu circulari & diſtantia curvæ à centro erit ſemper data quantitas; atque hac ratione migrabit curva in ſpiralem Hyperbolicam. Eſt itaque ſpiralis Hyperbolica curva media, ſeu quaſi limes, inter eas curvas, quæ conſtruuntur per ſectores circulares & eas quæ conſtruuntur per ſectores Hyperbolicos. Itaque ſpiralis illa Hyperbolica concipi poteſt formari vel per ſectorem circuli aut Ellipſis, vel per ſectorem Hyperbolæ, cujus Axis transverſus minuitur in infinitum, & in eadem ratione augetur numerus n.

Ad eum jam devenimus caſum, ubi velocitas corporis minor

nor eſt eâ quæ acquiritur cadendo ab infinita diſtantia, & ubi $p^2 = \frac{a^2 x^2}{b^2 - x^2}$. Et hic ſimili ratiocinio ac in priori caſu, invenietur $KN = \frac{a\dot{x}}{\sqrt{b^2 - a^2 - x^2}}$, ubi neceſſe eſt, ut ſit b^2 majus quam a^2. Hinc ſi $b^2 - a^2$ dicatur c^2, fit $KN = \frac{a\dot{x}}{\sqrt{c^2 - x^2}}$; & proinde XY ſeu $\dot{y} = \frac{ha\dot{x}}{x\sqrt{c^2 - x^2}}$. TAB. 46. *fig.* 3.

Sit jam $x = \frac{c^2}{z}$, & fiet $\frac{\dot{x}}{x} = -\frac{\dot{z}}{z}$ ſeu $\frac{ha\dot{x}}{x} = -\frac{ha\dot{z}}{z}$ & $c^2 - x^2$ erit $= \frac{c^2}{z^2} \times \overline{z^2 - c^2}$, quibus valoribus ſubſtitutis fit $\frac{-ha\dot{z}}{c\sqrt{z^2 - c^2}} = \frac{ha\dot{x}}{x\sqrt{c^2 - x^2}} = -\dot{y}$. Nam tale ponendum eſt initium arcus YX, ut ſimul cum fluente quantitatis $\frac{ha\dot{z}}{c\sqrt{z^2 - c^2}}$ incipiat: unde erit $\frac{\frac{1}{2}h^2 a\dot{z}}{c\sqrt{z^2 - c^2}} = \frac{1}{2}h\dot{y} =$ ſectori CXY =, $\frac{\frac{1}{2}nh^2\dot{z}}{\sqrt{z^2 - c^2}}$, ponendo $nc = a$. Eſt vero $\frac{\frac{1}{2}nh^2\dot{z}}{\sqrt{z^2 - c^2}}$ ad $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{z^2 - c^2}}$ ut nh^2 ad c^2, hoc eſt in ratione conſtanti. Quare harum quantitatum Fluentes ſunt in eadem ratione, hoc eſt Fluens quantitatis $\frac{1}{2}h\dot{y}$ ſeu $\frac{\frac{1}{2}nh^2\dot{z}}{\sqrt{c^2 - z^2}}$ erit ad fluentem quantitatis

$\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{z^2-c^2}}$ ut nh^2 ad c^2. Eſt autem fluens quantitatis $\frac{1}{2}h\dot{y}$ $=$ ſectori CVX, & fluens quantitatis $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{z^2-c^2}}$ eſt ſector Hyperbolæ, quod ſic oſtenditur.

TAB. 46. *fig.* 7. Centro C ſemiaxe transverſo CV $=c$ deſcribatur Hyperbola æquilatera, & ex duobus punctis infinite vicinis B & D ad axem ordinentur duæ rectæ BE, DF; ducantur item CB, CD. Et erit fluxio ſeu incrementum trianguli CBE $=$ triangulo CBD $+$ BE $\times$ EF; unde triangulum CBD, ſeu ſector minimus CBD, erit $=$ incremento trianguli CBE $-$ BE $\times$ EF. Dicatur CE z, & erit BE $=\sqrt{z^2-c^2}$, & BE $\times$ EF $=\dot{z}\sqrt{z^2-c^2}$. Eſt quoque triangulum CBE $=\frac{1}{2}z\sqrt{z^2-c^2}$, cujus fluxio eſt $\frac{1}{2}\dot{z}\times\sqrt{z^2-c^2}+\frac{\frac{1}{2}\dot{z}\times z^2}{\sqrt{z^2-c^2}}$; à quo ſi ſubtrahatur quantitas $\dot{z}\times\sqrt{z^2-c^2}$, fit ſector minimus CBD $=$ $\frac{\frac{1}{2}\dot{z}\times z^2}{\sqrt{z^2-c^2}}-\frac{1}{2}\dot{z}\times\sqrt{z^2-c^2}=\frac{\frac{1}{2}\dot{z}\times z^2-\frac{1}{2}\dot{z}\times\overline{z^2-c^2}}{\sqrt{z^2-c^2}}=$ $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{z^2-c^2}}$ unde conſtat ſectorem CBV eſſe fluentem quantitatis $\frac{\frac{1}{2}c^2\dot{z}}{\sqrt{z^2-c^2}}$. Præterea ſi BT tangens Hyperbolam Axi transverſo occurrat in T, ex natura Hyperbolæ fit CE : CV :: CV : CT, hoc eſt $z:c::c:\frac{c^2}{z}=$ CT $=x$.

TAB. 46. *fig.* 8. Hinc deducimus ſequentem conſtructionem. Centro C, ſemiaxe transverſo CV $=c$, deſcribatur Hyperbola æquilatera VB, & circulus CeG ex centro C. Ad hyperbolam du-

ducatur recta CB, & hyperbolæ Tangens BT axi tranſverſo occurrat in T. Capiatur circuli ſector CVe, qui ſit ad ſectorem Hyperbolicum CVB ut n ad 1. In Ce capiatur CK = CT, & erit K punctum in curva quæſita, cujus perpendiculum e centro C ad Tangentem in K demiſſum, ſi CK dicatur x, eſt æquale $\frac{ax}{\sqrt{b^2 - x^2}}$.

Et in hac curva, urgente vi centripeta, quæ ſit reciproce ut cubus diſtantiæ, movebitur corpus, ſi ſecundum directionem Tangentis cum juſta velocitate exeat. Qualis autem debet eſſe velocitas, quæ faciat ut corpus harum curvarum quamvis deſcribat, ſic invenietur.

Cum velocitas qua corpus in trajectoria quacunque movetur ſit reciproce ut quantitas p, aſſumendo conſtantem quamvis a, ea ſemper exponi poteſt per $\frac{a}{p}$. Et ſi ad Axem CV ordinentur rectæ, quæ ſint reciproce ut cubi diſtantiarum à centro, ſeu ut vires centripetæ, & hac ratione formetur figura curvilinea, ejus Area indefinite extenſa ſemper exponi poteſt per $\frac{b^2}{x^2}$, ut ex Quadraturis conſtat. At Area illa eſt ut quadratum velocitatis quæ acquiritur ab infinita diſtantia cadendo, adeoque velocitas hoc caſu acquiſita erit ut $\frac{b}{x}$. Hinc ſi velocitas illa dicatur y, & velocitas, qua corpus in Trajectoria movetur, dicatur v, taleſque aſſumantur quantitates a & b, ut in una aliqua à centro diſtantia ſit $y : v :: \frac{b}{x} : \frac{a}{p}$, erit ubique in omnibus diſtantiis $y : v :: \frac{b}{x} : \frac{a}{p} :: p : \frac{ax}{b}$. Unde ſi $y = v$, erit $p = \frac{ax}{b}$, & curva hac

 velo-

velocitate deſcripta erit Spiralis Nautica; vel circulus exiſtente $p = x$ & $a = b$.

Si y ſit major quam v, tunc p major erit quam $\frac{ax}{b}$: eritque illa, ut ex præcedentibus conſtat, $= \frac{ax}{\sqrt{b^2 - x^2}}$. Curva autem conſtruetur per ſectorem Hyperbolicum, ut in ultimo caſu oſtenſum fuit, ubi diſtantia corporis à centro per concurſum Tangentis Hyperbolæ cum Axe transverſo determinatur. Si y ſit minor quam v, at in tantilla ratione ut maneat b major quam a, curva formabitur per eundem ſectorem hyperbolicum. At diſtantia corporis à centro deſumitur ex concurſu Tangentis cum Axe conjugato.

Si ſit $y : v :: p : x$, erit in eo caſu $a = b$, & curva evadit ſpiralis Hyperbolica, ubi eſt $p = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}$. Hinc ſi de loco quovis projiciatur corpus ſecundum datam rectam, cum ea velocitate, quæ ſit ad velocitatem ab infinito cadendo acquiſitam, ut diſtantia corporis à centro ad perpendicularem e centro ad lineam directionis demiſſam, movebitur illud corpus in Spirali Hyperbolica. Si denique ſit v tanto major quam y, ut ſit etiam a major quam b, curva conſtruetur per ſectores circulares. Atque hac ratione datâ velocitate ſemper determinari poſſit relatio quantitatum a & b, ac proinde curva deſcribetur in qua corpus cum illa velocitate movebitur: & viciſſim data curva, ſeu datis quantitatibus a & b, invenietur velocitas qua curva illa deſcribitur.

Omnium curvarum areæ (ſi circulum excipias) quæ urgente hac vi centripeta deſcribi poſſunt, ſunt perfecte quadrabiles. Nam primo, in Spirali Logarithmica, quia eſt $p = \frac{ax}{b}$, erit $KN = \frac{ax}{\sqrt{b^2 - a^2}} = \frac{ax}{c}$ ponendo $b^2 - a^2 = c^2$: (TAB. 46. fig. 2.)

adeo-

adeoque erit triangulum CKI $= \frac{\frac{1}{2}ax\dot{x}}{c}$, cujus fluens eſt $\frac{ax^2}{4c} =$ Areæ curvæ.

Si p ſit $\frac{ax}{\sqrt{b^2+x^2}}$, & a major quam b, oſtenſum eſt KN $= \frac{a\dot{x}}{\sqrt{x^2-c^2}}$, unde KN $\times \frac{1}{2}$CI $= \frac{\frac{1}{2}ax\dot{x}}{\sqrt{x^2-c^2}}$, cujus fluens eſt $\frac{1}{2}a \times \sqrt{x^2-c^2} =$ areæ curvæ. At ſi a minor ſit quam b, ſit KN $= \frac{a\dot{x}}{\sqrt{x^2+c^2}}$, & KN $\times \frac{1}{2}$CI $= \frac{\frac{1}{2}ax\dot{x}}{\sqrt{x^2+c^2}}$ cujus fluens eſt $\frac{1}{2}a\sqrt{x^2+c^2} -$ Q $=$ Areæ curvæ. Ponatur $x = o$, & fiet $\frac{1}{2}ac -$ Q $= o$, unde Q $= \frac{1}{2}ac$, & area curvæ fit $= \frac{1}{2}a\sqrt{x^2+c^2} - \frac{1}{2}ac$.

In ſpirali Hyperbolica evaneſcit quantitas c, & Area Curvæ fit $\frac{1}{2}ax$.

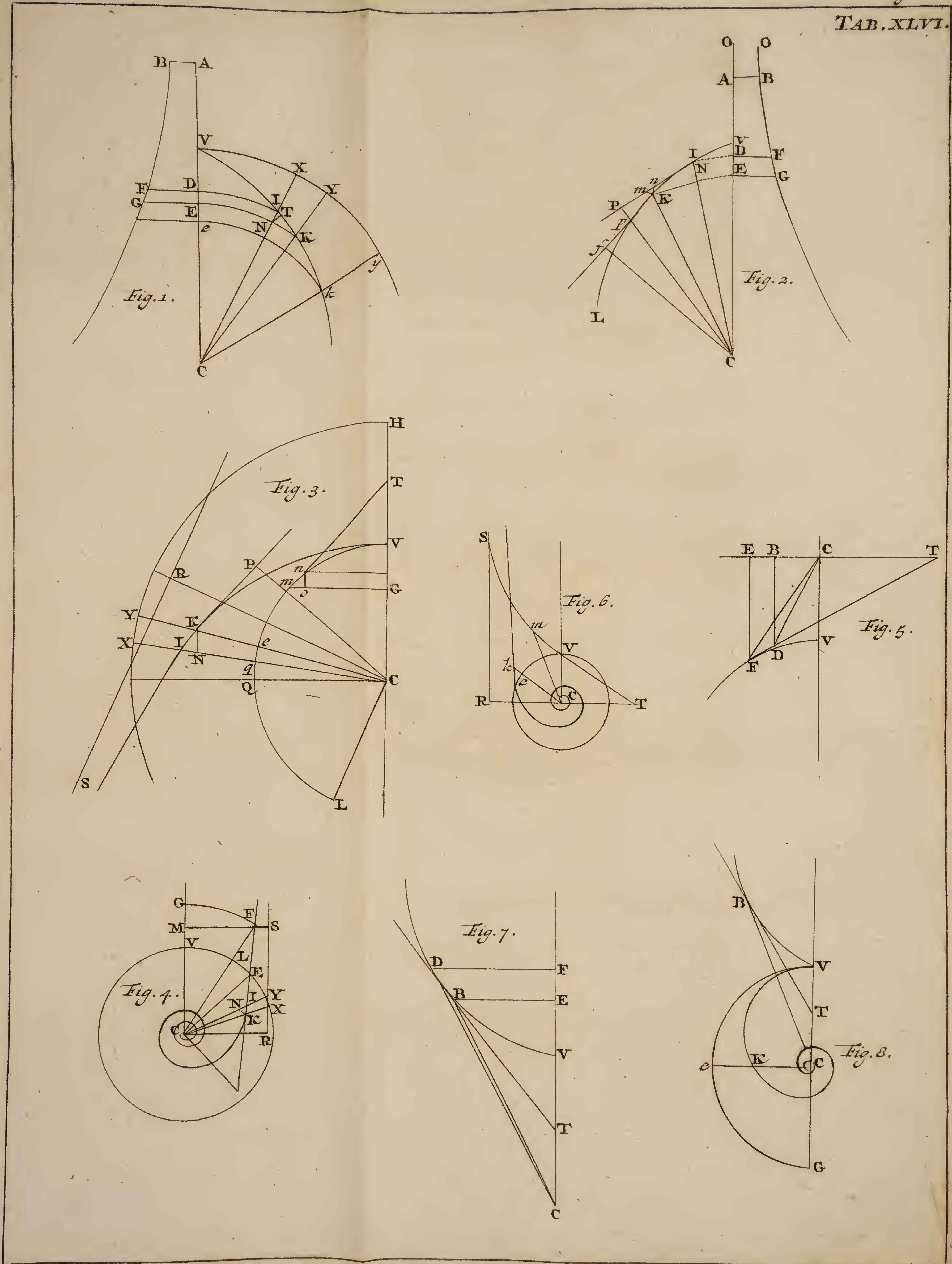
Si p ſit $= \frac{ax}{\sqrt{b^2-x^2}}$, oſtenſum eſt eſſe KN $= \frac{a\dot{x}}{\sqrt{c^2-x^2}}$, unde $\frac{1}{2}$CI $\times$ KN $= \frac{\frac{1}{2}a \times x\dot{x}}{\sqrt{c^2-x^2}}$, cujus fluens eſt Q $- \frac{1}{2}a\sqrt{c^2-x^2}$ $=$ Areæ. Fiat $x = o$, & erit Q $- \frac{1}{2}ac = o$, ſeu Q $= \frac{1}{2}ac$; unde erit Area curvæ ſemper æqualis $\frac{1}{2}ac - \frac{1}{2}a\sqrt{c^2-x^2}$. Fiat $c^2 - x^2 = o$ ſeu $c = x$, & Area curvæ fit $\frac{1}{2}ac$. Unde ſi initium Areæ non capiatur ab initio ipſius x, ſeu ubi x eſt $= o$, ſed ubi $x = c$ eſt maxima, hoc eſt ſi area ab V incipiat, erit area ſemper æqualis $\frac{1}{2}a\sqrt{c^2-x^2}$. TAB. 47. *fig.* 7.

De areis quas deſcribunt corpora radiis ad centrum ductis urgente vi centripeta quæ ſit reciproce, ut diſtantiarum cubi, ſe-

ſequentia adnotavit peritiſſimus *Hallejus*. Nempe ſi corpora diverſos circulos vel diverſas ſpirales Hyperbolicas hac lege deſcribunt; erunt areæ ſectorum, tam in circulis quam in ſpiralibus illis omnibus, æqualibus temporibus deſcriptæ, ſemper æquales: nam velocitates corporum in circulis motorum ſecundum hanc legem, debent eſſe radiis ſeu diſtantiis reciproce proportionales, adeoque arcus ſimul percurſi erunt quoque in eadem radiorum reciproca ratione, unde ſtatim patebit ſectores ſimul deſcriptos eſſe æquales.

In reliquis omnibus curvis cum ſit velocitas ad velocitatem corporis in eadem diſtantia in circulo moti, ut $\frac{a}{b} \times x$ ad p, TAB. 46. *fig*. 3. ſeu ut $\frac{a}{x} \times IK$ ad KN; interea dum corpus in Trajectoria percurrit lineolam IK, corpus aliud in eadem diſtantia motum percurret arcum $\frac{b}{a} \times KN$; & area ſectoris circuli & Trajectoriæ ſimul deſcriptæ erunt $\frac{b}{a} \times KN \times \frac{1}{2} CN$, & $KN \times \frac{1}{2} CN$ quæ duæ areæ ſunt in ratione data, ſcil. ut b ad a. Adeoque ubi eſt $a = b$, uti fit in Spirali Hyperbolica, area ſic deſcripta erit ſemper æqualis areæ ſectoris circularis in æquali tempore deſcriptæ.

PRO-


TAB. XLVI.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.

DE
LEGIBUS
ATTRACTIONIS,
ALIISQUE
PHYSICES PRINCIPIIS.

EPISTOLA JOANNIS KEILLII,

Ex Æde Chriſti Oxon. A. M. ad Clar. Virum

GULIELMUM COCKBURN,

MEDICINÆ DOCTOREM.

IN QUA

LEGES ATTRACTIONIS,

ALIAQUE

PHYSICES PRINCIPIA

TRADUNTUR.

Cum ſumma benevolentia & non vulgari amicitia me complexus ſis, iniquus eſſem, vir ornatiſſime, niſi conarer aliquam tibi viciſſim referre gratiam. Theoremata igitur hæc, quibus non modo rem Phyſicam, ſed & Medicam aliquatenus illuſtrari poſſe arbitror, ad te mitto; munus, uti quibusdam fortaſſe videri poteſt, perexiguum. Tibi tamen & gratiſſimum fore ſpero, & non parvi æſtimandum. Cum enim tum Philoſophiam Mechanicam penitus perſpexeris & in praxi Medica feliciſſime ſis verſatus; tum etiam utrique promovendæ gnaviter incumbas, gratiſſima ſine dubio tibi erunt vera Medicinæ principia, quoniam optime intelligis, quam periculoſi ex falſis oriantur errores. Hæc igitur Theoremata tibi Vir Clariſſime, in manus trado, tuoque arbitrio libens permitto.

Ponenda ſunt fundamenti loco hæc tria, quibus omnis Phyſice innititur, principia. 1. Spatium inane. 2. Quantitatis in infinitum diviſibilitas. 3. Materiæ vis Attractrix. Dari ſpatium inane conſtat ex motu corporum. Quantitatis in infinitum diviſibilitatem ex continuæ quantitatis natura demonſtrant Geometræ. Materiæ ineſſe vim attractricem confirmat experientia. Ex duobus primis principiis ſequitur.

THEOREMA I.

Materiæ exigua quælibet particula poteſt ita ſpatium quantumvis magnum occupare, ut pororum ſeu omnium meatuum diametri ſint datâ rectâ minores, vel ut particulæ omnes ſint à ſe invicem remotæ intervallo datâ rectâ minore.

THEOREMA II.

Dari poſſunt duo corpora mole æqualia, at pondere ſeu denſitate (id eſt, quantitate materiæ) utcunque inæqualia, in quibus erunt meatuum ſeu pororum ſummæ fere æquales.

Sit v.g. digitus cubicus alter auri, alter aëris: quamvis materia in cubo aureo viceſies millies ſuperat materiam in cubo aërio, fieri tamen poteſt, ut ſpatia vacua in digito cubico auri ſint fere æqualia ſpatiis vacuis in digito cubico aëris, ſcil. ut auri vacuitates ſint ad vacuitates aëris ut 999999 ad 1000 000.

THEOREMA III.

Particulæ quæ aquam vel aërem vel alia ejusmodi fluida conſtituunt (ſi modo ſe tangant) non ſunt abſolute ſolidæ, ſed ex aliis compoſitæ particulis multos meatus & poros intra ſe continentibus.

Par-

Particulæ corporum minimæ & abſolute ſolidæ, hoc eſt vacui omnino expertes, vocentur primæ compoſitionis; Moleculæ ex pluribus hiſce particulis coaleſcentibus ortæ vocentur particulæ ſecundæ compoſitionis; Moles ex pluribus moleculis coëuntibus conflatæ, vocentur particulæ tertiæ compoſitionis; & ſic deinceps, donec tandem perventum fuerit ad particulas, è quibus corporum fit ultima compoſitio, & in quas eorundem fit prima reſolutio.

Materiæ ineſſe vim Attractricem, quâ omnis materiæ particula trahit ad ſe omnem aliam materiæ particulam, & viciſſim trahitur, primus ex phænomenis collegit Dominus Iſaacus Newtonus. Vis hæc datâ materiâ in diverſis diſtantiis reciprocè proportionalis eſt quadratis diſtantiarum; ex qua oritur vis illa quam gravitatem dicimus, quâ corpora omnia terreſtria ad terram rectâ feruntur, eſtque pondus corporum quantitati materiæ ſemper proportionale. Prolatâ hâc, quam ipſe primus detexit, materiæ vi Attractrice omnes Planetarum motus Cometarumque phaſes pulcherrime explicavit, phyſicamque coëleſtem, ab iis quæ tot retro fluxerunt ſeculis vix dum inchoatam, feliciſſime conſummavit Dominus Newtonus; vir ingenio pene ſupra humanam ſortem admirabili, dignusque cujus fama per omnes terras pervagata, cœli quos deſcripſit meatibus permaneat coæva.

Divina ſagaciſſimi viri inventa ſæpenumero mecum recolens, in eam tandem cogitationem incidi, principium quoddam Newtoniano non abſimile, ad phænomena terreſtria explicanda, adhiberi poſſe. Poſt iterata ſæpius experimenta, materiæ terreſtri ineſſe deprehendi vim quandam attractricem, ex qua plurimorum phænomenon ratio petenda eſt; meaque hac de re cogitata abhinc quinquennio, Domino Newtono indicavi: ex eo autem intellexi, eadem fere, quæ ipſe inveſtigaveram, ſibi diu ante animadverſa fuiſſe. Quæſtiones aliquot ad hanc vim attractricem ſpectantes, ſub finem Optices abhinc bennio latinè editæ, propoſuit Dominus Newtonus; quem cum iſtiusmodi ſtudia ulterius excolere ætas ingraveſcens, & alia negotia vetant, tanti viri veſtigiis inſiſtere, cum-

que longo licet intervallo ſequi, haud alienum duxi. Impræſentiarum nuda quædam proponam Theoremata, quæ fortaſſe aliquando fuſius enuntiata & demonſtrata, juſto volumine ſum traditurus.

THEOREMA IV.

Præter vim illam Attractricem, qua Planetarum Cometarumque corpora, in propriis orbitis retinentur, alia etiam ineſt materiæ potentia, qua ſingulæ, ex quibus illa conſtat, particulæ ſe invicem attrahunt, & reciprocè à ſe invicem attrahuntur: quæ vis decreſcit in majore quam duplicatâ ratione diſtantiæ augeſcentis.

Theorema hoc multis poteſt probari experimentis; at ratio quâ minuitur vis illa, dum à ſe invicem recedunt particulæ, num ſcilicet ſit triplicata, quadruplicata, vel alia quævis diſtantiarum augeſcentium ratio, quæ major ſit duplicatâ, nondum æque per experimenta patet; erit fortaſſe aliquando tempus, cum accuratiore adhibita diligentia innoteſcet.

THEOREMA V.

Si corpus conſtet ex particulis, quarum ſingulæ vi pollent attractrice, in triplicata vel plusquam triplicata ratione diſtantiarum decreſcente; erit vis qua ab eo corpore urgetur corpuſculum, in ipſo contactu, vel intervallo à contactu infinite exiguo, infinite major, quam ſi corpuſculum illud ad datam à dicto corpore diſtantiam locaretur. Vide Prop. 80. & 91. Princip. Newtoni.

THEOREMA VI.

Iiſdem poſitis, ſi vis illa attractiva in aſſignabili diſtantia, ad gravitatem obtineat rationem finitam; eadem in ipſo contactu, vel in diſtantia infinite parva, vi Gravitatis erit infinite major.

THEO-

THEOREMA VII.

Si vero in ipſo contactu, vis corporum attractiva ad gravitatem obtineat rationem finitam, eadem in omni diſtantia aſſignabili eſt vi gravitatis infinite minor, adeoque evaneſcit.

THEOREMA VIII.

Vis attractiva, qua pollent ſingulæ materiæ particulæ in ipſo contactu, vim gravitatis prope in immenſum ſuperat; non tamen eſt vi gravitatis infinite major; adeoque, in data diſtantia, vis illa evaneſcet.

Vis igitur hæc materiæ ſuperaddita, non niſi per ſpatiola admodum perexigua diffunditur; in majoribus diſtantiis prorſus nulla eſt; unde motus corporum cœleſtium (quæ longis intervallis à ſe invicem disjuncta ſunt) per vim hanc attractivam nulla ratione turbari poſſunt, ſed eadem ratione continuo peraguntur, ac ſi vis illa à corporibus iis prorſus abeſſet.

THEOREMA IX.

Si corpuſculum aliquod corpus tangat, vis, quâ urgetur illud corpuſculum, hoc eſt, vis qua cum eo corpore cohæret, erit quantitati contactus proportionalis; nam partes à contactu remotiores nihil conferunt ad cohærentiam.

Adeoque pro vario particularum contactu varii orientur cohærentiæ gradus; omnium autem maximæ ſunt vires cohærentiæ, quando ſuperficies, in quibus ſe invicem tangunt corpora, planæ exiſtunt; quo in caſu, cæteris paribus, vis quâ corpuſculum cum aliis cohæret, erit ut ſuperficierum partes ſeſe tangentes.

Hinc patet ratio, cur duo marmora exactiſſimè polita, & ſeſe ſecundum ſuperficies planas tangentia, à ſe invicem divelli

velli non poſſunt, niſi à pondere, quod gravitatem aëris incumbentis multum ſuperat.

Hinc etiam decantatiſſimi iſtius problematis, de cohærentia materiæ, ſolutio elici poteſt.

THEOREMA X.

Ea corpuſcula facillime à ſe invicem ſeparantur, quarum contactus cum aliis ſunt pauciſſimi, & minimi; quales contingere ſolent in corpuſculis ſphæricis infinite exiguis.

Hinc fluiditatis ratio redditur.

THEOREMA XI.

Vis qua corpuſculum aliquod ad aliud corpus maxime propinquum attrahitur, quantitatem ſuam non mutat, ſive augeatur corporis attrahentis materia, ſive minuatur, eadem manente corporis denſitate, & corpuſculi diſtantia.

Nam cum vires particularum attractrices per minima tantum diffundantur ſpatia; liquet partes remotiores ad CD & E, nihil conferre ad attrahendum corpuſculum A. Adeoque eadem vi verſus B trahetur corpuſculum ſive adſint hæ partes, ſive amoveantur, ſive denique aliæ ipſis conjungantur.

TAB. 47. *fig.* 10.

THEOREMA XII.

Si ea ſit corporis alicujus textura, ut particulæ ultimæ compoſitionis, per vim quandam externam (qualis eſt pondus eas comprimens, vel ab altero corpore proveniens ictus) à primigeniis ſuis contactibus paululum dimoveantur, nec interim in novos contactus commigrent, particulæ, per vim attractivam ſeſe mutuo petentes, ad contactus primigenios citò redibunt: iiſdem vero redeuntibus particularum corpus quodvis componentium contactibus & poſitionibus, eadem quoque redibit corporis figura; adeoque per vim attractivam corpora, priſtinas quas amiſerunt figuras poſſunt denuo recuperare.

Hinc

Hinc Elaſticitatis ratio reddi poteſt. Cum autem per vim Elaſticam corpora, in ſe invicem impingentia, à ſe mutuo reſiliant (uti demonſtratum eſt in lectionibus noſtris phyſicis) à vi attractiva corporum oriri etiam debet eorundem à ſe invicem diſceſſus.

THEOREMA XIII.

Quod ſi ea ſit corporis textura, ut particulæ à prioribus contactibus per vim impreſſam dimotæ, in alios qui ejuſdem ſunt gradus immediate deveniant, corpus illud in priſtinam figuram non ſe reſtituet.

Hinc qualis ſit textura, in qua corporum mollities conſiſtit, intelligi poteſt.

THEOREMA XIV.

Particulæ materiæ pro diverſa ipſarum ſtructura & compoſitione diverſis pollebunt viribus attractivis, puta non erit æque fortis attractio, cum particula datæ magnitudinis pluribus perforata ſit meatibus, ac ſi omnino ſolida & vacui expers eſſet.

THEOREMA XV.

Particularum perfecte ſolidarum vires attractivæ ex figuris ipſarum multum pendent: Nam ſi parva aliqua materiæ particula in laminam circularem indefinite exiguæ craſſitudinis formetur, & corpuſculum in recta per centrum tranſeunte & ad planum circuli normali locetur; ſitque diſtantia corpuſculi æqualis decimæ parti ſemidiametri circuli: vis qua urgetur corpuſculum triceſies minor erit, quam ſi materia attrahens coaleſceret in Sphæram, & virtus totius particulæ ex uno quaſi puncto Phyſico diffunderetur. Quin etiam eadem

cir-

circularis lamella fortius ad ſe trahit corpuſculum, quam alia ejuſdem ponderis particula, quæ in tenuem & longum formatur Cylindrum.

THEOREMA XVI.

Sales ſunt corpora, quorum particulæ ultimæ compoſitionis magna vi attractiva pollent, inter quas tamen particulas plurimi interjacent meatus, particulis, quas habet aqua, ultimæ compoſitionis pervii: quæ igitur à ſalinis particulis fortiter attractæ, in eas cum impetu ruunt, & à mutuo contactu eas disjungunt, cohærentiamque ſalium diſſolvunt.

THEOREMA XVII.

Si corpuſcula duo viribus attractivis decreſcentibus in triplicata aut plusquam triplicata ratione diſtantiarum ſe mutuo petunt; erit velocitas in ſe invicem impingentium infinite major quam in dato intervallo. Vide Prop. 39. Princip. Newtoni.

THEOREMA XVIII.

Corporis aqua gravioris eo uſque diminui poteſt magnitudo, ut tandem in aqua ſuſpenſum maneat, nec vi propriæ Gravitatis deſcendat.

Hinc patet ratio, cur particulæ Salinæ, Metallicæ, & aliæ ejusmodi, in minima redactæ, in ſuis menſtruis ſuſpenſæ hæreant.

THEO-

THEOREMA XIX.

Corpora majora minore velocitate ad ſe invicem accedunt, quam minora.

Vis enim, qua ſe mutuo petunt corpora A & B, particulis maxime propinquis tantum ineſt; remotiorum quippe vires nullæ ſunt. Non igitur major vis adhibetur ad movenda corpora A & B quam ad particulas *c* & *d* movendas, ſed corporum eadem vi motorum velocitates ſunt corporibus reciproce proportionales: unde erit velocitas quâ corpus A tendit verſus B, ad velocitatem, qua particula *c*, à corpore ſoluta, verſus idem B tenderet, ut particula *c* ad corpus A. Multo igitur minor eſt velocitas corporis A, quam foret velocitas particulæ *c* à corpore ſolutæ. TAB. 47. *fig.* 11.

Hinc fit, ut corporum majorum motus ſua natura adeo languidus & lentus fit, ut ab ambiente fluido & aliis circumjacentibus corporibus plerumque impediatur. In minimis vero corpuſculis viget virtus, & ab iis perplurimi producuntur effectus: tanto plus energiæ minoribus ineſt corporibus, quam majoribus.

Hinc patet ratio iſtius axiomatis Chymici, ſales non agunt niſi ſoluti.

THEOREMA XX.

Duo corpuſcula ſeſe non contingentia, adeo ſibi vicina locari poſſunt, ut vis, qua ſe mutuo petunt, vim Gravitatis ſuperet.

THEOREMA XXI.

Si corpuſculum in fluido locatum à particulis ambientibus undique æqualiter trahatur, nullus exinde orietur corpuſcu-

li motus; quod ſi ab aliis particulis magis, ab aliis minus urgeatur, ad eam partem tendet corpuſculum, ubi major eſt attractio: & motus productus inæqualitati attractionis reſpondebit, ſcilicet in majori inæqualitate major erit motus, in minore minor.

THEOREMA XXII.

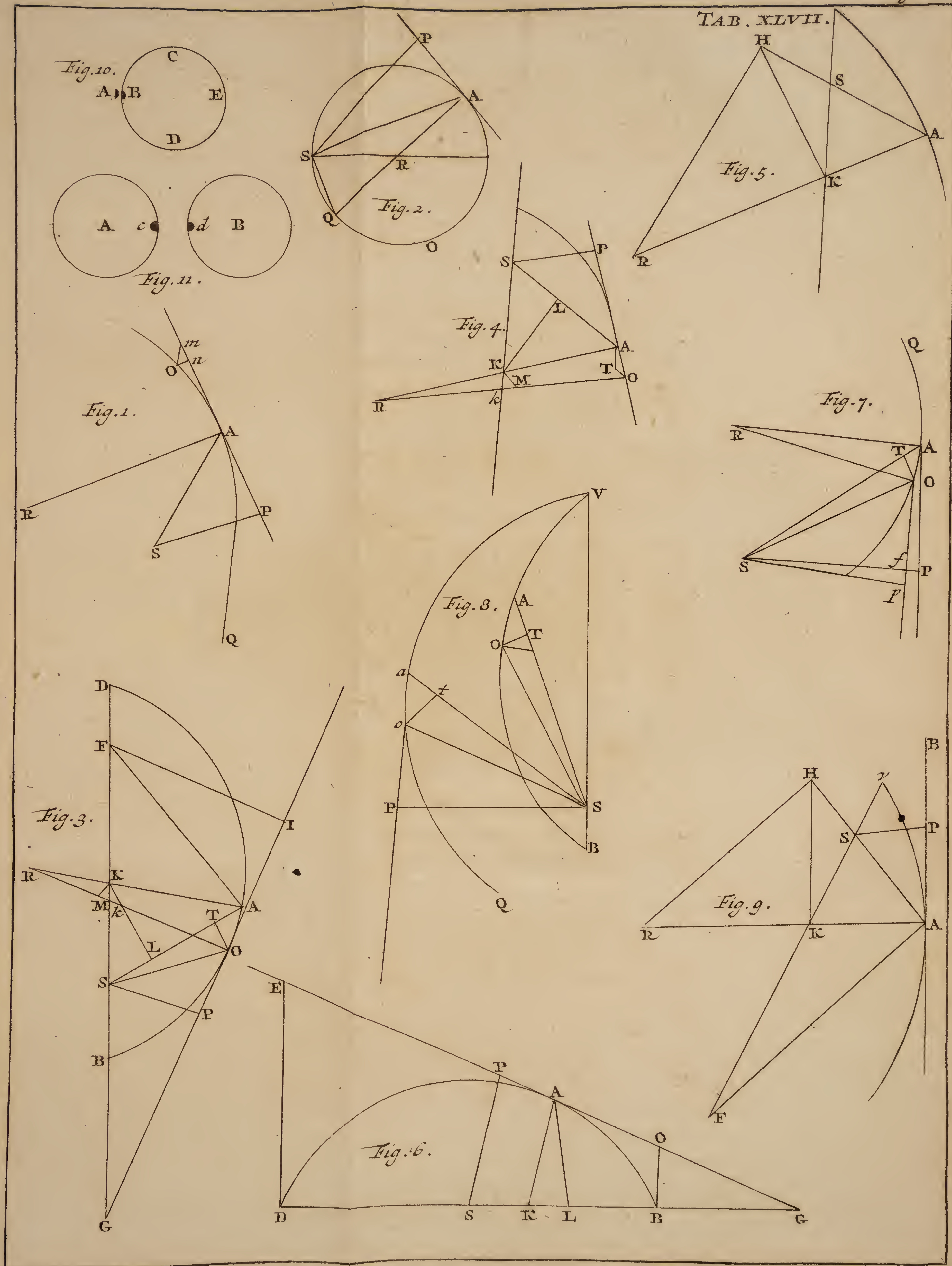
Corpuſcula in fluido natantia & magis ſe invicem trahentia quam fluidi particulas interjectas, depulſis fluidi particulis ad ſe invicem accedent ea vi, qua ipſorum attractio mutua ſuperat attractionem particularum fluidi.

THEOREMA XXIII.

Si corpus aliquod in fluido locetur, cujus partes fluidi particulas magis ad ſe trahunt, quam fluidi particulæ à ſe invicem trahuntur; ſintque in corpore meatus plurimi particulis fluidi pervii, per hos meatus fluidum illud cito ſe diffundet; & ſi partium in corpore connexio non tam firma ſit, quin ab impetu irruentium particularum ſuperari poſſit, orietur exinde corporis immerſi diſſolutio.

Hinc ut menſtruum dato corpori diſſolvendo ſit idoneum, tria requiruntur. 1. Ut partes corporis particulas menſtrui magis ad ſe trahant, quam eæ à ſe invicem trahuntur. 2. Ut corpus habeat meatus particulis menſtrui patentes, & pervios. 3. Ut cohærentia particularum corpus conſtituentium tanta non ſit, quin ab impetu irruentium particularum menſtrui divelli poſſit. Hinc quoque conſtat particulas Spiritum vini conſtituentes, magis à ſe invicem trahi, quam à particulis corporis ſalini in Spiritu vini demerſi.

THEO-


TAB. XLVII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.

THEOREMA XXIV.

Si corpuſcula in fluido natantia, & ſe invicem petentia, Elaſtica ſint, poſt congreſſum, à ſe mutuo reſilient, & inde in alia corpuſcula rurſus impingentia, denuo reflectentur: ex quo fient innumeri alii cum aliis corpuſculis conflictus continuæque reſilitiones. Per vim autem attractivam continuo augebitur corpuſculorum velocitas, & ſenſui patebit partium motus inteſtinus; ſed prout fortius aut imbecillius ſe invicem trahunt corpuſcula, & pro varia, qua pollent Elaſticitate, varii erunt hi motus, & diverſis gradibus atque temporibus, fient ſenſibiles.

THEOREMA XXV.

Si corpuſcula ſe invicem trahentia, ſe mutuo contingant, nullus orietur motus; propius enim accedere nequeunt. Si ad exiguum admodum à ſe invicem ſeponantur ſpatium, orietur motus; ſed ſi longius diſtent, non majore vi ſe invicem trahent, quam fluidi particulas interjectas; adeoque nullus producetur motus.

Ex hiſce principiis pendent omnia fermentationis & effervescentiæ Phænomena. Hinc patet ratio cur oleum Vitrioli, cui paululum aquæ immittitur, efferveſcit atque ebullit: corpuſcula enim ſalina infuſâ aquâ à mutuo contactu paululum dimoventur; unde cum magis ſe invicem trahant quam aquæ particulas, & cum undique æqualiter non trahuntur, motum exinde oriri neceſſe eſt.

Hinc etiam liquet ratio, cur tanta cietur ebullitio, cum limatura chalybis mixturæ ſupradictæ injicitur: particulæ enim chalybis magna pollent Elaſticitate, unde valida oritur reflectio. Hinc etiam videre eſt, cur menſtrua quædam fortiori

vi agunt, citiusque corpus aliquod diſſolvunt, ſi aqua dilutiora fiant.

THEOREMA XXVI.

Si corpuſcula ſe mutuo attrahentia vi Elaſtica careant, à ſe invicem non reflectuntur; ſed congeries ſeu moleculas particularum efficient, unde fiet Coagulum: *& ſi particularum ſic coacervatarum Gravitas ſuperet Gravitatem fluidi, ſuccedet quoque* Præcipitatio. *Oriri quoque poteſt præcipitatio ex aucta vel diminuta Gravitate menſtrui, in quo natant corpuſcula.*

THEOREMA XXVII.

Si corpuſculorum ſeſe invicem attrahentium, & in fluido natantium, ea ſit figura, ut in datis quibusdam ipſorum partibus, majori vi attractiva polleant, quam in aliis, & major ſit in iiſdem contactus; corpuſcula illa coibunt in corpora datas figuras habentia, & inde emergent Chryſtalliſationes; corpuſculorumque componentium figuræ, ex data figura Cryſtalli per Geometriam determinari poſſunt.

THEOREMA XXVIII.

Si corpuſcula magis trahantur à fluidi particulis, quam à ſe invicem; fiet ut quaſi ſe mutuo fugientes, à ſe invicem recedant, & per omne fluidum citò diffundentur.

THEOREMA XXIX.

Si inter duas fluidi particulas aliquod intercedat corpuſculum, cujus binæ oppoſitæ facies maximis pollent viribus at-

attractivis, hoc interjectum corpuſculum particulas fluidi ſibi agglutinabit; & plura iſtiusmodi corpuſcula per fluidum diffuſa ejus particulas omnes in corpus firmum compingent, fluidumque in Glaciem *reducent.*

THEOREMA XXX.

Si corpus aliquod maximam emittat effluviorum copiam, quorum vires attractrices ſunt fortiſſimæ; cum effluvia hæc corpori alicui leviuſculo appropinquent, ipſorum vires attractrices Gravitatem corporis levioris tandem ſuperabunt; & effluvia corpus illud ad ſe ſurſum trahent; cumque multo magis conferta ſunt effluvia, in minoribus ab emittente corpore diſtantiis, quam in majoribus; corpus leve verſus denſiora effluvia ſemper urgebitur, donec tandem ipſi corpori effluvia emittenti adhæreat. Hinc plurimæ Electricitatis *Phænomena explicari poſſunt.*

Contra noſtram hanc de viribus attractricibus doctrinam, fortaſſe objiciet aliquis; ſi vis hæc attractrix omni ineſſet materiæ; corpora ponderoſiora & plus materiæ in dato ſpatio habentia, plus debere attrahere, quam corpora minus gravia, quod experientiæ repugnat. Sed huic objectioni facile reſpondetur. Particulæ ſcilicet ultimæ compoſitionis (quibus ſolis tribuitur vis attractrix) confertim juxta ſe invicem locatæ, poſſunt corpus ponderoſum conſtituere, etiamſi ipſæ in ſe ſint rariores, quam eæ quæ corpus leve conſtituunt, ultimæ compoſitionis particulæ, à ſe invicem remotiores, & plures & patentiores meatus inter ſe habentes.

Alia multa ſunt naturæ phænomena, quæ mihi videntur iisdem principiis explicari poſſe, uti aſcenſus ſucci in plantis & arboribus, foliorum & florum determinatæ & conſtantes figuræ, eorumque virtutes ſpecificæ, &c. Multa quoque quæ in corpore animali quotidie occurrunt; præcipue quæ ad flui-

Eclipſes Totales & partiales. 297
- - Centrales. 301
- - Annulares. 303
Eclipſis Terræ. 299
Eclipſium Doctrina. 296
Ecliptica. 264. 365
Eclipticæ Secundarii. 366
- - obliquitas. 367
- - - Axis & Poli. 272. 275
Ecliptici Termini. 305. 311
Effectus ſunt cauſis ſuis adæquatis proportionales. 77
Effervescentiæ Phænomena. 633
Elaſtica vis quid ſit. 125
- - - fere omnibus corporibus ineſt. 138
Elaſticitatis ratio. 629
Electricitatis phœnomena. 635
Elevatio Poli Latitudini loci æqualis. 373
Ellipſeos Deſcriptio. 280
- - - Foci ſeu Umbilici. *ibid.*
Ellipticæ Planetarum orbitæ. 280
- - - Areæ diviſio. 427
Elongatio à ſole. 186
Embolimæus. 486
Epicuri ſententia de diviſibilitate. 34
Epocha, quid? 489
Equulus. 256
Eridanus. 257
Excentricitas. 281
- - - - Lunæ mutabilis. 291
Excentricitatum inveſtigatio in orbitis Planetarum. 462
Excentricus circulus. 279
Extenſio omnis in infinitum eſt diviſibilis. 30. 31

F.

FErmentationis phœnomena. 633
Feſta mobilia. 494
Figura. 28
Figuræ curvilineæ formatio. 617
Fixæ ſunt Soles. 247
- - ſtellæ corpora ignea. 250
Fixarum Aſcenſiones Rectæ. 380
- - - Catalogi. 257
- - - Claſſes. 255
- - - Diametri Apparentes. 249
- - - Diſtantiæ. 247. 274
- - - Latitudines. 366
Fixarum Longitudines. *ibid.*
Fixarum Longitudines continuo creſcunt. 383
- - - Magnitudo. 249
- - - Numerus. 258
- - - Ortus & Occaſus. 376
- - - Refractio. 391
Fluidum quid ſit ſecundum Carteſianos. 16
- - - juxta philoſophiæ Mathematicæ ſcriptores. *ibid.*
- - - nullum eſt tam tenax, ut aliqua vi non poſſit divelli. 17
Foci ſeu Umbilici. 280
Fractiones logarithmicæ. 564 & *ſeqq.*
Fractionis radix. 568

G.

GAlileus novam methodum philoſophiæ mechanicæ demonſtravit. 9
Gallaxia. 257
Gemini. 256
Geocentricus locus. 468
Geometria ad rerum naturalium ſcientiam neceſſario requiritur. 8
- - - eſt totius phyſicæ fundamentum. *ibid.*
- - - viam ad philoſophiam mechanicam aperit. 10
- - - ad rite philoſophandum eſt neceſſaria. 12. 13
Glacies qualem colorem habeat. 82
Glaciei reductio. 635
Globi utriusque Deſcriptio & Uſus. 501
Gradus. 227
Gravitas unde oriatur juxta Carteſianos. 5. 625
Gravitas in quantum qualitas dici poſſit. 13
- - - deſcribitur. 75
Gravitatis centrum quid ſit. 124. 125
Grus. 257
Gyratio Terræ circa Axem. 266

H.

HAllejus commendatur. 9
du *Hamel* (Joan. Baptiſta) notatur. 26. 27

Har-

Harmonia inter Planetarum à Sole diſtantias & eorum tempora Periodica. 245. 469
Hebdomas. 485
Hegeira Æra. 490
Heliacus ortus & occaſus. 484
Heliocentrica Latitudo. 336. 341
Hipparchus primus fixarum fecit Catalogum. 257
Hipparchi problema pro parallaxi ſolis. 406
Horæ æquales & inæquales. 484. 485
- - Temporaneæ & Planetariæ. 485
Horarii circuli. 372
Horologia Sciaterica quam diei horam per tempus ſtationis ſolis, tempore Joſuæ indicarint. 67
Horizon. 228
- - - ſenſibilis. 266
- - - & Rationalis. *ibid.*
Horizontis Poli. 266
Hugenius ab auctore commendatur. 9. 146
Hyperbola. 613
- - - ejus natura. 613. 614
Hyperbolæ cubicæ Quadratura. 48
- - - æquilatera. 616
Hyperbolica Spiralis quid? 614
Hypotenuſa. 526. 537

I.

Jesdagirda Æra. 491
Imagines Veterum. 256
Impedimentum, ejus definitio. 74
Inæqualitates Lunæ, 292
Inæqualitas Optica. 232
Inclinatio orbitæ Planetæ ad Eclipticam. 461
Incrementum proportionalium Quantitatum. 571
Index Logarithmicus. 568
Indictio. 499
Infinitum vocatur quod omni finito majus eſt. 26
Informes ſtellæ. 257
Jovis Satellites. 347
- - Maculæ. 253
- - Rotatio circa Axem. *ibid.*
- - Faſciæ. 254
Julianus Annus. 487
Jupiter. 328

K.

Kalendarium. 491
Kepleri Theoria. 422
- - - problema de Sectione Ellipſeos. 427

L.

Latitudinis inventio. 378
Latitudo quid ſit. 18
- - - 273. 290. 366
- - - Geocentrica. 336
- - - Heliocentrica. *ibid.*
- - - Geographica. 369
Leges naturæ traduntur. 106
Leo. 256
Libra. 256
Limites. 336
Linea quid ſit. 18
- - nullam habet latitudinem. 27. 28
- - Apſidum. 281
- - Meridiana. 378
- - Nodorum. 288. 461
Litera Dominicalis. 492
Loci longitudo. 273. 368
- - ſitus in diſco Telluris. 318
Locus diſtinguitur in internum & externum. 65
- - in abſolutum & relativum. *ibid.*
- - Stellæ ad Eclipticam reductus. 366
- - Geocentricus. 468
Logarithmi negativi. 559
- - - definitio. 560
Logarithmica curva. 556. 557
Logarithmicus index. 561
Logarithmis utendi methodus. 578
Logarithmorum uſus. 551
- - - - inventor. *ibid.* 552
- - - - canon. 552
- - - - ortus & natura. 553
- - - - formæ. 560
- - - - Arithmetica. 562
Longitudo quid ſit. 18
- - - Stellæ. 366

Longitudines Fixarum quomodo inveniantur. 382
Longitudinum locorum inveſtigatio. 323. 350
Lucis motus demonſtratur. 349
Luna Terræ Aſſecla. 284
Lunæ Phaſes. 285
- - Lucula. 288
- - Lux in Eclipſibus totalibus. 327
- - illuſtratio à Sole, ejuſque Quantitas. 287
- - Nodi. 288
- - Eclipſes. 297
- - à Terra diſtantia. 304
- - Parallaxis. 325. 405. 411
- - Variatio. 291
- - Apogeon & Perigeon. 290
- - Elongatio à Sole. 286
- - Facies. 295
- - Maculæ. 296
- - Montes & ingentes Cavernæ. 294
- - Libratio. 292
- - Motus circa Axem. 292
- - Motus ab occidente in orientem. 285
- - Motus Diurnus. 280
Lunaris Umbræ diameter. 306
- - Altitudo. 3 3
Lunarium motuum inæqualitates. 290
Lupus. 257
Lyra. 256

M.

Maculæ Jovis. 253
- - Lunares. 295
- - - Solares. 251
Magnes non ſolum trahit ferrum, ſed à ferro trahitur. 117
Magnetis attractionis & directionis cauſa nondum detecta eſt. 85
Magnitudo ex quibus conſiſtat. 26
- - - Planetarum. 472
Mars Planeta. 293. 328
Martis Parallaxis Solari duplo major. 411
Materia quid ſit. 79
- - cœli non incorruptibilis. 261
Media diſtantia. 281
Medium cœli. 371
Menſis. 485
- - Synodicus, & Periodicus 288
- - Embolimæus, 486
Menſtruum ut diſſolvendo corpori dato ſit idoneum, tria requiruntur. 632
Mercurius Planeta. 239. 328
Meridianæ lineæ inventio. 378
Meridianorum differentiæ. 350. 351
Meridianus circulus. 368
- - - Univerſalis. 309. 371
Methodus Logarithmis utendi. 578
Metonicus cyclus. 495
Momentum, quomodo alias vocatur. 73
- - - quomodo definitur. *ibid.*
Motus eſt omnis actionis phyſicæ fundamentum. 12
- - eſt affectio corporum nobiliſſima. 61
- - eo ſublato, omnis periret mundi ornatus. 61
- - in eo vita ipſa conſiſtit. *ibid.*
- - ſcientia ad philoſophandum rite, maxime neceſſaria eſt. *ibid.*
- - de eo varia Veteribus Philoſophis futilia argumenta propoſita. 62. 64
- - eorum ſolutiones. *ibid.*
- - *abſolutus* quid ſit. 69
- - Definitio. *ibid.*
- - *relativus* definitur. *ibid.*
- - *acceleratus* quid. 73
- - *æquabilis* quomodo ſit. *ibid.*
- - *æquabiliter retardatus* quid. *ibid.*
- - *æquabiliter acceleratus* quid. *ibid.*
- - *retardatus* quid ſit. *ibid.*
- - quantitas ab illius celeritate eſt diſtinguenda. 74
- - mutatio eſt proportionalis vi motrici impreſſæ. 111
- - Gravium, eorumque ſymptomata explicantur. 153 & *ſeqq.*
- - apparens quomodo oculis percipitur. 226
- - Apparens Solis. 264
- - æquales quare inæquales videntur. 231
- - Cometarum. 357
- - Globi in navi cadentis. 233
- - Lucis. 349
- - in Longitudinem. 251

Motus Apogei. 292
- - Medius. 281. 425
- - Nodorum Retrogradus. 290
- - Planetarum circa Axes, 253
- - Progreſſivus. 338
- - Regreſſivus. *ibid.*
Motuum Radices ſeu Epochæ. 466
Mundus nec in æternum exiſtere poteſt, nec ab æterno exſtitit. 57

N.

NAbonaſſari Æra. 491
Nadir. 370
Natura methodo ſimpliciſſima progreditur. 77
- - - Logarithmi. 553
Nauticæ Spiralis deſcriptio. 618
Neomenia. 186
Newtonus philoſophus ſummus. 9
Nihil aut *Non ens* habet nullas proprietates, aut affectiones. 77
Nodi & *Nodorum* Linea. 288. 335
Nodorum motus Retrogradus. 290
Nonageſimus Eclipticæ Gradus. 371
Novilunium. 286

O.

OBitus Alexandri Magni Æra. 491
Obliqua Aſcenſio. 375
Obliquitas Eclipticæ. 367
Occaſus ſiderum. 376
Occultatio. 377
Odor aſſæ fœtidæ ad diſtantiam quinque pedum ſentitur. 49
- - canum venaticorum ad certos numeros revocari non poteſt. 55. 56
Odoris ſenſus ad quam diſtantiam ſe extendat. 45 & *ſeqq.*
Olympiadum Æra. 491
Ophiuchus ſive Serpentarius. 256
Oppoſitio. 285
Orbis Conditi Æra. 491
- - Annui Parallaxis. 345
Orion. 256
Orthographica Projectio. 308
Ortus & Occaſus Siderum. 376
- - Logarithmi. 553

P.

PArabola, ſive linea parabolica, deſcribitur. 179. 180
Parallaxis. 395
- - - Altitudinis. 398
Parallaxis Latitudinis. 398
- - - Longitudinis. *ibid.*
- - - Lunæ. 305. 325. 405. 412
- - - orbis Annui. 346
- - - Solis. 405
Paralleli circuli. 365. 375
- - - & Climata. 376
Parallelismus Axis Telluris. 267. 274
Partes circulares quotuplices. 543
Paſchalius philoſophiam novis ſpeculationibus adauxit. 9
Pavo. 257
Pegaſus. 256
Pendulum, machina, quid ſit. 162
- - - ejus velocitas in quo conſiſtat. 164
Penumbra. 301
Penumbræ dimenſio. 302
Perigeon. 290
Perihelion. 281
Periodi Planetarum. 469
Periodus Dionyſiana. 497. 498
- - - Juliana. 500
- - - Sothiaca. 488
Perioeci. 369
Peripatetici quibus auxiliis phyſicam ſuam explicarunt. 12
Peripheriæ circularis diviſio. 517
Periſcii. 370
Perſeus. 256
Phaſes Lunæ. 285
- - Veneris. 333
Philoſophi quot generum fuerint. 11. 12
- - - quid ſtatuerint. *ibid.*
Philoſophiæ naturalis objectum ſunt corpora corporumque in ſe invicem actiones. 76
Philoſophia Mechanica diu delituit. 8
Philoſophia à quibus ſit exculta & adaucta. 9
- - - ſocietates à regibus inſtitutæ magnum ei incrementum dederunt. 9
- - - totius mundani ſyſtematis à Newtono eſt patefacta. 623
Phœnix. 257
Phyſica omnis actio à motu dependit. 12
Phyſica quibus innitatur principiis. 624

Phy-

Phyſicæ res ad Geometriam & ad Arithmeticam ſunt reducendæ. 93
Piſcis. 256
Planeta quando directus & velox. 344
- - quando Stationarius. *ibid.*
- - quando retrogradus. 346
Planetæ Secundarii. 240
- - - Corpora Opaca Sphærica. 240
- - - Inferiores. 328
- - - ſuperiores. 339
- - - non in orbibus circularibus, ſed ellipticis deferuntur. 623
- - - circa ſolem moventur. 623
Planetarum ordo. 239
- - - diſtantiæ quam proportionem obtinent ad Periodos. 245. 469
- - - motus Apparentes inæquales. 297. 347
Planetas ſolem circumire demonſtratur. 243
Plantæ ex innumeris heterogeneis conſtant partibus. 80
Platonici phyſicam ſuam larvis & hieroglyphicis velarunt. 11
- - - diſcipulos ſuos niſi ſero ad philoſophiam perdiſcendam admiſerunt. *ibid.*
Plenilunium. 285
Polares Circuli. 270. 367
Polus Eclipticæ. 272
- - Horizontis. 370
- - Mundi. 275
- - in Sphæra. 531
Polygonum. 555. 556
Pondera corporum quantitatibus materiæ ſunt proportionalia. 96
Præceſſio Æquinoctiorum. 277
Præcipitationis origo. 634
Principia, quibus innititur Phyſica. 624
Problematis Kepleri ſolutio. 427
Projectio Orthographica. 308
- - - Umbræ in Diſcum Telluris. *ibid.*
Projectionis ſurſum factæ duratio. 190
Proſthapherelis. 420
Punctum Mathematicum non eſt materia, ſed in ea conſiſtit. 28
Puncta Solſtitialia & Æquinoctialia regrediuntur. 276
Punctum quid ſit. 18
Pythagorici phyſicam ſuam larvis & hieroglyphicis velarunt. 11

Q.

Quadratura. 285
- - - Hyperbolæ cubicæ. 48
de *Quantitate* motuum Theoremata. 86. 87. 89. 90. 91. 92. 93
Qualitatis natura demonſtratur. 13 & *ſeqq.*
Quantitas acceleratrix cujusvis vis, quid ſit. 76
- - - quæquæ ulterius dividi poteſt. 31. 32. 33
Quantitas motus eſt vis ſeu energia, qua mobile ſecundum directionem ſuam tendit. 140
- - - Anni. 416
Quies abſoluta quid ſit. 69
- - *relativa* definitur. *ibid.*
- - eſt corporis cujusvis in eodem loco permanentia. *ibid.*
Quieſcere & tamen moveri quo quis dicatur. *ibid.*

R.

Adix ſeu Epocha. 466. 489
- - fractionis. 568
- - quadratica. 578
Rectæ poſitionis inventio. 624
Reductio ad Eclipticam. 366
Refractio. 391
- - - Atmoſphæræ. 392
- - - ejus inveſtigatio. *ibid.*
Refractionis varii effectus. 391
Regulæ duæ ad triangula rectangula reſolvenda. 543
Retrogradatio Planetarum. 338. 345

S.

Agitta. 256
Sagitta aliquando Arcus. 518
Sigittarius. 256
Sales vi attractiva pollent. 630
Saturni Annulus. 242. 470
- - Satellites. 241
Saturnus Planeta. 241. 328
Scorpio. 256
Secans in trigonometria quid. 518
Sector hyperbolæ. 613
Selenographia. 296
Sinus Arcus. 518

Sinus rectus. 517
- - verſus. 518
- - arcus dimidii inventio. 519
- - dupli arcus inventio. *ibid.*
- - arcus unius minuti inventio. 522
Sol, licet lucem emittat, nihil de ſua magnitudine amittit. 56
- - circa Axem rotatur. 251
- - noſtri Syſtematis centrum. 263
- - qua ratione, in ellipſeos focorum uno ſitus, circumeat. 623
Solis Maculæ. 252
- - Axis inclinatur ad Eclipticam. 253
- - Apparens motus. 264
- - - - - motus inæquabilis obſervatur. 416
- - Aſcenſio Recta Declinatio Longitudo ex quibus datis inveniantur. 379
Soliditas definitur. 19
- - - à Peripateticis Impenetrabilitas dicitur. *ibid.*
- - - aliter à Philoſophis, aliter à Geometris capitur. 19. 20
Solſtitia. 368. 414
Spatium vocatur, in quo omnia corpora locari & moveri cernimus. 20. 21
- - - ab omni corpore vacuum demonſtratur. 24
- - - hujus ſpatii natura non definitur. 24 25
- - - quid ſit. 65
- - - in abſolutum & relativum diſtinguitur. 66
- - - *percurſum* quid ſit. 73
- - - ejus longitudo. *ibid.*
- - - inane, unum ex tribus phyſices principiis. 624
Spectator eſt in centro proſpectus proprii. 238
Sphæra Recta. 373
- - Obliqua. 374
- - Parallela. 375
Sphæræ poli. 531
Spiralis Hyperbolica. 611
- - Hyperbolica quid? 614
- - nauticæ deſcriptio. 6 8
Statera quænam ſit machina. 100
Stationes Planetarum. 338. 344
Stellæ fixæ ſunt ſoles. 247
- - informes. 257
- - *novæ.* 261
- - quæ periodice apparent & evaneſcunt. 261
Stellarum ordo. 255
- - - Catalogi. 259
Subtilitas materiæ ex auri ductilitate probatur. 43
- - - particularum lucis nemo mortalium aſſequi poteſt. 56
Superficies quid ſit. 18
- - - ejus extrema dicuntur lineæ. *ibid.*
- - - an ſit perfecte plana. 28
- - - non eſt materialis. *ibid.*
- - - quales colores accipiunt. 82 & *ſeqq.*

T.

Tabulæ Aſtronomicæ. 466 & *ſeqq.*
Tangens quid. 518
Taurus. 256
Telescopii Beneficia. 230
Telluris Poli. 266
Tellus circa ſolem movetur & circa Axem. 245. 264
Tempora Periodica. 469
Temporis Æquatio. 451
- - - partes. 447
Tempus in abſolutum & relativum diſtinguitur. 66
- - - accelerari aut retardari nequit. 67
Termini Ecliptici. 305. 311
Terra non ſol movetur. 70
Theoremata raritatem & tenuitatem materiæ ſpectantia. 57. 580
- - - - de Motus quantitate & ſpatiis à mobilibus percurſis. 86
- - - - motuum Comparatorum. 86. 87. 89. 90. 91. 92. 93
- - - - Attractionis. 624 & *ſeqq.*
Theoria motus Telluris. 413
- - - - Planetarum. 459
Theoriſtæ quibus incumbendum. 15. 17
Tormenta bellica quomodo dirigantur. 186

Torricellius philoſophiam novis ſpeculationibus adauxit. 9
Trianguli rectanguli ſolutiones Trigonometricæ. 529
Triangulum. 256
- - - - æquale & congruum. 533
- - - - æquiangulum. 535
- - - - Sphæricum obliquangulum. 545
- - - - eorundemque angulorum duodecim caſus. 548
Triangulus rectangulus. 527
- - - amblygonius. *ibid.*
- - - Sphæricus. 531
Trigonometria plana. 517
- - - - Sphærica. 531
Trigonometriæ Definitiones. 517
- - - - munus. *ibid.*
Trigonometricæ trianguli ſolutiones. 529
Trigonometricus Canon. 518
Trochleæ definitio. 102
Tropicus Cancri & Capricorni. 270. 367

V.

Vacuum aliquando neceſſario datur. 23
- - - probatur duobus axiomatibus. *ibid.*
Velocitas, qua corpus movendum eſt, invenitur. 98
Veneris à ſole digreſſio maxima. 330
- - Phaſes. 333
- - Fulgor. 334
Venus, Planeta. 239. 332
- - in ſole viſa. 332
- - quando maxime lucida. 334
Veritas argumentis ſuffulta validiſſimis, licet conceptu ſit difficilis, non eſt deſerenda. 40
Verticalis Primarius. 370
Via lactea. 257
Via Lunæ à Sole. 308
Vires contrariæ quænam. 75
- - *motrices æquales* quænam ſint. *ibid.*
Virgo. 256
Vis impreſſa quid ſit. 74
- - in quo differat à vi motrici. *ibid.*
- - *motrix* deſcribitur. *ibid.*
- - *centripeta* qualis. 75
- - - - - - quid ſit, & quæ ita dici poſſit. 196. 197
- - *centripetæ* effectus. 585 & *ſeqq.*
- - *centrifuga* quænam. 75
- - - - - - deſcribitur. 197
- - *reſtitutiva* æqualis eſt vi compreſſivæ. 142
- - attractrix materiæ eſt unum ex tribus phyſices principiis. 624
Viſio quomodo fit. 226
Vita in motu conſiſtit. 61
Umbilici ſeu Foci. 280
Umbra corporis. 297
Umbræ Lunaris Altitudo. 302. 303
- - Diameter, 304
- - Terræ Altitudo. 303
Umbroſi Coni Angulus. 301
Unitas quid. 523
Volatus avium unde dependat. 120
Vortices in cœlo nulli ſunt. 362
Urbis conditæ Æra. 490
Urſæ duæ. 258

W.

Walliſius laudatur. 9. 146
Wren (Chriſtophorus) Aſtronomiæ Profeſſor, laudatur. 146

X.

Xyphias. 257

Z.

Zenith. 370
Zodiaci Latitudo. *ibid.*
Zodiacus. 366
Zonæ quæ & quot. 369

FINIS.